

Игорь Валерьевич Бычков, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики и электроники Челябинского государственного университета.

**Дмитрий Александрович Кузьмин**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики и электроники Челябинского государственного университета.



Василий Дмитриевич Бучельников, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики конденсированного состояния Челябинского государственного университета.

Вла, Докт заве в ми и эле

Владимир Григорьевич Шавров,

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией магнитных явлений в микроэлектронике Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

И.В. БЫЧКОВ, Д.А. КУЗЬМИН, В.Д. БУЧЕЛЬНИКОВ, В.Г. ШАВРОВ И.В. БЫЧКОВ Д.А. КУЗЬМИН В.Д. БУЧЕЛЬНИКОВ В.Г. ШАВРОВ

ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДСИСТЕМ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАГНЕТИКОВ



УДК 537.6	Издание осишествлено при финансовой
ББК 22.33	поддержке Российского научного фонда,
B 57	проект 14-22-00279

Бычков И.В., Кузьмин Д.А., Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Влияние взаимодействия подсистем на динамические свойства магнетиков. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 176 с. — ISBN 978-5-9221-1732-6.

Монография посвящена рассмотрению волновых явлений в магнитных материалах с ферромагнитным и геликоидальным упорядочениями. Анализируются дисперсионные соотношения связанных волн с учетом взаимодействия спиновой и упругой подсистем и электромагнитного поля. Исследуются вращение плоскости поляризации электромагнитных и акустических волн, отражение электромагнитных волн от кристаллов с ферромагнитным и геликоидальным упорядочениями. Рассматриваются процессы электромагнитноакустического преобразования в спиральных магнетиках и генерация электромагнитных и упругих волн в геликоидальном магнетике при изменении внешнего магнитного поля.

Для специалистов в области магнитных материалов, спектроскопии твердого тела, а также для аспирантов и студентов старших курсов физических факультетов.

Научное издание

БЫЧКОВ Игорь Валерьевич КУЗЬМИН Дмитрий Александрович БУЧЕЛЬНИКОВ Василий Дмитриевич ШАВРОВ Владимир Григорьевич

## ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДСИСТЕМ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАГНЕТИКОВ

Редактор Е.С. Артоболевская Оригинал-макет: И.Г. Андреева Оформление переплета: Д.Б. Белуха

Подписано в печать 11.11.2016. Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 11 + 0,25 цв. вклейка. Уч.-изд. л. 13,1 + 0,275 цв. вклейка. Тираж 300 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература» МАИК «Наука/Интерпериодика» 117342, г. Москва, ул. Бутлерова, дом 17 Б E-mail: porsova@fml.ru, sale@fml.ru; сайт: http://www.fml.ru Интернет-магазин: http://www.fmllib.ru

Неизвестная типография

... ...

•••

ISBN 978-5-9221-1732-6

© ФИЗМАТЛИТ, 2016© Коллектив авторов, 2016

И.В. БЫЧКОВ Д.А. КУЗЬМИН В.Д. БУЧЕЛЬНИКОВ В.Г. ШАВРОВ

# ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДСИСТЕМ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАГНЕТИКОВ



МОСКВА ФИЗМАТЛИТ® 2016

# оглавление

Введение	5
Глава 1. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в кубических ферромагнетиках в области ориентационных фа-	19
1 1. Энергия и основное состояние ферромагнетика	20
1.2. Спертия и основное состояние ферромагнетика	21
1.3. Ферромагнитный лиэлектрик	23
1.4. Ферромагнитный металл в слабом магнитном поле	25
1.5. Ферромагнитный металл в сильном магнитном поле	28
1.6. Вращение плоскости поляризации звуковых и электромагнитных волн в ферромагнитном диэлектрике	32
<ol> <li>1.7. Особенности связанных электромагнитных и магнитоупругих волн в ограниченных средах.</li> </ol>	33
<ol> <li>1.8. Особенности излучения Вавилова–Черенкова в ферромагнитном лиэлектрке в области ОФП</li> </ol>	34
1.9. Заключительные замечания	40
Глава 2. Отражение электромагнитных волн от поверхности ферромагнитного диэлектрика	42
2.1. Основные уравнения	43
2.2. Отражение электромагнитных волн от поверхности полубесконечного ферромагнитного диэлектрика	45
2.3. Отражение электромагнитных волн от поверхности пластины ферромагнитного диэлектрика	52
2.4. Отражение электромагнитных волн от структуры ферромагнитный диэлектрик-металл	74
2.5. Выводы	82
Глава 3. Взаимодействие спиновых, упругих и электромагнитных волн в кристаллах со спиральной магнитной структурой	84
3.1. Энергия и основное состояние кристалла с модулированной магнит- ной структурой	85 89
0.2. Obsamble Mainnivynpyine boindi b reinkondailondix Maineinkax	05

3.2.1. Фазовый переход FS-F (92). 3.2.2. Фазовый переход FS-SS (94). 3.2.3. Основные результаты раздела (96).	
3.3. Связанные электромагнитно-спиновые волны в магнетике в фазе FS 3.3.1. Отражение электромагнитных волн от пластины магнетика в фазе FS (101). 3.3.2. Вращение плоскости поляризации электро- магнитных волн в магнетике с FS (104). 3.3.3. Заключительные замечания раздела (105).	98
3.4. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в кристаллах со спиральной магнитной структурой	106
Глава 4. Электромагнитное возбуждение звука в кристаллах с мо- лулированной магнитной структурой	117
<ul> <li>4.1. Генерация звука в монокристалле диспрозия.</li> <li>4.1.1. Энергия, основное состояние и система уравнений взаимо- действующих электромагнитных, спиновых и упругих волн (119).</li> <li>4.1.2. Дисперсионные уравнения (124).</li> <li>4.1.3. Амплитуды ультра- звуковых волн и коэффициенты ЭМАП (125).</li> <li>4.1.4. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом (126).</li> </ul>	119
4.2. Электромагнитно-акустическое преобразование в монокристалле	100
4.2.1. Основное состояние (128). 4.2.2. Генерация звука в фазе LSW (130). 4.2.3. Генерация звука в фазе FS (132). 4.2.4. Обсуж- дение результатов (133).	120
Глава 5. Генерация электромагнитных и упругих волн спираль- ными магнетиками вблизи магнитного фазового перехода	138
5.1. Генерация электромагнитных волн	140
5.2. Магнитоупругий механизм генерации гиперзвука	147
Приложение I	154
Список литературы	155 156

### Введение

В настоящее время в физике конденсированного состояния активно исследуются физические явления, обусловленные одновременным сочетанием нескольких свойств различных материалов, что делает их перспективными в отношении принципиально новых применений. Особое внимание привлекают к себе материалы, обладающие магнитным порядком [1, 2]. Например, любой магнитоупорядоченный кристалл одновременно обладает как магнитными, так и упругими свойствами. Кристаллы сегнетомагнетиков (или мультиферроиков) одновременно сочетают в себе магнитные, упругие и/или диэлектрические свойства [3–5]; манганиты, в зависимости от химического состава, температуры, внешних напряжений и электрического поля, проявляют физические свойства от ферромагнитного металла до парамагнитного диэлектрика [6–8] и т. д.

Перечисленные свойства кристаллов обязаны существованием в них магнитной (спиновой) подсистемы, а также упругой (решетка кристалла), электронной (электроны проводимости), дипольной (электромагнитное поле) и других подсистем и наличием взаимодействия между ними. Так, созданные упругие деформации в магнетике приводят к изменению магнитных свойств, и наоборот, изменение магнитных свойств кристалла влечет за собой изменение упругих свойств. Связь между магнитной и упругой подсистемами магнетика определяется магнитоупругим (МУ) взаимодействием. Наряду с МУ в магнитных кристаллах возможно существование магнитоэлектрического, электромагнитно-спинового (ЭМС), акусто-электромагнитного (АЭМ) и других взаимодействий [1, 9-11]. Перечисленные взаимодействия играют важную роль в формировании многих физических свойств магнитоупорядоченных кристаллов. Каждое взаимодействие можно характеризовать безразмерным параметром. Обычно, за исключением особых случаев, параметры взаимодействия подсистем малы. В частности, вдали от точек фазовых переходов мал параметр МУ взаимодействия. Однако, при потере устойчивости в магнитной подсистеме, т.е. в окрестности фазового перехода, этот параметр стремится к единице, и роль МУ взаимодействия в физических свойствах магнетиков сильно возрастает. Это относится и к другим взаимодействиям в магнитоупорядоченных кристаллах. В динамике каждая подсистема кристалла характеризуется своими колебательными модами, или элементарными возбуждениями. Взаимодействие подсистем также приводит к взаимодействию между элементарными возбуждениями и возникновению связанных колебаний, или элементарных возбуждений нового типа.

Известно, что во всех магнетиках существуют фазовые переходы двух типов — «порядок-беспорядок» (точки Кюри и Нееля) и «порядок-порядок», так называемые спин-переориентационные или ориентационные фазовые переходы (ОФП) [1, 12-16]. Фазовые переходы в магнетиках могут наблюдаться как при изменении температуры (спонтанные переходы), так и внешних воздействий — упругих напряжений, электрического и магнитного полей (индуцированные переходы). ОФП в магнитных кристаллах сопровождаются изменением направления равновесного вектора магнитного упорядочения относительно кристаллогрифических осей. Приближение магнетика к точке ОФП приводит к существенному изменению спектра колебаний и, следовательно, динамических свойств кристалла. Так, при приближении ферро- (ФМ) или антиферромагнетика (АФМ) к точке ОФП, без учета МУ взаимодействия, ферромагнитная мода колебаний становится мягкой, а при учете МУ взаимодействия мягкими являются связанные МУ моды [17-24].

Первые исследования по взаимодействию спиновой и упругой подсистем магнетиков, в которых было предсказано существование связанных МУ волн в ФМ и АФМ, были выполнены в работах Турова, Ирхина [25], Ахиезера, Барьяхтара, Пелетминского [26], Киттеля [27], Пелетминского [28]. Указанные работы явились основополагающими при зарождении новой области физики магнитоупорядоченных веществ магнитоакустике. Магнитоакустика в настоящее время находит важные применения в электронике и технике СВЧ [29–36].

Как уже отмечалось выше, взаимодействия подсистем, в частности МУ взаимодействие, относятся к сравнительно слабым взаимодействиям. И наиболее ярко эти взаимодействия проявляют себя при резонансах и в окрестности точек ОФП. МУ взаимодействие в магнетиках в окрестности ОФП может стать преобладающим или сравнимым с другими взаимодействиями вследствие уменьшения магнитной анизотропии до нуля. В этом случае безразмерный параметр МУ взаимодействия резко возрастает и МУ взаимодействие может оказать существенное влияние на статистические, динамические, кинетические и другие свойства магнетиков. Исследование влияния МУ взаимодействия на свойства магнетиков началось в 60-х годах прошлого века с работ Рудашевского, Шальниковой [37], Тасаки, Ииды [38], Боровика-Романова, Рудашевского [39, 40], Шаврова [41], Турова, Шаврова [42], Ишмухаметова, Новожилова, Шаврова [43], Шаврова [44-46], Ииды, Тасаки [47], Мицумиши, Ииды [48], Коренблита [49], Савченко [50]. Эти работы дали начало новому направлению в физике магнитных явлений — исследованию эффектов сильного проявления сравнительно слабых взаимодействий.

В работах [38] и [40] при исследовании антиферромагнитного резонанса (АФМР) в гематите ( $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) экспериментально был открыт эффект, который в литературе получил название эффекта «магнитоупругой щели» [40, 42] или «замороженной решетки» [51–53]. Из опытов по АФМР было определено, что резонансная частота определяется соотношением

$$\omega_0^2 = \omega_A^2 + \omega_{me}^2, \tag{B.1}$$

где  $\omega_A$  — частота АФМ резонанса, определяемая внешним магнитным полем и магнитной анизотропией, перенормированной магнитострикцией, а  $\omega_{me}$  — эффектом «магнитоупругой щели», появляющийся вследствие динамического взаимодействия спиновой подсистемы с решеткой кристалла. В точке ОФП  $\omega_A$  зануляется, и в динамике МУ взаимодействие приводит к растяжению или сжатию образца в направлении вектора антиферромагнетизма и создает дополнительное эффективное поле для колебаний магнитных моментов. Намагниченность уже прецессирует вокруг этого поля с частотой  $\omega_{me}$ . Динамические деформации как бы вновь создают эффективную магнитную анизотропию, и намагниченность прецессирует вокруг этого направления — в магнитной подсистеме как бы исчезает фазовый переход. Именно так упругая подсистема влияет на магнитную подсистему вблизи точки и в самой точке ОФП.

В работах [42, 20] показано, что эффект «магнитоупругой щели», обусловленный МУ взаимодействием, является общим для всех магнитоупорядоченных кристаллов. Теоретические оценки величины МУ щели  $\omega_{me}$  для редкоземельных ФМ с анизотропией типа «легкая плоскость» (Dy, Tb) показали, что  $\omega_{me}/g \sim 10^5$  Э, т. е. имеет аномально большое значение (g — гиромагнитное отношение). Эти теоретические оценки были подтверждены экспериментально в опытах по неупругому рассеянию нейтронов на спиновых волнах [54, 55].

В результате исследований МУ взаимодействия в кристаллах с ФМ и АФМ порядком выяснилось, что МУ щель представляет собой одну сторону явления: она соответствует лишь одной точке спектра (k = 0) квазимагнонной ветви спектра связанных МУ волн. Щель обусловлена влиянием упругой подсистемы на магнитную. Другая же сторона явления заключается в том, что и колебания намагниченности влияют на колебания упругой подсистемы. Обе эти ветви связанных колебаний в окрестности ОФП (квазимагнонная и квазиакустическая) изменяют свой вид по сравнению с невзаимодействующими ветвями колебаний из-за сильного взаимодействия подсистем. В этом случае взаимодействие подсистем оказывается наиболее сильным, и магнонная щель целиком сводится к МУ щели. Сильное искажение квазиакустической ветви, такое, что при стремлении волнового числа к нулю  $(k \rightarrow 0)$  закон дисперсии для этой ветви изменяется с линейного на квадратичный, объясняется тем, что магноны «утяжеляют» фононы. Экспериментально этот эффект проявляется как уменьшение скорости звука при уменьшении  $\omega_A$  в (B.1), что может быть достигнуто за счет изменения магнитного поля, температуры или давления [56–63]. Смягчение квазифононной ветви проявляется также в возрастании вблизи точки ОФП ( $\omega_A = 0$ ) затухания звука [17–21, 64–75]. Вдали от ОФП

оба указанных эффекта (МУ щель и смягчение фононной моды) сильно подавляются большой анизотропией, входящей в первое слагаемое в (В.1). МУ щель в спектре квазимагнонов в области ОФП связана с антифазными колебаниями намагниченности и решетки. Аналогом таких колебаний являются оптические колебания решетки. Квазиупругим колебаниям соответствуют синфазные колебания спинов и решетки. Аналогом последних служат акустические колебания решетки.

Исследования влияния МУ взаимодействия на различные физические свойства, проводились для магнетиков с различным магнитным упорядочением. Работы [17, 18, 37–40, 47, 48, 56–59, 76–79] были выполнены в гематите ( $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), FeBO<sub>3</sub> [58, 60, 77, 79, 80], в кубических ФМ и АФМ [49, 81–88], ортоферритах [23, 24, 67–64, 89–102], в АФМ типа «легкая ось» вблизи поля опрокидывания (MnF<sub>2</sub>, CoF<sub>2</sub>, Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и др.) [18, 65–70, 102–106], в ФМ типа «легкая ось» [107] и в ферритах [108, 109]. В [110] был рассмотрен вопрос о МУ щели с точки зрения симметрии магнетика.

Наряду с упругими и спиновыми возбуждениями в магнитоупорядоченных кристаллах (диэлектриках, полупроводниках и металлах) могут существовать и электромагнитные (ЭМ) возбуждения, или колебания ЭМ поля. В металлах и полупроводниках в сильных магнитных полях могут распространяться слабозатухающие спиральные ЭМ волны (геликоны) [111, 112]. Взаимодействие спиновых и ЭМ волн в магнитном диэлектрике рассматривалось в работе Ахиезера, Барьяхтара и Пелетминского [113]. Связанные спиновые и спиральные волны, распространяющиеся вдоль внешнего магнитного поля в ФМ металле, были рассмотрены Штерном и Калленом [114], Бланк [115] рассмотрел связь спиновых и геликоидальных волн в случае произвольного направления распространения волн. Спектор и Касселман [116] рассмотрели взаимодействие спиновых волн с альфвеновскими волнами в ФМ металле, Барьяхтар, Савченко и Степанов [117] исследовали спектр связанных плазменных, ЭМ и спиновых волн в ФМ полупроводниках и металлах с магнитной анизотропией типа «легкая ось» и типа «легкая плоскость». Взаимодействие спиновой подсистемы с ЭМ полем, так называемое электромагнитно-спиновое (ЭМС) взаимодействие, приводит к изменению величины активации квазиспиновой ветви, т.е. в ней появляется член ЭМ природы — магнитостатическая частота  $\omega_M = 4\pi q M_s$ ,  $M_s$  — намагниченность насыщения. Также ЭМС взаимодействие приводит к уменьшению фазовой скорости ЭМ волн.

Взаимодействия спиновой и упругой, спиновой и ЭМ подсистем наиболее ярко проявляются в окрестности точки ОФП, что приводит к возникновению связанных МУ и ЭМ волн и изменению динамических свойств магнетиков [118, 119]. В частности указанные взаимодействия изменяют активацию квазиспиновых колебаний, и в точке ОФП она определяется как МУ, так и ЭМС взаимодействиями:

$$\omega_0 = \omega_{me} + \omega_M. \tag{B.2}$$

Геликоны также могут взаимодействовать с упругими и спиновыми волнами [120–123]. Взаимодействие геликонов с упругими и спиновыми волнами вдали от ОФП в одноосном ФМ металле изучалось в работах [122, 123]. В них было показано, что при определенных условиях в ФМ может наблюдаться тройной резонанс, при котором возбуждаются все три типа волн.

Всестороннее исследование влияния МУ и ЭМС взаимодействий на динамические свойства ФМ и АФМ в области ОФП стимулировало постановку новых экспериментов и формулировку новых теоретических задач связанных с взаимодействием подсистем магнитоупорядоченных кристаллов. Экспериментальные и теоретические исследования показали, что для более точного описания физических свойств и явлений, наряду с МУ и ЭМС взаимодействиями необходимо учитывать другие существующие в магнетиках взаимодействия и тип магнитного упорядочения.

Как уже отмечалось выше, МУ и ЭМС взаимодействия оказывает существенное влияние на распространение спиновых, упругих и ЭМ волн в магнетиках. В окрестности точки ОФП эти взаимодействия приводят к изменению спектра колебаний и возникновению связанных МУ и ЭМ волн. В частности, сильная МУ связь в области ОФП должна повлиять на скорость распространения ЭМ волн, на угол вращения плоскости поляризации ЭМ и МУ волн [124-126], а также на отражение, прохождение и поглощение ЭМ волн. Однако в указанных выше работах [113-118, 120-123] не проводился полный анализ особенностей законов дисперсии связанных МУ и ЭМ волн в области ОФП. Это относится как к ФМ диэлектрикам, так и к ФМ металлам. Не исследовалось ранее влияние МУ, ЭМС и акусто-электромагнитного взаимодействия (обусловленного действием силы Лоренца на ионы магнетика) на спектр связанных волн в магнетиках. Более того, вблизи точек ОФП спектры связанных МУ волн и геликонов еще не исследовался.

Учет взаимодействия различных подсистем магнетиков приводит к появлению новых физических эффектов. В частности, учет МУ и ЭМС взаимодействий ведет к аномальному поведению коэффициента отражения ЭМ волн (КО ЭМВ) вблизи и в точке ОФП. Проблема расчета КО ЭМВ от поверхности магнитоупорядоченной среды при учете взаимодействия подсистем содержит в себе несколько задач. Это определение дисперсионного уравнения, спектров связанных колебаний и динамической магнитной проницаемости. После решения этих проблем решается задача на граничные условия (на напряженности и индукции ЭМ поля, упругие смещения и напряжения, намагниченность) и определяется КО ЭМВ.

Интерес к исследованиям КО ЭМВ от поверхностей твердых тел обусловлен тем, что в современной науке и технике имеется потребность, как в высокоотражающих (неметаллических), так и в поглощающих покрытиях, а также в материалах с управляемым коэффициентом отражения [127].

Введение

Известно, что КО при нормальном падении ЭМ волны из вакуума на границу среды с отличными от единицы диэлектрической  $\varepsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостями определяется формулой [128]

$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu}} \right|^2. \tag{B.3}$$

Формула (В.3) справедлива только в тех случаях, когда и  $\varepsilon$  и  $\mu$ не имеют пространственной дисперсии. Как видно, уменьшение КО может быть достигнуто за счет близости значений диэлектрической и магнитной проницаемостей вещества, а увеличение - при выполнении неравенства  $\varepsilon \gg \mu$  либо  $\varepsilon \ll \mu$ . Обычно решение данной проблемы на практике реализуется с помощью создания композитных (или искусственных) материалов с управляемыми за счет изменения состава и структуры диэлектрической и магнитной проницаемостями [127, 129-131]. Однако имеется и другая, более простая возможность управления КО ЭМВ — за счет изменения динамической магнитной проницаемости магнитоупорядоченных веществ при постоянной диэлектрической проницаемости. Магнитная проницаемость, как известно, может аномально возрастать или уменьшаться в области частот магнитных резонансов, которые лежат в СВЧ-дапазоне [29]. При этом может резонансно зависеть от частоты и КО. Отмеченное явление наблюдалось экспериментально [132] при исследовании КО ЭМВ от тулиевого ортоферрита (TmFeO<sub>3</sub>) в субмиллиметровом диапазоне длин волн.

В работе [133] был теоретически исследован КО в гигагерцовом диапазоне частот от полубесконечного проводящего ферромагнетика кубической симметрии и системы АФМ диэлектрик-немагнитный металл. Также в работе были представлены экспериментальные результаты по отражению ЭМ волн от поверхности кобальтового феррита и АФМ FeBO<sub>3</sub> в диапазоне частот 8–12 ГГц. Оказалось, что в случае хорошо проводящего феррита в области ФМ резонанса удается понизить КО ЭМВ на 50%. Для системы АФМ диэлектрик-немагнитный металл также имеются резонансные провалы КО в области ФМ резонанса. При соответствующем подборе величин размагничивающих факторов и коэффициента затухания спиновых волн в работе удалось достигнуть хорошего согласия между теоретическими и экспериментальными результатами.

Слоисто-периодические структуры представляют собой новый тип искусственно создаваемых материалов. Свойствами таких структур легко управлять, изменяя состав слоев, их размеры, внешние параметры — температуру, упругие напряжения, магнитное поле и т.д. Исследования КО ЭМВ от поверхностей слоистых структур, содержащих магнитные слои, практически не проводились. Имеются в основном лишь работы по электродинамике [134], магнитным [135] и магнитооптическим свойствам магнетиков [136-138], а также по распространению электромагнитных волн в таких средах [139, 140]. В работе [141] исследовано прохождение ЭМ волны через периодическую структуру сверхпроводник-диэлектрик, состоящую из чередующихся слоев диэлектрика и тонких слоев сверхпроводника второго рода. Обнаружена резкая зависимость КО от угла падения волны, толщины сверхпроводящей пленки и величины внешнего магнитного поля. В работах [142, 143] рассматривалось прохождение нормально падающей ЭМ волны через сверхструктуру из периодически повторяющихся магнитных и немагнитных слоев во внешнем магнитном поле, параллельном направлению волны. В качестве магнитных слоев выбирались ФМ [142] и АФМ [143]. Аномальное поведение КО ЭМВ наблюдалось на резонансных частотах. Было показано, что управлять КО ЭМВ от данных структур можно за счет изменения числа чередующихся слоев. Однако, в перечисленных работах не исследовалось влияние МУ и ЭМС взаимодействий на поведение КО ЭМВ от поверхностей магнитоупорядоченных сред.

В монографии проводятся аналитические и численные расчеты КО ЭМВ от поверхностей магнитоупорядоченных сред (полубесконечного ФМ, ФМ пластины и структуры ФМ диэлектрик-немагнитный металл) при учете МУ и ЭМС взаимодействий и затухания спиновых волн как вблизи, так и вдали от точки ОФП.

При движении электрона в сплошной среде его скорость, оставаясь всегда меньше скорости света в вакууме, может превосходить скорость света в данной среде. В этом случае электрон начинает обгонять ЭМ поле, которое, отрываясь от него, начинает излучать. Это явление носит название эффект Вавилова-Черенкова. Данный эффект напоминает собою волны Маха, которые излучают тела при движении в воздухе со сверхзвуковыми скоростями. Излучению Вавилова-Черенкова в различных твердых телах посвящено достаточно большое количество работ. Исследования по данному вопросу обобщены в работах [244-247]. Излучение Вавилова-Черенкова рассматривалось в диэлектрических и магнитоупорядоченных изотропных и анизотропных средах. Оказалось, что для изотропных сред условие существования излучения является довольно жестким — скорость движения заряда vдолжна быть больше фазовой скорости света в среде. В анизотропной диэлектрической среде излучение Вавилова-Черенкова возможно и при нерелятивистском движении заряда ( $v \ll 0$ ) [248]. В работе [249] было показано, что излучение Вавилова-Черенкова в анизотропной среде имеет более сложный характер по сравнению с излучением в изотропной среде, поскольку в первой имеется два некруговых конуса лучей и интенсивность излучения неодинакова на образующих этих конических поверхностей.

Исследование излучения Вавилова-Черенкова в изотропном магнитном диэлектрике [150] показало, что энергия, теряемая зарядом

на излучение ЭМ волн, отнесенная к интервалу частот, пропорциональна магнитной проницаемости магнетика. В работе [151] было показано, что в ФМ средах излучение Вавилова-Черенкова должно наблюдаться в области низких частот ( $\omega \sim 10^{10} - 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ), соответствующих частотам ФМ резонанса. Таким образом, излучение Вавилова-Черенкова в изотропных и анизотропных диэлектрических и магнитоупорядоченных средах достаточно хорошо изучено. Однако до сих пор не изучен вопрос об особенностях излучения Вавилова-Черенкова в среде в области ОФП. Магнитный ОФП в ФМ сопровождается резким увеличением динамической магнитной проницаемости и, как следствие, существенным уменьшением скорости ЭМ волн. В связи с этим, следует ожидать, что излучение Вавилова-Черенкова будет иметь особенности в области указанного фазового перехода.

В монографии, при учете взаимодействия спиновой, упругой и ЭМ подсистем, исследуется излучение Вавилова–Черенкова в магнитогиротропной среде вблизи точки магнитного ОФП.

До последнего времени во всех работах, посвященных исследованию взаимодействия подсистем в магнитоупорядоченных кристаллах, при рассмотрении основного состояния однодоменных образцов предполагалось, что деформации и напряжения внутри образца являются однородными. Это утверждение справедливо лишь в том случае, когда в основном состоянии магнетика распределение намагниченности является однородным.

В настоящее время известно большое количество веществ, имеющих неоднородную по всему объему образца намагниченность М в основном состоянии. Прежде всего, к ним относятся редкоземельные металлы и соединения на их основе, а также некоторые соединения на основе переходных металлов. Эти вещества могут быть как проводниками, так и диэлектриками. Наиболее полный перечень обсуждаемых веществ приведен в [152]. В этих веществах в определенных интервалах температур наблюдаются модулированные (спиральные или геликоидальные) магнитные структуры, в которых компоненты спиновых векторов периодически меняются при перемещении вдоль некоторого выделенного кристаллографического направления [153–174]. Перечислим типы структур, которые реализуются в модулированных магнетиках: SS — простая спираль (ее еще называют в литературе антиферромагнитной спиралью), FS — ферромагнитная спираль,  $S\widetilde{S}$  скошенная спираль, CS — сложная спираль, LSW — структура типа «продольной спиновой волны», TSW – типа «поперечной спиновой волны» и FAN — веерная структура. Типы LSW, SS, TSW вместе с их разновидностями образуют особый класс магнитного упорядочения, их можно рассматривать как длиннопериодическую модуляцию простых ФМ и АФМ структур.

В модулированных магнетиках период модуляции часто непрерывно меняется с температурой, принимая несоизмеримые с периодом кристаллической решетки значения, поэтому модулированные или длинно-

периодические структуры также называют несоизмеримыми или несоразмерными. Все эти определения выступают как синонимы. Надо отметить, что структуры FS и FAN существуют только в магнитном поле и получаются из SS структуры по мере приложения внешнего магнитного поля вдоль, либо поперек оси спирали. Любая из перечисленных структур характеризуется волновым числом спирали q,  $q = 2\pi/T$ , где T — период спирали. Причиной возникновения длиннопериодических структур является конкуренция положительных и отрицательных обменных взаимодействий между соседними атомами и следующими за ними (вторая координационная сфера) или отсутствие центра симметрии в магнитном кристалле. Часто при описании магнитных свойств модулированных структур используют феноменологический подход. Это возможно только при условии, если вектор спирали много меньше, чем вектор обратной решетки кристалла. Взаимодействие со следующими за соседними атомами учитывается путем сохранения в записи неоднородной обменной энергии инвариантов от более высоких степеней пространственных производных намагниченности [152, 159, 171-174]. Это относится к кристаллам с центром инверсии. В магнетиках без центра инверсии геликоидальное упорядочение может быть обусловлено линейными по производным намагниченности инвариантами (инвариантами Лифшица) [152, 156-159].

Наличие модулированной структуры у магнетиков приводит к существенным отличиям динамических свойств геликоидальных магнетиков от обычных ФМ и АФМ. Спектр спиновых волн имеет зонный характер и является безактивационным не при k = 0, как в АФМ и ФМ, а при волновом векторе, равном волновому вектору магнитной спирали k = q [152]. Спектр связанных волн в модулированных структурах еще не полностью изучен. МУ волны в ферромагнитной фазе кристаллов со спиральной структурой рассматривались в [175, 176]. Некоторые аспекты взаимодействия упругих и спиновых колебаний в спиральной фазе магнетиков рассматривались с работах [177–179]. Однако, в них не учитывались спонтанные деформации, возникающие в основном состоянии. Последовательный учет спонтанных деформаций в геликоидальной фазе гексагональных магнетиков проведен в [180]. В работе показано, что наличие неоднородной намагниченности в основном состоянии обуславливает и неоднородные напряжения во всем объеме кристалла. При этом, в случае  $qd \gg 1$  (d – размер образца), а также при отсутствии анизотропии в базисной плоскости и магнитного поля, деформации в плоскости, перпендикулярной волновому вектору q, становятся изотропными. В результате все это приводит к отсутствию МУ щели в спектре квазиспиновых волн. В монографии исследуется влияние МУ взаимодействия на спектр связанных колебаний одноосных спиральных магнетиков с центром и без центра симметрии при наличии внешнего магнитного поля вдоль оси симметрии и при индуцированных им фазовых переходах FS-F и FS-SS. Также в фазе SS исследуется влияние МУ и ЭМС взаимодействий на спектр связанных волн магнитного диэлектрика. Исследуются отражение электромагнитных волн от геликоидального магнетика, эффект Фарадея и его акустический аналог.

Процесс взаимодействия ЭМ волн с твердым телом сопровождается многими физическими явлениями — отражением и поглощением ЭМ излучения, генерацией различных элементарных возбуждений и т. д. Падение ЭМ волн на границу магнитного металла сопровождается генерацией в нем спиновых и звуковых колебаний. Совокупность экспериментальных и теоретических методов, используемых для изучения этого явления, образуют в настоящее время самостоятельную область физики твердого тела на стыке традиционной акустики и радиоспектроскопии. Исследование явления возбуждения ультразвука ЭМ волнами позволяет получить новые сведения не только о самих процессах трансформации, но и о различных характеристиках самого материала [181, 182].

Возбуждение ультразвука в проводнике ЭМ волнами возможно за счет нескольких механизмов электромагнитно-акустического преобразования (ЭМАП).

Деформационный механизм ЭМАП заключается в том, что часть энергии электромагнитной волны, проникающей на глубину скин-слоя проводника, превращается в джоулево тепло. В отсутствие постоянного магнитного поля возбуждение ультразвука происходит лишь в условиях аномального скин-эффекта, когда длина свободного пробега электрона превышает толщину скин-слоя. Полная сила, действующая на металл, равна нулю, и в этом случае прямое воздействие электрического поля волны на ионы в скин-слое локально не компенсируется их столкновениями с электронами. Электроны передают свой избыточный импульс решетке в поверхностном слое толщиной порядка длины своего свободного пробега. Детальному анализу деформационного механизма ЭМАП посвящены работы [182, 183–198].

Индукционный механизм ЭМАП наблюдается при приложении к проводнику помимо переменного магнитного поля еще и постоянного. В этом случае на электроны в скин-слое действует сила Лоренца, направление которой определяется ориентацией постоянного магнитного поля относительно границы металла. Взаимодействует с кристаллической решеткой, электроны возбуждают в ней упругие колебания [182, 199–210]. Помимо деформационного и индукционного ЭМАП, генерация ультразвука происходит также за счет термоупругого [211] и инерционного [212, 213] механизмов. Однако, эти механизмы ЭМАП экспериментально не исследованы.

В магнитных металлах наряду с перечисленными механизмами возникает магнитострикционный (или МУ) механизм ЭМАП. Внешнее переменное магнитное поле, в скин-слое металла, действуя на систему атомных магнитных моментов, за счет МУ взаимодействия вызывает деформацию кристаллической решетки генерируя тем самым звуковые волны. Детальному изучению МУ механизма ЭМАП посвящено много работ (см. например [181, 182] и библиографию к ним). Все экспериментальные и теоретические работы по ЭМАП за счет МУ механизма были выполнены для металлов, находящихся в ФМ и АФМ фазах. Изучению кристаллов, находящихся в фазах с модулированными магнитными структурами, посвящено несколько экспериментальных работ [214–222]. Теоретическому же изучению ЭМАП в металлах с модулированными магнитными структурами не было посвящено ни одной работы. В монографии теоретически исследуется процесс генерации звука ЭМ волной в гексагональных редкоземельных металлах (Dy и Er), имеющих модулированные фазы.

Особый вид динамических эффектов в материалах с модулированной магнитной структурой может наблюдаться при фазовых переходах, сопровождающихся возникновением или исчезновением модулированной структуры. Похожие эффекты хорошо известны для периодически распределенных источников излучения различной природы. Они, как правило, заключаются в излучении волн различного типа. Так, источником электромагнитного излучения могут служить наноструктурированные металлические пленки, облучаемые лазерными импульсами [223, 224]. Теоретическая модель, описывающая данный эффект, предложена в [225]. При сверхбыстром перемагничивании ферромагнитных пленок не так давно было обнаружено излучение терагерцевого диапазона [226, 227]. Излучение терагерцевых волн может происходить и при возбуждении магнонов, например фемтосекундным лазерным импульсом в антиферромагнетике [228] или импульсами инфракрасного диапазона в легированных магнитных полупроводниках [229]. Недавно [230] было экспериментально обнаружено электромагнитное излучение в сплаве Гейслера Ni<sub>2.14</sub>Mn<sub>0.81</sub>GaFe<sub>0.05</sub> при магнитоструктурном фазовом переходе. Была предложена модель, в которой излучение обусловлено движущимися дислокациями с ненулевым дипольным моментом. В настоящей монографии показано, что электромагнитное излучение спиральных магнетиков при ориентационных фазовых переходах может быть сравнимо и даже превышать излучение сплава Гейслера.

В прикладных аспектах изучение влияния взаимодействия подсистем на связанные колебания и волны в магнитоупорядоченных кристаллах при ОФП представляет большой интерес в связи с перспективами использования данных волн в твердотельных устройствах функциональной электроники. Так, эти волны могут осуществлять задержку, запоминание и преобразование сигнала. Связанные волны могут эффективно возбуждаться как переменным упругим полем, так и электромагнитным; быть поверхностными; взаимодействовать с электронами проводимости и т. д. Скорость их распространения можно изменять в довольно широком интервале с помощью внешних воздействий. Все это приводит к возможности создания наукоемких технологий и устройств, аналогичных по своим конструкциям и функциям устройствам СВЧ на ультразвуковых, спиновых и магнитостатических волнах [36, 231–248].

В настоящее время интерес к изучению свойств геликоидальных магнетиков, в том числе, обусловлен возможностью возникновения спонтанной поляризации при наличии специфического модулированного магнитного упорядочения [249-251]. Материалы, которые одновременно обладают как электрическими, так и магнитными свойствами, называются мультиферроиками. Впервые возникновение спонтанной поляризации при наличии специфического магнитного упорядочения было обнаружено в манганите тербия в 2003 году [252], затем в 2004 году в манганате тербия [253] и многих других материалах. Эксперимент однозначно показал связь спонтанной поляризации с модулированным магнитным упорядочением. Феноменологически связь поляризации Р и неоднородной намагниченности М может быть описана допустимым симметрией членом третьего порядка в плотности свободной энергии:  $PM(\partial M/\partial x)$ . Такая связь линейна по поляризации, и значит, даже слабое взаимодействие подобного типа приведет к электрической поляризации материала при неоднородном магнитном упорядочении. В данной монографии мы не будем рассматривать мультиферроики, однако, качественно, все результаты должны быть справедливы и для таких материалов. Детали и особенности взаимодействия волн различного типа в геликоидальных мультиферроках интересующийся читатель может найти, например, в наших предыдущих работах [254-258].

Целью монографии является теоретическое исследование влияния взаимодействия подсистем (магнитной упорядоченной, парамагнитной, упругой, электромагнитной) на динамические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. Рассматриваются магнетики с ферромагнитным и геликоидальным упорядочением как вдали, так и вблизи точек магнитных ОФП.

Монография состоит из введения, пяти глав и двух приложений.

Первая глава посвящена теоретическому исследованию влияния МУ, ЭМС и АЭМ взаимодействий на спектр связанных волн в ФМ кристалле кубической симметрии, находящемся во внешнем магнитном поле, совпадающем по направлению с вектором намагниченности [119, 259]. Рассмотрен случай распространения в ФМ связанных волн вдоль кристаллографической оси [001]. Получены дисперсионные уравнения для ФМ диэлектрика и ФМ металла в слабых и сильных магнитных полях. Исследованы особенности поведения связанных колебаний как вдали, так и вблизи ОФП. Определены условия выполнения различного рода резонансов. Получен тензор магнитной восприимчивости ФМ при учете вышеперечисленных взаимодействий. Изучено вращение плоскости поляризации ЭМ и МУ волн в ФМ диэлектрике в области ОФП. Рассмотрены особенности излучения Вавилова–Черенкова в анизотропном ФМ диэлектрике в области ОФП. Рассмотрено излучение ЭМ волн СВЧ диапазона при движении заряженной частицы в гиротропном ФМ во внешнем магнитном поле. Направление скорости частицы совпадает с направлением магнитного поля. Получены Фурье-компоненты ЭМ поля в гиротропном ФМ диэлектрике, условия излучения нормальных ЭМ волн в зависимости от величины скорости заряда и внешнего магнитного поля. Рассчитаны потери энергии частицы на излучение нормальных ЭМ волн. Показано, что в анизотропном ФМ диэлектрике возможно излучение Вавилова-Черенкова в широком частотном диапазоне и при малых скоростях частицы. В области ОФП энергия излучения сильновзаимодействующей с МУ волнами ЭМ волны на несколько порядков превосходит энергию излучения слабовзаимодействующей ЭМ волны. При увеличении магнитного поля (при отходе от точки ОФП) интенсивность излучения волн возрастает на несколько порядков.

Вторая глава посвящена аналитическим и численным исследованиям КО ЭМ волн от поверхности полубесконечного кубического ФМ диэлектрика, пластины ФМ диэлектрика и структуры пластина ФМ диэлектрик-полубесконечный немагнитный металл в геометрии Фарадея. Расчеты проведены с учетом МУ и ЭМС взаимодействий и релаксации в спиновой подсистеме [260-264]. Рассмотрен случай нормального падения плоской линейнополяризованной монохроматической ЭМ волны. Приведены результаты численных расчетов частотных и полевых зависимостей КО ЭМВ при различных значениях параметра затухания, постоянных анизотропии, магнитострикции и толщины пластины ФМ, как вблизи, так и в точке ОФП. Аналитически определены условия, при которых КО ЭМВ может принимать максимальные и минимальные значения. Также исследованы особенности КО правои левополяризованных волн. Показано, что КО ЭМВ от поверхностей указанных структур можно управлять с помощью внешнего магнитного поля.

Третья глава посвящена исследованию влияния МУ и ЭМС взаимодействий на спектр связанных волн в магнитных кристаллах с геликоидальной структурой во внешнем магнитном поле вдоль оси симметрии [265, 266]. Получен спектр связанных МУ волн в модулированных фазах геликоидальных магнетиков с инвариантами Лифшица (кристаллы без центра симметрии) и без инвариантов Лифшица (кристаллы с центром симметрии). Изучено поведение спектра колебаний вблизи ОФП по магнитному полю в одноосных геликоидальных магнетиках. Исследован спектр связанных МУ и ЭМ волн в длиннопериодических структурах типа SS и FS. Показано, что спектры связанных колебаний в геликоидальных магнетиках имеет существенные отличия от подобных спектров в ФМ и АФМ. Рассмотрены эффекты вращения плоскости поляризации электромагнитных и упругих волн в магнетиках с FS структурой [267–269]. Исследовано отражение электромагнитной волны от FS структуры [270, 271]. Четвертая глава посвящена исследованию ЭМАП в кристаллах с длиннопериодическими магнитными структурами за счет МУ механизма. Изучены процессы генерации продольного и поперечного звука ЭМ волной в гексагональных магнитных металлах (Dy, Er) в модулированных фазах во внешнем магнитном поле [272, 273]. Получены выражения для амплитуд возбуждаемых упругих волн и эффективностей ЭМАП в модулированных фазах металлов. Показано, что увеличение эффективности ЭМАП в области фазовых переходов обусловлено особенностями статической и динамической магнитных восприимчивостей металлов. Приводится сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Пятая глава посвящена теоретическому исследованию процессов генерации звуковых и электромагнитных волн магнетиками со спиральной магнитной структурой при ориентационных фазовых переходах [274, 275]. Исследования генерации электромагнитных и звуковых волн проводились для модулированных фаз геликоидальных магнетиков с инвариантами Лифшица (кристаллы без центра симметрии) и без инвариантов Лифшица (кристаллы с центром симметрии). В качестве модельных процессов фазовых переходов рассмотрены бесконечно быстрое изменение основного состояния и линейное изменение поперечной составляющей намагниченности. Исследованы также особенности преобразования СВЧ волн спиральными магнетиками и электромагнитно-акустическое преобразование в таких материалах. Показана возможность излучения гиперзвуковых и электромагнитных волн с длиной волны равной периоду структуры спиральными магнетиками при фазовых переходах. Интенсивность импульсов определяется скоростью фазового перехода.

Авторы благодарны фондам РФФИ и РНФ за финансовую поддержку части исследований и за издание этой монографии.

### Глава 1

# СВЯЗАННЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В КУБИЧЕСКИХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ В ОБЛАСТИ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

Известно, что в магнитоупорядоченных кристаллах закон дисперсии связанных МУ волн вблизи точек ОФП изменяется кардинальным образом [20, 21]. В законе дисперсии квазиспиновых волн появляется активация МУ происхождения, а закон дисперсии квазиупругих колебаний меняется с линейной зависимости от волнового числа на квадратичную зависимость в самой точке перехода. Очевидно, что взаимодействие между МУ и ЭМ волнами в ферромагнетиках должно привести к появлению новых особенностей в спектре связанных колебаний в области ОФП.

Связанные МУ и ЭМ волны уже изучались в ряде работ (см., например, [118]). В [118] исследовались связанные колебания одноосных ФМ диэлектриков и проводников. В [220, 222] изучался спектр связанных волн в гексагональных ФМ металлах. В указанных работах было отмечено, что квазиспиновая ветвь в точке ОФП имеет активацию, которая определяется как МУ, так и электромагнитно-спиновым (ЭМС) взаимодействием. В ФМ диэлектриках в точке ОФП закон дисперсии квазиупругих волн квадратично зависит от волнового числа, а ЭМ волны имеют линейный закон дисперсии, с фазовой скоростью, значительно меньшей, чем вдали от ОФП. В ФМ металлах из-за наличия скин-слоя квазиупругие волны в точке ОФП сохраняют свой линейный закон дисперсии, а на зависимости квазиспиновых волн от волнового числа появляется область, где эти волны становятся затухающими.

Вместе с тем, в указанных работах не проводился полный анализ особенностей законов дисперсии связанных МУ и ЭМ волн в области ОФП. Это относится как к ФМ диэлектрикам, так и к ФМ металлам. Более того, в ФМ металлах, находящихся в магнитном поле, кроме затухающих в скин-слое ЭМ волн могут существовать и распространяющиеся слабозатухающие спиральные ЭМ волны (геликоны) [111, 112]. Эти волны также могут взаимодействовать с упругими и спиновыми волнами [120, 121]. Взаимодействие геликонов с упругими и спиновыми волнами вдали от ОФП в одноосном ферромагнитном металле изучалось в работах [122, 123]. В них было показано, что при определенных условиях в ферромагнетике может наблюдаться тройной резонанс, при котором возбуждаются все три типа волн. В данной главе исследуются законы дисперсии связанных МУ волн и геликонов вблизи ОФП, а также рассматриваются условия излучения Вавилова–Черенкова при движении заряда в ферромагнитном диэлектрике.

### 1.1. Энергия и основное состояние ферромагнетика

Для кубического ферромагнитного кристалла плотность свободной энергии *F* можно записать в виде:

$$F = F_{\rm M} + F_{\rm MV} + F_{\rm V} - \mathbf{H}\mathbf{M} - \frac{1}{2}\mathbf{H}_m\mathbf{M} + \frac{1}{2}\Lambda\left(\mathbf{M}^2 - M_0^2\right).$$
(1.1)

Здесь *F*<sub>M</sub> плотность магнитной энергии:

$$F_{\rm M} = \frac{1}{2} \alpha M_0^2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_K}\right)^2 + K_1 \left(m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2\right) + K_2 m_x^2 m_y^2 m_z^2, \quad (1.2 \text{ a})$$

плотность магнитоупругой энергии

$$F_{MY} = B_1 \left( m_x^2 u_{xx} + m_y^2 u_{yy} + m_z^2 u_{zz} \right) + 2B_2 \left( m_x m_y u_{xy} + m_x m_z u_{xz} + m_y m_z u_{yz} \right), \quad (1.26)$$

плотность упругой энергии

$$F_{\rm Y} = \frac{1}{2} c_{11} \left( u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2 \right) + c_{12} \left( u_{xx} u_{yy} + u_{yy} u_{zz} + u_{xx} u_{zz} \right) + 2c_{44} \left( u_{xy}^2 + u_{zy}^2 + u_{zx}^2 \right), \quad (1.2 \text{ B})$$

 $\alpha$ , K, B, c — постоянные неоднородного обмена, анизотропии, упругости;  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$ ,  $M_0$  — намагниченность насыщения,  $\mathbf{M}$  — вектор намагниченности,  $u_{ij}$  — тензор деформаций. Четвертое и пятое слагаемые в (1.1) описывают энергию взаимодействия намагниченности с внешним магнитным полем и однородным размагничивающим полем соответственно (для бесконечного образца  $\mathbf{H}_m = 0$ ). Последнее слагаемое в (1.1) введено для выполнения условия  $\mathbf{M}^2 = \mathbf{M}_0^2$ ,  $\Lambda$  — множитель Лагранжа.

Рассмотрим бесконечный кубический ферромагнетик, находящийся во внешнем постоянном магнитном поле  $\mathbf{H}||\mathbf{M}_0||\mathbf{z}$ , ось  $\mathbf{z}$  направлена вдоль кристаллографической оси [001]. Решение уравнений Эйлера для

каждой из подсистем ферромагнетика дает его основное состояние в виде:

$$m_{x}^{0} = m_{y}^{0} = 0, \quad m_{z}^{0} = 1,$$

$$u_{xx}^{0} = u_{yy}^{0} = B_{1}c_{12}/\Delta_{1},$$

$$u_{zz}^{0} = -B_{1}c_{11}/\Delta_{1} - u_{xx}^{0}, \quad u_{ij}^{0} = 0, \quad (i \neq j),$$

$$\Delta_{1} = (c_{11} - c_{12}) (c_{11} + 2c_{12}),$$

$$\mathbf{H}_{0} = \mathbf{H},$$

$$\Lambda = H_{0}/M_{0} - 2B_{1}u_{zz}^{0}/M_{0}^{2}.$$
(1.3)

Исследуем ферромагнетик, магнитную анизотропию которого можно описать с помощью первой константы кубической анизотропии  $K_1 < 0$ . В этом случае при уменьшении величины внешнего магнитного поля H, при  $H = H_A = 2|K|/M_0$  в ферромагнетике будет иметь место ОФП 2-го рода из коллинеарного состояния с  $\mathbf{M}_0$ || $\mathbf{z}$  в угловую фазу с намагниченностью в плоскости типа (110).

# 1.2. Спектр взаимодействующих колебаний ферромагнетика

Для получения законов дисперсии связанных волн воспользуемся системой уравнений Ландау–Лифшица, теории упругости и Максвелла:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = g \left[ \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} \right] + \mathbf{R}; \tag{1.4}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{c} \left[ \mathbf{j} \times \mathbf{B} \right]_i, \qquad (1.5)$$

rot 
$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
, rot  $\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$   
div  $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ , div  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$  (1.6)

Здесь g — гиромагнитное отношение,  $\mathbf{H}_{\mathrm{eff}} = -\delta F/\delta \mathbf{M}$  — эффективное магнитное поле внутри ферромагнетика,  $\mathbf{R}$  — слагаемое, учитывающее релаксацию в магнитной подсистеме,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  — напряженности электрического и магнитного полей соответственно, c — скорость света в вакууме,  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\mathrm{CM}} + \mathbf{j}_{\mathrm{np}}$ ,  $\mathbf{j}_{\mathrm{CM}} = (\partial \mathbf{D}/\partial t)/4\pi$  — плотность тока смещения,  $\mathbf{D} = \widehat{\varepsilon} (\mathbf{E} + [\partial \mathbf{u}/\partial t, \mathbf{B}]/c)$  — индукция электрического поля,  $\widehat{\varepsilon}$  — тензор диэлектрической проницаемости (для кристалла кубической симметрии  $\widehat{\varepsilon} = \varepsilon \delta_{ij}$ ),  $\mathbf{j}_{\mathrm{np}} = \sigma (\mathbf{E} + [\partial \mathbf{u}/\partial t, \mathbf{B}]/c)$  — плотность тока проводимости,  $\widehat{\sigma}$  — тензор электропроводности,  $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$  — магнитная индукция,  $\rho$  — плотность  $\Phi \mathbf{M}$  кристалла,  $\mathbf{u}$  — вектор смещения,  $\sigma_{ij} = \frac{1}{2}(\delta_{ik} + 1)\partial F/\partial u_{ik}$  — тензор напряжений. В данной главе не будем учитывать релаксацию в магнитной подсистеме, т.е. положим

 $\mathbf{R}=0.$  Рассмотрим случай распространения волн вдоль оси  $\mathbf{z},~\mathbf{k}\,||\,\mathbf{z},~\mathbf{k}-$  волновой вектор.

При наличии магнитного поля в ферромагнитном металле в тензоре электропроводности  $\hat{\sigma}$  следует учитывать недиагональные (холловские) компоненты [112]. В случае сильных магнитных полей при замкнутой поверхности Ферми недиагональные компоненты тензора  $\hat{\sigma}$  превосходят диагональные (диссипативные) компоненты:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0\\ -\sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix},$$
  
$$\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}, \sigma_{yy}; \quad \sigma_{yx} = \frac{(n_e - n_p)ec}{B_0} = -\sigma_{xy}, \qquad (1.7)$$

где  $n_e$ ,  $n_p$  — плотности электронов и дырок в металле, e — заряд электрона,  $B_0$  — магнитная индукция в металле. Выражение (1.7) справедливо при условии пренебрежения пространственным изменением функции распределения электронов и при условии, когда циклотронная частота  $\Omega = eB_0/m_0c~(m_0$  — эффективная масса электрона) превосходит частоту столкновений электронов  $\nu$  и частоту связанных колебаний  $\omega$ 

$$kr_L \ll 1, \quad \Omega \gg \nu, \omega$$
 (1.8)

где  $r_L \approx v_F / \Omega$  циклотронный радиус,  $v_F$  — скорость электронов на поверхности Ферми.

Будем искать решение уравнений (1.4)–(1.6) в виде плоских волн, распространяющихся вдоль оси z (пропорциональное  $\exp(-i\omega t + ikz)$ ). Дисперсионное уравнение связанных МУ и ЭМ волн имеет вид

$$(\omega \pm \omega_{e\pm})(\omega_{sk} \pm \omega)(\omega^2 - \omega_t^2) + \omega_{me}\omega^2(\omega \pm \omega_{e\pm}) + \omega\omega_M(\omega^2 - \omega_t^2) - \omega\omega_{ea}^2(\omega_{sk} \pm \omega) - \omega\omega_{ea}^2\omega_{me} = 0.$$
(1.9)

Здесь  $\omega_{e\pm} = c^2 k^2 / 4\pi \sigma_{\pm}$  — закон дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн правой и левой круговой поляризации соответственно,  $\sigma_{\pm} = \sigma_{yx} \mp (i\sigma_{xx} + \varepsilon \omega / 4\pi)$  — эффективная проводимость ферромагнетика,  $\omega_{sk} = gM_0\alpha k^2 + g(H - H_A)$  — закон дисперсии невзаимодействующих спиновых волн,  $\omega_t = s_t k$  — закон дисперсии невзаимодействующих поперечных упругих волн,  $s_t = (c_{44}/\rho)^{1/2}$  — скорость поперечного звука,  $c_{44}$  — модуль упругости,  $\omega_{me} = gM_0\zeta_{me}$  — частота МУ щели,  $\zeta_{me} = B_2^2/M_0c_{44}$  — безразмерный параметр МУ связи,  $B_2$  — постоянная магнитострикции,  $\omega_M = gM_0\zeta_{es}$  — магнитостатическая частота,  $\zeta_{es} = 4\pi$  — безразмерный параметр ЭМС взаимодействия (или дипольного взаимодействия, т. е. взаимодействия переменной намагниченности ферромагнетика с магнитной компонентой переменного ЭМ поля),  $\omega_{ea}^2 = \zeta_{ea}\omega_t^2$ ,  $\omega_{ea} = B_0^2/4\pi\rho s_t^2$  — безразмерный параметр акусто-электромагнитного (АЭМ) взаимодействия. В точке ОФП  $H = H_A$  закон

дисперсии невзаимодействующих спиновых волн имеет квадратичный характер:  $\omega_{sk} = g M_0 \alpha k^2$ .

Часто для изучения других динамических свойств ферромагнетиков, например, при исследовании отражения ЭМ и упругих волн от поверхности ферромагнетика, необходимо знание тензора динамической магнитной проницаемости. Тензор динамической магнитной проницаемости получается из решения системы связанных уравнений (1.4)-(1.6) при учете МУ, ЭМС и АЭМ взаимодействий, он приведен в приложении I.

Дисперсионное уравнение (1.9) позволяет получить законы дисперсии связанных МУ и ЭМ волн как в ФМ диэлектриках, так и в ФМ проводниках. Рассмотрим случаи диэлектрика и проводника в отдельности.

### 1.3. Ферромагнитный диэлектрик

Для ферромагнитного диэлектрика можно положить  $\sigma_{xx} = \sigma_{yx} = 0$ , и тогда частота  $\omega_{e\pm}$  примет вид

$$\omega_{e\pm} = \mp \frac{c^2 k^2}{\varepsilon \omega}.\tag{1.10}$$

Подставляя это выражение в (1.9), получим следующее дисперсионное уравнение связанных МУ и ЭМ волн для ФМ диэлектрика кубической симметрии

$$(\omega^{2} - \omega_{e}^{2})(\omega_{sk} \pm \omega)(\omega^{2} - \omega_{t}^{2}) + \omega_{me}\omega^{2}(\omega^{2} - \omega_{e}^{2}) + \omega_{M}\omega^{2}(\omega^{2} - \omega_{t}^{2}) - \omega_{ea}^{2}\omega^{2}(\omega_{sk} \pm \omega) - \omega_{ea}^{2}\omega_{me}\omega^{2} = 0.$$
 (1.11)

Здесь  $\omega_e = ck/\sqrt{\varepsilon}$  — закон дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн в диэлектрике.

В точке ОФП  $H = H_A$  и в длинноволновой области  $\omega_e \ll \omega_M$  дисперсионное уравнение (1.11) имеет решения

$$\omega_{1} = \omega_{M} + \omega_{me},$$

$$\omega_{2,3} = \left(\frac{\omega_{me}(\omega_{e}^{2} + \omega_{ea}^{2}) + \omega_{M}\omega_{t}^{2}}{\omega_{me} + \omega_{M}}\right)^{1/2},$$

$$\omega_{4,5} = \frac{1}{2} \frac{\omega_{e}^{2}\omega_{t}^{2}}{\omega_{me}(\omega_{e}^{2} + \omega_{ea}^{2}) + \omega_{M}\omega_{t}^{2}} \times \left[\left(1 + \frac{4\omega_{sk}\left[\omega_{me}(\omega_{e}^{2} + \omega_{ea}^{2}) + \omega_{M}\omega_{t}^{2}\right]}{\omega_{e}^{2}\omega_{t}^{2}}\right)^{1/2} \pm 1\right].$$

$$(1.12)$$

Видно, что спектр связанных колебаний состоит из пяти ветвей (рис. 1.1). Одна из ветвей — квазиспиновая ( $\omega_1$ ) имеет активацию,



Рис. 1.1. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферродиэлектрике в точке ОФП ( $H_0 = H_A$ ). Здесь и на рис. 1.2 пунктиром обозначены невзаимодействующие ветви электромагнитных ( $\omega_e$ ), упругих ( $\omega_t$ ) и спиновых ( $\omega_{sk}$ ) волн; сплошные кривые — ветви связанных электромагнитных и магнитоупругих волн ( $\omega_1 - \omega_5$ )

определяемую взаимодействием спиновых волн с ЭМ волнами (слагаемое  $\omega_M$ ), а также с упругими волнами (слагаемое  $\omega_{me}$ ). Ветви  $\omega_2$  и  $\omega_3$  имеют линейный закон дисперсии. В случае  $\omega_{me}\omega_e^2 \ll \omega_M\omega_t^2$  эти решения описывают квазиупругие волны, а в обратном случае — квазиэлектромагнитные. Последние две ветви имеют квадратичный закон дисперсии. При  $\omega_{me}\omega_e^2 \ll \omega_M\omega_t^2$  эти ветви являются квазиэлектромагнитными, а при обратном неравенстве — квазиупругими. Таким образом, из (1.12) следует, что в ферромагнитных диэлектриках при учете взаимодействия МУ и ЭМ волн в области малых волновых чисел квадратичный закон дисперсии могут иметь не только квазиупругие волны, но и квазиэлектромагнитные. Однако условие, при котором такая ситуация в ФМ диэлектриках может иметь место, является очень жестким. Для этого необходимо, чтобы между характеристиками магнетика выполнялось соотношение

$$\zeta_{me}c^2/4\pi\varepsilon < s_t^2. \tag{1.13}$$

Например, при типичных значениях постоянных  $B_2 = 1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup> и  $M_0 = 2 \cdot 10^3$  Гс,  $s_t = 3 \cdot 10^5$  см/с условие (1.13) может выполниться лишь при  $\varepsilon \sim 1 \cdot 10^3$ . Такие большие значения диэлектрическая проницаемость может принимать либо в сегнетоферромагнетиках, либо в области частот ее аномальной дисперсии. Из (1.12) также следует, что влияние АЭМ взаимодействия на спектр связанных волн в ФМ диэлектриках является очень незначительным, поскольку отношение  $(\omega_{ea}/\omega_e)^2 = B_0^2/4\pi\rho c^2 \ll 1$  даже в сверхсильных магнитных полях вплоть до 200 кЭ и более.



В области волновых чисел  $\omega_t \ll \omega_{me} \ll \omega_M \ll \omega_e$  решения дисперсионного уравнения (1.11) можно записать в виде

$$\begin{aligned}
\omega_{1,2} &= \omega_e (1 \pm \omega_M / \omega_e), \\
\omega_3 &= \omega_{me}, \\
\omega_{4,5} &= \frac{1}{2} \frac{\omega_t^2}{\omega_{me}} \left[ \left( 1 + \frac{4\omega_{sk}\omega_{me}}{\omega_t^2} \right)^{1/2} \pm 1 \right].
\end{aligned}$$
(1.14)

Отсюда следует, что в области волновых чисел  $k \gg \omega_M(\varepsilon)^{1/2}/c$ (при типичных значениях постоянных  $g \approx 2 \cdot 10^7 \ \Im^{-1} c^{-1}$ ,  $M_0 \approx 10^3 \ \Gamma c$ ,  $c = 3 \cdot 10^{10} \ cm/c$  это неравенство соответствует области  $k \ll 10 \ cm^{-1}$ ) взаимодействием МУ волн с ЭМ волнами можно пренебречь и рассматривать МУ волны (ветви  $\omega_{3,4,5}$ ) в отдельности от ЭМ волн (ветви  $\omega_{1,2}$ ). Таким образом, в области волновых чисел  $\omega_M \ll \omega_e$  закон дисперсии квазиспиновых волн определяется МУ связью, а квадратичный закон дисперсии могут иметь только квазиупругие ветви. Закон дисперсии квазиэлектромагнитных волн слабо отличается от закона дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн. Зависимость частот связанных МУ и ЭМ волн от волнового числа вдали от точки ОФП схематически представлена на рис. 1.2.

# 1.4. Ферромагнитный металл в слабом магнитном поле

В этом случае можно положить  $\varepsilon=0$  и  $\sigma_{xx}\gg\sigma_{yx}.$  Тогда частота  $\omega_{e\pm}$  запишется как

$$\omega_{e\pm} = \omega_e = \pm ic^2 k^2 / 4\pi \sigma_{xx}, \qquad (1.15)$$

$$(\omega \pm \omega_e)(\omega_{sk} \pm \omega)(\omega^2 - \omega_t^2) + \omega_{me}\omega^2(\omega \pm \omega_e) + + \omega\omega_M(\omega^2 - \omega_t^2) - \omega\omega_{ea}^2(\omega_{sk} \pm \omega) - \omega\omega_{ea}^2\omega_{me} = 0.$$
(1.16)

В отсутствие взаимодействия между подсистемами ( $\omega_{me} = 0, \omega_{ea} = 0, \omega_M = 0$ ) уравнение (1.16) описывает распространение в магнитном металле спиновых, упругих и ЭМ волн. Согласно (1.15) ЭМ волны являются сильнозатухающими — для них имеет место скин-эффект. При учете взаимодействия между подсистемами наличие скин-эффекта для ЭМ волн будет обуславливать появление затухания и у МУ волн.

В точке ОФП  $H = H_A$ , и при малых волновых числах спектр связанных колебаний ферромагнитного металла приближенно может быть записан как

$$\omega_{1} = \omega_{M} + \omega_{me} + \omega_{sk} + \frac{\omega_{e}\omega_{M}}{\omega_{M} + \omega_{me}} + \frac{\omega_{t}^{2}(\omega_{M}\zeta_{ea} + \omega_{me})}{(\omega_{M} + \omega_{me})^{2}};$$

$$\omega_{2,5} = \mp \frac{\omega_{e}\omega_{sk}}{\omega_{M} + \zeta_{ea}\omega_{me}};$$

$$\omega_{3,4} = \omega_{t} \left(1 - \frac{\omega_{me}(1 - \zeta_{ea})}{\omega_{M} + \omega_{me}}\right)^{1/2} \mp \frac{\omega_{e}\omega_{me}(\omega_{M} + \omega_{me}) - \omega_{t}^{2}(\zeta_{ea}\omega_{M} + \omega_{me})}{2(\omega_{M} + \omega_{me})^{2}}.$$
(1.17)

Отсюда видно, что, действительно, учет взаимодействия МУ волн с нераспространяющимися ЭМ волнами приводит к тому, что квазиупругие и квазиспиновые волны становятся затухающими (слагаемые в (1.17) пропорциональные  $\omega_e$  (1.15)). Закон дисперсии квазиупругих ветвей  $\omega_{34}$  в металле при  $k \rightarrow 0$  остается линейным относительно волнового числа, причем он слабо отличается от закона дисперсии упругих волн из-за малости отношения  $\omega_{me}/\omega_M$  в ФМ (рис. 1.3, 1.4). Активация квазиспиновой ветви  $\omega_1$  как и в ФМ диэлектрике определяется взаимодействием спиновых волн с ЭМ и упругими волнами. В отличие от квазиупругих волн закон дисперсии нераспространяющихся квазиэлектромагнитных волн  $\omega_{2.5}$  изменяется кардинальным образом. В точке ОФП  $H = H_A$  он зависит от волнового числа как  $k^4$ . Это приводит к уменьшению толщины скин-слоя в ФМ металле на несколько порядков. Действительно, из (1.17) получаем для эффективной толщины скин-слоя в ФМ металле в точке ОФП следующее выражение

$$\delta_{\rm eff} = (c^2 \alpha / 16 \pi^2 \sigma_{xx} \omega)^{1/4}$$

Например, при  $\alpha \sim 10^{-12}$  см<sup>2</sup>,  $\sigma_{xx} \sim 10^{17}$  с<sup>-1</sup> и  $\omega \sim 10^8$  с<sup>-1</sup> эффективная толщина скин-слоя  $\delta_{\rm eff} \sim 3 \cdot 10^{-4}$  см, в то время как в немагнитном металле она будет равна  $\delta \sim 3 \cdot 10^{-3}$  см, т.е. на порядок больше.

27



Рис. 1.3. Схематический спектр связанных МУ и ЭМ волн в кубическом ферромагнитном металле в слабых магнитных полях в точке ОФП при  $k_{ea} < k_{mea}$ . Здесь и на рис. 1.4 пунктиром обозначены невзаимодействующие ветви электромагнитных ( $\omega_e$ ), упругих ( $\omega_t$ ) и спиновых ( $\omega_{sk}$ ) волн; сплошные кривые — ветви связанных электромагнитных и магнитоупругих волн ( $\omega_1 - \omega_5$ ). Штрихпунктирные кривые — области сильного затухания ветвей связанных электромагнитных и упругих волн. Волновые числа  $k_{ea}$ ,  $k_{mea}$ ,  $k_{es}$  и  $k_1$  отвечают

точкам пересечения частот  $\omega_e$  и  $\omega_t,\,\omega_e$  и  $\omega_{me},\,\omega_e$  и  $\omega_M,\,\omega_{me}$  и  $\omega_t$ 



Рис. 1.4. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном металле в слабых магнитных полях в точке ОФП при  $k_{ea} > k_{mea}$ 

Анализ дисперсионного уравнения (1.17) при других значениях волновых чисел приводит к следующим результатам. При волновых числах  $k \sim k_{ea} = 4\pi\sigma_{xx}s_t/c^2$  (т.е. в области пересечения законов дисперсии нераспространяющейся ЭМ и упругой волн  $|\omega_e| = \omega_t$ ; при типичных значениях постоянных  $\sigma_{xx} \approx 10^{17}$  с<sup>-1</sup>,  $s_t \approx 3 \cdot 10^5$  см/с значение  $k_{ea}$  составляет  $\approx 10^3$  см<sup>-1</sup>) правополяризованные квазиупру-

гие волны  $\omega_3$  становятся сильнозатухающими (область, соответствующая штрих-пунктирному участку на рис. 1.3, 1.4). Для них имеет место скин-эффект. Если в ФМ металле выполняется соотношение  $k_{ea} < k_{mea} = (4\pi\sigma_{xx}\omega_{me}/c^2)^{1/2}$  (это возможно, например, при  $B_2 \approx 5 \times 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $c_{44} \approx 10^{11}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $M_0 \approx 100$  Гс, когда волновое число  $k_{mea} \approx 2 \cdot 10^3$  см<sup>-1</sup>), то при  $k > k_{mea}$  ветвь  $\omega_3$  становится квазиспиновой, а при  $k = k_1 > \omega_{me}/s_t$  она вновь превращается в правополяризованную квазиупругую ветвь (рис. 1.3). В противоположном случае она всегда является квазиупругой (рис. 1.4). В области волновых чисел  $|\omega_e| > \omega_M$  (или  $k > k_{es} = (4\pi\sigma_{xx}\omega_M/c^2)^{1/2})$  не распространяющейся становится ветвь  $\omega_1$ . В этом диапазоне волновых чисел распространяющейся является ветвь  $\omega_5$  с законом дисперсии  $\omega_5 \approx \omega_{sk}$  (рис. 1.3, 1.4). Законы дисперсии ветвей  $\omega_3$ ,  $\omega_4$  и  $\omega_5$  описывают связанные МУ волны. Если опять же в ФМ металле выполняется соотношение  $k_{ea} < k_{mea} = (4\pi\sigma_{xx}\omega_{me}/c^2)^{1/2}$  (рис. 1.3), то ветвь  $\omega_5$ при  $k_1 > k > k_{mea}$  описывает квазиупругие волны, а при  $k > k_1$  она имеет квазиспиновый характер (рис. 1.3). В противоположном случае ее характер всегда является квазиспиновым (рис. 1.4). Таким образом, в области волновых чисел  $k > k_{ea}$  можно пренебрегать АЭМ и ЭМС взаимодействиями и рассматривать связанные волны как МУ. В таком случае при  $k_{ea} < k_{mea}$  в области волновых чисел  $k_1 > k > k_{mea}$ величина дисперсии правополяризованных квазиупругих волн будет квадратично зависеть от k.

# 1.5. Ферромагнитный металл в сильном магнитном поле

В сильном магнитном поле главный вклад в частоту  $\omega_{e\pm}$  вносит недиагональная компонента тензора электропроводности  $\sigma_{yx}$ . В этом случае частота  $\omega_{e\pm}$  примет вид

$$\omega_{e\pm} = \omega_e = c^2 k^2 / 4\pi \sigma_{yx}, \qquad (1.18)$$

а дисперсионное уравнение для связанных волн будет совпадать с уравнением (1.16). Выражение (1.18) описывает распространение в ФМ металле невзаимодействующих слабозатухающих спиральных ЭМ волн — геликонов.

В точке ОФП  $H = H_A$  и при малых волновых числах  $(k \to 0)$  решения дисперсионного уравнения (1.16) выражаются формулами (1.17). Как и в предыдущем случае при  $k \to 0$  дисперсия квазиупругих колебаний  $\omega_{3,4}$  линейно зависит от волнового числа (рис. 1.5). Квазиспиновая ветвь  $\omega_1$  по-прежнему имеет активацию, определяемую дипольным и МУ взаимодействиями. Поскольку геликоны правой поляризации являются распространяющимися, то взаимодействие упругих и спиновых волн с ЭМ волнами не приводит к их затуханию в больших магнитных полях. В точке ОФП  $H = H_A$  наиболее существенно изменяется закон

29



Рис. 1.5. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном металле в сильных магнитных полях в точке ОФП при  $\omega_M \ll \omega_e(k_{ea})$ . Здесь и на рис. 1.6 пунктиром обозначены невзаимодействующие ветви электромагнитных ( $\omega_e$ ), упругих ( $\omega_t$ ) и спиновых ( $\omega_{sk}$ ) волн; сплошные кривые — ветви связанных электромагнитных и магнитоупругих волн ( $\omega_1 - \omega_5$ ). Волновое число  $k_{ea}$  соответствует точке пересечения частот  $\omega_e$  и  $\omega_t$ 

дисперсии квазигеликонов  $\omega_5(k)$ . Из (1.17) следует,  $\omega$  зависит от волнового числа как  $k^4$ .

Кроме пересечения невзаимодействующих ветвей в точке k = 0может иметь место и пересечение ветвей при  $k \neq 0$ . Геликонная и упругая ветви пересекаются в точке  $k_{ea} = s_t/D_h$ , где  $D_h = cB_0/(4\pi Ne)$ ,  $N = n_e - n_d$ . Законы дисперсии спиновых и упругих ветвей пересекаются в точке  $k_{me} = s_t/D_m$ , где  $D_m = gM_0\alpha$ . В точке ОФП при  $k \neq 0$ взаимодействие между геликонами и спиновыми волнами отсутствует. При типичных значениях постоянных ФМ [20, 122]  $M_0 \sim 10^3$  Гс,  $N \sim 6 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup>,  $g = 2 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>Э<sup>-1</sup>,  $\alpha \sim 10^{-12}$  см<sup>2</sup>,  $s_t \sim 3 \cdot 10^5$  см/с получаем для точек пересечения невзаимодействующих ветвей следующие значения волновых чисел:  $k_{ea} \sim 4 \cdot 10^9/B_0$  см<sup>-1</sup>,  $k_{me} \sim 10^7$  см<sup>-1</sup>. Отсюда следует, что в точке ОФП имеет смысл рассматривать только акусто-геликонный резонанс, поскольку магнитоакустический резонанс имеет место на границе применимости макроскопического подхода. Акусто-геликонный резонанс при  $B_0 \sim 4 \cdot 10^4$  Гс должен наблюдаться при  $k_{ea} \sim 4 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>, что соответствует частотам  $\sim 10^{10}$  с<sup>-1</sup>.

Для акусто-геликонного резонанса (т.е. при  $\omega = \omega_e = \omega_t$ ) из дисперсионного уравнения (1.16) получаются следующие решения.

При  $\omega_M \gg \omega_e(k_{ea})$  (рис. 1.5)

$$\omega_{1,2} = \omega_e + \omega_M + \omega_{me},$$
  

$$\omega_3 = \omega_e \left[ 1 + \frac{\zeta_{ea}(\omega_{me} - \omega_e)}{2\omega_M + \omega_{me}} \right],$$
  

$$\omega_4 = \omega_e \left[ 1 - \frac{\omega_{me}(1 - \zeta_{ea}/2)}{\omega_M} + \frac{\omega_e \zeta_{ea}}{2\omega_M} \right].$$
(1.19a)

В случае выполнения обратного неравенства  $\omega_M \ll \omega_e(k_{ea})$  (рис. 1.6)

$$\omega_{1,2} = \omega_e \left[ 1 - \frac{\omega_{me}}{2\omega_e} + \frac{\zeta_{ea}}{4} \right],$$
  

$$\omega_{3,4} = \omega_e \left[ 1 + \frac{\omega_M + \omega_{me}/2}{\omega_e} \pm \frac{1}{2} \left[ \frac{(\omega_M + \omega_{me}/2)^2}{\omega_e^2} + 4\zeta_{ea} \right]^{1/2} \right].$$
 (1.196)

Нижняя ветвь связанных колебаний ( $\omega_5$ ) здесь не приведена. Из (1.19) следует, что при акусто-геликонном резонансе наиболее сильно взаимодействуют геликоны и упругие волны одинаковой (правой) поляризации. Сдвиг резонансных частот для них составляет порядка  $\omega_M \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ . Упругие волны левой поляризации слабо взаимодействуют с геликонами. Их закон дисперсии слабо отличается от закона дисперсии невзаимодействующих волн в силу малости параметра АЭМ взаимодействия  $\zeta_{ea}$ .

Характер законов дисперсии связанных волн в зависимости от волнового числа изменяется следующим образом (рис. 1.5, 1.6). В случае  $\omega_e(k_{ea}) < \omega_M$  ветвь  $\omega_1$  сначала является квазиспиновой, а затем квазигеликонной. Ветвь  $\omega_3$  при малых волновых числах является квази-



Рис. 1.6. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном металле в сильных магнитных полях в точке ОФП при  $\omega_M \gg \omega_e(k_{ea})$ 

31

упругой с линейным законом дисперсии, затем ее характер изменяется на квазигеликонный с квадратичной зависимостью от волнового числа. При дальнейшем увеличении волнового числа эта ветвь приобретает квазиспиновый характер с законом дисперсии, практически не зависящим от k и определяемым МУ связью, а затем она вновь приобретает квазиупругий характер. Ветвь  $\omega_5$  при малых волновых числах является квазигеликонной с законом дисперсии  $\sim k^4$ . Далее она носит сначала квазиупругий характер, а затем — квазиспиновый с изменением зависимости закона дисперсии от волнового числа с  $k^4$ на  $k^2$ . Ветвь  $\omega_4$  при всех волновых числах является квазиупругой. Таким образом, в данном случае при волновых числах, определяемых из неравенства  $\omega_e > \omega_{me}$ , ветви  $\omega_3$ ,  $\omega_4$  и  $\omega_5$  описывают связанные МУ волны и влиянием ЭМ волн на них в этой области волновых чисел можно пренебречь. Изменение характера связанных волн при  $\omega_e(k_{ea}) > \omega_M$  легко проследить по рис. 1.6.

Представляет интерес исследовать поведение законов дисперсии связанных волн в сильных полях вдали от точки ОФП ( $H = H_A$ ). Вдали от точки ОФП упругая ветвь колебаний имеет одну точку пересечения с геликонной ветвью (при  $k \neq 0$ ) и две точки пересечения со спиновой ветвью в случае  $s_t^2 > 4\omega_{s0}D_m$ , где  $\omega_{s0} = q(H - H_A)$ , и не имеет пересечения при выполнении обратного неравенства. Вторая точка пересечения упругой ветви со спиновой ветвью при  $s_t^2 > 4\omega_{s0}D_m$  попрежнему лежит в области границы применимости макроскопического описания и может быть здесь исключена из рассмотрения. В случае  $s_t^2 > 4\omega_{s0}D_m$  при  $D_h < D_m$  может иметь место только акусто-геликонный резонанс. Для стандартных значений характеристик ФМ металла последнее условие будет выполняться при  $B_0 < 100$  Гс. При  $D_h > D_m$ , т.е. в области магнитных полей  $B_0 > 100$  Гс имеют место три резонанса: акусто-геликонный, спин-геликонный и магнитоакустический. Волновые числа, отвечающие данным резонансам, определяются следующими формулами:

$$k_{ea} = s_t / D_h,$$

$$k_{es} = \left(\frac{\omega_{s0}}{(D_h - D_m)}\right)^{1/2},$$

$$k_{me} = \frac{s_t}{2D_m} \left[1 - \left(1 - \frac{4\omega_{s0}D_m}{s_t^2}\right)^{1/2}\right].$$
(1.20)

Все резонансные волновые числа (1.20) зависят от внешнего магнитного поля, входящего в величины  $D_h$  и  $\omega_{s0}$ . Вследствие этого в  $\Phi M$  металле может иметь место тройной резонанс [122, 123], когда совпадут частоты упругих, спиновых и ЭМ волн. Условие совпадения частот можно записать в виде

$$\omega_H D_h^2 + \omega_A D_h^2 - D_h s_t^2 + D_m s_t^2 = 0.$$
(1.21)

Данное уравнение является уравнением третьей степени относительно напряженности магнитного поля. При первой константе анизотропии кубического  $\Phi M |K| \sim 10^5$  эрг/см<sup>3</sup> и стандартных значениях других параметров  $\Phi M$ , которые были приведены выше, для величины магнитного поля, при котором должен наблюдаться тройной резонанс, из (1.21) получаем следующее выражение

$$H_r \approx \left[\frac{4\pi Nes_t^2}{gc}\right]^{1/2} \sim 7 \text{ k}\Im.$$
(1.22)

Данному полю соответствует волновое число  $k\sim 10^5~{
m cm}^{-1}$  или частота  $\omega\sim 10^{10}~{
m c}^{-1}.$ 

При  $H_0 < H_r$  волновое число  $k_{me}$ , отвечающее магнитоакустическому резонансу, лежит левее волнового числа  $k_{es}$ , отвечающего спин-геликонному резонансу. Соотношение между волновыми числами  $k_{me}$  и  $k_{ea}$  в этом случае противоположное. При  $H_0 > H_r$  соотношения между волновыми числами (1.20) изменяются на обратные к вышеприведенным условиям.

При  $s_t^2 < 4\omega_{s0}D_m$  и  $D_h < D_m$  может иметь место только акустогеликонный резонанс, а при  $D_h > D_m$  — акусто-геликонный и спингеликонный резонансы. В этом случае тройной резонанс в ФМ металле невозможен.

Отметим, что здесь не рассматривалось влияние флуктуаций на спектр связанных колебаний вблизи ОФП. Известно, что в случае ОФП область вблизи перехода, в которой флуктуации могут существенно влиять на распространение волн ничтожно мала и в экспериментах не наблюдается [14].

# 1.6. Вращение плоскости поляризации звуковых и электромагнитных волн в ферромагнитном диэлектрике

Дисперсионное уравнение (1.11) (в случае  $\omega_{ea} = 0$ ) имеет относительно волнового числа k при заданной частоте  $\omega$  несколько корней. В случае частот  $\omega \ll \omega_{s0}$  таких корней будет четыре. Два из них соответствуют лево- и правополяризованным ЭМ волнам:

$$k_{em}^{\pm} = \frac{\omega}{c} \left[ \varepsilon \frac{\omega_{s0} + \omega_{me} + \omega_M \pm \omega}{\omega_{s0} + \omega_{me} \pm \omega} \right]^{1/2}, \qquad (1.23)$$

остальные два — лево- и правополяризованным квазиупругим волнам

$$k_{ke}^{+} = \frac{\omega}{s} \left[ \frac{\omega_{s0} + \omega_{me} + \omega}{\omega_{s0} + \omega} \right]^{1/2}, \quad s^{2} = c_{44}/\rho,$$

$$k_{ke}^{-} = \begin{cases} \frac{\omega}{s} \left[ \frac{\omega_{s0} + \omega_{me} - \omega}{\omega_{s0} - \omega} \right]^{1/2}, \quad \omega_{s0} \gg \omega, \\ \left[ \frac{\omega - \omega_{s0}}{g\alpha M_{0}} \right]^{1/2}, \quad \omega_{s0} \ll \omega. \end{cases}$$
(1.24)

Полученные формулы указывают на то, что скорость лево- и правополяризованных ЭМ и МУ волн в кубическом ФМ различаются. Из-за этого различия скоростей возникает вращение плоскости поляризации ЭМ и МУ волн. Для удельного угла поворота плоскости поляризации справедлива формула [29]

$$\chi = \phi/L = \frac{1}{2}|k^{-} - k^{+}|, \qquad (1.25)$$

где L — длина образца. Величина угла поворота плоскости поляризации резонансно зависит от частоты  $\omega$ . Наибольшее вращение наблюдается для ЭМ волн на частоте  $\omega \sim \omega_{s0} + \omega_{me}$ , а для МУ волн — на частоте  $\omega \sim \omega_{s0}$ . Отметим, что при приближении к ОФП резонансная частота как для ЭМ, так и для МУ волн уменьшается. В самой точке перехода резонансная частота для ЭМ волн равна МУ щели в спектре спиновых волн, а для МУ волн равна нулю. Угол поворота для обоих типов волн вблизи ОФП резко возрастает.

# 1.7. Особенности связанных электромагнитных и магнитоупругих волн в ограниченных средах

В ограниченных образцах при  $\omega_{ea} = 0$  дисперсионное уравнение связанных МУ и ЭМ волн в ФМ диэлектрике (1.11) практически не изменится. Изменяются, в основном, частоты невзаимодействующих волн. Теперь волновое число k будет принимать дискретный ряд значений и, следовательно, частоты  $\omega_e$ ,  $\omega_{sk}$ ,  $\omega_t$  также будут принимать дискретные значения [29]. Разрешенные значения k определяются размерами образца. Например, в случае, когда образец имеет форму шара, волновое число для низших волн приближенно выражается формулой

$$k = 2\pi/R. \tag{1.26}$$

где R — радиус шара. ЭМ волны будут взаимодействовать с МУ волнами только в случае, когда  $\omega_e \leq \omega_{sk}$ . Это неравенство совместно с условием (1.26) позволяет оценить размеры образца, при которых ЭМ волны не влияют на спектр МУ колебаний:

$$R \ll 2\pi c \sqrt{\varepsilon} \,\omega_{s0}.\tag{1.27}$$

Например, при  $\varepsilon \sim 10$ ,  $\omega_{s0}/2\pi \sim 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $R \leq 0.6$  см. Полученная оценка хорошо согласуется с результатами экспериментальной работы [276].

## 1.8. Особенности излучения Вавилова-Черенкова в ферромагнитном диэлектрке в области ОФП

Излучению Вавилова-Черенкова в различных твердых телах посвящено достаточно большое количество работ. Исследования по данному вопросу обобщены в обзорах и монографиях [144-147]. Излучение Вавилова-Черенкова рассматривалось в диэлектрических и магнитоупорядоченных изотропных и анизотропных средах. Первоначально теоретически было описано излучение в изотропных диэлектрических средах. В частности, было сформулировано условие существования излучения и получено выражение для энергии излучения движущегося заряда. Оказалось, что для изотропных сред условие существования излучения является довольно жестким — скорость движения заряда vдолжна быть больше фазовой скорости света в среде. В анизотропной диэлектрической среде излучение Вавилова-Черенкова возможно и при нерелятивистском движении заряда ( $v \rightarrow 0$ ) [148]. В работе [149] было показано, что излучение Вавилова-Черенкова в анизотропной среде имеет более сложный характер по сравнению с излучением в изотропной среде, поскольку в первой имеется два некруговых конуса лучей и интенсивность излучения неодинакова на образующих этих конических поверхностей.

Исследование излучения Вавилова-Черенкова в изотропном магнитном диэлектрике [150] показало, что энергия, теряемая зарядом на излучение ЭМ волн, отнесенная к интервалу частот, пропорциональна магнитной проницаемости магнетика. В работе [151] было показано, что в ФМ средах излучение Вавилова-Черенкова должно наблюдаться в области низких частот ( $\omega \sim 10^{10} - 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ), соответствующих частотам ФМР. Таким образом, излучение Вавилова-Черенкова в изотропных и анизотропных диэлектрических и магнитоупорядоченных средах достаточно хорошо изучено. Однако до сих пор не изучен вопрос об особенностях излучения Вавилова-Черенкова в среде в области ориентационного фазового перехода. При движении заряда в веществе, в котором происходит ориентационный фазовый переход 1-го рода, возможно как излучение Вавилова-Черенкова, так и переходное излучение, поскольку фазовый переход 1-го рода происходит не сразу во всем объеме. Ориентационный фазовый переход 2-го рода, наоборот, происходит сразу во всем объеме вещества. Магнитный ОФП 2-го рода в ФМ сопровождается резким увеличением динамической магнитной проницаемости и, как следствие, существенным уменьшением скорости ЭМ волн [119]. В связи с этим следует ожидать, что излучение

Вавилова-Черенкова будет иметь особенности в области указанного фазового перехода.

В данном параграфе теоретически исследуется излучение Вавилова-Черенкова в магнитогиротропной среде вблизи точки магнитного ориентационного фазового перехода 2-го рода. Так как объектом изучения является магнитная среда, то рассматривается диапазон частот  $0 < \omega < 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . В области частот  $\omega > 10^{12} \text{ c}^{-1}$  магнитная проницаемость в ФМД  $\mu = 1$ , а диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  является функцией частоты. При этом проблема сводится к уже исследованной задаче об излучении Вавилова-Черенкова в диэлектрической среде.

Рассмотрим движение точечной частицы с зарядом *е* в безграничной  $\Phi M$  диэлектрической среде кубической симметрии. Предположим, что частица движется равномерно со скоростью **v** вдоль внешнего постоянного магнитного поля **H**, направленного вдоль оси **z** (**v**||**z**||**H**). Тензор магнитной проницаемости кубического  $\Phi M Д$  в указанной геометрии выглядит следующим образом [29]:

$$\widehat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0\\ -i\mu_a & \mu & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (1.28)

Диэлектрическая проницаемость в рассматриваемом интервале частот может быть представлена в виде:  $\hat{\varepsilon} = \varepsilon \delta_{ij}$ , причем  $\varepsilon = \text{const.}$  Конкретные выражения для компонент тензора магнитной проницаемости будут приведены ниже.

ЭМ поле, возникающее в ФМД при движении точечного заряда, определяется системой уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{e}, \quad (1.29)$$
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \mathbf{0}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho_{e},$$

где  $\mathbf{j}_e = \rho_e v, \ \rho_e = e\delta(z - vt)\delta(x)\delta(y).$ 

Решение системы (1.29) будем искать с помощью преобразования Фурье для напряженностей и индукций ЭМ поля E, H, B, D в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \iint \mathbf{E}(\mathbf{k},\omega) e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k} d\omega, \qquad (1.30)$$

с использованием уравнений связи между компонентами Фурье индукций и напряженностей полей

$$\mathbf{D}(\mathbf{k},\omega) = \widehat{\varepsilon}(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega), \quad \mathbf{B}(\mathbf{k},\omega) = \widehat{\mu}(\omega)\mathbf{H}(\mathbf{k},\omega).$$
(1.31)

Решая систему уравнений (1.29) с учетом соотношений (1.30) и (1.31), получим компоненты Фурье ЭМ поля в ФМД в виде

$$E_x(\mathbf{k},\omega) = i\frac{4\pi}{c}j_z k_0 k_z \left[\varepsilon k_0^2(\mu k_x - i\mu_a k_y) - k_x(\mu k_\perp^2 + k_z^2)\right]/\Delta,$$

 $-4\pi$ , -1

$$E_{y}(\mathbf{k},\omega) = i \frac{1}{c} j_{z} k_{0} k_{z} \left[ \varepsilon k_{0}^{2} (\mu k_{y} - i\mu_{a} k_{x}) - k_{y} (\mu k_{\perp}^{2} + k_{z}^{2}) \right] /\Delta,$$

$$E_{z}(\mathbf{k},\omega) = -i \frac{4\pi}{c} j_{z} k_{0} \left[ k_{z}^{2} (k_{z}^{2} - \varepsilon \mu k_{0}^{2}) + (k_{z}^{2} \mu - k_{0}^{2} \varepsilon (\mu^{2} - \mu_{a}^{2})) (k_{\perp}^{2} - \varepsilon k_{0}^{2}) \right] /\Delta, \quad (1.32)$$

$$H_{x}(\mathbf{k},\omega) = i \frac{4\pi}{c} j_{z} \varepsilon k_{0}^{2} \left[ (k_{\perp}^{2} - \varepsilon k_{0}^{2}) (\mu k_{y} + i\mu_{a} k_{x}) + k_{y} k_{z}^{2} \right] /\Delta,$$

$$H_{y}(\mathbf{k},\omega) = -i \frac{4\pi}{c} j_{z} \varepsilon k_{0}^{2} \left[ (k_{\perp}^{2} - \varepsilon k_{0}^{2}) (\mu k_{x} + i\mu_{a} k_{y}) + k_{x} k_{z}^{2} \right] /\Delta,$$

$$H_{z}(\mathbf{k},\omega) = -\frac{4\pi}{c} j_{z} \varepsilon \mu_{a} \varepsilon k_{0}^{2} k_{z} k_{\perp}^{2} /\Delta,$$

где

$$j_{z} = \frac{ev}{(2\pi)^{3}} \delta(\omega - k_{z}v),$$

$$\Delta = \varepsilon k_{0}^{2} \left[ k_{z}^{2} (k^{2} - \varepsilon \mu k_{0}^{2}) + (\mu k^{2} - \varepsilon (\mu^{2} - \mu_{a}^{2}) k_{0}^{2}) (k_{\perp}^{2} - \varepsilon k_{0}^{2}) \right], \quad (1.33)$$

$$k_{\perp}^{2} = k_{x}^{2} + k_{y}^{2}, \quad k_{0} = \omega/c, \quad k^{2} = k_{\perp}^{2} + k_{z}^{2}.$$

Из условия равенства нулю знаменателя фурье-компонент ЭМ поля ( $\Delta = 0$ ) (1.32) получаем дисперсионное уравнение ЭМ волн в магнитогиротропной среде. Разрешая это уравнение относительно  $k^2$  и вводя обозначения  $k_z^2 = k^2 \cos^2 \theta$ ,  $k_\perp^2 = k^2 \sin^2 \theta$ ,  $\mu_\perp = \mu - \mu_a^2/\mu$ , получим квадраты показателей преломления нормальных волн, распространяющихся в ФМД

$$n_{1,2}^{2}(\theta) = \frac{k_{1,2}^{2}c^{2}}{\omega^{2}} = \\ = \varepsilon \mu \frac{2 + (\mu_{\perp} - 1)\sin^{2}\theta \pm \left[(\mu_{\perp} - 1)^{2}\sin^{4}\theta + 4\frac{\mu_{a}^{2}}{\mu^{2}}\cos^{2}\theta\right]^{1/2}}{2(\cos^{2}\theta + \mu\sin^{2}\theta)}.$$
 (1.34)

Из (1.34) следует, что показатель преломления волн зависит от угла  $\theta$ , а также частоты  $\omega$  в случае, если  $\mu$  и  $\hat{\varepsilon}$  являются функциями частоты. Первая нормальная волна (знак «+») в пределе  $\theta = 0$  превращается в правополяризованную волну, а вторая нормальная волна (знак «-») — в левополяризованную.

Потери энергии движущегося заряда на единице пути можно найти двумя методами: использовать теорему Пойтинга или вычислить прямые потери энергии заряда

$$\frac{dW_{\text{потери}}}{dz} = -evE_z|_{z=vt}.$$
(1.35)

В случае потерь энергии на излучение оба метода приводят к одному и тому же результату.

Рассмотрим далее только потери энергии частицы на излучение ЭМ волн. Подставляя  $E_z$  из (1.32) в (1.35), где значение поля берется в точке нахождения заряда, получим

$$\frac{dW_{{}_{\text{HJ,I}}}}{dz} = -\frac{e^2}{v^2} \operatorname{Re}\left[\int_{I} \frac{1}{\varepsilon\mu} \frac{(1-\varepsilon\mu\beta^2) + \mu(1-\varepsilon\mu_{\perp}\beta^2)(q_1^2-\varepsilon\beta^2)}{q_1^2-q_2^2} \omega d\omega + \int_{II} \frac{1}{\varepsilon\mu} \frac{(1-\varepsilon\mu\beta^2) + \mu(1-\varepsilon\mu_{\perp}\beta^2)(q_2^2-\varepsilon\beta^2)}{q_2^2-q_1^2} \omega d\omega\right]. \quad (1.36)$$

Здесь

$$q_{1,2}^{2} = \xi \pm \sqrt{\xi^{2} - \zeta}, \quad \zeta = \frac{(\varepsilon \mu \beta^{2} - 1)^{2} - \varepsilon^{2} \mu_{a}^{2} \beta^{4}}{\mu},$$
  
$$\xi = \frac{(1 + \mu)(\varepsilon \mu \beta^{2} - 1) - \varepsilon \mu_{a}^{2} \beta^{2}}{2\mu}, \quad \beta^{2} = \frac{v^{2}}{c^{2}}.$$
 (1.37)

Интегрирование в (1.36) производится по областям частот, определяемым следующими неравенствами:

I)  $q_1^2 > 0,$  (1.38)

II) 
$$q_2^2 > 0.$$
 (1.39)

Эти неравенства являются условиями излучения двух нормальных ЭМ волн в ФМД. Неравенство (1.38) соответствует условию излучения первой нормальной волны, а неравенство (1.39) — условию излучения второй волны.

Если в тензоре магнитной проницаемости компоненту  $\mu_a$  положить равной нулю, то формула (1.36) приводит к результату Ситенко [150], а условие излучения ЭМ волны в этом (изотропном) случае переходит в хорошо известное неравенство  $\beta^2 \varepsilon \mu \ge 1$ .

Угол  $\theta$ , под которым должно происходить излучение каждой из волн относительно оси **z**, определяется из условия

$$\cos^2 \theta_{1,2} = \frac{1}{\beta^2 n_{1,2}^2(\theta,\omega)}.$$
(1.40)

Данное уравнение связывает между собой три независимые переменные  $\theta$ ,  $\omega$ , v. Совместное решение уравнений (1.37)–(1.40) позволяет определить значения скорости частицы v, частоту  $\omega$  и угол  $\theta$ , при которых будут наблюдаться максимумы излучения нормальных ЭМ волн.

Условия излучения (1.38) и (1.39), определяющие пределы интегрирования в (1.36) по частоте, сами зависят от скорости движения частицы v (или параметра  $\beta$ ). Определим из них частотные области, в которых возможно излучение ЭМ волн в ФМД. Для этого компоненты тензора магнитной проницаемости в пренебрежении пространственной дисперсией и затухания магнитных колебаний, а также при учете МУ взаимодействия можно записать в виде [29, 119]

$$\mu = 1 + \frac{\omega_M \omega_s}{\omega_s^2 - \omega^2},\tag{1.41}$$

$$\mu_a = \frac{\omega_M \omega}{\omega_s^2 - \omega^2},\tag{1.42}$$

где  $\omega_M = 4\pi g M_0$ ,  $\omega_s = \omega_0 + \omega_{me}$ ,  $\omega_0 = g(2K/M_0 + H)$ ,  $\omega_{me} = g B_2^2/M_0 c_{44}$ , g — гиромагнитное отношение,  $M_0$  — намагниченность насыщения, K — константа анизотропии, H — внешнее магнитное поле,  $B_2$  — постоянная МУ взаимодействия,  $c_{44}$  — упругая постоянная.

После подстановки компонент тензора магнитной проницаемости (1.41) и (1.42) в условия излучения (1.38), (1.39) из них можно получить значения скоростей и частоты, при которых будет иметь место излучение волн.

Излучение первой нормальной волны при скоростях  $\varepsilon\beta^2 < < \omega_s/(\omega_M+\omega_s)$  возможно в области частот

$$\frac{\omega_s - \beta^2 \varepsilon(\omega_s + \omega_M)}{1 - \beta^2 \varepsilon} \leqslant \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}, \qquad (1.43 \text{ a})$$

в случае  $arepsiloneta^2 \geqslant \omega_s/(\omega_s+\omega_M)$  — при частотах

$$0 \leqslant \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}, \qquad (1.43\,\mathrm{6})$$

и, наконец, при  $arepsiloneta^2\geqslant 1$  — в интервале частот

$$\omega > \frac{\beta^2 \varepsilon(\omega_s + \omega_M) - \omega_s}{\beta^2 \varepsilon - 1}.$$
 (1.43 b)

Излучение второй нормальной волны при скоростях  $\omega_s/(\omega_s+\omega_M)<<\varepsilon\beta^2<\sqrt{\omega_s/(\omega_s+\omega_M)}$  возможно в области частот

$$0 \leqslant \omega < \frac{\beta^2 \varepsilon (\omega_s + \omega_M) - \omega_s}{1 - \beta^2 \varepsilon}, \qquad (1.44 \text{ a})$$

в случае  $arepsiloneta^2 \geqslant \sqrt{\omega_s/(\omega_s+\omega_M)}$  — при частотах

$$0 \leqslant \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}, \qquad (1.44\,\mathrm{6})$$

а при  $\varepsilon \beta^2 \geqslant 1$  — в интервале частот

$$\sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)} < \omega. \tag{1.44 b}$$

Из (1.43) следует, что первая нормальная волна излучается при любых скоростях частицы. При малых  $\beta$  (вплоть до нуля) ее излучение возможно только в узком частотном диапазоне, который при  $\beta \to 0$  переходит в интервал  $\omega_s < \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}$ . Вторая нормальная волна (1.44) излучается только при  $\beta > \sqrt{\omega_s/\varepsilon(\omega_s + \omega_M)}$ . При ма-

лых  $\beta$  частотный интервал излучения данной волны также является узким (1.44 а).

В связи с тем, что частота  $\omega_s$  зависит от величины внешнего магнитного поля, следует полагать, что и энергия частицы, расходуемая на излучение ЭМ волн, также будет зависеть от магнитного поля. Расчеты энергии излучения ЭМ волн в ФМД для различных значений магнитного поля при характерных значениях постоянных магнетика:  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $C_{44} = 1 \cdot 10^{12}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $K = -10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $M_0 = 500$  Гс,  $\varepsilon = 10$ , приведены в таблице.

Таблица 1.1. Энергия излучения электромагнитных волн на единицу длины W, эрг/см, и относительная скорость заряда  $\beta$  при различных значениях внешнего магнитного поля H. Э

	Н						
Условия излучения, $\beta, W$	400	$1 \cdot 10^{3}$	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{6}$		
(1.43a), β	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	0,1	0,1	0,1		
W	$5,5 \cdot 10^{-17}$	$7,8 \cdot 10^{-17}$	$1,\!97\cdot10^{-16}$	$1,\!25\cdot10^{-15}$	$1,01 \cdot 10^{-14}$		
(1.43 δ), <i>β</i>	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35		
W	$6,11 \cdot 10^{-17}$	$8,5 \cdot 10^{-17}$	$2,\!18\cdot10^{-16}$	$1,6 \cdot 10^{-15}$	$2{,}48\cdot10^{-14}$		
$(1.44 a), \beta$	0,02	0,12	0,26	0,31	0,3155		
W	$4,\!25\cdot10^{-27}$	$1,\!96\cdot10^{-22}$	$1,\!36\cdot10^{-20}$	$8,\!49\cdot10^{-19}$	$3,\!13\cdot10^{-18}$		
(1.44 δ), <i>β</i>	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35		
W	$1,68 \cdot 10^{-26}$	$1,\!35\cdot10^{-20}$	$1,66 \cdot 10^{-18}$	$9 \cdot 10^{-17}$	$7{,}83\cdot10^{-15}$		

Анализ расчетов показывает, что в частотных диапазонах (1.43), (1.44) энергия излучения слабо зависит от скорости частицы, но достаточно сильно отличается для двух типов излучаемых нормальных волн. Из таблицы видно, что в магнитных полях, больших по сравнению с полем фазового перехода ( $H = |2K/M_0| = 400$  Э), и одинаковых скоростях заряда энергия излучения первой нормальной ЭМ волны на один-четыре порядка больше энергии излучения второй волны. В точке ориентационного фазового перехода энергия излучения первой нормальной волны превосходит энергию излучения второй волны почти на десять порядков. Также необходимо отметить, что увеличение магнитного поля ведет к повышению энергии излучения ЭМ волн, к уменьшению интервала скоростей, при которых возможно излучение второй нормальной волны (1.44 а), и к сужению частотного диапазона, в котором происходит излучение первой нормальной волны при малых скоростях (1.43а).

Хорошо известно, что интенсивность излучения можно резко увеличивать, если использовать электронные сгустки. В результате излучаемая энергия будет пропорциональна квадрату числа электронов в сгуст-

ке. Так при  $N = 1 \cdot 10^{12}$  электронов в сгустке можно достичь энергии излучения (при малых скоростях и поле  $H = 1 \cdot 10^3$  Э)  $W_{\rm изл} \approx 8 \times 10^7$  эрг/см.

Таким образом, в анизотропном ФМД возможно излучение Вавилова-Черенкова в широком частотном диапазоне и при малых скоростях частицы. В области ориентационного фазового перехода энергия излучения сильновзаимодействующей с МУ волнами ЭМ волны на несколько порядков превосходит интенсивность излучения слабовза-имодействующей с магнитной и упругой подсистемами ЭМ волны. При увеличении магнитного поля (при отходе от точки ориентационного фазового перехода) интенсивность излучения волн возрастает на несколько порядков.

С практической точки зрения проведенное исследование показывает, что при использовании частиц с малыми скоростями принципиально возможно создание генератора СВЧ-излучения в интервале частот  $\omega_s < \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}$ . При характерных значениях параметров ФМД данный интервал лежит в области частот  $\sim 1-10\cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ .

### 1.9. Заключительные замечания

Таким образом, в данной главе теоретически исследованы особенности связанных МУ и ЭМ волн в кубических ФМ, находящихся в магнитном поле вдали и в области ОФП. Определены спектры связанных волн для ФМ диэлектрика и металла вдали и вблизи ОФП.

Показано, что в области малых волновых чисел в ФМ диэлектриках, при учете взаимодействия МУ и ЭМ волн, квадратичный закон дисперсии могут иметь не только квазиупругие волны, но и квазиэлектромагнитные. Однако такая ситуация может наблюдаться только при больших значениях диэлектрической проницаемости магнетика, порядка 10<sup>3</sup>. В другом случае, квазиэлектромагнитные волны имеют линейный закон дисперсии. Учет АЭМ взаимодействия не оказывает особого влияния на спектр связанных волн даже в сверхсильных полях. В области больших волновых чисел можно пренебрегать взаимодействием МУ волн с ЭМ, а квадратичный закон дисперсии в данном диапазоне могут иметь только квазиупругие волны.

В металлах в точке ОФП при наличии слабых магнитных полей учет взаимодействия МУ волн с затухающими ЭМ волнами приводит к тому, что в спектрах колебаний квазиспиновых и квазиупругих волн появляются участки, в которых эти волны становятся сильно затухающими, а закон дисперсии квазиэлектромагнитных волн изменяется с квадратичного на  $k^4$ , что приводит к значительному уменьшению скин-слоя в ФМ металле.

В больших магнитных полях квазиспиновые и квазиупругие волны взаимодействуют с распространяющимися геликонами правой поляризации. Из-за этого взаимодейстивя в точке ОФП закон дисперсии квазигеликонных волн становится пропорциональным четвертой степени волнового числа.

Величина угла поворота плоскости поляризации в ФМ диэлектрике резонансно зависит от частоты. Наибольшее вращение наблюдается для ЭМ волн на частоте  $\sim \omega_{s0}$ , а для МУ волн — на частотах  $\sim \omega_{s0} + \omega_{me}$ . При приближении к ОФП резонансная частота как для ЭМ, так и для МУ волн уменьшается. В точке перехода резонансная частота для ЭМ волн равна МУ щели, а для МУ волн равна нулю. Угол поворота для обоих типов волн вблизи ОФП резко возрастает.

ЭМ волны будут взаимодействовать с МУ волнами только в случае, когда  $\omega_e \leqslant \omega_{sk}$ . Это неравенство позволяет оценить размеры образца, при которых ЭМ волны не влияют на спектр МУ колебаний. Для типичных ФМ линейный размер образца составляет несколько миллиметров.

В анизотропном ФМД возможно излучение Вавилова-Черенкова в широком частотном диапазоне и при малых скоростях частицы. В области ориентационного фазового перехода, энергия излучения сильновзаимодействующей с МУ волнами ЭМ волны на несколько порядков превосходит интенсивность излучения слабовзаимодействующей с магнитной и упругой подсистемами ЭМ волны. При увеличении магнитного поля интенсивность излучения волн возрастает на несколько порядков.

нитной подсистеме в случаях, когда ФМД занимает полупространство, ФМД имеет форму пластины и слой ФМД находится на немагнитном металле, занимающем полупространство (структура ФМД-металл).

В данной главе получены частотные и полевые зависимости КО при различных значениях параметра затухания, постоянных анизотропии и магнитострикции ФМД вблизи и в точке ОФП.

## 2.1. Основные уравнения

Во всех трех выше перечисленных случаях мы рассматриваем  $\Phi M \mathcal{A}$  кубической симметрии. Предположим, что  $\Phi M \mathcal{A}$  находится в основном состоянии с намагниченностью  $\mathbf{M} ||\mathbf{z}|| \mathbf{H}_0$  ( $\mathbf{H}_0$  — постоянное внешнее магнитное поле) и из вакуума на него, нормально к его поверхности падает ЭМ волна

$$h_x = h_0 \exp\left(ikz - i\omega t\right), \quad e_y = -h_0 \exp\left(ikz - i\omega t\right), \tag{2.1}$$

где  $h_0$  — амплитуда падающей ЭМ волны, а k и  $\omega$  — ее волновой вектор и частота соответственно;  $\mathbf{k} || \mathbf{z}$ .

Теоретическое исследование КО ЭМВ от поверхности ФМД кубической симметрии проводим на основе теории связанных ЭМ и МУ волн, что, в первую очередь, предполагает решение связанной системы уравнений, описывающей распространение и взаимодействие в ФМД ЭМ, спиновых и упругих колебаний. Такая система включает в себя уравнения упругости, уравнения Максвелла и уравнение Ландау–Лифщица для намагниченности с учетом релаксации в спиновой подсистеме (1.4)–(1.6).

Релаксационный член в уравнении Ландау–Лифшица (1.4) может быть записан в виде [29, 232, 233]

$$\mathbf{R} = \frac{1}{\tau_2} \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{1}{\tau_1 \mathbf{M}^2} \left[ \mathbf{M} \left[ \mathbf{M}, \mathbf{H}_{\text{eff}} \right] \right], \qquad (2.2)$$

где  $\tau_{1,2}$  — времена поперечной и продольной релаксаций,  $H_{\rm eff}$  — эффективное магнитное поле.

Полагая в уравнениях Максвелла для  $\Phi M \square j_{np} = 0$  и не учитывая в них, а также в уравнении теории упругости, слагаемое, обусловленное действием силы Лоренца, после линеаризации (1.4)–(1.6) и перехода к циклическим компонентам  $a_{\pm} = a_x \pm i a_y$ , система связанных уравнений, описывающая распространение возбуждений в  $\Phi M \square$ , примет вид

$$(c^{2}k^{2}/\varepsilon\omega^{2} - \mu_{\pm}) h_{\pm} = 0;$$

$$m_{\pm} = \chi_{\pm}h_{\pm}/M_{0};$$

$$u_{\pm} = -ikB_{2}\chi_{\pm}h_{\pm}/\rho M_{0} (\omega^{2} - \omega_{t}^{2});$$

$$e_{\pm} = \mp ickh_{\pm}/\varepsilon\omega;$$

$$(2.3)$$

# Глава 2

# ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ ПОВЕРХНОСТИ ФЕРРОМАГНИТНОГО ДИЭЛЕКТРИКА

В настоящее время остается актуальным вопрос об управлении коэффициентом отражения (КО) электромагнитных волн (ЭМВ) от поверхностей твердых тел. Интерес к этой проблеме обусловлен тем, что в промышленности, науке и технике имеется потребность как в высокоотражающих, так и в неотражающих неметаллических поверхностях. Известно [128], что при падении ЭМ волны из вакуума на поверхность среды с диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями КО ЭМВ зависит от  $\varepsilon$  и  $\mu$ . В наиболее интересном с практической точки зрения СВЧ диапазоне диэлектрическая проницаемость многих твердых тел не зависит от частоты, и ее можно считать постоянной. Магнитная проницаемость сред с магнитными свойствами в данном частотном диапазоне зависит от частоты, и сильно возрастает в области резонансов и магнитных фазовых переходах, как типа «порядок-порядок» (ОФП), так и типа «порядок-беспорядок». Например, в ФМ диэлектриках (ФМД) наблюдается три резонанса — ферромагнитный (ФМР), магнитоакустический (МАР) и магнитостатический (МСР), следовательно, вблизи этих резонансов должны наблюдаться аномалии магнитной проницаемости и КО ЭМВ. Вдали от ОФП эти аномалии невелики. Кроме того, вдали от ОФП, три перечисленных резонанса сливаются в один из-за большой величины эффективного поля анизотропии по сравнению с эффективными полями магнитострикции и намагниченности. Такое поведение КО ЭМВ как раз и наблюдалось в экспериментальной работе [132]. Однако в области ОФП магнитная анизотропия стремится к нулю, и вышеуказанные резонансы будут раздвинуты по частоте, кроме того, сильно возрастет влияние МУ взаимодействия на динамические свойства ФМ. Также известно, что на поведение магнитной проницаемости магнетиков существенное влияние оказывает релаксация намагниченности [29, 232, 233]. Поэтому представляет интерес исследование влияния МУ взаимодействия и релаксации намагниченности на КО ЭМВ от поверхности магнитоупорядоченных веществ.

Данная глава посвящена аналитическому и численному исследованию КО ЭМВ от поверхности ФМД кубической симметрии вблизи и в точке ОФП при учете МУ взаимодействия и релаксации в маггде  $\mu_{\pm}=1+4\pi\chi_{\pm}$  — динамическая магнитная проницаемость, динамическая магнитная восприимчивость  $\chi_{\pm}$ имеет вид

$$\chi_{\pm} = \frac{gM_0(\omega^2 - \omega_t^2)}{(\omega^2 - \omega_t^2)(\omega_{sk} \mp \omega/(1 \mp i\gamma)) + \omega_t^2 \omega_{me}},$$
(2.4)

 $\omega_{sk} = \omega_0 + \omega_{me} + g \alpha M_0 k^2$ — частота невзаимодействующих спиновых волн;  $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g \left( 2K/M_0 + H_i \right)$ — активация в спектре невзаимодействующих спиновых волн,  $H_i = H_0 - 4\pi N M_0$ — внутреннее магнитное поле ФМД (в случае полубесконечного образца  $H_i = H_0$ );  $\gamma = 1/g M_0 \tau$ — безразмерный параметр затухания спиновых волн,  $1/\tau = 1/\tau_1 + 1/\tau_2$  [29]. Остальные параметры в выражениях соответствуют введенным в Главе 1 обозначениям.

В результате решения системы (2.3) получаем дисперсионное уравнение, связывающее волновые векторы распространяющихся в ФМД волн с их частотой.

Дисперсионное уравнение системы (2.3) можно записать в виде

$$(k^{2} - k_{s}^{2})(k^{2} - k_{a}^{2})(k^{2} - k_{e}^{2}) - \frac{\zeta_{me}}{\alpha}k_{a}^{2}(k^{2} - k_{e}^{2}) - \frac{\zeta_{es}}{\alpha}k_{e}^{2}(k^{2} - k_{a}^{2}) = 0, \quad (2.5)$$

где  $k_s^2 = (\pm \omega - \omega_0(1 \mp i\gamma))/[g\alpha M_0(1 \mp i\gamma)], k_e = \omega \sqrt{\varepsilon} / c, k_a = \omega / s_t - соответственно волновые числа невзаимодействующих спиновых, ЭМ и упругих волн. Безразмерные параметры <math>\zeta_{me}$ ,  $\zeta_{es}$  и скорость поперечного звука  $s_t$  определяются выражениями, введенными в гл. 1.

Решением дисперсионных уравнений (2.5) являются шесть значений волновых чисел, соответствующих шести связанным волнам, которые могут распространяться внутри ФМД. Значения амплитуд волн и их связь с амплитудой падающей ЭМ волны должны находиться из решения системы граничных условий.

Система граничных условий для ФМД включает в себя условия непрерывности нормальных компонент индукций магнитного и электрического полей, тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей, отсутствия напряжений и равенства нулю производной намагниченности на границах магнетика [29, 128]:

$$\mathbf{H}_{\tau}^{(e)} = \mathbf{H}_{\tau}^{(i)}, \quad \mathbf{E}_{\tau}^{(e)} = \mathbf{E}_{\tau}^{(i)}; 
\mathbf{B}_{n}^{(e)} = \mathbf{B}_{n}^{(i)}, \quad \mathbf{D}_{n}^{(e)} = \mathbf{D}_{n}^{(i)}; 
\sigma_{jk}^{(i)} n_{k} = 0; \quad \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_{k}} n_{k} = 0;$$
(2.6)

где индексами (e) и (i) обозначены величины вне и внутри  $\Phi M Д$  соответственно; **n** — вектор нормали к поверхности образца.

## 2.2. Отражение электромагнитных волн от поверхности полубесконечного ферромагнитного диэлектрика

Пусть ФМД кубической симметрии занимает область полупространства z > 0. Принимая во внимание количество корней дисперсионного уравнения (2.5), систему граничных условий (2.6) на границе вакуум-полубесконечный ФМД в циклических компонентах можно записать как

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm};$$

$$e_{0\pm} + e_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} e_{i\pm};$$

$$ic_{44} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} u_{i\pm} + B_2 \sum_{i=1}^{3} m_{i\pm} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} m_{i\pm} = 0;$$
(2.7)

где поля  $h_{R\pm}$ ,  $e_{R\pm}$  определяют отраженную от поверхности магнетика ЭМ волну,  $k_{i\pm}$  — решения дисперсионного уравнения (2.5).

Для нахождения КО ЭМВ систему уравнений (2.7) преобразуем таким образом, чтобы в ней остались только компоненты напряженности магнитного поля. После преобразования система граничных условий приобретает вид

$$\sum_{i=1}^{3} h_{i\pm} = h_{0\pm} + h_{R\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} h_{i\pm} = \sqrt{\varepsilon} k_e (h_{0\pm} - h_{R\pm});$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^2 - k_e^2}{k_{i\pm}^2 - k_a^2} h_{i\pm} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (k_{i\pm}^2 - k_e^2) h_{i\pm} = 0;$$
(2.8)

КО ЭМВ правой и левой круговой поляризации определяется формулой

$$R_{\pm} = \left| \frac{h_{R\pm}}{h_{0\pm}} \right|^2. \tag{2.9}$$

#### Гл. 2. Отражение электромагнитных волн

Из того факта, что любая линейно поляризованная гармоническая волна может быть представлена как суперпозиция двух волн круговой поляризации, вытекает следующее. Во-первых, коэффициент отражения плоской гармонической волны от поверхности ФМД в рассматриваемой геометрии не зависит от направления амплитуды падающей волны относительно осей x и y. Во-вторых, коэффициент отражения линейнополяризованных плоских волн может быть найден по формуле

$$R = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{h_{R+}}{h_0} \right|^2 + \left| \frac{h_{R-}}{h_0} \right|^2 \right).$$
(2.10)

Из условий (2.8) и исходной системы (2.3) можно получить выражение для КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ФМД

$$R = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{\Delta_{R+}}{\Delta_{0+}} \right|^2 + \left| \frac{\Delta_{R-}}{\Delta_{0-}} \right|^2 \right).$$
(2.11)

Здесь

$$\begin{split} \Delta_{R_{\pm}} &= (\sqrt{\varepsilon} \, k_e + k_{1\pm}) (k_{3\pm} - k_{2\pm}) (k_a^2 - k_{3\pm}^2 - k_{2\pm} k_{3\pm} - k_{2\pm}^2) \times \\ &\times \left[ (k_{1\pm}^2 - k_a^2) (k_{1\pm}^2 - k_s^2) - \frac{\varsigma}{\alpha} k_a^2 \right] + \text{циклическая перестановка.} \quad (2.12) \end{split}$$

Выражение для  $\Delta_{0\pm}$  получается из (2.12) при замене в первых скобках суммы на разность.

Вдали от точки ОФП  $\omega \neq 0$  (т. е.  $2K/M_0 + H_0 \neq 0$ ), и вдали от частот ФМР  $\omega_0$ , МАР  $\omega_0 + \omega_{me}$  и МСР  $\omega_0 + \omega_{me} + \omega_M$  ( $\omega_M = 4\pi g M_0$ ) выражение для КО значительно упрощается:

$$R = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_+}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_+}} \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_-}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_-}} \right| \right), \tag{2.13}$$

где магнитная проницаемость

$$u_{\pm} = 1 + \frac{\omega_M (1 + \gamma^2) [\omega_{s0} (1 + \gamma^2) \mp \omega + i\gamma\omega]}{(\omega_{s0} (1 + \gamma^2) \mp \omega)^2 + \gamma^2 \omega^2} = \mu'_{\pm} + i\mu''_{\pm}, \qquad (2.14)$$

где  $\omega_{s0} = \omega_0 + \omega_{me}$ . Отметим, что частоту МСР в металлах называют частотой антирезонанса [1]. Из (2.14) следует, что в области значений параметров ФМД

$$\omega_{s0} < \omega_M [\sqrt{\gamma^2 + 1} - \gamma]/2\gamma \tag{2.15}$$

и при частотах

$$\omega_1 < \omega < \omega_2, \tag{2.16}$$

где 
$$\omega_{1,2}=\left|2\omega_{s0}+\omega_M\mp\sqrt{\omega_M^2-4\gamma^2\omega_{s0}(\omega_{s0}+\omega_M)}
ight|/2$$
, действитель-

ная часть магнитной проницаемости  $\mu'_+$  отрицательна. Если выполняется обратное к (2.15) неравенство, то действительная часть магнитной проницаемости  $\mu'_+$  положительна при любых частотах. Действительная часть магнитной проницаемости  $\mu'_-$  положительна при любых значениях параметров ФМД и любых частотах. При выполнении неравенств (2.15) и (2.16) формулу (2.13) для КО ЭМ можно записать следующим образом:

$$R = (\varepsilon + \mu_{-})/(\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_{-}})^{2}.$$
 (2.17)

В остальных случаях формула (2.13) принимает вид

$$R = \frac{(\varepsilon - \sqrt{\mu_{+}\mu_{-}})^{2} + \varepsilon(\sqrt{\mu_{+}} - \sqrt{\mu_{-}})^{2}}{\left[\varepsilon + \sqrt{\varepsilon}\left(\sqrt{\mu_{+}} + \sqrt{\mu_{-}}\right) + \sqrt{\mu_{+}\mu_{-}}\right]^{2}},$$
(2.18)

Анализ поведения КО ЭМВ в зависимости от частоты, внешнего постоянного магнитного поля и параметров  $\Phi$ МД проведем с помощью численных расчетов. При этом воспользуемся значениями постоянных, типичными для  $\Phi$ МД

$$M_{0} = 500 \ \Gamma c, \quad g = 2 \cdot 10^{7} \ \Gamma \mu/\Im, \quad \alpha = 10^{12} \ cm^{2}, \\ \varepsilon = 10, \quad s_{t} = 3 \cdot 10^{5} \ cm/c, \quad \rho = 5 \ r/cm^{3}.$$
(2.19)

**2.2.1. Частотная зависимость КО ЭМВ.** На рис. 2.1 и 2.2 представлены зависимости КО ЭМВ от частоты вблизи (рис. 2.1) и в точке (рис. 2.2) ОФП.

Из рис. 2.1 следует, что КО ЭМВ вблизи ОФП проявляет аномалии только в области частот (2.16), в которой может быть отрицательной действительная часть магнитной проницаемости  $\mu'_+$ . При положительной константе анизотропии (рис. 2.1, а) из-за большого значения частоты  $\omega_0 \; (\omega_0 \approx \omega_M)$  по сравнению с частотой  $\omega_{me}$  вблизи ОФП пики, отвечающие ФМР, МАР и МСР не разрешаются. В области отрицательных  $\mu'_{\perp}$  и малом коэффициенте затухания спиновых волн КО ЭМВ достаточно велик и практически постоянен. При увеличении затухания спиновых волн КО ЭМВ в области отрицательных  $\mu'_{\perp}$ существенно уменьшается. В случае малого затухания спиновых волн перед существенным возрастанием коэффициент отражения уменьшается. Эта ситуация соответствует совпадению динамической магнитной проницаемости  $\mu'_+$  и диэлектрической постоянной  $\varepsilon$ . При отрицательной константе анизотропии и выбранном значении магнитного поля (рис. 2.2, б) частота  $\omega_0$  меньше частоты  $\omega_M$ . Это приводит к тому, что пики, отвечающие трем указанным выше резонансам, разрешаются. Величина пиков и значение КО ЭМВ в области между пиками резко уменьшаются при увеличении затухания спиновых волн. Анализ поведения коэффициента отражения в зависимости от величины постоянной магнитострикции  $B_2$  показывает, что вблизи ОФП эта зависимость является слабой.



Рис. 2.1. Частотные зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика вблизи ОФП при  $H_0 = 4050$  Э,  $B_2 = 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>. *a*)  $K = 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>, *b*)  $K = -10^6$  эрг/см<sup>3</sup> ( $1 - \gamma = 0; 2 - \gamma = 0,01; 3 - \gamma = 0,1; 4 - \gamma = 0,5$ )

В точке ОФП величина КО ЭМВ имеет четко выраженные пики в области всех резонансов (рис. 2.2). В окрестности ФМР и МАР величина пиков значительно больше, чем при МСР, а в области частот меньших МАР ( $\omega < \omega_{me}$ ), значение коэффициента отражения может быть близко к единице.

Величина пика в области МСР существенно зависит от значения коэффициента затухания спиновых волн, в то время как в области первых двух резонансов эта зависимость незначительна. Из рис. 2.2, *б* видно, что КО ЭМВ сильно зависит от значения постоянной магнитострикции. При увеличении магнитострикции величина пика в области ФМР и МАР уменьшается. Таким образом, в точке ОФП при типичных значениях постоянной магнитострикции в большом интервале частот КО ЭМВ может быть близок к единице и практически не зависеть от коэффициента затухания спиновых волн.



Рис. 2.2. Частотные зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика в точке ОФП при  $H_0 = 4000$  Э,  $K = -10^6$  эрг/см<sup>3</sup>. *a*)  $B_2 = 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $1 - \gamma = 0$ ;  $2 - \gamma = 0,01$ ;  $3 - \gamma = 0,1$ ;  $4 - \gamma = 0,5$ ;  $5 - \gamma = 1,0$  б)  $\gamma = 0,1$ ;  $1 - B_2 = 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $2 - B_2 = 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $3 - B_2 = 10^8$  эрг/см<sup>3</sup>

Из (2.14) следует, что в области частот  $\omega\ll\omega_0+\omega_{me}$  динамическая магнитная проницаемость  $\mu_+=\mu_-=\mu,$ где

$$\mu = 1 + \frac{\omega_M (1 + \gamma^2) [\omega_{s0} (1 + \gamma^2) + i\gamma\omega]}{\omega_{s0}^2 (1 + \gamma^2) + \gamma^2 \omega^2} = \mu' + i\mu''.$$
(2.20)

В указанном приближении при  $\varepsilon=\mu'$  КО ЭМВ достигает минимального значения, равного

$$R_{\min} = \frac{\mu''^2}{(\sqrt{\mu' + r} + \sqrt{2\mu'})^2(\mu' + r)},$$
(2.21)

где  $r=\sqrt{\mu'^2+\mu''^2}$ . Условие  $arepsilon=\mu'$  при  $\gamma\ll 1$  может быть записано как  $\omega_M$ 

$$\omega_A + \omega_H = \frac{\omega_M}{\varepsilon - 1} - \omega_{me}.$$
 (2.22)

Отсюда следует, что коэффициент отражения может достичь минимального значения (2.21) только в тех веществах, в которых  $\omega_M/(\varepsilon-1) > \omega_{me}$ . Это условие в ФМД выполняется практически все-

гда. Из (2.22) также видно, что управлять КО ЭМВ можно либо с помощью изменения магнитного поля (слагаемое  $\omega_H$ ), либо за счет изменения температуры (слагаемое  $\omega_A$ ). Если ФМД подвергнуть действию упругих напряжений, то в (2.22) будет входить слагаемое, содержащее эти напряжения. В таком случае появляется ещё одна возможность управления КО ЭМВ — с помощью упругих напряжений.

Оценим, например, величину магнитного поля, при котором  $R = R_{\min}$  (в приближении  $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$ ) для типичных значений постоянных ФМД (см. выше) и  $K = -10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>. Подставив эти значения в (2.22) и выражая оттуда  $H_0$ , получаем, что КО ЭМВ достигает минимального значения в поле  $H_0 \approx 4$  кЭ. Это значение является вполне доступным с экспериментальной точки зрения. Из условия  $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$  следует, что частоты, при которых может



Рис. 2.3. Полевые зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика при различных значениях частоты падающей волны  $\omega$ в с  $^{-1}$  ( $1 - 1 \cdot 10^8$ ;  $2 - 1 \cdot 10^9$ ;  $3 - 1 \cdot 10^{10}$ ;  $4 - 1 \cdot 10^{11}$ ;  $5 - 1 \cdot 10^{12}$ ).  $K = -10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>. a)  $\gamma = 0,01$ ; b)  $\gamma = 0,1$ 

быть достигнуто существенное уменьшение КО лежат в интервале, включающем область СВЧ-диапазона ( $\omega_0 + \omega_{me} \approx 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ).

**2.2.2. Полевая зависимость КО ЭМВ.** Зависимости КО ЭМВ от величины магнитного поля при различных частотах и константах анизотропии представлены на рис. 2.3–2.5.

Из рис. 2.3 видно, что при отрицательной константе анизотропии в интервале частот  $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$  при типичных значениях постоянных магнитострикции имеет место аномальное уменьшение (вплоть до нуля) КО ЭМВ. Как следует из (2.21), в области полей  $H_0 < \omega_A/g$ в данном интервале частот КО ЭМВ практически не зависит от величины постоянного магнитного поля. Из сравнения рис. 2.3, *a* и 2.3, *б* видно, что затухание спиновых волн при частотах  $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$  слабо влияет на величину коэффициента отражения.



Рис. 2.4. Полевые зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика. *a*) при различных значениях постоянной магнитострикции  $B_2$  в эрг/см<sup>3</sup> ( $1 - 10^6$ ;  $2 - 10^7$ ;  $3 - 10^8$ ),  $K = 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\omega = 1 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $\gamma = 0,01$ ;  $\delta$ ) при различных значениях постоянной анизотропии K в эрг/см<sup>3</sup> ( $1 - 10^5$ ;  $2 - 10^6$ ;  $3 - 10^7$ ),  $B_2 = 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\omega = 1 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $\gamma = 0,01$ 



Рис. 2.5. Полевые зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика при различных значениях частоты падающей волны  $\omega$  в с<sup>-1</sup>  $(1 - 1 \cdot 10^9; 2 - 1 \cdot 10^{10}; 3 - 1 \cdot 10^{11}; 4 - 1 \cdot 10^{12})$  и отрицательной константе анизотропии ( $K = -10^5$  эрг/см<sup>3</sup>),  $B_2 = 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ 

Анализ полевой зависимости КО ЭМВ R(H) при изменении величины постоянной магнитострикции показывает, что в области СВЧ-диапазона отличие КО ЭМВ для магнитоупругих постоянных в интервале  $B_2 \sim 1 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^8$  эрг/см<sup>3</sup> составляет 1–2 процента (рис. 2.4, *a*). Более сильной является зависимость R(H) от величины постоянной анизотропии (рис. 2.4, *б*).

На рис. 2.5 представлена зависимость R(H) при отрицательной константе анизотропии. Видно, что в интервале частот  $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$  при уменьшении магнитного поля перед точкой ОФП КО ЭМВ существенно уменьшается, достигая своего минимального значения (2.21) при выполнении условия (2.20). В точке ОФП наоборот КО ЭМВ достигает максимальной величины.

## 2.3. Отражение электромагнитных волн от поверхности пластины ферромагнитного диэлектрика

Рассмотрим пластину ФМД кубической симметрии, занимающую область пространства 0 < z < d, основное состояние которого как и прежде характеризуется намагниченностью  $\mathbf{M}||\mathbf{z}||\mathbf{H}_0$ . Из вакуума на пластину нормально к ее поверхности z = 0 падает линейно поляризованная монохроматическая ЭМ волна вида (2.1).

Отличие данной задачи от рассмотренной в части 2.2 данной главы состоит в наличие второй границы раздела  $\Phi M Д$ -вакуум (z = d). При этом внутри магнетика помимо волн, распространяющихся в одном направлении с падающей, будут распространяться волны в противоположном направлении. В ходе исследования для описания связанных

волн, распространяющихся в ФМД, были использованы материальные и дисперсионные уравнения, а также обозначения и приближения, введенные в главе 1 и части 2.2.

Пусть в области z < 0 распространяется отраженная волна  $\mathbf{h}_R$ ,  $\mathbf{e}_R$ , а в области пространства z > d — прошедшая волна  $\mathbf{h}_d$ ,  $\mathbf{e}_d$ . Обозначим волны, распространяющиеся в пластине вдоль нормали к поверхности z = 0 через  $h_{i\pm}$ , а волны, распространяющиеся в противоположном направлении, через  $h'_{i\pm}$ . Тогда систему граничных условий на каждой границе пластины, с учетом (2.6), можно записать следующим образом.

При z = 0 (вакуум-ФМД)

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d));$$

$$e_{0\pm} + e_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} (e_{i\pm} + e'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d));$$

$$iC_{44} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (u_{i\pm} - u'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) + \qquad (2.23)$$

$$+ B_2 \sum_{i=1}^{3} (m_{i\pm} - m'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (m_{i\pm} - m'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = 0.$$

При z = d (ФМД-вакуум)

$$h_{d\pm} = \sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + h'_{i\pm});$$

$$e_{d\pm} = \sum_{i=1}^{3} (e_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + e'_{i\pm});$$

$$iC_{44} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (u_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - u'_{i\pm}) + \qquad (2.24)$$

$$+ B_2 \sum_{i=1}^{3} (m_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + m'_{i\pm}) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (m_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - m'_{i\pm}) = 0.$$

где  $k_i$  — корни дисперсионного уравнения (2.5).

Переходя в (2.23) и (2.24) к компонентам магнитного поля с помощью уравнений (2.3), получим следующую систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = h_{0\pm} + h_{R\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}(h_{i\pm} - h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = \sqrt{\varepsilon} k_e(h_{0\pm} - h_{R\pm});$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^2 - k_e^2}{k_{i\pm}^2 - k_a^2}(h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}(k_{i\pm}^2 - k_e^2)(h_{i\pm} - h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + h'_{i\pm}) = h_{d\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}(h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - h'_{i\pm}) = \sqrt{\varepsilon} k_e h_{d\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^2 - k_e^2}{k_{i\pm}^2 - k_a^2}(h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + h'_{i\pm}) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}(k_{i\pm}^2 - k_e^2)(h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - h'_{i\pm}) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}(k_{i\pm}^2 - k_e^2)(h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - h'_{i\pm}) = 0.$$

Система граничных условий (2.25) совместно с дисперсионным уравнением (2.5) позволяет определить КО ЭМВ от поверхности пластины ФМД (2.10)

$$R = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{h_{R+}}{h_{0+}} \right|^2 + \left| \frac{h_{R-}}{h_{0-}} \right|^2 \right) = (R_+ + R_-)/2, \qquad (2.26)$$

где  $R_+$  и  $R_-$  — коэффициенты отражения от пластины  $\Phi M Д$  в случае, когда на ее поверхность падает право- или лево- поляризованная ЭМ волна соответственно.

В общем виде аналитическое выражение для коэффициента отражения (2.26), полученное из (2.5) и (2.25), громоздко и трудно для анализа. В связи с этим исследование КО ЭМВ проводилось численно.

При численном расчете КО ЭМВ от поверхности пластины  $\Phi M Д$  сначала из дисперсионного уравнения определялись (2.5) волновые числа  $k_{i\pm}$  возбуждаемых в магнетике волн правой и левой поляризации. Полученные в результате расчета значения волновых чисел  $k_{i\pm}$ 

подставлялись в систему линейных уравнений (2.25). Затем данная система решалась относительно амплитуд отраженных волн правой и левой поляризации. Полученные значения амплитуд отраженных волн подставлялись в формулу (2.26), тем самым определялось значение КО ЭМВ от поверхности пластины ФМД. При численных расчетах использовались значения постоянных ФМД (2.19). Результаты численного расчета КО ЭМВ представлены на рис. 2.6–2.17.

2.3. Отражение электромагнитных волн от пластины

Прежде чем перейти к анализу полученных результатов отметим, что при распространении ЭМ волн в пластине  $\Phi M \mathcal{A}$  в ней возникают стоячие волны. Поскольку ЭМ волна за счет ЭМ-спинового и МУ вза-имодействий возбуждает спиновые и упругие волны, то кроме стоячих ЭМ волн в пластине могут возникать также стоячие спиновые и упругие волны. Условия установления стоячих ЭМ, спиновых и упругих волн можно определить исходя, например, из результатов главы 1. Как известно, условие минимальной частоты стоячих волн определяется формулой

$$k_{i\pm}(\omega)d = \pi, \tag{2.27}$$

где  $k_{i\pm}(\omega)$  — корни дисперсионного уравнения (2.5). На частотной зависимости КО ЭМВ при выполнении условий (2.27) могут проявляться размерные резонансы. Графический анализ решений дисперсионного уравнения (2.5) приводит к следующим результатам.

В области  $\omega\gg\omega_M+\omega_{s0}$  первые размерные резонансы возможны при частотах

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\varepsilon \mu_{\pm}(\omega)} d, \ \omega \approx \pi s_{\pm}(\omega) / d, \ \omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2.$$
 (2.28)

В данной области можно приближенно считать, что  $s_{\pm}(\omega) \approx S_t$ , а  $\mu_{\pm}(\omega) \approx 1$ . Первое условие отвечает установлению в пластине стоячих ЭМ волн правой и левой поляризации, второе — стоячих упругих волн таких же поляризаций, а третье — стоячих спиновых волн.

При  $\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$  условия размерных резонансов имеют вид

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\varepsilon \mu_{-}(\omega)} d; \ \omega \approx \pi s_{\pm}(\omega) / d, \ \omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2.$$
 (2.29)

Здесь также можно считать, что  $s_{\pm}(\omega) \approx s_t$ . Правополяризованные ЭМ волны в данном интервале частот являются нераспространяющимися, а магнитная проницаемость  $\mu_{-}(\omega)$  существенно зависит от частоты (см. формулу (2.14)). Приближенно магнитную проницаемость  $\mu_{-}(\omega)$  можно оценить по формуле:  $\mu_{-}(\omega) \approx (\omega_M + 2\omega_{s0})/\omega$ . Первое условие в (2.29) соответствует установлению на толщине пластины левополяризованных упругих волн, а третье — стоячих спиновых волн. Таким образом, в данной области частот для правополяризованных ЭМ волн отсутствуют размерные резонансы.

Наконец, в области  $\omega \ll \omega_{s0}$  частоты первых резонансов имеют вид

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\varepsilon \mu_{\pm}(\omega)} d; \quad \omega \approx \pi s_{\pm}(\omega) / d. \tag{2.30}$$





2.3. Отражение электромагнитных волн от пластины

Рис. 2.6. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 0,1 см. a)  $R_+$ ; b)  $R_-$ ; e) R. На вставках показаны размерные резонансы коэффициента отражения на частотах, соответствующих упругим волнам

 $lg(\omega, c^{-1})$ 

Рис. 2.7. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 1 см. a)  $R_+$ ; b)  $R_-$ ; b) R. На вставках показаны размерные резонансы коэффициента отражения на частотах, соответствующих упругим волнам

9,0

1

7,40

9,5

 $lg(\omega, c^{-1})$ 

7,42

7,44

10,0 10,5 11,5

0,2

 $^{0,1}$ 

0,0

 $7,\!5$ 

8,0

 $^{.}8,5$ 



Рис. 2.8. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 100 см. a)  $R_+$ ; b)  $R_-$ ; e) R. На вставках показаны размерные резонансы коэффициента отражения на частотах, соответствующих упругим волнам



Рис. 2.9. Частотная зависимость коэффициента отражения линейнополяризованной электромагнитной волны от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>. Толщина пластины d = 0,1 см. 1)  $\gamma = 0,01;$  2)  $\gamma = 0,1$ 

В этой области магнитная проницаемость практически не зависит от частоты:  $\mu_{\pm}(\omega) \approx (\omega_{s0} + \omega_M)/\omega_{s0}$ , а скорости право- и левополяризованных упругих волн  $s_{\pm}(\omega)$ , наоборот, могут существенно зависеть от частоты. Вдали и вблизи точки ОФП можно полагать, что  $s_{\pm}(\omega) \approx s_t$ , а в точке ОФП для оценки скоростей квазиупругих волн можно приближенно использовать следующие формулы:  $S_+ \approx \sqrt{g\alpha M_0 \omega}$ ,  $S_- \approx s_t \sqrt{\omega/\omega_{me}}$ . В этом случае условия в (2.30) запишутся как

$$\omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2; \quad \omega \approx s_t^2 \pi^2 / \omega_{me} d^2. \tag{2.31}$$

Первое условие в (2.30) обусловливает появление в пластине стоячих право- и левополяризованных ЭМ волн, а вторые условия в (2.30) и условия (2.31) — стоячих право- и левополяризованных упругих волн, которые в точке ОФП следует рассматривать как квазиупругие (см. гл. 1). При характерных значениях постоянных ФМД (2.19), а также, например, при  $K = -10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $H_i \approx 4050$  Э магнитная проницаемость  $\mu_{\pm}(\omega) \approx 1,2 \cdot 10^2$ , а при  $H_i = 4000$  Э (точка ОФП  $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g(2K/M_0 + H_i) = 0$ ),  $\mu_{\pm}(\omega) \approx 1,3 \cdot 10^4$ .

В областях частот  $\omega \approx \omega_M + \omega_{s0}$ ,  $\omega \approx \omega_{s0}$ , из-за сильного взаимодействия между волнами различных типов и искажения законов дисперсии связанных волн, условия размерных резонансов значительно усложняются. В особенности это относится к правополяризованным волнам (см. рис. 1.2 и 1.3 в гл. 1). В этих областях, а также в области  $\omega \approx 0$  (в точке ОФП) волны следует рассматривать как связанные ЭМ и МУ волны, не разделяя их в отдельности на ЭМ, спиновые и упругие.

Анализ проведенных численных расчетов (рис. 2.6-2.17), показывает, что при больших частотах (для значений постоянных ФМД

(2.19) при частотах  $\omega > 10^7 - 10^9 \text{ c}^{-1}$ ) в выражении для магнитной восприимчивости (2.4) можно пренебречь слагаемым  $\omega_{me}\omega_t^2$  в знаменателе, а в выражении для частоты  $\omega_{sk}$  пренебречь пространственной дисперсией. Такие приближения эквивалентны отказу от граничных условий на намагниченность и упругие напряжения. В этом случае вместо сложной задачи об исследовании связанной системы уравнений (1.4)–(1.6) можно ограничиться решением обычной электродинамической задачи с эффективной магнитной проницаемостью  $\mu_{\pm}$ . Согласно части 2.2 эта проницаемость может быть записана в виде (2.14). Как уже было отмечено выше, в области частот (2.16) действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн является отрицательной. Отсюда и из главы 1 следует, что в данной области частот распространение в ФМД правополяризованных ЭМ волн невозможно.

В результате решения электродинамической задачи с учетом (2.14) для отношения амплитуд отраженных волн к амплитудам падающих волн получается следующее выражение

$$\frac{h_{R\pm}}{h_{0\pm}} = \frac{(\varepsilon - \mu_{\pm})\sin(k_{\pm}d)}{(\varepsilon + \mu_{\pm})\sin(k_{\pm}d) - 2i\sqrt{\varepsilon\mu_{\pm}}\cos(k_{\pm}d)},$$
(2.32)

где  $k_{\pm} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{\pm}} / c.$ 

С помощью формулы (2.14) может быть легко получено аналитическое выражение для КО ЭМВ (2.26):

$$R_{\pm} = \left[ (\varepsilon - \mu_{\pm}')^2 + \mu_{\pm}''^2 \right] \left[ 4e^{-2k_{\pm}''d} \sin^2 k_{\pm}'d + (1 - e^{-2k_{\pm}''d})^2 \right] / \\ \left/ \left\{ \left[ (\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_{1\pm}})^2 + \mu_{2\pm} \right]^2 + \left[ (\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_{1\pm}})^2 + \mu_{2\pm} \right]^2 e^{-4k_{\pm}''d} - \right. \\ \left. - 2e^{-2k_{\pm}''d} \cos 2k_{\pm}'d \left[ (\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_{1\pm}})^2 - 6\varepsilon\mu_{2\pm} + \mu_{2\pm}(\mu_{2\pm} + 2\mu_{1\pm}) \right] - \right. \\ \left. - 8\sqrt{\mu_{2\pm}\varepsilon} e^{-2k_{\pm}''d} \sin k_{\pm}'d(\varepsilon - \mu_{2\pm}) \right\}, \quad (2.33)$$

где

$$\mu_{1\pm} = \left(\sqrt{\mu_{\pm}^{\prime 2} + \mu_{\pm}^{\prime \prime 2}} + \mu_{\pm}^{\prime}\right)/2, \quad \mu_{2\pm} = \left(\sqrt{\mu_{\pm}^{\prime 2} + \mu_{\pm}^{\prime \prime 2}} - \mu_{\pm}^{\prime}\right)/2,$$
$$k_{\pm}^{\prime} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_{1\pm}}/c, \quad k_{\pm}^{\prime \prime} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_{2\pm}}/c.$$

**2.3.1. Частотная зависимость отражения.** На рис. 2.6–2.13 приведены частотные зависимости коэффициента отражения для трех значений толщины пластины. Рис. 2.6–2.9 соответствуют случаю, когда ФМД находится вблизи точки ОФП, а рис. 2.10–2.13 — случаю, когда ФМД находится в точке ОФП.

Из рис. 2.6, a–2.8, a следует, что вблизи точки ОФП на частотной зависимости коэффициента отражения правополяризованных волн имеются три характерные области. В области высоких частот ( $\omega > > 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ) наблюдается обычное поведение коэффициента отражения,

61

характерное при наличии в пластине размерных резонансов ЭМ волн — «гребенка» чередующихся максимумов и минимумов (рис. 2.6 *a*-2.7 *a*). Частоту первого размерного резонанса можно оценить по формуле (2.28). При характерных значениях постоянных ФМД (2.19), а также при  $K = -10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $H_i = 4050$  Э (при таких значениях константы анизотропии и магнитного поля построены рис. 2.6-2.8) частота  $\omega_M + \omega_{s0} \approx 1.2 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ , а частота  $\omega_{s0} \approx 1 \cdot 10^{9} \text{ c}^{-1}$ . Для пластины толщиной d = 0,1 см условия (2.28) выполняются при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>, а для пластины толщиной d = 1 см — при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>. Поскольку в последнем случае частота первого резонанса приходится на область отрицательной магнитной проницаемости (2.16), где невозможно распространение правополяризованных волн, то размерные резонансы должны начинаться с частоты, совпадающей с верхней границей в (2.16). Эти оценки хорошо согласуются с рис. 2.6 *a*-2.7 *a*. При больших толщинах пластины размерные резонансы при высоких частотах отсутствуют (рис. 2.8, a) — для ЭМ волны такой частоты «толстые» пластины становятся «полубесконечными». Более точный анализ пока-

зывает, что и в толстых пластинах при высоких частотах коэффициент отражения осциллирует, однако амплитуда осцилляций является очень малой. В области частот (2.16) ( $\omega \sim 10^9 - 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ) КО ЭМВ сильно зависит

от толщины пластины. При малых толщинах пластины в числителе выражения (2.33) можно разложить в ряд синус и экспоненту и ограничиться первыми членами. В этом случае коэффициент отражения становится пропорциональным квадрату толщины пластины. Зависимость коэффициента отражения от толщины пластины в области частот (2.16) хорошо прослеживается на рис. 2.6–2.8. Из (2.29) следует, что в области частот (2.16) для правополяризованных волн размерные резонансы отсутствуют. Это подтверждается численными расчетами (рис. 2.6–2.8). При малом затухании спиновых волн и больших толщинах пластины коэффициент отражения правополяризованных волн в области (2.16) близок к единице и практически не зависит от частоты (рис. 2.7, *a*).

При приближении к краям области (2.16) слева и справа коэффициент отражения правополяризованных волн резко возрастает. Это можно объяснить следующим образом. В области частот (2.16) действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн отрицательна. Левее нижней границы данной области действительная и мнимая части магнитной проницаемости правополяризованных волн положительны и сильно возрастают при приближении к частоте  $\omega_{s0} = \omega_0 + \omega_{me}$ . Согласно (2.33) в этом случае коэффициент отражения правополяризованных волн резко увеличивается — вплоть до единицы при малом затухании спиновых волн.

Наоборот, при подходе к правой границе (2.16) действительная и мнимая части магнитной проницаемости правополяризованных волн значительно уменьшаются. Из (2.33) следует, что это также приводит

к резкому возрастанию коэффициента отражения правополяризованных волн.

На еще более низких частотах ( $\omega < 10^9 \text{ c}^{-1}$ ) пластина является «прозрачной» для ЭМ волн, поскольку длина волны  $\lambda \sim c/\omega$  на этих частотах превосходит толщину пластины (рис. 2.6–2.8). С возрастанием толщины пластины область «прозрачности» смещается в сторону все более низких частот (ср. рис. 2.6 и 2.8).

При увеличении толщины пластины левее области (2.16) могут выполниться условия размерного резонанса правополяризованных ЭМ волн. Для пластины толщиной d = 1 см из (2.30) следует, что первый размерный резонанс правополяризованных волн должен иметь место при  $\omega \approx 1 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>. Это действительно согласуется с численными результатами на рис. 2.6, a-2.8, a.

Из (2.14) видно, что магнитная проницаемость левополяризованных волн всегда положительна и вблизи точки ОФП намного превосходит единицу. Она уменьшается при увеличении частоты. При некоторой частоте магнитная проницаемость левополяризованных волн сравнивается по величине с диэлектрической проницаемостью. Это приводит к уменьшению коэффициента отражения левополяризованных волн на данной частоте (2.33). Такой ситуации отвечает первый широкий минимум (после первого максимума) на рис. 2.6, 6-2.7, б и последний широкий минимум на рис. 2.8, б на коэффициенте отражения левополяризованных волн. Дальнейшие минимумы на коэффициенте отражения левополяризованных волн (рис. 2.6, 6-2.7, 6) отвечают размерным резонансам ЭМ волн. Частота первого резонанса согласуется с оценкой по формуле (2.28): для пластины толщиной d = 0,1 см условия (2.28) выполняются при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ , а для пластины толщиной d = 1 см - 1при  $\omega \approx 3 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>. При больших толщинах пластины размерные резонансы левополяризованных ЭМ волн проявляются на все меньших частотах, исчезая при высоких частотах (рис. 2.8, б). Это также согласуется с оценкой первого размерного резонанса по формуле (2.30): для пластины d = 100 см условия (2.30) выполняются при  $\omega \approx 3 \times$  $\times 10^7 \, {
m c}^{-1}$ . Величина первого максимума коэффициента отражения левополяризованных волн растет с увеличением толщины пластины (ср. рис. 2.6, б-2.8, б). С увеличением толщины пластины уменьшается также интервал частот, при которых пластина является прозрачной для левополяризованных ЭМ волн.

В коэффициенте отражения линейнополяризованной волны в области частот (2.16) на особенности, обусловленные вкладом от коэффициента отражения правополяризованных волн, накладываются особенности от коэффициента отражения левополяризованных волн (рис. 2.6, *в*-2.8, *в*). Из-за несовпадения частот размерных резонансов для право- и левополяризованных волн коэффициент отражения линейнополяризованной волны осциллирует с существенно меньшей амплитудой, чем коэффициенты отражения право- и левополяризованных волн. При увеличении магнитного поля (при отходе от точки ОФП) увеличивается частота спиновых волн  $\omega_0$ . Это приводит к сужению области (2.16) и к сглаживанию описанных выше особенностей в поведении КО ЭМВ. Увеличение коэффициента затухания спиновых волн приводит к уменьшению величины пиков коэффициентов отражения право-, лево- и линейнополяризованных волн (рис. 2.9).

Как следует из вставок на рис. 2.6–2.8 на частотной зависимости КО при низких частотах имеется еще целый ряд очень узких пиков. Согласно приведенным выше оценкам частоты первого размерного резонанса по формуле (2.30) эти пики обусловлены резонансным поведением магнитной восприимчивости на частотах упругих волн. Действительно, в случаях толщины пластины d = 0,1;1;100 см условия первых размерных резонансов упругих волн при низких частотах вблизи точки ОФП ( $K = -10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $H_i = 4050$  Э) будут выполняться при  $\omega \approx 9 \cdot 10^6; 9 \cdot 10^5; 9 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup>, соответственно.

Из рис. 2.6-2.8 следует, что данные пики проявляются именно только при низких частотах (в области пересечения невзаимодействующих ветвей колебаний), где взаимодействие между ЭМ, спиновыми и упругими колебаниями максимально (см. главу 1). Справа и слева от этой частотной области величина пиков размерных акустических резонансов резко уменьшается и практически равна нулю вдали от нее. Поскольку взаимодействие между левополяризованными ЭМ и МУ волнами вблизи ОФП слабее, чем между правополяризованными ЭМ и упругими волнами, то величина размерных акустических резонансов на коэффициенте отражения левополяризованных волн меньше, чем на коэффициенте отражения правополяризованных волн. Величина акустических резонансов также сильно зависит от коэффициента затухания спиновых волн: при увеличении коэффициента затухания амплитуда пиков уменьшается. При отходе от точки ОФП уменьшается динамический параметр МУ связи, что приводит практически к исчезновению размерных резонансов на акустических волнах.

В точке ОФП частотная зависимость КО ЭМВ несколько иная (рис. 2.10–2.12). В области высоких частот изменение в поведении коэффициента отражения практически незаметно. В области же низких частот это изменение является значительным. Во-первых, ФМД становится непрозрачным в широкой области низких частот ( $\omega < 10^9 \text{ c}^{-1}$ ), при которых он был прозрачным вблизи и вдали от точки ОФП. Это объясняется тем, что в точке ОФП существенно уменьшаются скорости упругих и ЭМ волн, а значит и длина этих волн (см. главу 1). Вовторых, в области низких частот имеется ряд острых пиков, которые обусловлены размерными акустическими резонансами (рис. 2.10–2.12). Положение этих резонансов зависит от толщины пластины: при уменьшении толщины пластины частота первых резонансов увеличивается (ср. рис. 2.10–2.12). Оценки по формулам (2.29), (2.30) приводят к следующим значениях параметров ФМД (2.19) и  $K = -10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,

H = 4000 Э в случаях пластин толщиной d = 0,1;1;100 см в области частот  $\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$  условия размерных акустических резонансов будут выполняться, начиная с частот  $\omega \approx 1 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>, а в области частот  $\omega \ll \omega_{s0}$  — с частот  $\omega \approx 10,10^7;10^{-1},10^5;10^{-5};10$  с<sup>-1</sup> для право- и левополяризованных акустических волн соответственно. Данные оценки хорошо подтверждаются результатами численных расчетов (рис. 2.10–2.12). Отсутствие акустических резонансов на коэффициенте отражения правополяризованных волн в области сверхнизких частот  $\omega \ll \omega_{s0}$ , по-видимому, можно объяснить тем, что условия их установления выполняются для аномально низких частот и в масштабах рис. 2.10–2.12 они не проявляются. Следует отметить также, что правополяризованные акустические волны в точке ОФП становятся сильнозатухающими, что также может привести к отсутствию резонансов акустических волн при сверхнизких частотах [75].

Размерные резонансы право- и левополяризованных ЭМ волн в точке ОФП также проявляются на частотных зависимостях КО. В области высоких частот условия первых размерных резонансов ЭМ волн практически совпадают с аналогичными условиями размерных резонансов для случая вблизи точки ОФП, определенных выше по формулам (2.28), (2.29). При более низких частотах формула (2.30), примененная к точке ОФП, приводит к следующим оценкам частот первых размерных резонансов ЭМ волн. Для пластин толщиной d = 0,1 и 1 см данные резонансы отсутствуют, а для пластины толщиной d = 100 см условия первых резонансов должны выполняться при  $\omega \approx 3 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup>. Эти оценки совпадают с результатами численных расчетов, представленных на рис. 2.10–2.12.

Согласно (2.4) особенности восприимчивости для право— и левополяризованных волн имеют место на разных частотах. В связи с этим пики акустических резонансов для этих волн на кривых зависимости коэффициента отражения разнесены по частоте (рис. 2.10, *a* и 2.10, *б*). Амплитуда первых акустических резонансов максимальна, амплитуда же следующих резонансов резко убывает с увеличением номера резонанса. Расстояние между резонансами уменьшается с увеличением частоты. В интервале частот между акустическими резонансами правои левополяризованных волн коэффициент отражения линейнополяризованных волн может принимать аномально малые значения (рис. 2.10, *в*, 2.11, *в*).

Из рис. 2.10–2.12 следует, что перед первым размерным резонансом на коэффициенте отражения правополяризованных волн и после первого максимума на коэффициенте отражения левополяризованных волн имеется широкий минимум. Его положение зависит от толщины пластины, при увеличении толщины пластины он смещается в область низких частот.

Такое поведение коэффициента отражения право- и левополяризованных волн может быть объяснено формулой (2.4). Из (2.4) следует, что в области низких частот в точке ОФП восприимчивость ФМД



Рис. 2.10. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 0,1 см. a)  $R_+$ ;  $\delta$ )  $R_-$ ; e) R

намного превосходит единицу. В числителе (2.4) имеется множитель  $\omega^2 - \omega_t^2$ , который может при некоторой частоте привести к существенному уменьшению динамической магнитной проницаемости, вплоть до нуля. При этом может выполниться условие равенства магнитной и диэлектрических проницаемостей ФМД. В этом случае КО ЭМВ

ר 1,0

 $^{0,8}$ 

 $^{0,6}$ 

 $^{0,4}$ 

0,2 ·

0,0

 $R_+$ 

а





Рис. 2.11. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 1 см. a)  $R_+$ ;  $\delta$ )  $R_-$ ; e) R

 $1,\!0$ 

 $^{0,8}$ 

 $^{0,6}$ 

 $0,\!4$ 

 $^{0,2}$ 

0,0

 $^{1,0}$ 

 $0,\!6$ 

 $^{0,4}$ 

 $^{0,2}$ 

0,0

 $^{1,0}$ 

 $^{0,8}$ 

 $0,\!6$ 

R

 $R_{-}$  0,8

 $R_{+}$ 

67





Рис. 2.12. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 100 см. a)  $R_+$ ; б)  $R_-$ ; e) R


Рис. 2.13. Частотная зависимость коэффициента отражения линейнополяризованной электромагнитной волны от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э,  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>. Толщина пластины d = 0,1 см. 1)  $\gamma = 0,01$ ; 2)  $\gamma = 0,1$ 

существенно уменьшается (в идеальном случае до нуля). Поскольку из рис. 2.10–2.12 следует, что указанный минимум имеет место на частотах вблизи размерных резонансов, то для оценки частоты этого минимума можно воспользоваться приближенной формулой:  $\omega = \omega_t = s_t k \approx s_t \pi/d$ . При толщинах пластины d = 0,1;1;100 см и учете (2.19) получается, что рассматриваемый минимум коэффициента отражения должен наблюдаться на частотах  $\omega \approx 10^7; 10^6; 10^4 \text{ c}^{-1}$ . Эти оценки хорошо согласуются с положением первых широких минимумов на коэффициенте отражения право- и левополяризованных волн на рис. 2.10–2.12. Из-за большей ширины минимума коэффициента отражения правополяризованных волн в нем имеют место несколько резонансов коэффициента отражения левополяризованных волн (ср., например, рис. 2.11, *a* и 2.11, *b*). Это проявляется и на частотной зависимости коэффициента отражения линейнополяризованной волны (рис. 2.11, *в*).

При увеличении толщины пластины возрастает величина КО ЭМВ в области сверхнизких частот —  $\Phi M Д$  для таких частот становится все более непрозрачным. Согласно (2.30) размерные резонансы на квазиу-пругих волнах при больших толщинах пластины могут проявиться и на сверхнизких частотах. Это подтверждается численными расчетами при толщинах пластины  $d \ge 100$  см. Увеличение коэффициента затухания приводит к уменьшению величины пиков, в то время как в области между пиками это увеличение не приводит к существенному изменению КО ЭМВ (рис. 2.13).

**2.3.2. Полевые зависимости отражения.** Полевые зависимости КО ЭМВ приведены на рис. 2.14–2.17.

Анализ представленных полевых зависимостей показывает, что все особенности на них также обусловлены аномальным поведением динамической магнитной восприимчивости (2.4) и размерными резонансами.

Как отмечалось выше, в области высоких частот при анализе поведения коэффициента отражения можно пользоваться выражениями (2.14) и (2.33). Из (2.14) следует, что магнитная проницаемость правополяризованных ЭМ волн резонансно возрастает при значении магнитного поля, определяемого формулой

$$H_r = \frac{\omega - (1 + \gamma^2)(\omega_A + \omega_{me})}{g(1 + \gamma^2)}.$$
 (2.34)

Отсюда следует, что резонанс коэффициента отражения правополяризованных ЭМ волн возможен только при частотах

$$\omega \ge \omega_3 = (1 + \gamma^2)(\omega_A + \omega_{me}). \tag{2.35}$$

Из (2.14) также следует, что в области магнитных полей

$$H_2 < H < H_1$$
 (2.36)

где

$$H_{1,2} = [2\omega - (2\omega_A + 2\omega_{me} + \omega_M)(1 + \gamma^2) \pm \\ \pm \sqrt{\omega_M^2 (1 + \gamma^2)^2 - 4\omega^2 \gamma^2}]/2g(1 + \gamma^2),$$

действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных ЭМ волн отрицательна. В данном интервале магнитных полей правополяризованные ЭМ волны являются нераспространяющимися.

Значения магнитных полей, при которых возникают размерные резонансы ЭМ волн, следуют из формулы (2.27), которую можно записать в виде

$$\mu_n(H) = \frac{\pi^2 c^2 n^2}{\omega^2 \varepsilon d^2}.$$
(2.37)

Формулы (2.34)–(2.37) позволяют объяснить численно рассчитанные полевые зависимости КО ЭМВ (рис. 2.14–2.17).

На рис. 2.14–2.15 представлены полевые зависимости КО ЭМВ при  $K = 1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup> для нескольких значений частоты. Из (2.35) с учетом (2.19) следует, что при низких частотах ( $\omega < 10^9 \text{ c}^{-1}$ ) при любых магнитных полях не выполняется условие резонанса магнитной проницаемости правополяризованных волн (2.34). Из (2.14) и (2.36) также следует, что при низких частотах действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн монотонна и всегда положительна. Магнитная проницаемость левополяризованных волн при любых частотах положительна, не имеет резонансных особенностей и монотонна. При низких частотах значения магнитной проницаемости услования диэлектри-



Рис. 2.14. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при  $K = 1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 0,1 см. a)  $R_+$ ; b)  $R_-$ ; b)  $R_-$  Частота ЭМВ  $\omega$  в  $c^{-1}$  1)  $1 \cdot 10^9$ , 2)  $1 \cdot 10^{10}$ , 3)  $1 \cdot 10^{11}$ , 4)  $1 \cdot 10^{12}$ 

71

ческой проницаемости  $\varepsilon$ . Таким образом, при низких частотах на полевой зависимости коэффициента отражения не должно наблюдаться резких особенностей. В этом случае единственный минимум на полевых зависимостях коэффициента отражения право- и левополяризованных волн  $R_{\pm}(H)$  должен отвечать выполнению условия  $\varepsilon = \mu_{\pm}$ .

При выполнении последнего условия КО ЭМВ практически обращается в нуль. Этому соответствует одиночный минимум на рис. 2.14, *a*-2.14, *б* и 2.15, *a*-2.15, *б* при низких частотах. Как



Рис. 2.15. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при  $K = 1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 1 см. a)  $R_+$ ; b)  $R_-$ ; e) R. Частота ЭМВ  $\omega$  в  $c^{-1}$  l)  $1 \cdot 10^9$ , 2)  $1 \cdot 10^{10}$ , 3)  $1 \cdot 10^{11}$ , 4)  $1 \cdot 10^{12}$ 



Рис. 2.16. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при  $K = -1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ . Толщина пластины d = 0,1 см. a)  $R_+$ ;  $\delta$ )  $R_-$ ; s) R. Частота ЭМВ  $\omega$  в  $c^{-1}$  1)  $1 \cdot 10^9$ , 2)  $1 \cdot 10^{10}$ , 3)  $1 \cdot 10^{11}$ , 4)  $1 \cdot 10^{12}$ 

показывают численные расчеты, при частотах  $\omega < \omega_{3} \approx 8 \cdot 10^{9} \text{ c}^{-1}$  КО ЭМВ аномально мал для всех значений магнитного поля.

При высоких частотах ( $\omega > 1 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ ) условие (2.34) выполняется. Резонансное возрастание правополяризованной магнитной проницаемости при  $H = H_r$  (2.34) проявляется на  $R_+(H)$  в виде либо неглубокого минимума при  $\omega = 1 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$  и d = 0,1 см на рис. 2.14, *a*, либо в виде резкого уменьшения коэффициента отражения в остальных случаях 73



Рис. 2.17. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при  $K = -1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ . Толщина пластины d = 0.1 см. Частота ЭМВ  $\omega = 1.79 \cdot 10^7$  с<sup>1</sup> 1)  $R_+$ ; 2)  $R_-$ ; 3) R

на рис. 2.14, а и 2.15, а. Широкий и глубокий минимум на кривой  $R_+(H)$  по-прежнему отвечает равенству  $\varepsilon = \mu_+$ . Для левополяризованных ЭМ волн магнитная проницаемость на высоких частотах близка к единице. В связи с этим для них не может выполниться условие равенства магнитной и диэлектрической проницаемостей. При больших частотах выполняются условия размерных резонансов (2.37). Это проявляется на кривых коэффициента отражения правополяризованных волн в виде нескольких узких минимумов (рис. 2.14, *a*-2.16, *a*), а на кривых коэффициента отражения левополяризованных волн в виде нескольких широких минимумов (рис. 2.15, б). Резкое возрастание коэффициента отражения правополяризованных волн при  $\omega = 1\cdot 10^{10}~{
m c}^{-1}$ и  $\omega = 1 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup> (кривые 2 и 3 на рис. 2.14, a) в области малых полей обусловлено отрицательностью действительной части магнитной проницаемости (2.37). При высоких частотах ( $\omega = 1 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ ) увеличение коэффициента отражения вне резонансных значений обусловлено уменьшением длины ЭМ волны — пластина становится все менее прозрачной для таких длин волн.

При отрицательной константе анизотропии условие (2.34) может выполняться и при низких частотах. В этом случае на кривых  $R_+(H)$  вблизи точки ОФП при низких частотах появляются резонансные особенности в виде резких пиков (рис. 2.16 *a*). При низких частотах на полевых зависимостях КО ЭМВ могут проявиться особенности, обусловленные размерными резонансами магнитной проницаемости (2.4) на звуковых волнах. Этим резонансам отвечают пики КО ЭМВ на рис. 2.17.

#### 2.4. Отражение электромагнитных волн от структуры ферромагнитный диэлектрик-металл

Рассмотрим двухслойную структуру, состоящую из плоского слоя  $\Phi M \square$  кубической симметрии толщиной d, расположенного на полупространстве ( $d < z < \infty$ ) из немагнитного металла. Структура помещена в магнитное поле  $\mathbf{H}_0$ || $\mathbf{z}$ . В основном состоянии в  $\Phi M \square$  намагниченность  $\mathbf{M}$ || $\mathbf{z}$ . Как и ранее предположим, что из вакуума на данную структуру нормально падает линейно поляризованная  $\Im M$  волна вида (2.1).

**2.4.1. Спектры связанных колебаний и граничные условия.** При исследовании КО ЭМВ от двухслойной структуры, как и прежде, воспользуемся связанной системой уравнений Максвелла, Ландау–Лифшица и теории упругости для каждого отдельного слоя совместно с граничными условиями для векторов ЭМ поля, намагниченности и тензора упругих напряжений на свободных поверхностях слоев и границе раздела между слоями. Данная система связанных уравнений и граничных условий позволяет получить в каждом слое спектр элементарных возбуждений, скорости распространения этих возбуждений, тензор динамической магнитной проницаемости и КО ЭМВ.

Линеаризованная система уравнений Ландау–Лифшица, Максвелла и теории упругости для ФМД имеет вид (1.4–1.6), а для немагнитного металла она может быть записана как

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$
$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0; \quad (2.38)$$
$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{B}_0]_i.$$

Здесь **H**, **E** — напряженности магнитного и электрического полей соответственно; *c* — скорость света в вакууме;  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{CM}} + \mathbf{j}_n$ ,  $\mathbf{j}_{\text{CM}} = (\partial \mathbf{D}/\partial t)/4\pi$  — плотность тока смещения,  $\mathbf{D} = \widehat{\varepsilon}_m (\mathbf{E} + [\partial \mathbf{u}/\partial t, \mathbf{B}_0]/c)$  — индукция электрического поля,  $\widehat{\varepsilon}_m$  — тензор диэлектрической проницаемости металла (для металла полагаем, что  $\widehat{\varepsilon}_m = \varepsilon_m \delta_{ij}$ ),  $\mathbf{j}_n = \widehat{\sigma} (\mathbf{E} + [\partial \mathbf{u}/\partial t, \mathbf{B}_0]/c)$  — плотность тока проводимости,  $\widehat{\sigma}$  — тензор электропроводности (при наличии магнитного поля в немагнитном металле в тензоре электропроводности  $\widehat{\sigma}$  учитываются как диагональные (диссипативные), так и недиагональные (холловские) компоненты [112]),  $\mathbf{B}_0$  — постоянная индукция магнитного поля;  $\rho$  — плотность вещества;  $\mathbf{u}$  — вектор смещения;  $\sigma_{ik} = \partial F/\partial u_{ik}$  — тензор напряжений; F — плотность свободной энергии немагнитного металла ((1.1) при  $F_m = F_{me} = 0$ , а также  $\mathbf{M} = 0$ ).

Решения систем (1.4)-(1.6) и (2.38) находим в виде плоских волн. Системы уравнений (1.4)-(1.6) и (2.38) после линеаризации и перехода к циклическим переменным запишутся для ФМД как (2.3), а для металла примут вид

$$u_{\pm} = \mp i \frac{\xi_{ea} \omega_t^2 \omega}{[\omega_{e\pm} (\omega^2 - \omega_t^2) \pm \xi_{ea} \omega_t^2 \omega]} \frac{1}{B_0 k} h_{\pm};$$
  
$$h_{\pm} = i \frac{\omega}{\omega \mp \omega_{e\pm}} B_0 k u_{\pm},$$
  
(2.39)

где  $\omega_t = S_t k$  — закон дисперсии невзаимодействующих поперечных упругих волн,  $S_t = (C_{44}/\rho)^{1/2}$  — скорость поперечного звука,  $C_{44}$  — модуль упругости;  $\omega_{e\pm} = c^2 k^2/4\pi\sigma_{\pm}$  — закон дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн,  $\sigma_{\pm} = \sigma_{xy} \pm i\sigma_{xx}$  — эффективная проводимость,  $\sigma_{xx} = \gamma_{el} (\sigma_0 - i\varepsilon_m \omega/4\pi), \ \sigma_{xy} = \gamma_{el}\sigma_0\tau_{el}\omega_B, \ \sigma_0 = e^2\tau_{el}N_e/m_e$  — проводимость металла в отсутствие внешнего магнитного поля,  $\gamma_{el} = (1 + \tau_{el}^2\omega_B^2)^{-1}$  — коэффициент затухания ЭМ волн в металле,  $\tau_{el}$  — время релаксации электронов,  $\omega_B = eB_0/m_ec$  — циклотронная (ларморовская) частота, e — заряд электрона,  $m_e$  — масса электрона,  $N_e$  — плотность электронов в металле;  $\xi_{ea} = H_0^2/4\pi S_t^2\rho$  — безразмерный параметр АЭМ взаимодействия.

Решая системы уравнений (1.4)–(1.6) и (2.38), можно получить дисперсионные уравнения связанных колебаний для каждого слоя. Для ФМД его можно записать как (2.5), а для металла в виде

$$\left(k^2 - k_a^2\right)\left(k^2 \mp k_{e\pm}^2\right) \mp \xi_{ea}k_{e\pm}^2k^2 = 0, \qquad (2.40)$$

где  $k_a = \omega/S_t$ ,  $k_{e\pm} = (4\pi\omega\sigma_{\pm})^{1/2}/c$  — волновые числа невзаимодействующих упругих и ЭМ волн соответственно.

Значение амплитуд связанных волн, распространяющихся внутри ФМД и немагнитного металла, и их связь с амплитудой падающей ЭМ волны находятся из решения системы граничных условий.

Граничные условия, для слоистой структуры типа ФМД-немагнитный металл представляют собой условия непрерывности тангенциальных составляющих векторов напряженности и нормальных компонент векторов индукции электрического и магнитного полей на границах раздела, отсутствия напряжений на поверхности вакуум-ФМД, а на поверхности раздела ФМД-металл — непрерывности механических напряжений в каждой точке границы, равенства нулю производной намагниченности на поверхности вакуум-ФМД и на границе раздела ФМД-металл.

При прохождении слоя  $\Phi M \square$  фаза всех волн будет изменяться на величину  $\exp(ik_{i\pm}d)$ . Будем полагать на границе z = 0 фазу волн, распространяющихся по оси z, равной нулю, а на границе z = d положим равной нулю фазу волн, распространяющихся в противоположном направлении.

Решением дисперсионных уравнений (2.5), (2.40) являются шесть значений волновых чисел  $k_{i+}^{I}$  (i = 1...6), соответствующих шести свя-

занным волнам, которые могут распространяться внутри ФМД (здесь и далее по тексту индекс I соответствует ФМД, а II немагнитному металлу), и четыре значения волновых чисел  $k_{i\pm}^{II}$  (i = 1...4), соответствующих четырем связанным волнам, которые могут распространяться внутри немагнитного металла. При этом граничные условия для систем уравнений (1.4–1.6) и (2.38) после перехода к компонентам переменного магнитного поля с помощью уравнений (2.3) и (2.39), примут вид.

Граница вакуум-ФМД:

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{\mathrm{I}} + \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{\mathrm{I}'} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d};$$

$$k_{e}\sqrt{\varepsilon_{2}} (h_{0\pm} - h_{R\pm}) = \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}^{\mathrm{I}} \left(h_{i\pm}^{\mathrm{I}} - h_{i\pm}^{\mathrm{I}'} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d}\right);$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^{\mathrm{I}^{2}} - k_{e}^{\mathrm{I}^{2}}}{k_{i\pm}^{\mathrm{I}^{2}} - k_{a}^{\mathrm{I}^{2}}} \left(h_{i\pm}^{\mathrm{I}} + h_{i\pm}^{\mathrm{I}'} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d}\right) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}^{\mathrm{I}} \left(k_{i\pm}^{\mathrm{I}^{2}} - k_{e}^{\mathrm{I}^{2}}\right) \left(h_{i\pm}^{\mathrm{I}} - h_{i\pm}^{\mathrm{I}'} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d}\right) = 0.$$
(2.41)

Граница ФМД-металл:

$$\sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{\mathrm{I}} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d} + \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{\mathrm{I}'} = \sum_{i=1}^{2} h_{i\pm}^{\mathrm{II}};$$

$$\frac{1}{k_{e}^{\mathrm{I}}\sqrt{\varepsilon_{2}}} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}^{\mathrm{I}} \left(h_{i\pm}^{\mathrm{I}} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d} - h_{i\pm}^{\mathrm{I}'}\right) = \frac{ck_{e\pm}^{\mathrm{II}^{2}}}{4\pi\sigma_{\pm}} \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{k_{i\pm}^{\mathrm{II}}} h_{i\pm}^{\mathrm{II}}; \qquad (2.42)$$

$$\frac{k_{a}^{\mathrm{I}^{2}}}{k_{e}^{\mathrm{I}^{2}}} \sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^{\mathrm{I}^{2}} - k_{e}^{\mathrm{I}^{2}}}{k_{i\pm}^{\mathrm{I}^{2}} - k_{a}^{\mathrm{I}^{2}}} \left(h_{i\pm}^{\mathrm{I}} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d} + h_{i\pm}^{\mathrm{I}'}\right) = \pm \xi k_{e\pm}^{2} \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{k_{i\pm}^{\mathrm{II}^{2}} - k_{a}^{\mathrm{II}^{2}} \mp \xi_{ea} k_{e\pm}^{\mathrm{II}^{2}}} h_{i\pm}^{\mathrm{II}};$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^{\mathrm{I}} \left(k_{i\pm}^{\mathrm{I}^{2}} - k_{e}^{\mathrm{I}^{2}}\right)}{k_{e}^{\mathrm{I}^{2}} \left(k_{i\pm}^{\mathrm{I}^{2}} - k_{a}^{\mathrm{I}^{2}}\right)} \left(h_{i\pm}^{\mathrm{I}} e^{ik_{i\pm}^{\mathrm{I}}d} - h_{i\pm}^{\mathrm{I}'}\right) =$$

$$= \pm \xi \theta k_{e\pm}^{2} \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{k_{i\pm}^{\mathrm{II}^{2}} - k_{a}^{\mathrm{II}^{2}} \mp \xi_{ea} k_{e\pm}^{\mathrm{II}^{2}}} h_{i\pm}^{\mathrm{II}},$$

где компоненты  $h_{R\pm}$  определяют отраженную от поверхности структуры ЭМ волну; волны, распространяющиеся по нормали к поверхностям сред, образующих слоистую структуру, и в противоположном направлении, обозначены через  $h_{i\pm}^{\rm I,II}$  и  $h_{i\pm}^{\rm I',II'}$  соответственно;  $\xi = B_0 M_0/B_2$ ;  $\theta = c_{44}^{\rm I}/c_{44}^{\rm II}$ .

Коэффициент отражения ЭМ волны правой или левой поляризации определяется формулой (2.9). Поскольку любая линейнополяризованная волна может быть представлена как суперпозиция двух волн круговой поляризации, то коэффициент отражения линейнополяризованных ЭМ волн в данной геометрии может быть найден по формуле (2.10).

Как уже было отмечено выше, формула (2.10) является сложной для аналитического анализа, поэтому расчет КО ЭМВ проводился численно.

Численный расчет КО ЭМВ от поверхности рассматриваемой слоистой структуры  $\Phi$ МД-металл был проведен путем последовательного вычисления из дисперсионных уравнений (2.5) и (2.40) волновых векторов  $k_{i\pm}^{I}$  и  $k_{i\pm}^{II}$ , возбуждаемых в  $\Phi$ МД и металле волн правой и левой поляризаций. Дисперсионные уравнения (2.5) и (2.40) представляют собой, в случае  $\Phi$ МД, полином шестой степени, а в случае металла полином четвертой степени относительно волновых векторов распространяющихся связанных волн. При расчете предполагалось, что направление падающих ЭМ волн и волн, возбуждаемых в средах, является всегда нормальным к поверхностям образцов, образующих слоистую структуру. Исходя из этого, задачу о КО ЭМВ удобно решать по отдельности для волн каждой поляризации.

Полученные в результате расчета значения волновых векторов  $k_{i\pm}^{I}$  и  $k_{i\pm}^{II}$  подставлялись в системы линейных уравнений (2.41)–(2.42), вытекающих из граничных условий на границах раздела рассматриваемых сред. Переменными в этом случае являются амплитуды волн  $(h_{i\pm}^{I}, h_{i\pm}^{I'}, h_{i\pm}^{II})$ , возбуждаемых в ФМД и металле, а также амплитуды отраженной волны  $h_{R\pm}$ . Решая системы линейных уравнений (2.41)–(2.42) относительно амплитуд отраженных волн правой и левой поляризаций, можно вычислить по формулам (2.9)–(2.10) КО ЭМВ.

При численном расчете использовались следующие значения констант, входящих в уравнения (2.9)–(2.10): для ФМД были выбраны параметры, определяемые выражением (2.19), для металла

$$\rho = 7 \ r/cm^3, \quad S_t = 6 \cdot 10^5 cm/c, \quad \varepsilon_m = 1,$$
  
$$\tau_{el} = 10^{-10} c, \quad N_e = 10^{22} cm^{-3}.$$
 (2.43)

**2.4.2. Частотная зависимость отражения.** Результаты численного расчета частотных зависимостей КО ЭМВ приведены на рис. 2.18–2.21. Рис. 2.18–2.19 соответствуют случаю, когда ФМД находится вблизи точки ОФП, а рис. 2.20–2.21 — случаю, когда ФМД находится в точке ОФП, которая определяется равенством  $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g (2K/M_0 + H) = 0.$ 

Из рис. 2.18 видно, что вблизи ОФП при больших частотах КО ЭМВ имеет минимумы, которые отвечают размерным резонансам ЭМ волн (2.28). Одиночный широкий минимум коэффициента отражения на частоте  $\omega \sim 10^9 \text{ c}^{-1}$  отвечает равенству динамической магнитной и диэлектрической проницаемостей,  $\mu_{\pm} = \varepsilon$ , где  $\mu_{\pm}$ 



Рис. 2.18. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл вблизи ОФП. H = 4050 Э;  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ , d = 0.1 см. 1 - R;  $2 - R_+$ ;  $3 - R_-$ . На вставке показаны в увеличенном масштабе размерные резонансы на акустических волнах



Рис. 2.19. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл вблизи ОФП. H = 4050 Э;  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ , d = 1 см. I - R;  $2 - R_+$ ;  $3 - R_-$ . На верхней вставке показаны в увеличенном масштабе размерные резонансы на частотах акустических волн, а на нижней — размерные резонансы на частотах электромагнитных волн



Рис. 2.20. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл в точке ОФП. H = 4000 Э;  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ , d = 0,1 см. 1 - R;  $2 - R_+$ ;  $3 - R_-$ 



Рис. 2.21. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл в точке ОФП. H = 4000 Э;  $K = -1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0,01$ , d = 1 см. 1 - R;  $2 - R_+$ ;  $3 - R_-$ 

определяется формулой (2.14). При увеличении толщины слоя  $\Phi M Д$ условия размерных резонансов  $\Im M$  волн выполняются для более низких частот (рис.2.19). Размерные резонансы коэффициента отражения правополяризованных  $\Im M$  волн разделяются интервалом частот ( $\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$ ), в котором распространение этих волн невозможно (рис.2.19). Из рис.2.19 следует, что при увеличении толщины слоя ФМД условие равенства  $\mu_{\pm} = \varepsilon$  может не выполняться. Это приводит к отсутствию одиночного широкого минимума при низких частотах (ср. рис. 2.18 и 2.19). Поскольку в ФМД слое из-за наличия МУ взаимодействия под действием падающей ЭМ волны могут возбуждаться и распространяться упругие волны, то в нем должны образовываться также и стоячие упругие волны. В связи с этим на частотной зависимости КО ЭМВ должны наблюдаться особенности, обусловленные наличием в слое размерных акустических резонансов (2.28)–(2.30). Эти резонансы действительно имеют место при низких частотах (вставка на рис. 2.18).

В точке ОФП при высоких частотах поведение коэффициента отражение такое же как и вблизи ОФП — наблюдаются минимумы коэффициента отражения на размерных резонансах ЭМ волн (2.28)-(2.30) (рис. 2.20-2.21). При низких частотах КО ЭМВ также имеет особенности в виде чередующихся максимумов и минимумов. Эти особенности обусловлены размерными резонансами акустических волн. Первые широкие минимумы коэффициента отражения при низких частотах вновь соответствуют выполнению равенства  $\mu_{+} = \varepsilon$ . Сравнение рис. 2.20 и 2.21 показывает, что с увеличением толщины ФМД слоя глубина минимумов коэффициента отражения правополяризованных волн при низких частотах уменьшается. Аналогично ведет себя и коэффициент отражения левополяризованных ЭМ волн в первом минимуме, отвечающем условию  $\mu_{+} = \varepsilon$ . Наоборот, при размерных резонансах акустических волн минимумы коэффициента отражения левополяризованных ЭМ волн проявляются сильнее, а число размерных акустических резонансов возрастает.



Рис. 2.22. Полевая зависимость коэффициента отражения правополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл.  $K = -1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ , d = 0.1 см. Частота  $\omega$  в с<sup>-1</sup>:  $I - 1 \cdot 10^9$ ;  $2 - 1 \cdot 10^{10}$ ;  $3 - 1 \cdot 10^{11}$ ;  $4 - 1 \cdot 10^{12}$ 

81

**2.4.3. Полевые зависимости отражения.** На рис. 2.22 приведена полевая зависимость КО ЭМВ при отрицательной константе кубической анизотропии в ФМД слое. Видно, что при низких частотах коэффициент отражения правополяризованных ЭМ волн имеет одиночный минимум (кривые 1–3 на рис. 2.22). Глубина минимума зависит от частоты — при увеличении частоты она также увеличивается. Данный минимум обусловлен возрастанием магнитной проницаемости в области ФМР в слое и, как следствие, выполнением условия  $\mu_{+} = \varepsilon$ .



Рис. 2.23. Полевая зависимость коэффициента отражения левополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл.  $K = -1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ , d = 0.1 см. Частота  $\omega$  в с<sup>-1</sup>:  $I - 1 \cdot 10^9$ ;  $2 - 1 \cdot 10^{10}$ ;  $3 - 1 \cdot 10^{11}$ ;  $4 - 1 \cdot 10^{12}$ 



Рис. 2.24. Полевая зависимость коэффициента отражения линейнополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл.  $K = -1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ , d = 0.1 см. Частота  $\omega$  в с<sup>-1</sup>:  $I - 1 \cdot 10^9$ ;  $2 - 1 \cdot 10^{10}$ ;  $3 - 1 \cdot 10^{11}$ ;  $4 - 1 \cdot 10^{12}$ 



Рис. 2.25. Полевая зависимость коэффициента отражения линейнополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл.  $K = 1 \cdot 10^5$  эрг/см<sup>3</sup>,  $B_2 = 1 \cdot 10^6$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\gamma = 0.01$ , d = 0.1 см. Частота  $\omega$  в с<sup>-1</sup>:  $I - 1 \cdot 10^9$ ;  $2 - 1 \cdot 10^{10}$ ;  $3 - 1 \cdot 10^{11}$ ;  $4 - 1 \cdot 10^{12}$ 

При высоких частотах на коэффициенте отражения наблюдается ряд минимумов, обусловленных размерными резонансами ЭМ волн (кривая 4 на рис. 2.22).

Анализ полевой зависимости коэффициента отражения левополяризованных ЭМ волн (рис. 2.23) показывает, что при всех частотах на нем наблюдается лишь один широкий неглубокий минимум (до 0,94 при высоких частотах) в области магнитных полей, близких к полю ОФП (H = 400 Э).

На рис. 2.24 приведена полевая зависимость коэффициента отражения для линейнополяризованной ЭМ волн при отрицательной константе анизотропии.

Полевая зависимость КО ЭМВ при положительной константе кубической анизотропии ведет себя таким же образом, за исключением низких частот ( $\omega < 10^9 \text{ c}^{-1}$ ), при которых минимума коэффициента отражения не наблюдается (рис. 2.25).

### 2.5. Выводы

В настоящей главе теоретически продемонстрирован простой способ возможности существенного увеличения и уменьшения КО ЭМВ от поверхности полубесконечного  $\Phi M Д$  для экспериментально достижимых значений частот, температур и магнитных полей.

Коэффициент отражения принимает аномально малые (вплоть до нуля) и аномально большие (вплоть до единицы) значения в области частот ФМР, МАР и МСР, а также на частотах, меньших МУ щели. Величина пиков уменьшается при увеличении затухания спиновых волн. Показано, что учет затухания спиновых волн может не оказывать существенного влияния на аномальное изменение КО ЭМВ в области низких частот.

Проведенное исследование КО ЭМВ от пластины непроводящего ФМД позволяет сделать следующие выводы.

Из анализа частотных зависимостей КО ЭМВ следует, что при учете МУ взаимодействия КО ЭМВ имеет особенности не только на размерных резонансах ЭМВ, но и на размерных резонансах упругих волн. КО правополяризованных ЭМВ может принимать аномально большие значения (вплоть до единицы) в области частот, в которой магнитная проницаемость этих волн отрицательна. Коэффициент отражения принимает аномально малые значения (вплоть до нуля) при совпадении динамической магнитной проницаемости с диэлектрической проницаемостью. В точке ОФП резонансы КО ЭМВ на упругих волнах выражены значительно сильнее, чем вдали ОФП. В точке ОФП КО ЭМВ может принимать аномально большие значения в области низких частот.

Из анализа полевых зависимостей КО ЭМВ следует, что в области низких частот он может быть аномально мал при всех значениях магнитного поля. Эти частоты могут лежать в СВЧ-диапазоне. При более высоких частотах на полевых зависимостях КО правополяризованных ЭМВ принимает аномально малые значения, если  $\varepsilon = \mu_+$ . Данное условие выполняется в области экспериментально доступных значений магнитного поля.

Таким образом, с помощью внешнего магнитного поля можно изменять КО ЭМВ от пластины непроводящего ФМ от единицы до нуля в широком диапазоне частот.

Из анализа частотных и полевых зависимостей КО ЭМВ от двухслойной структуры пластина ФМД-немагнитный металл, следует, что из-за резонансного возрастания динамической магнитной проницаемости ФМД слоя при определенных частоте и магнитном поле можно добиться выполнения условия  $\mu = \varepsilon$  и, тем самым, существенно уменьшить коэффициент отражения от такой структуры при данных значениях частоты и поля. В точке ОФП при низких частотах, а также при магнитных полях, отвечающих ФМР в слое, коэффициент отражения можно уменьшить до аномально малых значений.

Полученные результаты имеют важное значение с прикладной точки зрения – они могут быть использованы в устройствах, в которых требуется уменьшить отражение ЭМ волн от металлических поверхностей. Для этой цели необходимо на металл нанести слой ФМД и создать в нем условия, близкие к ОФП.

полупроводниковые кристаллы MnSi и FeGe (пространственная группа симметрии T), тригональный кристалл Fe<sub>2</sub>P (D<sub>3</sub>) и гексагональный кристалл CsCuCl<sub>3</sub> (D<sub>6</sub>) [152]. Теоретическому исследованию спектра связанных спиновых и упругих волн в геликоидальных магнетиках было посвящено несколько работ [179, 180]. В магнитных кристаллах распространяются спиновые, упругие и ЭМ волны. Спектр связанных спиновых, упругих и ЭМ волн в магнетиках без спиральной фазы подробно изучен в работе [118]. Исследованию спектра электромагнитно-спиновых волн в модулированных магнетиках посвящена всего одна работа [277]. Однако, до настоящего времени теоретическое исследование спектра связанных МУ и ЭМ волн в геликоидальных кристаллах не проводилось.

Глава состоит из четырех разделов. В первом разделе приведена плотность энергии кристалла и вычислено основное состояние магнетика. Второй раздел главы посвящен исследованию спектра связанных МУ волн в геликоидальных магнетиках при ОФП типа «ферромагнитная спираль»-«простая спираль» (FS-SS) и «ферромагнитная спираль»-ферромагнетик (FS-F). Данные фазовые переходы могут происходить в модулированных кристаллах как под воздействием внешнего магнитного поля, приложенного вдоль оси симметрии, так и при изменении температуры.

В третьем и четвертом разделах настоящей главы изучаются спектры связанных спиновых, упругих и ЭМ колебаний в одноосных кристаллах со спиральной магнитной структурой типа «простая спираль» (SS) и «ферромагнитная спираль» (FS). Рассматриваются эффекты вращения плоскости поляризации электромагнитных и упругих волн и отражение электромагнитных волн от магнетика с FS структурой.

Исследования связанных колебаний в модулированных магнитных структурах проводятся в приближении  $L \gg a$ , где  $L = 2\pi/q$  — период спирали, q — волновое число спирали, a — постоянная решетки. В этом случае при описании свойств магнитоупорядоченных кристаллов можно использовать феноменологический подход.

# 3.1. Энергия и основное состояние кристалла с модулированной магнитной структурой

При исследовании магнитных и МУ свойств магнитных кристаллов плотность свободной энергит обычно записывают в виде суммы плотностей магнитной, упругой и магнитоупругой энергий:

$$F = \frac{1}{2}\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\right)^2 + F_H - \frac{1}{2}\beta_1 M_z^2 - \frac{1}{2}\beta_2 M_z^4 - HM_z - \frac{1}{2}\Lambda \left(\mathbf{M}^2 - \mathbf{M}_0^2\right) + b_{ijlm} M_i M_j u_{lm} + c_{ijlm} u_{ij} u_{lm}, \quad (3.1)$$

### Глава З

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СПИНОВЫХ, УПРУГИХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ СО СПИРАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРОЙ

В целом ряде магнитоупорядоченных веществ-редкоземельных металлах, полупроводниках и диэлектриках, при определенных температурах существуют сложные геликоидальные (спиральные или модулированные) магнитные структуры (см. [152] и библиографию в ней). В модулированных структурах компоненты спиновых векторов периодически изменяются при перемещении вдоль некоторого выделенного направления. В кристаллах с центром симметрии наличие спиральной структуры обусловлено тем, что обменные интегралы между атомами, относящимися к первой и второй координационным сферам, различны по величине и знаку. При феноменологическом описании модулированных структур в магнетиках взаимодействие с соседями второй координационной сферы учитывается в записи неоднородной обменной энергии путем сохранения инвариантов более высоких степеней пространственных производных от намагниченности. Такие магнетики называются геликоидальными магнетиками с обменной спиралью. В магнетиках без центра симметрии существование модулированной магнитной структуры обусловлено неоднородным обменно-релятивистским взаимодействием [155-158]. Вклад этого взаимодействия в свободную энергию магнетика может быть записан как из чисто симметрийных соображений (наличие инвариантов Лифшица), так и с помощью разложения по малым градиентам взаимодействия Дзялошинского в отсутствие внешнего магнитного поля [171]. Модулированные магнетики с взаимодействием Дзялошинского называются магнетиками с релятивистской спиралью.

Настоящая глава посвящена изучению спектров связанных колебаний в кристаллах со спиральными магнитными структурами, обусловленными как неоднородным обменным взаимодействием, так и неоднородным обменно-релятивистским взаимодействием. К магнетикам с обменной спиралью относятся редкоземельные металлы (Tb, Dy и др.) и соединения на их основе, а также многие другие соединения различной симметрии [152]. К магнетикам с релятивистской спиралью относятся кристаллы с пространственной группой, не содержащей центра симметрии. Таковыми, например, являются кубические где **М** — намагниченность кристалла; *V* — его объем;  $\alpha, \beta, b, c$  — константы неоднородного обмена, анизотропии, магнитострикции и упругости;  $\Lambda$  — множитель Лагранжа, соответствующий условию  $\mathbf{M}^2 = \mathbf{M}_0^2$  ( $M_0$  — намагниченность насыщения). Слагаемое  $F_H$ , которое обусловливает наличие неоднородной намагниченности в основном состоянии, для кристаллов с обменной спиральной структурой имеет вид [152]

$$F_H = \frac{1}{2}\gamma \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x_i^2}\right)^2,\tag{3.2}$$

а для магнетиков с релятивистской спиральной структурой [278]

$$F_H = \alpha_1 \mathbf{M} \mathrm{rot} \, \mathbf{M},\tag{3.3}$$

где  $\gamma$  и  $\alpha_1$  — постоянные неоднородного обменного взаимодействия и неоднородного релятивистского взаимодействия. В (3.1) учтено, что внешнее магнитное поле направлено вдоль оси симметрии кристалла.

В данной главе обменная спираль исследуется для гексагональных кристаллов (редкоземельных металлов и полупроводников). В этом случае коэффициенты  $\alpha$  и  $\gamma$  в (3.1) и (3.2) выражаются через обменные интегралы между атомами, лежащими в соседних слоях (первая координационная сфера), и между атомами, лежащими в слоях, следующих за соседними (вторая координационная сфера) [152]. Релятивистскую спираль рассматриваем в одноосных кристаллах без центра симметрии (например, для полупроводников CsCuCl<sub>3</sub> и Fe<sub>2</sub>P). При этом величина  $\alpha_1 \sim |\beta_1| a$  [278]. Для упрощения расчетов в магнетиках с релятивистской спиралью ограничимся изотропией по упругим и МУ свойствам. Отметим, что инварианты типа (3.3), линейные по пространственным градиентам намагниченности, в некоторых магнетиках могут иметь и обменную природу [152, 156–158].

Для нахождения основного состояния магнетика с энергией (3.1) требуется решить систему, состоящую из уравнений Эйлера для магнитной подсистемы

$$\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial F}{\partial (\partial \mathbf{M} / \partial x_k)} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \left( \frac{\partial F}{\partial (\partial^2 \mathbf{M} / \partial x_k^2)} \right) = 0, \quad (3.4)$$

уравнения равновесия упругой подсистемы

$$\partial \sigma_{ik} / \partial x_k = 0$$
 (3.5)

и уравнений совместности Сен-Венана [179-181]

$$\delta_{ikm}\delta_{jlm}\frac{\partial^2 u_{lm}}{\partial x_k \partial x_l} = 0. \tag{3.6}$$

В отличие от случая с однородной намагниченностью в основном состоянии, учет соотношений (3.6) при неоднородной намагниченности существенен, так как она вызывает неоднородные деформации. Предположим, что в основном состоянии намагниченность неоднородна только вдоль z, т.е.  $\mathbf{M} = \mathbf{M}(z)$ . Естественно считать, что при этом и  $u_{ik} = u_{ik}(z)$ ,  $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}(z)$ . Уравнения совместности Сен-Венана (3.6) в этом случае примут вид [281]

$$\partial^2 u_{xx} / \partial z^2 = \partial^2 u_{yy} / \partial z^2 = \partial^2 u_{xy} / \partial z^2 = 0.$$
(3.7)

Их решение можно записать в виде

$$u_{ij} = A_{ij} + zB_{ij}, \quad i, j = x, y,$$
(3.8)

где A, B — некоторые постоянные. Эти постоянные и остальные компоненты тензора деформаций находятся из уравнений (3.5), граничных условий на  $\sigma_{ik}$ , а также из выражений для средних значений тензора напряжений и его моментов. В случае свободной поверхности образца все эти условия выглядят следующим образом:

$$\sigma_{ik}n_k = 0, \quad \langle \sigma_{ik} \rangle = 0, \quad \langle \delta_{ijk}x_j \sigma_{kl} \rangle = 0, \tag{3.9}$$

где, например,  $\langle \sigma_{ik} \rangle = \frac{1}{V} \int \sigma_{ik} dV$ , V — объем образца, **п** — вектор нормали к поверхности магнетика.

Далее полагаем, что минимум энергии магнетика *W* осуществляется, когда компоненты вектора намагниченности имеют вид:

$$M_{0x} = M_0 \sin \theta \cos qz, \ M_{0y} = M_0 \sin \theta \sin qz, \ M_{0z} = M_0 \cos \theta.$$
 (3.10)

Угол $\theta$  — угол между вектором намагниченности  ${\bf M}$ и осью симметрии кристалла zопределяется из уравнения

$$M_0 \cos \theta \left[ \widetilde{\beta}_1 + h_{me} + (\widetilde{\beta}_2 - h_{me}/M_0^2) M_0^2 \cos^2 \theta + \alpha q^2 + \widetilde{\Delta} \right] + H = 0,$$
(3.11)

где  $\hat{\beta}_1$  и  $\hat{\beta}_2$  — перенормированные магнитострикцией константы анизотропии:

$$\widetilde{\beta}_{1} = \beta_{1} - \frac{c_{33}c_{11} - c_{13}^{2}}{\Delta(c_{11} - c_{12})} (b_{11} - b_{12})^{2} M_{0}^{2} - \frac{c_{13}}{\Delta} (b_{33} - b_{31}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} + \frac{c_{33}}{\Delta} (b_{13} - b_{12}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} + b_{44}^{2} M_{0}^{2} / 2c_{44}, \quad (3.12)$$

$$\widetilde{\beta}_{2} = \beta_{2} - b_{44}^{2} M_{0}^{2} / 2c_{44} + \frac{c_{33}c_{11} - c_{13}^{2}}{2\Delta(c_{11} - c_{12})} (b_{11} - b_{12})^{2} M_{0}^{2} + \frac{c_{11} + c_{12}}{2\Delta} (b_{33} - b_{31})^{2} M_{0}^{2} + \frac{c_{33}}{\Delta} (b_{33} - b_{31}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} - \frac{c_{33}}{\Delta} (b_{13} - b_{12}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} - \frac{2c_{13}}{\Delta} (b_{33} - b_{31}) (b_{13} - b_{12}) M_{0}^{2}.$$
 (3.13)

Для обменной спирали

$$h_{me} = (b_{11} - b_{12})^2 M_0^2 / (c_{11} - c_{12}), \quad \widetilde{\Delta} = \gamma q^4,$$
 (3.14)

а для релятивистской спирали

$$h_{me} = b^2 M_0^2 / 2\mu, \quad \widetilde{\Delta} = -2\alpha_1 q.$$
 (3.15)

Величина волнового числа магнитной спирали *q* определяется из условия минимума энергии основного состояния:

для обменной спирали 
$$q = (-\alpha/2\gamma)^{1/2}$$
, (3.16)

для релятивистской спирали  $q = \alpha_1 / \alpha.$  (3.17)

Отметим, что МУ взаимодействие на величину волнового числа спирали в рассматриваемом приближении не влияет.

Из формул (3.16) и (3.17) следует, что обменная спираль возможна лишь при  $\alpha < 0$ ,  $\gamma > 0$ , а релятивистская спираль существует при  $\alpha > 0$ , знак же  $\alpha_1$  может быть любым.

Равновесные деформации в состоянии (3.10) являются неоднородными. Тензор равновесных деформаций  $u_{ij}^0$  находим из решения системы уравнений (3.5)–(3.9), и в приближении  $qd \gg 1$  (d — размер образца) для магнетиков с обменной спиралью компоненты тензора имеют следующий вид:

$$u_{xx}^{0} = M_{0}^{2} \left( -\frac{c_{33}}{2\Delta} (b_{11} - b_{12}) \sin^{2} \theta - \frac{1}{\Delta} [c_{33}(b_{13} - b_{12}) - c_{13}(b_{33} - b_{31})] \cos^{2} \theta \right),$$
  

$$u_{yy}^{0} = u_{xx}^{0}, \quad u_{zz}^{0} = -\frac{2c_{13}}{c_{33}} u_{xx}^{0} - \frac{1}{c_{33}} (b_{33} - b_{31}) M_{0}^{2} \cos^{2} \theta, \quad (3.18)$$
  

$$u_{xz}^{0} = -\frac{b_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \cos qz, \quad u_{yz}^{0} = -\frac{b_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \sin qz,$$
  

$$u_{xy}^{0} = 0, \quad \Delta = c_{33} (c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^{2}.$$

Тензор  $u_{ij}^0$  в магнетиках с релятивистской спиралью определяется этими же формулами, если в них сделать следующие замены:

$$c_{33}, c_{11} \to \lambda + 2\mu; \quad c_{12}, c_{13} \to \lambda; \quad c_{44} \to \mu; b_{12}, b_{13}, b_{31} \to 0; \quad b_{11}, b_{33}, b_{44} \to b.$$
(3.19)

Из (3.18) видно, что в основном состоянии фазы FS деформации неоднородны даже в приближении  $qd \gg 1$ . Только в точках фазовых переходов FS–SS и FS–F тензор деформаций становится однородным. Тензор же напряжений  $\sigma_{ij} = \partial F / \partial u_{ij}$  в каждой модулированной фазе является неоднородным.

Приведем здесь оценки величины периода спирали  $L = 2\pi/q$ . Обменная спираль в редкоземельных металлах Тb и Dy существует в интервале температур  $\theta_1 < T < \theta_2$ , где для Tb  $\theta_1 = 221$  K,  $\theta_2 = 230$  K для Dy  $\theta_1 = 85$  K,  $\theta_2 = 180$  K [282]. В тербии при изменении температуры от  $\theta_1$  до  $\theta_2$  величина L меняется от 9a до 10a, а в диспрозии — от 4a до 8a, где, a — постоянная решетки вдоль оси анизотропии. Отсюда следует, что в редкоземельных металлах феноменологический подход дает вполне удовлетворительное приближение, так как расхождение между дискретной моделью и непрерывным описанием при  $L \sim 2\pi a$ составляет  $\sim 10\%$  [283]. В случае релятивистской спирали величина периода спирали обычно является аномально большой [152, 278], поэтому условие применимости макроскопического подхода ( $L \gg a$ ) в таких магнитных кристаллах выполняется во всей области существования геликоидальной фазы.

Значение внешнего магнитного поля  $H = H_K$ , которое приводит к исчезновению ферромагнитной спиральной структуры и переходу к ферромагнитному состоянию с намагниченностью вдоль оси z, определяется из условия  $\cos \theta = 1$  в (3.11). При H = 0 ( $\cos \theta = 0$ ) ферромагнитная спиральная структура переходит в простую спиральную структуру с  $M_z = 0$ ;  $M_x, M_y \neq 0$ . Таким образом, при изменении величины внешнего магнитного поля состояние (3.10) типа FS переходит в состояние типа F (при  $H = H_K$ ) или типа SS (при H = 0). Эти фазовые переходы являются переходами второго рода.

# 3.2. Связанные магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках

Рассмотрим малые колебания намагниченности и упругих смещений около основного состояния (3.10), (3.18). Представим  $\mathbf{M}$  и  $u_{ij}$  в виде:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r},t) = \mathbf{M}_0(r) + \mathbf{m}(\mathbf{r},t); \quad u_{ij}(\mathbf{r},t) = u_{ij}^0 + \widetilde{u}(\mathbf{r},t), \quad (3.20)$$

где  $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$ ;  $\tilde{u}_{ij} \ll u_{ij}^0$ ;  $\mathbf{m}$ ,  $\tilde{u}_{ij} \sim \exp(-i\omega t)$ ,  $u = u_{ij}^0$  — равновесные деформации в основном состоянии (3.10). Дисперсионное уравнение МУ волн получается стандартным образом из уравнений Ландау–Лиф-шица и теории упругости:

$$\dot{\mathbf{M}} = g \left[ \mathbf{M}, \mathbf{H}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right], \quad \rho \ddot{u}_{ij} = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k, \tag{3.21}$$

где  $H^{\phi\phi\phi} = -\delta F/\delta \mathbf{M}$  — эффективное поле,  $\rho$  — плотность магнетика,  $\sigma_{ik} = \partial F/\partial u_{ik}$  — тензор напряжений вблизи состояния равновесия (3.10), (3.18). Рассмотрим только случай распространения волн вдоль оси *z*. В такой ситуации линеаризованная система уравнений для обменной спирали имеет вид:

$$\begin{split} \pm \omega m_{\pm} &= \cos \theta \left( \omega_{20} + g M_0 \widehat{L}_{\pm}^{\pm} \right) m_{\pm} + \\ &+ \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \cos \theta e^{\pm iqz} \left( e^{-iqz} m_{+} + e^{iqz} m_{-} \right) + g b_4 4 M_0^2 \cos^2 \theta D u_{\pm} - \\ &- e^{\pm iqz} m_z \left( \omega_{10} - \omega_{me4} \cos^2 \theta + g M_0 \sin^2 \theta \widehat{L}_{\parallel} \right) / \sin \theta - \\ &- \frac{1}{2} g b_{44} M_0^2 \sin^2 \theta e^{\pm iqz} \left( e^{iqz} D u_{-} + e^{-iqz} D u_{+} \right) - \\ &- g (b_{33} - b_{31}) M_0^2 \sin 2 \theta e^{\pm iqz} D u_z, \\ \omega m_z &= \frac{1}{2} \sin \theta \left[ e^{iqz} \left( \omega_{20} + g M_0 \widehat{L}_{\perp}^{-} \right) m_{-} - e^{iqz} \left( \omega_{20} + g M_0 \widehat{L}_{\perp}^{+} \right) m_{+} \right] + \\ &+ \frac{1}{4} g M_0^2 \sin 2 \theta \left( e^{iqz} D u_{-} - e^{-iqz} D u_{-} \right), \\ \omega^2 u_{\pm} &= \frac{1}{\rho} b_{44} M_0 D \left( e^{\pm iqz} \sin \theta m_z + \cos \theta m + \pm \right) - s_t^2 D^2 u_{\pm}, \\ &\omega^2 u_z &= -\frac{2}{\rho} (b_{33} - b_{31}) M_0 \cos \theta D m_z - s_l^2 D^2 u_z, \quad (3.22) \end{split}$$
Fige
s\_t^2 = c\_{44} / \rho, \quad s\_t^2 = c\_{33} / \rho, \quad \omega\_{20} = \omega\_{me4} \cos^2 \theta, \\ &\omega\_{me4} = g M\_0 h\_{me4} = g b\_{44}^2 M\_0^3 / c\_{44}, \\ &\omega\_{10} = g M\_0 \left[ h\_{me4} - \sin^2 \theta (\widetilde{\beta}\_1 + (\widetilde{\beta}\_2 + 2\beta\_2) M\_0^2 \cos^2 \theta + h\_{me} \sin^2 \theta) \right], \end{split}

В случае релятивистской спирали система уравнений получается из приведенных выше уравнений, в которых кроме замен (3.19) необходимо сделать еще и следующие замены:

 $\widehat{L}_{\perp}^{\pm} = \widehat{L}_{\parallel} = -\alpha q^2 - \gamma q^4 - \alpha D^2 + \gamma D^4, \quad D \equiv \partial/\partial z.$ 

$$h_{me4} \rightarrow 2h_{me}, \quad \widehat{L}_{\perp}^{\pm} \rightarrow -\alpha q^2 + 2\alpha_1 q \pm \alpha q D - \alpha D^2$$
  
 $\widehat{L}_{\parallel} \rightarrow -\alpha q^2 + 2\alpha_1 q - \alpha D^2.$ 

Величина *h<sub>me</sub>* определяется формулой (3.15).

Для нахождения решений уравнений (3.22) перейдем в магнитной подсистеме к системе координат x', y', z', в которой равновесная намагниченность направлена вдоль оси z'. Формулы перехода выглядят следующим образом:

$$m_{pm} = e^{\pm iqz} (m_{x'} \cos\theta \pm im_{y'}); \quad m_z = m_{x'} \sin\theta.$$
(3.23)

Данное преобразование одновременно устраняет периодические множители  $e^{\pm iqz}$  в магнитной подсистеме. Для устранения аналогичных множителей в слагаемых, содержащих МУ связь, и в упругой подсистеме произведем следующие преобразования компонент упругих смещений:

$$u_{\pm} = e^{\pm iqz} u'_{\pm}, \quad u_z = u'_z. \tag{3.24}$$

Решение полученной системы уравнений будем искать в виде

$$\mathbf{m}', \mathbf{u}' \sim \exp(ikz),$$
 (3.25)

где **k** — волновой вектор МУ волны.

После подстановки (3.25) в (3.22) с учетом (3.23) и (3.24) получим следующую систему уравнений:

$$(\omega - \omega_0)m_{x'} - i\omega_{2k}m_{y'} - \frac{i}{2}gb_{44}M_0^2\cos\theta \left[u'_-(k-q) - u'_+(k+q)\right] = 0;$$

$$(\omega - \omega_0)m_{y'} + i\omega_{1k}m_{x'} + \frac{i}{2}gb_{44}M_0^2\cos\theta\left[u'_{-}(k-q) + u'_{+}(k+q)\right] -$$

$$-g(b_{33}-b_{31})M_0^2k\sin 2\theta u_z = 0, \quad (3.26)$$

$$(\omega^2 - \omega_{t\pm}^2)u'_{\pm} - \frac{i}{\rho}b_{44}M_0 \left[\cos 2\theta m_{x'} \pm i\cos \theta m_{y'}\right](k\pm q) = 0,$$
  
$$(\omega^2 - \omega_l^2)u'_z - \frac{i}{\rho}(b_{33} - b_{31})M_0k\sin 2\theta m_{x'} = 0.$$

Здесь введены следующие обозначения для различного типа спиралей: для обменной спирали

$$\begin{split} \omega_{t\pm} &= s_{t\pm}(k\pm q), \quad \omega_0 = 4gM_0\gamma qk^3\cos\theta, \\ \omega_{2k} &= \omega_{20} + gM_0\gamma k^2(k^2 + 4q^2), \\ \omega_{1k} &= \omega_{10} + gM_0\gamma \left[\cos^2\theta k^2(k^2 + 4q^2) + \sin^2\theta (k^2 - q^2)^2\right], \\ \eta_{JR} &= \rho_{JR} \tau_{JR} + gM_0\gamma \left[\cos^2\theta k^2(k^2 + 4q^2) + \sin^2\theta (k^2 - q^2)^2\right], \end{split}$$
(3.27a)

$$\omega_0 = 0; \ \omega_{2k} = \omega_{20} + gM_0\alpha k^2, \ \omega_{1k} = \omega_{10} + gM_0\alpha [k^2 + q^2\sin^2\theta]. \ (3.276)$$

Дисперсионное уравнение системы (3.26) имеет вид:

$$(\omega^{2} - \omega_{l}^{2}) \Big\{ \Big[ (\omega - \omega_{0})^{2} - \omega_{sk}^{2} \Big] (\omega^{2} - \omega_{t-}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{t+}^{2}) + \\ + (\omega - \omega_{0}) \omega_{me4} \cos \theta \cos 2\theta \Big[ \omega_{t+}^{2} (\omega^{2} - \omega_{t-}^{2}) + \omega_{t-}^{2} (\omega^{2} - \omega_{t+}^{2}) \Big] - \\ - \frac{1}{2} \omega_{me4} (\omega_{2k} \cos^{2} 2\theta + \omega_{1k} \cos^{2} \theta) \Big[ \omega_{t+}^{2} (\omega^{2} - \omega_{t-}^{2}) + \omega_{t-}^{2} (\omega^{2} - \omega_{t+}^{2}) \Big] - \\ \Big]$$

$$-\omega_{me4}^{2}\omega_{t-}^{2}\omega_{t+}^{2}\cos^{2}\theta\cos^{2}2\theta\Big\} - \omega_{me1}\omega_{l}^{2}\sin^{2}2\theta\Big\{\omega_{2k}(\omega^{2}-\omega_{t-}^{2})(\omega^{2}-\omega_{t+}^{2}) - \frac{1}{2}\omega_{me4}\cos^{2}\theta\left[\omega_{t-}^{2}(\omega^{2}-\omega_{t+}^{2})+\omega_{t+}^{2}(\omega^{2}-\omega_{t-}^{2})\right]\Big\} = 0, \quad (3.28)$$

где  $\omega_{sk}^2 = \omega_{1k}\omega_{2k}, \ \omega_{me1} = g(b_{33} - b_{31})^2 M_0^3/c_{33}.$ 

Рассмотрим теперь более подробно поведение спектра МУ волн вблизи фазовых переходов FS-F.

**3.2.1.** Фазовый переход FS-F. Вблизи перехода FS-F угол  $\theta \approx 0$ . В этом случае в дисперсионном уравнении (3.28) можно пренебречь взаимодействием спиновых волн с продольными звуковыми колебаниями (sin  $2\theta \approx 0$ ). Тогда уравнение (3.28) запишется как:

$$\left(\omega \pm \omega_{sk}^{\pm}\right)\left(\omega^2 - \omega_{t\pm}^2\right) \pm \omega_{me4}\omega_{t\pm}^2 = 0, \qquad (3.29)$$

где  $\omega_{sk}^{\pm} = gM_0\gamma k^2(k\pm 2q)^2 + \omega_{me4}$  — для обменной спирали и  $\omega_{sk}^{\pm} = \omega_{me4} + gM_0\alpha k^2$  — для релятивистской спирали. Видно, что уравнение (3.29) разбивается на два: для лево- и правополяризованных МУ волн.

Дисперсионное уравнение для правополяризованных МУ волн (верхний знак в (3.29)) имеет единственное решение, которое представляет собой одну из поперечных ветвей квазиупругих колебаний. Это решение приближенно можно записать как:

$$\omega_{\rm I} = \begin{cases} \omega_{t+} (1-\zeta^+)^{1/2}, & \omega_{t+} \ll \omega_{sk}^+ (1-\zeta^+)^{1/2}, \\ \omega_{t+}^2 / \omega_{sk}^+, & \omega_{sk}^+ (1-\zeta^+)^{1/2} \ll \omega_{t+} \ll \omega_{sk}^+, \\ \omega_{t+} (1-\omega_{me4} / \omega_{t+})^{1/2}, & \omega_{sk}^+ \ll \omega_{t+}, \end{cases}$$
(3.30)

где  $\zeta^+ = \omega_{me4}/\omega_{sk}^+$  — параметр МУ взаимодействия. Решением дисперсионного уравнения для левополяризованных МУ волн (нижний знак в (3.29)) являются две ветви, которые имеют вид:

$$\omega_{\rm II} = \begin{cases} \omega_{t-}(1-\zeta^{-})^{1/2}, & \omega_{t-} \ll \omega_{sk}^{-}(1-\zeta^{-})^{1/2}, \\ \omega_{sk}^{-}(1-\zeta^{-}), & \omega_{sk}^{-}(1-\zeta^{-})^{1/2} \ll \omega_{t-} \ll \omega_{sk}^{-}, \\ \omega_{sk}^{-}(1-\zeta^{-}), & \omega_{\zeta k}^{-} \ll \omega_{t-}; \end{cases}$$
$$\omega_{\rm III} = \begin{cases} \omega_{sk}^{-} + \omega_{me4}\omega_{t-}^{2}/\omega_{sk}^{-2}, & \omega_{t-} \ll \omega_{sk}^{-}(1-\zeta^{-})^{1/2}, \\ \omega_{\zeta k}^{-} + \omega_{me4}\omega_{t-}^{2}/\omega_{sk}^{-2}, & \omega_{sk}^{-}(1-\zeta^{-})^{1/2} \ll \omega_{t-} \ll \omega_{sk}^{-}, \\ \omega_{t-}(1+\omega_{me4}/\omega_{t-})^{1/2}, & \omega_{\zeta k}^{-} \ll \omega_{t-}. \end{cases}$$
(3.31)

Здесь  $\zeta^- = \omega_{me4}/\omega_{sk}^-$ . Одна из этих ветвей представляет собой лево-поляризованную поперечную квазиупругую волну, другая — квазиспиновую волну.

На рис. 3.1 изображен спектр связанных МУ волн в точке фазового перехода FS-F в лабораторной системе координат (волновой вектор **p** в лабораторной системе координат связан с волновым вектором **k** соотношением  $\mathbf{p} = \mathbf{k} + \mathbf{q}$  для правополяризованных МУ волн и  $\mathbf{p} = \mathbf{k} - -\mathbf{q} - \mathbf{д}$ ля левополяризавнных МУ волн).



Рис. 3.1. Спектр магнитоупругих волн в точке фазового перехода FS-F в лабораторной системе координат:  $\omega_t$ ,  $\Omega_{sp} = \omega_{sp}^- - \omega_{me4}$  — невзаимодействующие ветви (пунктирные кривые);  $\omega_{I}-\omega_{III}$  — магнитоупругие ветви (сплошные кривые);  $p_1, p_2$  — точки пересечения невзаимодействующих ветвей; a) обменная спираль, b) релятивистская спираль

Видно, что в отличие от обычных ферро- и антиферромагнетиков, в геликоидальном магнетике закон дисперсии невзаимодействующих спиновых волн  $\Omega_{sp} = \omega_{sp}^- - \omega_{me4}$  при волновом числе p = 0 имеет активацию  $\omega_0$ , равную  $q M_0 \gamma q^4$  (для обменной спирали) и  $q M_0 \alpha q^2$  (для релятивистской спирали). Величина этой активации зависит от волнового числа спирали q. Наличие активации в спектре спиновых волн в магнетиках со спиральной структурой приводит к тому, что в таких магнетиках, в отличие от обычных, отсутствует резонансное взаимодействие упругих и спиновых ветвей при p = 0. Однако в модулированных магнетиках резонансное взаимодействие упругих и спиновых ветвей имеет место вблизи точек их пересечения. Наиболее сильное взаимодействие наблюдается вблизи точек пересечения спиновых и упругих левополяризованных ветвей колебаний. Эти точки определяются из уравнения  $|\omega_{t-}| = \Omega_{sp}$ . Данное уравнение имеет четыре корня, два из которых соответствуют очень большим значениям волновых чисел  $(p_{3,4} \cong \pm (s_t/gM_0\gamma)^{1/3}$  — обменная спираль,  $p_{3,4} \cong \pm s_t/gM_0\alpha$  — релятивистская спираль) и на рисунке не приведены. Остальные два корня определяются формулами  $p_{1,2} \cong \pm 9gM_0\gamma q^4/s_t$  и  $p_{1,2} \cong \pm gM_0\alpha q^2/s_t$ соответственно для обменной и релятивистской спиралей. Для магнетиков с обменной спиралью, полагая  $g = 2 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup> $\Im^{-1}$ ,  $M_0 \sim 10^3$   $\Im$ ,  $\gamma \sim 10^{-28}$  см<sup>4</sup> , $s_t \sim 10^5$  см/с,  $q \sim 10^7$  1/см, имеем  $\omega_0 \sim 10^9$  с<sup>-1</sup>,  $p_1 \sim |p_2| \sim 10^6$  1/см, а для магнетиков с релятивистской спиралью при  $\alpha \sim 10^{-12}$  см<sup>2</sup>,  $|\beta_1| \sim 1$ ,  $a \sim 10^{-8}$  см,  $q \sim 10^4$  1/см, получаем  $\omega_0 \sim 10^6 \text{ c}^{-1}, p_1 \sim |p_2| \sim 10 \text{ 1/см.}$  При  $p = p_1$  (обменная спираль) и  $p = p_2$  (релятивистская спираль) в спектре МУ волн возникает область непропускания  $\Delta \omega$ , ширина, которой определяется расстоянием между максимумом второй ветви ( $\omega_{\max}$ ) и минимумом третьей ветви  $(\omega_{\min})$ . В случае  $\omega_{me4} \gg s_t p_{1,2}$  величина  $\omega_{\max} \cong s_t |p_{1,2}|$ , а величина  $\omega_{\min} \cong \omega_{me4}$ . Следовательно, ширина полосы непропускания равна  $\Delta\omega\cong\omega_{me4}$ . Для магнетиков с обменной спиралью (редкоземельных металлов)  $\omega_{me4}/2\pi \sim 10^{12} \text{ c}^{-1}$ , а для кристаллов без центра симметрии  $\omega_{me4}/2\pi \sim 10^8 \text{ c}^{-1}$ . Правополяризованные упругие волны вблизи перехода FS-F слабо взаимодействуют со спиновыми волнами. Из рис. 3.1 видно также, что в магнетиках без центра инверсии теряется симметрия относительно распространения волн по и против оси *z* — такие волны имеют разные скорости (эффект невзаимности). В редкоземельных магнетиках спектр МУ волн симметричен относительно p = 0(отсутствует эффект невзаимности). Ветвь  $\omega_{II}$  имеет минимум, равный нулю при волновых числах p = 0, q (обменная спираль) и p = 0, -q(релятивистская спираль). В областях  $p_2 (релятивистская спи$ раль) данная ветвь является квазиупругой, а в остальных областях квазиспиновой. Ветвь  $\omega_{II}$  при  $p \cong p_1$  (обменная спираль) и  $p \cong p_2$ (релятивистская спираль) имеет минимум, равный  $\omega_{me4}$  (МУ щель). МУ же щелью, в основном, определяется и величина активации у данной ветви. В областях  $0 и <math>p_2 , соответственно для$ обменной и релятивистской спиралей, ветвь  $\omega_{\mathrm{III}}$  является квазиспиновой, а при других значениях квазиимпульса — квазиупругой. На ветвях  $\omega_{\rm I}$  и  $\omega_{\rm II}$  имеются участки, где они квадратично зависят от p.

Скорость МУ волны  $\omega_{\text{II}}$  в областях p = q (обменная спираль) линейно зависит от p и стремится к нулю при  $p \to q$  и  $p \to -q$ , соответственно, для обменной и релятивистской спиралей.

**3.2.2.** Фазовый переход FS-SS. В области перехода FS-SS угол  $\theta \approx \pi/2$ . Дисперсионное уравнение (3.28) в точке фазового перехода ( $\theta = \pi/2$ ) принимает вид:

$$(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2})(\omega^{2} - \omega_{t-}^{2})(\omega^{2} - \omega_{t+}^{2}) - \frac{1}{2}\zeta_{k}\omega_{sk}^{2}\left[\omega_{t-}^{2}(\omega^{2} - \omega_{t+}^{2}) + \omega_{t+}^{2}(\omega^{2} - \omega_{t-}^{2})\right] = 0, \quad (3.32)$$

где  $\zeta_k = \omega_{me4}/\omega_{1k}$ . При волновых числах  $k \ll k_0 = (|\beta_1|/\gamma)^{1/4}$  и  $k \ll \ll k_0 = (|\beta_1|/\alpha)^{1/2}$ , соответственно, в случаях обменной и релятивистской спиралей, частоту  $\omega_{sk}$  можно записать как  $\omega_{sk} = ck(k^2 + 4q)^{1/2}$ ,  $c = gM_0 (\gamma |\beta_1|)^{1/4}$  (обменная спираль) и  $\omega_{sk} = ck$ ,  $c = gM_0 (\alpha |\beta_1|)^{1/2}$  (релятивистская спираль). Мы учли здесь также то, что в магнетиках всегда выполняются условия  $|\beta_1| \gg \gamma q^4$ ,  $\alpha q^2$  и  $|\beta_1| \gg h_{me4}$ . В магнетиках без центра симметрии  $c \sim 10^4$  см/с, а  $k_0 \sim 10^6$  1/см, что много больше q. В магнетиках с центром симметрии (в частности

редкоземельные металлы) при  $|\beta_1| \sim 10^2$  величина  $c \sim 10^{-3}$  см<sup>2</sup>/с и  $k_0 \sim 3 \cdot 10^7$  1/см, что также больше q. В дальнейшем ограничимся рассмотрением лишь указанной области волновых чисел.

Анализ дисперсионного уравнения (3.32) проведем в лабораторной системе координат. В этой системе вместо (3.32) получаем уравнение:

$$\begin{aligned} (\omega^2 - \omega_{sk\pm q}^2)(\omega^2 - \omega_{tp}^2)(\omega^2 - \omega_{tp\pm 2q}^2) - \\ - \frac{1}{2}\xi_{p\pm q}\omega_{sp\pm q}^2 \left[\omega_{tp\pm 2q}^2(\omega^2 - \omega_{tp}^2) + \omega_{pt}^2(\omega^2 - \omega_{tp\pm 2q}^2)\right] &= 0. \end{aligned} (3.33)$$

На рис. 3.2 приведен спектр связанных МУ волн в лабораторной системе координат в точке фазового перехода FS-SS. Видно, что здесь, также как и в точке перехода FS-F невзаимодействующие с упругой подсистемой ветви спиновых волн имеют при p=0 активацию  $\omega_0$ , равную  $\sqrt{5} cq^2$  (обменная спираль) и cq (релятивистская спираль). Для обменной спирали  $\omega_0/2\pi \sim 10^{11}$  с<sup>-1</sup>, а для релятивистской  $\omega_0/2\pi \sim 10^8 \text{ c}^{-1}$ . Причиной появления данной активации в спектре спиновых волн является снятие вырождения основного состояния легкоплоскостного ферромагнетика под действием неоднородного магнитного поля спирали в базисной плоскости [277]. Это поле также приводит к снятию вырождения по частоте право- и левополяризованных колебаний. Решением дисперсионных уравнений (3.33) являются шесть связанных МУ ветвей. На рис. 3.2 они изображены сплошными кривыми. Штриховыми кривыми показаны невзаимодействующие ветви. Со спиновой ветвью  $\omega_{sp+q}$  взаимодействуют левополяризованная  $(\omega_{tp})$  и правополяризованная  $(\omega_{tp+2q})$  поперечные упругие ветви, а со спиновой ветвью  $\omega_{sp-q}$  — правополяризованная ( $\omega_{tp}$ ) и лево-



Рис. 3.2. Спектр магнитоупругих волн в точке фазового перехода FS–SS в лабораторной системе координат :  $\omega_{sp+q}$ ,  $\omega_{tp}$ ,  $\omega_{tp+2q}$  — невзаимодействующие ветви (штрихованые);  $\omega_{I}-\omega_{II}$  — магнитоупругие ветви (сплошные);  $p_{I}-p_{2}$  — точки пересечения невзаимодействующих ветвей

поляризованная ( $\omega_{tp-2q}$ ) поперечные упругие ветви. Наиболее сильное взаимодействие имеет место вблизи точек пересечения упругих и спиновых волн. Эти точки определяются из уравнений  $|\omega_{tp}| = |\omega_{sp\pm q}|$  и  $|\omega_{sp\pm q}| = |\omega_{tp\pm 2q}|$ . Данные уравнения в рассматриваемой области волновых чисел имеют по два корня, которые выражаются формулами  $p_{1,2} = \pm \widetilde{c}q/(s_t \pm \widetilde{c}), \ p_{7,8} = -(2s_t \mp \widetilde{c})q/(s_t \mp \widetilde{c})$  и  $p_{3,4} = \pm \widetilde{c}q/(s_t \mp \widetilde{c}), \ p_{5,6} = (2s_t \pm \widetilde{c})q/(s_t \pm \widetilde{c}),$  соответственно, для точек пересечения правои левополяризованных упругих волн со спиновыми волнами. Для релятивистской спирали  $\widetilde{c} = c$ , а для обменной  $-\widetilde{c} \approx \sqrt{5} cq \sim 10^4 \text{см/c}.$  Поскольку в обоих типах магнетиков  $s_t \gg \widetilde{c}$ , величина волновых чисел  $|p_1|, \ldots, |p_4| \ll q, a |p_5|, \ldots, |p_8| \sim 2q$ . Вблизи фазового перехода FS-SS параметр МУ взаимодействия  $\xi_{p\pm q}$  мал ( $\xi_{p\pm q} \approx h_{me}/|\beta_1| \ll 1$ ), поэтому вдали от точек пересечения МУ ветви практически не отличаются от невзаимодействующих ветвей колебаний.

При  $p = p_1$ ,  $p = p_2$ ,  $p = p_5$ ,  $p = p_7$  в спектре МУ волн возникают полосы непропускания  $\Delta \omega$ , ширина которых определяется расстоянием между максимумами ветвей  $\omega_{\rm II}$ ,  $\omega_{\rm II}$  и минимумами ветвей  $\omega_{\rm III}-\omega_{\rm VI}$ . Все эти зоны одинаковы по величине и равны  $\Delta \omega \approx \tilde{c}q\xi^{1/2}$ . Для редкоземельных металлов, считая  $\xi \sim 10^{-2}$ , имеем  $\Delta \omega/2\pi \sim 10^9$  с<sup>-1</sup>, а для магнетиков без центра симметрии, считая, что  $\xi \sim 10^{-4}$ , получаем  $\Delta \omega/2\pi \sim 10^5$  с<sup>-1</sup>. Величина максимумов у ветвей  $\omega_{\rm II}$  и величина минимумов у ветвей  $\omega_{\rm III}-\omega_{\rm VI}$  порядка  $\tilde{c}q$ . Для магнетиков с обменной спиралью  $\tilde{c}q/2\pi \sim 10^{10}$  с<sup>-1</sup>, а для магнетиков с релятивистской спиралью  $\tilde{c}q/2\pi \sim 10^7$  с<sup>-1</sup>. Видно, что вблизи фазового перехода FS–SS, в отличие от фазового перехода FS–F, величина минимума у ветвей  $\omega_{\rm III}-\omega_{\rm VI}$ , а также величина активации у ветвей  $\omega_{\rm IV}$  и  $\omega_{\rm V}$  определяются не величиной МУ взаимодействия ( $\omega_{me4}$ ), а величиной волнового числа магнитной спирали q.

В области волновых чисел  $p = p_i$ , i = 3, 4, 6, 8 возникает обычное «расталкивание» ветвей на величину  $\tilde{c}q\xi^{1/2}$ . Ветви  $\omega_{\rm I}$  и  $\omega_{\rm II}$  соответственно при  $p_2 , <math>p_8 и <math>p_4 , <math>p_5$  $являются квазиупругими, а ветви <math>\omega_{\rm III}$  и  $\omega_{\rm VI}$  в этих областях носят квазиспиновый характер. В остальных областях волновых чисел ветви  $\omega_{\rm I}$  и  $\omega_{\rm II}$  являются квазиспиновыми, а ветви  $\omega_{\rm III}$  и  $\omega_{\rm VI}$  — квазиупругими. Из рис. 3.2 следует также, что вблизи фазового перехода FS-SS снимается вырождение право- и левополяризованных колебаний.

**3.2.3. Основные результаты раздела.** В области магнитных полей  $0 < H < H_k$  (при произвольном угле  $\theta$  из интервала  $0 < \theta < \pi/2$ ) решением дисперсионного уравнения (3.28) являются четыре ветви МУ волн. Из-за сложности дисперсионного уравнения получить его решение аналитически в случае произвольного магнитного поля практически невозможно. Поэтому ограничимся здесь качественным исследованием спектра связанных колебаний при увеличении поля.

При  $0 < H < H_k$  МУ взаимодействие также дает отличный от нуля вклад в величину активации квазиспиновой ветви колебаний. Этот

вклад возрастает с увеличением магнитного поля как  $\cos^2 \theta$  (3.27). В точке фазового перехода FS–SS он равен нулю, а в точке перехода FS–F достигает максимального значения, равного  $\omega_{me4}$ . В состоянии FS имеется взаимодействие между упругими продольными и спиновыми ветвями (при учете в энергии (3.1) обменной магнитострикции такое взаимодействие между ними имеет место и в фазе SS [157]). Из (3.28) следует, что наиболее сильное взаимодействие между указанными ветвями должно наблюдаться для значения магнитного поля, при котором угол  $\theta = 45^{\circ}$ . МУ взаимодействие при любых значениях магнитного поля снимает вырождение между право- и лево- поляризованными колебаниями.

Итак, в модулированных магнетиках наличие спиральной магнитной структуры приводит к тому, что в состоянии FS тензор равновесных деформаций становится неоднородным по всему объему вещества. В отсутствии МУ связи в лабораторной системе координат закон дисперсии спиновых волн имеет активацию, которая определяется величиной волнового числа спирали. В точке фазового перехода FS-SS спектр спиновых волн в лабораторной системе координат состоит из двух ветвей, которые соответствуют правой и левой спиральным магнитным структурам. МУ взаимодействие в точке фазового перехода FS-SS не вносит вклада в величину активации квазиспиновых волн. В фазе FS МУ вклад в активацию квазиспиновых волн отличен от нуля и возрастает с ростом магнитного поля, достигая максимального значения, равного МУ щели, как в обычных ферро- и антиферромагнетиках, в точке перехода FS-F. Таким образом, в модулированных магнетиках можно варьировать величиной МУ вклада в активацию квазиспиновых волн с помощью изменения магнитного поля.

Наличие активации в спектре спиновых волн в геликоидальных магнетиках приводит к тому, что в точках фазовых переходов в них отсутствует резонансное взаимодействие спиновых и упругих ветвей колебаний при квазиимпульсе, равном нулю (в обычных магнетиках это взаимодействие имеется). Однако в геликоидальных магнетиках такое взаимодействие имеет место при отличном от нуля квазиимпульсе в точках пересечения упругих и спиновых ветвей. Эти точки обычно находятся в длинноволновой области.

В магнетиках со спиральной магнитной структурой в точке фазового перехода FS-SS, в состоянии FS и в точке фазового перехода FS-F (для релятивистской спирали) теряется симметрия относительно распространения волн по и против оси спирали, т.е. возникает эффект невзаимности. В точке фазового перехода FS-F законы дисперсии МУ волн имеют области, где они квадратично зависят от квазиимпульса. В этих областях скорости МУ волн линейно зависят от волнового числа.

В состоянии FS в спиральных магнетиках в спектре МУ волн возникают полосы непропускания, величина которых определяется величиной МУ взаимодействия. Ширина полос непропускания зависит от

величины магнитного поля, возрастая с его увеличением. Как и в обычных магнетиках, в спиральных магнетиках снимается вырождение право- и левополяризованных МУ волн. Кроме того, имеется взаимодействие спиновых волн с упругими волнами при квазиимпульсе, равном удвоенному квазиимпульсу спирали.

В заключение надо отметить, что для кристаллов без центра симметрии в плотности свободной энергии (3.1) возможно существование МУ члена, линейного по производной от намагниченности, который из симметрийных соображений записывается в виде

$$a_{lmk}M_p\partial M_l/\partial x_m u_{pk},\tag{3.34}$$

где  $a_{lmk}$  — тензор МУ взаимодействия третьего ранга.

В нашем случае при предположении изотропии упругих и МУ свойств для кристаллов без центра симметрии,  $a_{lmk}$  есть константа, умноженная на тензор Леви–Чивитта  $\delta_{lmk}$  [281],

$$a_{lmk} = a\delta_{lmk},\tag{3.35}$$

и в случае распространения волн вдоль оси симметрии (ось z) член (3.34) с учетом (3.35) приводит к перенормировке константы магнитострикции b: b = b + aq.

Возможно, член (3.34) окажет существенное влияние на спектр МУ волн, если учесть анизотропные упругие и МУ свойства кристалла, либо рассматривать распространение волн в другом направлении (например, вдоль оси х или у).

#### 3.3. Связанные электромагнитно-спиновые волны в магнетике в фазе FS

Обратимся к рассмотрению взаимодействия спиновых волн с электромагнитными в геликоидальных магнетиках.

Для получения спектра связанных спиновых и электромагнитных волн будем использовать уравнение Ландау–Лифшица и систему уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = g \left[ \mathbf{M}, \mathbf{H}^{\text{eff}} \right], \quad \mathbf{H}^{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}},$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}), \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} (\varepsilon \mathbf{E}) = 0, \quad \operatorname{div} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0.$$
(3.36)

Линеаризованная система уравнений (3.36) для компонент Фурье этих векторов в случае распространения волн вдоль оси z (оси спирали) имеет вид:

$$\pm \omega m_{\pm}(k) = \Omega_{k}^{\pm} \cos \theta m_{\pm}(k) - \Omega_{1k\mp q} \sin \theta m_{z}(k\mp q) + gM_{0} \sin \theta h_{z}(k\mp q) - gM_{0} \cos \theta h_{\pm}(k),$$

$$\omega m_{z}(k) = \frac{1}{2} \sin \theta \left[ \Omega_{k-q}^{-} m_{-}(k-q) - \Omega_{k+q}^{+} m_{+}(k+q) \right] + \frac{1}{2} gM_{0} \sin \theta \left[ h_{+}(k+q) - h_{-}(k-q) \right],$$

$$[\omega^{2} - k^{2}v^{2}]h_{\pm}(k) = -\omega^{2}4\pi m_{\pm}(k), \quad h_{z}(k) = -4\pi m_{z}(k).$$
(3.37)

Дисперсионное уравнение связанных спиновых и электромагнитных волн в магнетике в фазе FS для левополяризованных волн имеет вид

$$\begin{bmatrix} 2\omega^{2}(\omega^{2}-v^{2}k^{2}) + ((\omega^{2}-v^{2}k^{2})\Omega_{k}^{+}-\omega^{2}\omega_{M})(\Omega_{1M}\sin^{2}\theta-2\omega\cos\theta) \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} 2\omega^{2}(\omega^{2}-v^{2}(k-2q)^{2}) + \\ + ((\omega^{2}-v^{2}(k-2q)^{2})\Omega_{k-2q}^{-}-\omega^{2}\omega_{M}) \times \\ \times (\Omega_{1M}\sin^{2}\theta+2\omega\cos\theta) \end{bmatrix} - \\ - \Omega_{1M}^{2}\sin^{4}\theta \left( (\omega^{2}-v^{2}k^{2})\Omega_{k}^{+}-\omega^{2}\omega_{M} \right) \times \\ \times \left( (\omega^{2}-v^{2}(k-2q)^{2})\Omega_{k-2q}^{-}\omega^{2}\omega_{M} \right) = 0. \quad (3.38)$$

Здесь введены обозначения:  $v = c/\sqrt{\varepsilon}$  — скорость распространения электромагнитной волны в магнетике,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $\omega_M = 4\pi g M_0$  — магнитостатическая частота,  $\Omega_{1M} = \Omega_{1k-q} + \omega_M$ ,

$$\begin{aligned} \Omega_{k-2q}^{-} &= g M_0 \left( \alpha \left( q^2 - (k-2q)^2 \right) + \gamma \left( q^4 - (k-2q)^4 \right) - 2\alpha_1 (k-q) \right), \\ \Omega_k^+ &= g M_0 \left( \alpha \left( q^2 - k^2 \right) + \gamma \left( q^4 - k^4 \right) + 2\alpha_1 (k-q) \right), \\ \Omega_{1k-q} &= g M_0 \Big( \beta_1 + 3\beta_2 M_0^2 \cos^2 \theta - \alpha \left( q^2 - (k-q)^2 \right) + \\ &+ \gamma \left( q^4 - (k-q)^4 \right) + 2\alpha_1 q \Big). \end{aligned}$$

В выражениях  $\Omega_{1k}$ ,  $\Omega_k^+$ ,  $\Omega_{k-2q}^-$  для обменной спирали необходимо положить  $\alpha_1 = 0$ , а при рассмотрении релятивистской спирали  $\gamma = 0$ .

Для получения дисперсионного уравнения правополяризованных волн достаточно в (3.38) сделать замену k = k + 2q.

Используя характерные значения постоянных для магнетиков с обменной спиралью:  $g = 2 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1} \Im^{-1}$ ,  $M_0 \sim 10^3 \Im$ ,  $\gamma \sim 10^{-28} \text{ см}^4$ ,  $\alpha \sim -10^{-14} \text{ см}^2$ ,  $q \sim 10^7 \text{ 1/см}$ , а в случае релятивистской спирали  $\alpha \sim 10^{-12} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 \sim 1$ ,  $a \sim 10^{-8} \text{ см}$ ,  $q \sim 10^4 \text{ 1/см}$ ,  $\varepsilon \sim 10$ , из уравнения (3.38), получим спектры связанных электромагнитно-спиновых волн. Изменяя  $\theta$  в диапазоне  $0 \leqslant \theta \leqslant \pi/2$ , можно рассчитать спектры для

структуры FS. На рис. 3.3 показаны зависимости  $\omega(k)$  для разных углов в случае релятивистской спирали.

При низких частотах, спектр состоит из почти не взаимодействующих ветвей квазиэлектромагнитных (выходящих из k = 0) и квазиспиновых (выходящих из k = q) волн. Возникают также квазиэлектромагнитные волны высших пространственных гармоник (выходящие из k = 2q). Повышение частоты приводит к усилению гибридизации колебаний, которая достигает максимума вблизи запрещенной зоны. В этой области ветви квазиспиновых и квазиэлектромагнитных колебаний соединяются.

При любых значениях угла спирали кроме  $\theta = 0$  для спектра характерна зонная структура. На определенных частотах наблюдается запрещенная зона (окно непрозрачности). Данная запрещенная зона появляется за счет резонансного взаимодействия спиновых и электромагнитных волн в магнетике. Из рис. 3.3 можно заметить, что с уменьшением угла  $\theta$  зона сдвигается в сторону низких частот, а ее ширина уменьшается. В случае обменной спирали зона непрозрачности лежит намного выше в частотной области, чем в случае релятивистской спирали. Величина взаимодействия спиновых и электромагнитных волн зависит от угла  $\theta$ .

Спектр правополяризованных волн может быть получен зеркальным отражением спектра левополяризованных волн относительно оси частот. Из рис. 3.3 можно заметить, что ветви право- и лево- поляризованных волн, распространяющихся в одном направлении, не совпадают, а значит будет наблюдаться вращение плоскости поляризации электромагнитных волн. Особенно сильно это различие вблизи запрещенной зоны.



Рис. 3.3. Спектры волн при разных значениях угла  $\theta$ 



Рис. 3.4. Зависимость ширины запрещенной зоны ( $\Delta \omega_{gap}$ ) от угла спирали

Зависимость ширины запрещенной зоны от угла спирали представлена на рис. 3.4.

**3.3.1. Отражение электромагнитных волн от пластины магнетика в фазе FS.** Исследуем теперь отражение электромагнитной волны от слоя магнетика толщиной l, находящегося в фазе FS. Рассмотрим нормальное падение электромагнитной волны,  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{q} \parallel \mathbf{z}$ . Ограничимся случаем малых волновых чисел  $k \ll q$ . Система граничных условий включает в себя условия непрерывности нормальных компонент индукций магнитного и электрического полей, тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей, равенства нулю производной намагниченности на границах магнетика:

$$H_{\tau}^{(e)} = H_{\tau}^{(i)}, \quad E_{\tau}^{(e)} = E_{\tau}^{(i)},$$
  

$$B_{n}^{(e)} = B_{n}^{(i)}, \quad D_{n}^{(e)} = D_{n}^{(i)},$$
  

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_{k}} n_{k} = 0.$$
(3.39)

Индексами (e) и (i) обозначены величины вне и внутри магнетика соответственно, **n** — вектор нормали к поверхности образца. Учитывая количество корней дисперсионного уравнения в рассматриваемом приближении, в циклических компонентах магнитного поля система граничных условий имеет вид

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{j} \left[ h_{j\pm}^{(1)} + h_{j\pm}^{(2)} \right];$$
  
$$h_{0\pm} - h_{R\pm} = \sum_{j} \left[ \frac{k_{j\pm}^{(1)}}{k_0 \varepsilon} h_{j\pm}^{(1)} + \frac{k_{j\pm}^{(2)}}{k_0 \varepsilon} h_{j\pm}^{(2)} \right]$$

$$\begin{split} \sum_{j} \left\{ k_{j\pm}^{(1)} \left( \omega^{2} - v^{2} \left( k_{j\pm}^{(1)} \right)^{2} \right) h_{j\pm}^{(1)} + \\ &+ k_{j\pm}^{(2)} \left( \omega^{2} - v^{2} \left( k_{j\pm}^{(2)} \right)^{2} \right) h_{j\pm}^{(2)} \right\} = 0; \quad (3.40) \\ h_{T\pm} &= \sum_{j} \left[ e^{i(k_{j\pm}^{(1)} - k_{0})l} h_{j\pm}^{(1)} + e^{i(k_{j\pm}^{(2)} - k_{0})l} h_{j\pm}^{(2)} \right]; \\ h_{T\pm} &= \sum_{j} \left[ \frac{k_{j\pm}^{(1)}}{k_{0}\varepsilon} e^{i(k_{j\pm}^{(1)} - k_{0})l} h_{j\pm}^{(1)} + \frac{k_{j\pm}^{(2)}}{k_{0}\varepsilon} e^{i(k_{j\pm}^{(2)} - k_{0})l} h_{j\pm}^{(2)} \right]; \\ \sum_{j=1}^{2} \left[ k_{j\pm}^{(1)} \left( \omega^{2} - v^{2} \left( k_{j\pm}^{(1)} \right)^{2} \right) e^{i(k_{j\pm}^{(1)} - k_{0})l} h_{j\pm}^{(1)} + \\ &+ k_{j\pm}^{(2)} \left( \omega^{2} - v^{2} \left( k_{j\pm}^{(2)} \right)^{2} \right) e^{i(k_{j\pm}^{(2)} - k_{0})l} h_{j\pm}^{(2)} \right] = 0. \end{split}$$

Поля  $h_{R\pm}$ ,  $h_{T\pm}$  определяют, соответственно, отраженную от поверхности магнетика и прошедшую через магнетик волну,  $k_{i\pm}$  — решения дисперсионного уравнения, индексами (1) и (2) обозначены волны, распространяющиеся вдоль и против оси **z** соответственно. В (3.40) введено обозначение  $k_0 = \omega/c$  — волновое число электромагнитной волны в вакууме.

Решая (3.40) совместно с (3.38), найдем коэффициенты отражения право- и лево- поляризованных электромагнитных волн  $R_{\pm} = \left| \frac{h_{R\pm}}{h_{0\pm}} \right|^2$ . Линейно поляризованная электромагнитная волна может быть представлена в виде суперпозиции волн с разными круговыми поляризациями. Тогда коэффициент отражения

$$R = \frac{|h_R|^2}{|h_0|^2} = \frac{|h_{R+1}|^2 + |h_{R-1}|^2}{|h_0|^2} = \frac{R_+ |h_{0+1}|^2 + R_- |h_{0-1}|^2}{|h_0|^2} = \frac{1}{2} (R_+ + R_-). \quad (3.41)$$

На рис. 3.5 приведены частотные зависимости коэффициента отражения электромагнитной волны от слоя магнетика с ферромагнитной спиралью релятивистского происхождения для разных углов  $\theta$ . Отметим, что в случае обменной спирали частотные зависимости коэффициента отражения качественно соответствуют случаю релятивистской спирали, но ширина частотного диапазона, в котором коэффициент отражения близок к единице, значительно меньше.

Из частотной зависимости при разных углах  $\theta$  видно, что при увеличении угла  $\theta$  ферромагнитной спирали (а следовательно и уве-



Рис. 3.5. Частотные зависимости коэффициента отражения для различных углов  $\theta$  при толщине пластины l = 0,01 см  $(1 - \theta = \pi/2; 2 - \theta = \pi/4; 3 - \theta = \pi/150; 4 - \theta = 0)$ 

личении величины внешнего магнитного поля) происходит увеличение запрещенной зоны (окна непрозрачности) и сдвиг ее в область более высоких частот.

На рис. 3.6 представлена зависимость коэффициента отражения от толщины пластины при  $\theta = \pi/4$ . Видно, что увеличение толщины пластины приводит к расширению частотного диапазона, в котором коэффициент отражения близок к единице. Это связано с тем, что при увеличении толщины пластины объемные свойства магнетика становятся более существенными, чем влияние поверхности. При более высоких частотах наблюдаются осцилляции коэффициента отражения, что связано с размерными резонансами и интерференцией. Отметим, что при рассмотрении распространения волн и отражения в области частот  $\omega \ge 10^{13}$  с<sup>-1</sup> необходимо учитывать частотную зависимость диэлектрической проницаемости.



Рис. 3.6. Частотные зависимости коэффициента отражения для различных толщин пластины при  $\theta = \pi/4$  (1 - l = 10 мкм, 2 - l = 100 мкм, 3 - l = 1 мм, 4 - l = 5 мм)

**3.3.2. Вращение плоскости поляризации электромагнитных** волн в магнетике с FS. Перейдем к рассмотрению эффекта Фарадея, т.е. зависимости угла поворота плоскости поляризации от величины внешнего магнитного поля. Пусть на магнетик в фазе FS падает линейно поляризованная волна. Ее можно представить в виде суперпозиции двух волн различной круговой поляризации. Из (3.38) для волн разной поляризации получаем различные волновые векторы (см. рис. 3.7).



Рис. 3.7. Зависимость k от  $\omega$  для волн разной круговой поляризации (1 — отрицательная поляризация, 2 — положительная поляризация). На вставке — область перед запрещенной зоной

Так как у волн волновые векторы различны, то и показатели преломления также будут различны, следовательно, будет наблюдаться вращение плоскости поляризации на величину  $\Delta \varphi = \Delta k l$ , где  $\Delta k = \frac{(k_+ - k_-)}{2}$ . Исходя из решения (3.38) (см. рис.3.7), k зависит от частоты падающей волны и достигает наибольших значений вблизи зоны непрозрачности. Зависимость угла вращения плоскости поляризации от величины внешнего магнитного поля для слоя магнетика толщиной 1 см представлена на рис.3.8.

Для линейной зависимости угла вращения поляризации от магнитного поля  $\Delta \varphi = VHl$  можно вычислить постоянную Верде (V). На частоте  $\omega = 2 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1} V = -0,0140 \ \Im^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ , при  $\omega = 3 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1} V = -0,0135 \ \Im^{-1} \cdot \text{сm}^{-1}$ , при  $\omega = 5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1} V = -0,0133 \ \Im^{-1} \cdot \text{сm}^{-1}$ , при  $\omega = 7 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1} V = -0,01329 \ \Im^{-1} \cdot \text{ сm}^{-1}$ , а при  $\omega = 10^{12} \text{ c}^{-1} V = -0,01327 \ \Im^{-1} \cdot \text{сm}^{-1}$ . Дальнейшее увеличение частоты не приводит к значительным изменениям постоянной Верде.



Рис. 3.8. Зависимость угла вращения плоскости поляризации от величины внешнего магнитного поля: слева — выше зоны непрозрачности, справа — ниже зоны непрозрачности

**3.3.3. Заключительные замечания раздела.** В разделе проведено теоретическое исследование связанных спиновых и электромагнитных волн в магнетиках со спиральной магнитной структурой, определяемой неоднородным обменным и релятивистским взаимодействиями, находящихся в фазе FS.

Спектр связанных волн является зонным. Величина запрещенной зоны зависит от угла ферромагнитной спирали, а следовательно и от внешнего магнитного поля. Увеличение угла (уменьшение магнитного поля) приводит к увеличению ширины запрещенной зоны, максимальная величина запрещенной зоны (окна непрозрачности) наблюдается при  $\theta = \pi/2$ , т.е. при фазовом переходе магнетика FS–SS.

Показана возможность резонансного взаимодействия спиновых и электромагнитных волн. Величина взаимодействия спиновых и электромагнитных волн зависит от  $\theta$ . Электромагнитно-спиновое взаимодействие при любом значении угла  $\theta$  снимает вырождение между право- и лево- поляризованными волнами.

Рассчитаны частотные зависимости коэффициента отражения электромагнитных волн от пластины магнетика в фазе FS при различных углах спирали. При увеличении угла увеличиваются и область непрозрачности и ее сдвиг в область высоких частот. Увеличение толщины пластины приводит к расширению частотного диапазона, в котором коэффициент отражения близок к единице. Это связано с тем, что при увеличении толщины пластины электромагнитная волна проходит больший путь в материале, а следовательно, зонная структура спектра волн в бесконечном магнетике становится более значимой.

Показано что угол вращения плоскости поляризации возрастает вблизи запрещенной зоны. На низких частотах наблюдается пик вращения плоскости поляризации, который сдвигается в область меньших полей при приближении частоты к нижней границе зоны непрозрачности. Для высоких частот приводятся оценки постоянной Верде.

### 3.4. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в кристаллах со спиральной магнитной структурой

Основываясь на выше приведенных исследованиях, можно заключить, что в кристаллах со спиральной магнитной структурой спектр спиновых и упругих волн имеет ряд особенностей по сравнению со спектром аналогичных колебаний в магнетиках без модулированной структуры. Обратимся к рассмотрению взаимодействия трех подсистем магнетика—спиновой, упругой и электромагнитной. Колебания каждой из подсистем за счет взаимодействия между собой образуют в кристаллах связанные спиновые, упругие и ЭМ волны. Спектр связанных спиновых, упругих и ЭМ волн в одноосных магнетиках без спиральной фазы подробно изучен в работе [118]. Теоретическим исследованиям спектров МУ и электромагнитно-спиновых волн в геликоидальных магнетиках были посвящены работы [176, 180].

В данном разделе на основе результатов, полученных в [176, 180] и в предыдущем разделе, изучается спектр связанных спиновых, упругих и ЭМ колебаний в одноосных кристаллах со спиральной магнитной структурой типа SS. Получено уравнение и спектр связанных волн в случае их распространения вдоль оси спирали. Особенностью спектра является снятие вырождения право- и левополяризованных колебаний, наличие активации у квазиспиновых ветвей и резонансного взаимодействия спиновых волн с упругими и ЭМ волнами вблизи двух значений волнового числа:  $k \sim 0$  и  $k \sim 2q$  ( $2\pi/q$  — период спирали), а также наличие в спектре связанных колебаний полос непропускания.

При решении задачи исходим их полной системы уравнений движения упругой среды, намагниченности (3.21) и системы уравнений Максвелла

rot 
$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}), \text{ rot } \mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$
  
div  $\mathbf{E} = 0, \qquad \text{div} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0,$  (3.42)

где  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  векторы напряженностей ЭМ поля,  $\varepsilon$  диэлектрическая проницаемость среды.

Выражение для плотности свободной энергии, которая входит в систему уравнений движения, возьмем в виде (3.1)–(3.3). Рассмотрим магнетики, у которых в основном состоянии реализуется ферромагнитная спиральная структура (3.10). Равновесные деформации  $u_{ij}$  в этом состоянии являются неоднородными. Их вид в случае  $qd \gg 1$  (q — волновое число, d — размер образца) приводится в (3.18). Исследуем малые колебания векторов смещения, намагниченности, электрического и магнитного полей около основного состояния (3.10). Линеаризованная система уравнений (3.21) и (3.42) для компонент Фурье этих векторов в случае распространения волн вдоль оси z (оси спирали) имеет вид:

$$\pm \omega m_{\pm} (k) = \cos \theta \left[ \omega_{2k}^{\pm} + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \right] m_{\pm} (k) + + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \cos \theta m_{\pm} (k \pm 2q) - \sin \theta \omega_{1k \pm q} m_z (k \mp q) + + igb_{44} M_0^2 k \left[ \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right] u_{\pm} (k) - - \frac{i}{2} g M_0 b_{44} \sin^2 \theta (k \pm 2q) u_{\pm} (k \mp 2q) - - ig (b_{33} - b_{31}) M_0^2 \sin 2\theta (k \pm q) u_z (k \mp q) + g M_0 \sin \theta h_z (k \mp q) - - g M_0 \cos \theta h_{\pm} (k),$$

$$\omega m_{z}(k) = \frac{1}{2} \sin \theta \left[ \omega_{2k-q}^{-} m_{-}(k-q) - \omega_{2k+q}^{+} m_{+}(k+q) \right] + \\ + \frac{i}{4} g M_{0}^{2} \sin 2\theta \left[ (k-q) u_{-}(k-q) - (k+q) u_{+}(k+q) \right] + \\ + \frac{1}{2} g M_{0} \sin \theta \left[ h_{+}(k+q) - h_{-}(k-q) \right],$$

$$\left[ \omega^{2} - s_{t}^{2} k^{2} \right] u_{\pm}(k) = \frac{i}{\rho} k b_{44} M_{0} \left[ \sin \theta m_{z} \left( k \mp q \right) + \cos \theta m_{\pm} \left( k \right) \right],$$

$$\left[ \omega^{2} - s_{t}^{2} k^{2} \right] u_{z}(k) = -2i \left( b_{33} - b_{31} \right) k M_{0} \cos \theta m_{z}(k) / \rho,$$

$$\left[ \omega^{2} - k^{2} v^{2} \right] h_{\pm}(k) = -\omega^{2} 4 \pi m_{\pm}(k), \quad h_{z}(k) = -4 \pi m_{z}(k).$$
(3.43)

К данной системе уравнений необходимо добавить условие постоянства модуля намагниченности  $|\mathbf{M}| = \text{const}$ , которое для компонент Фурье намагниченности выглядит следующим образом:

$$\sin\theta \left[m_{-}(k-q) + m_{+}(k+q)\right] + 2\cos\theta m_{z}(k) = 0.$$
(3.44)

В уравнениях (3.43)-(3.44) введены следующие обозначения:

 $\mathbf{H}(\mathbf{k}), \mathbf{M}(\mathbf{k}), \mathbf{u}(\mathbf{k})$  — компоненты Фурье соответственно векторов **H**, **M**, **u**;  $v = c/\sqrt{\varepsilon}$  — скорость ЭМ волн в среде;

$$\omega_{2k}^{\pm} = \omega_{20} + gM_0L_{\perp}^{\pm}(k), \quad \omega_{1k} = \omega_{10} + gM_0\sin^2\theta L_{\rm II}(k) = 0.$$
(3.45)

Остальные обозначения совпадают с обозначениями, введенными ранее, что соответствует состоянию типа простая спираль как для кристаллов с обменной спиралью, так и для кристаллов с релятивистской спиралью.

**3.4.1. Спектр связанных ЭМ и МУ волн в кристаллах в фазе SS.** Система уравнений (3.44) имеет нетривиальное решение только тогда, когда ее определитель равен нулю. Равенство нулю определителя этой системы и дает нам дисперсионное уравнение для связанных ЭМ и МУ волн в фазе FS. Здесь мы рассмотрим спектр связанных колебаний только при фазовом переходе FS–SS, когда  $\theta = \pi/2$ . Дисперсионное уравнение в фазе SS выглядит следующим образом:

$$\omega^{4} \left\{ \begin{bmatrix} \omega^{2} - {\omega''}_{sk\mp q}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ + \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega'_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \omega_{me4} \omega'_{2k\mp q} \omega_{tk\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \right\} - \\ - \omega^{2} \begin{bmatrix} \omega_{vk}^{2} + \omega_{vk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \omega^{2} - \widetilde{\omega}_{sk\mp q}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \omega_{me4} \omega''_{2k\mp q} \omega_{tk\mp 2q}^{2} \right\} + \\ + \omega_{vk}^{2} \omega_{vk\mp 2q}^{2} \left\{ \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{sk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ + \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2$$

где

$$\omega_{tk} = s_t k, \qquad \omega_{2k} = \left[\omega_{2k-q}^- + \omega_{2k+q}^+\right]/2, \quad \omega'_{1,2k} = \omega_{1,2k} + \omega_M,$$
  
$$\omega''_{2k} = \omega_{2k} + \omega_M/2, \quad \omega_{vk} = vk, \qquad \omega''_{sk} = \omega'_{1k}\omega'_{2k},$$
  
$$\widetilde{\omega}_{sk}^2 = \omega'_{1k}\omega''_{2k}, \qquad \omega''_{sk}^2 = \omega'_{1k}\omega_{2k}, \qquad \omega_M = 4\pi g M_0.$$

Спектр связанных ЭМ и МУ волн приведен на рис. 3.3. Видно, что невзаимодействующие с упругой и ЭМ подсистемами ветви спиновых волн имеют при k = 0 активизацию  $\omega_0 = \omega_{s0}$ ,

$$\omega_{sk} = (\omega_{1q}\omega_{2q})^{1/2} = gM_0 \left\{ \left[ L_{\perp}^{-}(q) + L_{\perp}^{+}(q) \right] \left[ \left| \beta_{\perp} \right| + L_{\mathrm{II}}(q) \right] / 2 \right\}^{1/2}.$$
(3.47)

Причиной появления данной активации в спектре спиновых волн является снятие вырождения основного состояния легкоплоскостного ферромагнетика под действием неоднородного магнитного поля спирали в базисной плоскости. Это поле также приводит к снятию вырождения по частоте право- и левополяризованных колебаний.

Решением дисперсионного уравнения (3.46) являются десять связанных ветвей. На рис. 3.9 изображены только пять из них. Остальные ветви можно получить зеркальным отражением этих ветвей относительно оси частот. Штриховыми кривыми показаны невзаимодействующие ветви ЭМ ( $\omega_{vk}$ ,  $\omega_{vk-2q}$ , em), упругих ( $\omega_{tk}$ ,  $\omega_{tk-2q}$ , e) и спиновых ( $\omega_{sk-q}$ , индекс s) волн. Со спиновой ветвью  $\omega_{sk+q}$  взаимодействуют левополяризованные ( $\omega_{tk}$ ,  $\omega_{vk}$ ) и правополяризованные ( $\omega_{tk-2q}$ ,  $\omega_{vk-2q}$ ) упругие поперечные и ЭМ ветви, а со спиновой ветвью  $\omega_{sk-q}$  — правополяризованные ( $\omega_{tk}$ ,  $\omega_{vk}$ ) и левополяризованные ( $\omega_{tk-2q}$ ,  $\omega_{vk-2q}$ ) упругие поперечные и ЭМ ветви. Наиболее сильное взаимодействие имеет место вблизи точек пересечения спиновых волн с упругими и ЭМ волнами. Эти точки определяются из уравнений | $\omega_{tk}$ | = | $\omega_{sk\pm q}$ |, | $\omega_{sk\pm q}$ | = | $\omega_{vk}$ |, | $\omega_{tk\pm 2q}$ | = | $\omega_{sk\pm q}$ | и на рисунке обозначены как  $k_i$ , (i = 1, ..., 8). Вдали от точек пересечения, связанные ветви практически не отличаются от невзаимодействуе



Рис. 3.9. Спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в одноосных модулированных магнетиках в состоянии SS. Штриховыми линиями обозначены невзаимодействующие ветви;  $k_1-k_8$  точки пересечения невзаимодействующих ветвей

ющих ветвей колебаний. При  $k = k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$ ,  $k_6$  в спектре связанных колебаний возникают полосы непропускания. Ширина запрещенных зон, возникающих в результате взаимодействия спиновых и упругих ветвей равна  $\Delta \omega_{st} = \tilde{c}q\xi^{1/2}$  где  $\tilde{c}$  — скорость спиновых волн,  $\xi = \omega_{me4}/\omega_{1k}$  — параметр МУ взаимодействия. Ширина же запрещенных зон, возникающих в результате взаимодействия спиновых и ЭМ волн равна  $\Delta \omega_{sv} \approx gM_0(4\pi |\beta_1|)^{1/2}$ . При  $g \sim 2 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}\text{9}^{-1}$ ,  $M_0 \sim 10^3 \text{ 9}$ ,  $|\beta_1| \sim 1 \dots 100$  имеем  $\Delta \omega_{sk}/2\pi \sim 5 \dots 50 \ 10^9 \ \text{c}^{-1}$ , что существенно превосходит величину запрещенных зон  $\Delta \omega_{st} (\Delta \omega_{st}/2\pi \sim 10^{-5} \dots 1 \ 10^9 \ \text{c}^{-1})$ . Следует отметить также, что если величина минимумов у ветвей  $\omega_{\text{III}} (k = k_1)$  и  $\omega_{\text{III}} (k = k_5)$  определяется величиной квазиимпульса спирали q, то величина минимума у ветвей  $\omega_{\text{IV}} (\text{при } k = k_3 = 0)$ ,  $\omega_V (\text{при } k = k_6 = 2q)$  не зависит от q и равна  $gM_0 (4\pi |\beta_1|)^{1/2}$ .

В области волновых чисел  $k = k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_7$ ,  $k_8$  возникает «расталкивание» ветвей на величины  $\tilde{c}q\xi^{1/2}$  и  $gM_0 (4\pi |\beta_1|)^{1/2}$ , соответственно, в точках пересечения спиновых волн с упругими и ЭМ волнами. Приведем еще спектр квазиупругих, квазиэлектромагнитных и квазиспиновых волн в области малых волновых чисел  $(k \to 0)$ 

$$\omega_{\mathrm{I}} \cong s_t k \left(1-\xi\right)^{1/2}, \quad \omega_{\mathrm{II}} \cong v k \left(\omega_{2q}/\omega_M\right)^{1/2},$$
  
$$\omega_{\mathrm{IV}}^2 \cong \frac{1}{2} \left(\omega_{1q} + \omega_M\right) \left(\omega_{2q}^- + \omega_{2q}^+ + \omega_M\right).$$
(3.48)

Отсюда следует, что скорость квазиупругих волн  $\omega_{\rm I}/k$  практически не отличается от скорости невзаимодействующих упругих волн  $s_t$ , так как параметр  $\xi \ll 1$ . Скорость квазиэлектромагнитных волн может уменьшаться по сравнению со скоростью невзаимодействую-

щих волн на два-три порядка, поскольку в типичных магнетиках  $\omega_{2a}/2\pi \sim 10^5 \text{ c}^{-1}, \ \omega_M/2\pi \sim 10^{10} \text{ c}^{-1}.$ 

**3.4.2.** Спектр связанных спиновых, упругих и ЭМ волн в магнетике в фазе FS. При решении задачи исходим их полной системы уравнений движения упругой среды, намагниченности (3.21) и системы уравнений Максвелла (3.42).

Выражение для плотности свободной энергии, которая входит в систему уравнений движения, возьмем в виде (3.1)–(3.3). Рассмотрим магнетики, у которых в основном состоянии реализуется ферромагнитная спиральная структура (3.10). Равновесные деформации  $u_{ij}$  в этом состоянии являются неоднородными. Их вид в случае  $qd \gg 1$  (q — волновое число, d — размер образца) приводится в (3.18). Исследуем малые колебания векторов смещения, намагниченности, электрического и магнитного полей около основного состояния (3.10). Линеаризованная система уравнений (3.20) для компонент Фурье этих векторов в случае распространения волн вдоль оси z (оси спирали) имеет вид:

$$\pm \omega m_{\pm} (k) = \cos \theta \left[ \omega_{2k}^{\pm} + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \right] m_{\pm} (k) + \\ + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \cos \theta m_{\pm} (k \mp 2q) - \\ - \omega_{1k\pm q} \sin \theta m_z (k \mp q) + igb_{44} M_0^2 k \left[ \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right] u_{\pm} (k) - \\ - \frac{i}{2} g M_0^2 b_{44} \sin^2 \theta (k \pm 2q) u_{\pm} (k \mp 2q) - \\ - ig (b_{33} - b_{31}) M_0^2 \sin 2\theta (k \pm q) u_z (k \mp q) + \\ + g M_0 \sin \theta h_z (k \mp q) - g M_0 \cos \theta h_{\pm} (k), \\ \omega m_z (k) = \frac{1}{2} \sin \theta \left[ \omega_{2k-q}^- m_- (k-q) - \omega_{2k+q}^+ m_+ (k+q) \right] - \\ - \frac{i}{4} g b_{44} M_0^2 \sin 2\theta [(k-q) u_- (k-q) - (k+q) u_+ (k+q)] + \\ + \frac{1}{2} g M_0 \sin \theta [h_+ (k+q) - h_- (k-q)], \\ \left[ \omega^2 - s_t^2 k^2 \right] u_{\pm} (k) = \frac{i}{\rho} k b_{44} M_0 [\sin \theta m_z (k \mp q) + \cos \theta m_{\pm} (k)], \\ \left[ \omega^2 - s_t^2 k^2 \right] u_z (k) = -2i (b_{33} - b_{31}) k M_0 \cos \theta m_z (k) / \rho, \\ \left[ \omega^2 - k^2 v^2 \right] h_{\pm} (k) = -\omega^2 4 \pi m_{\pm} (k), \quad h_z (k) = -4\pi m_z (k). \end{cases}$$

К данной системе уравнений необходимо добавить условие постоянства модуля намагниченности  $|\mathbf{M}| = \text{const}$ , которое для компонент Фурье намагниченности выглядит следующим образом:

$$\sin\theta \left[m_{-}(k-q) + m_{+}(k+q)\right] + 2\cos\theta m_{z}(k) = 0.$$
(3.50)

3.4. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны 111

В уравнениях (3.49) и (3.50)  $\mathbf{h}(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{m}(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{u}(\mathbf{k})$  – компоненты Фурье соответственно векторов  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{u}$ ;  $v = c/\sqrt{\varepsilon}$  – скорость ЭМ волн в среде;

$$\begin{split} \omega_{2k}^{\pm} &= \omega_{20} + g M_0 L_{\perp}^{\pm}(k), \quad \omega_{1k} = \omega_{10} + g M_0 \sin^2 \theta L_{\rm II}(k) = 0, \\ L_{\perp}^{\pm}(k) &= -\alpha (q^2 - k^2) - \gamma (q^4 - k^4) + 2\alpha_1 (q \mp k), \\ L_{\parallel}(k) &= -\alpha (q^2 - k^2) - \gamma (q^4 - k^4) + 2\alpha_1 q, \ s_t^2 = c_{44}/\rho, \ s_l^2 = c_{33}/\rho, \\ \omega_{20} &= \omega_{me4} \cos^2 \theta, \quad \omega_{me4} = g M_0 h_{me4} = g b_{44}^2 M_0^3 / c_{44}, \end{split}$$
(3.51)  
$$\omega_{10} = g M_0 \left[ h_{me4} - \sin^2 \theta \left( \widetilde{\beta}_1 + \left( \widetilde{\beta}_2 + 2\beta_2 \right) M_0^2 \cos^2 \theta + h_{me} \sin^2 \theta \right) \right]. \end{split}$$

Остальные обозначения совпадают с обозначениями, введенными ранее, что соответствует состоянию типа простая спираль как для кристаллов с обменной спиралью, так и для кристаллов с релятивистской спиралью.

Используя характерные значения постоянных для магнетиков с обменной спиралью:  $g = 2 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1} \ni^{-1}$ ,  $M_0 \sim 10^3 \ni$ ,  $\gamma \sim 10^{-28} \text{ cm}^4$ ,  $\alpha \sim -10^{-14} \text{ cm}^2$ ,  $q \sim 10^7 \text{ l/cm}$ , а в случае релятивистской спирали  $\alpha \sim 10^{-12} \text{ cm}^2$ ,  $\beta_1 \sim 1$ ,  $a \sim 10^{-8} \text{ cm}$ ,  $q \sim 10^4 \text{ l/cm}$ ,  $\varepsilon \sim 10$ ,  $s_t = 3 \times 10^5 \text{ cm/c}$ ,  $s_l = 5 \cdot 10^5 \text{ cm/c}$ ,  $\rho = 8 \text{ г/cm}^3$ , из уравнений (3.49) получим спектры связанных спиновых, упругих и электромагнитных волн. Изменяя  $\theta$  в диапазоне  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ , можно рассчитать спектры для ферромагнитной спирали. На рис. 3.10 показаны зависимости  $\omega(k)$  для  $\theta = \pi/4$  и  $q = 10^4 \text{ l/cm}$  в случае релятивистской спирали.

Из рис. 3.10 видно, что учет магнитоупругого и электромагнитноспинового взаимодействий вносит в спектр ряд особенностей по сравнению со спектром электромагнитно-спиновых волн (рис. 3.3.). Теперь при k = 0, 2q, 4q выходят ветви квазиэлектромагнитных и квазиупругих волн. При k = q, 3q помимо ветвей квазиспиновых волн, выходят ветви



Рис. 3.10. Спектр связанных спиновых, упругих и электромагнитных волн спирального магнетика со структурой FS при  $\theta = \pi/4$ 

упругих волн. В точках пересечения невзаимодействующих упругих и спиновых происходит гибридизация упругих волн четных пространственных гармоник (выходящих из точек с k = 0, 2q, 4q) со спиновыми волнами. Это приводит к «расталкиванию» ветвей спиновых и упругих волн с образованием запрещенной зоны пропорциональной магнитоупругому взаимодействию (магнитоупругой щели). В точках пересечения невзаимодействующих электромагнитных и спиновых волн происходит гибридизация спиновых и электромагнитных волн, приводящая к расталкиванию ветвей и образованию запрещенной зоны в спектре квазиэлектромагнитных волн. Величина запрещенной зоны пропорциональна магнитостатической частоте.

На рис. 3.11 (см. вставка) приведен численно рассчитанный спектр связанных электромагнитных, спиновых и упругих волн в области  $k \ll q$ , для углов спирали  $\theta = \pi/3, \pi/4, \pi/6$ . Видно, что ширина и положение запрещенных зон при гибридизации спиновых и упругих и спиновых и электромагнитных волн зависят от угла спирали, который в свою очередь можно изменять внешним магнитным полем. Таким образом, спектром связанных волн и динамическими характеристиками спиральных магнетиков можно управлять с помощью магнитного поля.

**3.4.3. Вращение плоскости поляризации упругих волн в магнетике в фазе FS.** Перейдем к рассмотрению эффекта Фарадея для упругих волн. Пусть на магнетик в фазе «ферромагнитная спираль» падает линейно поляризованная упругая волна. Ее можно представить в виде суперпозиции двух волн различной круговой поляризации. Из дисперсионного уравнения для упругих волн разной поляризации получаем различные волновые векторы (см. рис. 3.12).



Рис. 3.12. Решения дисперсионного уравнения ( $\theta = \pi/3$ ), соответствующие упругим колебаниям



Рис. 3.13. Зависимость угла вращения плоскости поляризации от величины внешнего магнитного поля

Так как у волн волновые векторы различны, то и показатели преломления также будут различны, следовательно, будет наблюдаться вращение плоскости поляризации упругих волн на величину  $\Delta \varphi = \Delta k l$ , где  $\Delta k = \frac{(k_+ - k_-)}{2}$ . Исходя из решения дисперсионного уравнения (см. рис. 3.12),  $\Delta k$  зависит от частоты падающей волны и достигает наибольших значений вблизи магнитоупругой щели. Зависимость угла вращения плоскости поляризации от величины внешнего магнитного поля для слоя магнетика толщиной 1 см представлена на рис. 3.13.

Видно, что при некоторых значениях величины внешнего магнитного поля, а значит и угла спирали, наблюдаются пики вращения плоскости поляризации. Кроме того, из-за смещения положения магнитоупругой щели при изменении внешнего магнитного поля, при некоторых его значениях в рассмотренные частоты попадают в запрещенную зону. Положение пиков вращения угла поляризации смещается в область меньших полей при увеличении частоты.

**3.4.4. Отражение ЭМ волн от поверхности полубесконечного** магнетика со структурой FS. Рассмотрим нормальное падение электромагнитной волны  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{q} \parallel \mathbf{z}$ . Ограничимся случаем малых волновых чисел  $k \ll q$ . Система граничных условий включает в себя условия непрерывности нормальных компонент индукций магнитного и электрического полей, тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей, равенства нулю производной намагниченности, а также отсутствие напряжений на границах магнетика:

$$H_{\tau}^{(e)} = H_{\tau}^{(i)}, \quad E_{\tau}^{(e)} = E_{\tau}^{(i)}, \quad B_{n}^{(e)} = B_{n}^{(i)},$$
  
$$D_{n}^{(e)} = D_{n}^{(i)}, \quad \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_{k}} n_{k} = 0, \quad \sigma_{jk}^{(i)} n_{k} = 0.$$
 (3.52)

Индексами (i) и (e) обозначены величины, соответственно, внутри и вне магнетика, **n** – вектор нормали к поверхности магнетика. Учитывая количество корней дисперсионного уравнения в рассматриваемом приближении, в циклических компонентах магнитного поля система граничных условий может быть приведена к виду:

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{j=1}^{3} h_{j\pm}; \ h_{0\pm} - h_{R\pm} = \sum_{j=1}^{3} \frac{k_{j\pm}}{k_0 \varepsilon} h_{j\pm}; \ \sum_{j=1}^{3} h_{jz} = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{3} k_{j\pm} \left(\omega^2 - v^2 k_{j\pm}^2\right) h_{j\pm} = 0; \qquad \sum_{j=1}^{3} k_{j\pm} h_{jz} = 0;$$

$$\cos \theta \sum_{j=1}^{3} \frac{\omega^2 - v^2 k_{j\pm}^2}{\omega^2 - s_t^2 k_{j\pm}^2} h_{j\pm} + \sin \theta \sum_{j=1}^{3} \frac{\omega^2}{\omega^2 - s_t^2 k_{j\pm}^2} h_{jz} = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{s_t^2 k_{j\pm}^2}{\omega^2 - s_t^2 k_{j\pm}^2} h_{jz} = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{s_t^2 k_{j\pm}^2}{\omega^2 - s_t^2 k_{j\pm}^2} h_{jz} = 0;$$
(3.53)

Поле  $h_{R\pm}$  определяет, отраженную от поверхности магнетика волну,  $k_{j\pm}$  решения дисперсионного уравнения.

Решая (3.53) совместно с (3.49), найдем коэффициенты отражения право- и левополяризованных электромагнитных волн  $R_{\pm} = \left| \frac{h_{R\pm}}{h_{0\pm}} \right|^2$ . Линейно поляризованная электромагнитная волна может быть представлена в виде суперпозиции волн с разными круговыми поляризациями. Тогда коэффициент отражения R может быть вычислен, как и в предыдущем разделе по формуле (3.41). На рис. 3.14 приведены частотные зависимости коэффициента отражения электромагнитной волны от поверхности полубесконечного магнетика с ферромагнитной спиралью релятивистского происхождения для разных углов  $\theta$ . Отметим, что в случае обменной спирали частотные зависимости коэффициента отражения отражения качественно соответствуют случаю релятивистской спирали, но ширина частотного диапазона, в котором коэффициент отражения близок к единице, значительно меньше.

Видно, что существует диапазон частот, в котором коэффициент отражения близок к единице (окно непрозрачности). С увеличением угла спирали (т.е. при уменьшении внешнего магнитного поля) его ширина растет и достигает максимума при  $\theta = \pi/2$ . Кроме того, наблюдаются резонансы, связанные с магнитоупругим взаимодействием (см. рис. 3.14 на врезке). Их ширина и положение также определяются внешним магнитным полем. На более высоких частотах можно заметить дополнительные резонансы, связанные с резонансным возбуждением колебаний высших пространственных гармоник.



Рис. 3.14. Частотные зависимости коэффициента отражения электромагнитной волны

**3.4.5.** Обсуждение результатов раздела. В данном разделе были рассмотрены некоторые аспекты влияния взаимодействия магнитной, упругой и электромагнитной подсистем на распространение волн в магнетике в фазах «простая спираль» и «ферромагнитная спираль».

Проведенное исследование влияния МУ и ЭМ-спиновое взаимодействий на связанные колебания в кристаллах со спиральной магнитной структурой показало, что они существенно отличаются от связанных колебаний в кристаллах с ФМ и АФМ упорядочением. Также в геликоидальных манетиках проявляется существенное различие между взаимодействием спиновых и упругих колебаний и взаимодействием спиновых и ЭМ колебаний. Это различие проявляется в том, что если ширина полос непропускания, возникающих при взаимодействии спиновых и упругих ветвей, определяется волновым числом магнитной спирали q и параметром МУ взаимодействия, то величина запрещенных зон, возникающих при взаимодействии спиновых и ЭМ ветвей не зависит от q, а определяется анизотропией и параметром  $\Im M$ -спинового взаимодействия. Изменение скоростей квазиупругих и квазиэлектромагнитных волн по отношению к скоростям невзаимодействующих упругих и ЭМ волн в длинноволновой области также разное скорость квазиупругих волн практически не изменяется, скорость же квазиэлектромагнитных волн уменьшается на два-три порядка. Данные различия в поведении квазиупругих и квазиэлектромагнитных ветвей связанных колебаний объясняются наличием в основном состоянии кристаллов со спиральной магнитной структурой неоднородных упругих напряжений, что приводит к отсутствию МУ вклада в активацию квазиспиновых волн, в то время как вклад от ЭМ подсистемы в эту

активацию остается таким же, как и в магнетиках без спиральной структуры.

Взаимодействие снимает вырожденность право- и лево- поляризованных как спиновых, так и упругих и электромагнитных волн. Учет магнитной подсистемы приводит к некоторым особенностям в спектре связанных волн. За счет магнитоупругого взаимодействия происходит расталкивание спиновой и упругой ветвей спектра, образуется магнитоупругая щель. Наличие магнитоупругой щели повышает эффективную частоту спиновых волн в области взаимодействия подсистем. Таким образом, гибридизация спиновых и электромагнитных волн проявляется при более высоких частотах. А это, в свою очередь, приводит к сужению запрещенной зоны для электромагнитных волн.

В главе было исследовано вращение плоскости поляризации упругих волн. Наибольшее вращение плоскости поляризации упругих волн возможно на частотах близких к частотам запрещенной зоны. Так как ширина запрещенной зоны зависит от величины внешнего магнитного поля то и угол поворота плоскости поляризации упругих волн будет зависеть от магнитного поля.

Исследование отражения электромагнитных волн от поверхности полубесконечного магнетика в фазе «ферромагнитная спираль» показали наличие окон непрозрачности. Учет магнитоупругого взаимодействия приводит к появлению дополнительных резонансов в частотной зависимости коэффициента отражения. Их ширина и положение зависят от угла спирали.

### Глава 4

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЗВУКА В КРИСТАЛЛАХ С МОДУЛИРОВАННОЙ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРОЙ

Исследованию электромагнитного возбуждения звука в магнитных металлах в широком интервале температур и магнитных полей посвящено достаточно много работ, все они обобщены в работах [181, 182]. Так, например, в работах [221, 222, 284] проводилось экспериментальное исследование эффективности электромагнитно-акустического преобразования (ЭМАП) в монокристаллах гадолиния, диспрозия и тербия как в ферромагнитной, так и в модулированных фазах. Теоретическому исследованию процессов ЭМАП в ферромагнитных фазах редкоземельных магнитных металлов посвящены работы [181, 182, 222]. Однако теоретическому изучению эффективности ЭМАП в модулированных фазах редкоземельных металлов не было посвящено ни одной работы.

Ранее проведенные исследования показали, что ЭМАП, обусловленное МУ взаимодействием, проявляется наиболее эффективно вблизи точек Кюри и в области спиновой переориентации, т.е., в случаях резкого возрастания намагниченности и восприимчивости магнетиков.

Известно, что при определенных температурах магнитное упорядочение редкоземельных металлов имеет сложный характер [152, 159]. Как правило, во всех редкоземельных металлах при понижении температуры наблюдается целый ряд магнитных фазовых переходов из одной магнитной структуры в другую. В частности из обычной ферромагнитной фазы возможны переходы в различные модулированные структуры. Основное состояние модулированных магнитных структур характеризуется неоднородной намагниченностью и непосредственно связанными с ней неоднородными упругими деформациями во всем объеме кристалла [180].

Данная глава посвящена исследованию электромагнитного возбуждения звука за счет МУ механизма в модулированных фазах редкоземельных магнитных металлов, в частности диспрозия (Dy) и эрбия (Er), во внешнем магнитном поле.

Все редкоземельные магнитные металлы обладают очень сильной магнитной анизотропией. У диспрозия одноосная магнитная анизотропия велика настолько, что при магнитном упорядочении магнитные моменты всегда ориентированы в базисной плоскости. В отсутствие постоянного магнитного поля в диспрозии наблюдаются следующие маг-

нитные фазовые переходы: с повышением температуры при  $T_C = 87$  K он переходит из ферромагнитной фазы типа «легкая плоскость» в геликоидальную антиферромагнитную фазу типа «простая спираль» (SS). а затем при  $T_N = 180$  К в парамагнитную фазу (PM). При  $T < T_C$ наложение магнитного поля в базисной плоскости вызывает обычный для ферромагнетиков процесс намагничивания, который происходит через смещение доменных границ и вращение векторов намагниченности в доменах. В интервале температур  $T_C < T < T_N$  наложение магнитного поля приводит к разрушению антиферромагнитного геликоида. При помещении монокристалла диспрозия во внешнее магнитное поле, направленное перпендикулярно оси спирали, происходит его намагничивание вдоль поля. В слабых полях имеется незначительное искажение спиральной структуры, поэтому намагниченность мала. В сильных полях в магнетике реализуется веерная структура (FAN), и намагниченность резко возрастает, а при увеличении напряженности магнитного поля быстро стремится к намагниченности насыщения. В промежуточных полях имеет место фазовый переход «искаженная простая спираль SS» — веерная магнитная структура FAN [152].

В редкоземельном металле эрбии в отсутствие магнитного поля наблюдается следующая последовательность спонтанных фазовых переходов [152, 214, 217]. При температурах  $T > T_{N1} = 87$  К эрбий является парамагнетиком (РМ). В интервале температур  $T_{N1} > T > T_{N2} =$ = 54 К в эрбии реализуется магнитная структура, которая называется «продольной спиновой волной» (LSW). В ней осциллирует продольная проекция намагниченности на ось анизотропии. При этом поперечные составляющие намагниченности равны нулю. В диапазоне температур  $T_{N2} > T > T_C = 18$  К осуществляется структура, при которой осциллируют как поперечные, так и продольные проекции намагниченности на гексагональную ось с. Такая магнитная структура получила название «сложной спирали» (CS). При  $T < T_C$  в Ег имеет место структура типа «ферромагнитной спирали» (или циклоидальной структуры) (FS). Сложная магнитная структура эрбия сохраняется и во внешнем магнитном поле H вдоль гексагональной оси вплоть до H = 26 - 28 кЭ. Фазовая диаграмма Er в координатах *H*-*T* приведена на рис. 4.1 [217]. С увеличением магнитного поля расширяется область существования фазы FS, а области существования фаз LSW и CS уменьшаются. При возрастании магнитного поля в фазе CS происходит стабилизация соизмеримых структур, которые обладают результирующей намагниченностью вдоль гексагональной оси [217]. В полях H > 16 кЭ в фазе CS остается лишь одна соизмеримая структура с волновым числом 2/7 (в единицах постоянной обратной решетки вдоль оси с) [217]. Наоборот, в области существования фазы FS количество соизмеримых и несоизмеримых состояний увеличивается [214, 217].

Наличие в редкоземельных металлах целого ряда магнитных фазовых переходов и различного рода длиннопериодических магнитных структур приводит к тому, что поведение различных физических ха-



Рис. 4.1. *H*-*T* Фазовая диаграмма эрбия [217]. Обозначение фаз: cone phase — коническая или фаза «ферромагнитная спираль» FS, cycloidal phase — циклоидальная фаза или «сложная спираль» CS, longitudinal (+independent basal plane component) — фаза типа продольной спиновой волны LSW. Дробью в каждой из областей обозначена величина волнового числа магнитной структуры в единицах постоянной обратной решетки вдоль оси **с** 

рактеристик данных металлов может существенно отличаться от поведения аналогичных характеристик в магнетиках, обладающих более простой магнитной структурой. В частности, представляет интерес экспериментальное и теоретическое исследование процессов ЭМАП в редкоземельных металлах, так как все изменения, происходящие в магнитной структуре этих веществ должны проявляться на эффективности возбуждения звука.

В главе теоретически рассчитаны эффективности ЭМАП за счет МУ механизма в модулированных фазах: искаженная SS и FAN в Dy и LSW и FS в Er. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

#### 4.1. Генерация звука в монокристалле диспрозия

**4.1.1. Энергия, основное состояние и система уравнений взаимодействующих электромагнитных, спиновых и упругих волн.** Редкоземельные металлы имеют гексагональную кристаллическую структуру. Феноменологическое выражение для свободной энергии такого магнетика можно записать в виде [181]:

$$W = \frac{1}{V} \int_{v} F dV,$$

$$F = \frac{1}{2} a \mathbf{M}^{2} + \frac{1}{4} b \mathbf{M}^{4} - \frac{1}{2} \beta_{1} M_{z}^{2} - \frac{1}{4} \beta_{2} M_{z}^{4} + \frac{1}{2} \beta_{6} \left( M_{+}^{6} + M_{-}^{6} \right) + \frac{1}{2} \alpha_{\parallel} \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^{2} + \frac{1}{2} \alpha_{\perp} \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right)^{2} \right] + \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{\partial^{2} \mathbf{M}}{\partial z^{2}} \right)^{2} - \mathbf{M} \left( \mathbf{H} + \mathbf{h} \right) + \gamma_{ijkl} M_{i} M_{j} u_{kl} + c_{ijkl} u_{ij} u_{kl}.$$
(4.1)

Здесь **М** — намагниченность,  $M_{\pm} = M_x \pm i M_y$  — ее циркулярные компоненты, V — объем кристалла;  $a, b, \alpha, \gamma, \beta$  — постоянные соответственно однородного и неоднородного обмена и анизотропии;  $\gamma_{ijkl}$  и  $c_{ijkl}$  — тензоры постоянных магнитострикции и упругости; **H** и **h** — внешние постоянное и переменное магнитные поля;  $u_{ij}$  — тензор деформаций.

Рассмотрим следующий случай взаимной ориентации векторов напряженности магнитных полей **H**, **h** и волнового вектора возбуждаемых волн **k** относительно кристаллографических осей **a**, **b** и **c** магнетика (**c** — ось шестого порядка): **H**||**h**||**x**||**a**, **k**||**y**||**n**||**b**, где **n** — вектор нормали к поверхности кристалла, занимающего полупространство y > 0.

Предположим, что в основном состоянии магнетика имеется неоднородность намагниченности и упругих деформаций только вдоль оси  $\mathbf{z} \parallel \mathbf{c}, \mathbf{M} = \mathbf{M}(z), u_{ij} = u_{ij}(z)$ . В этом случае для нахождения равновесных значений  $\mathbf{M}$  и  $u_{ij}$  можно применить метод, развитый в [180]. Приведем здесь формулы, определяющие основное состояние при пренебрежении анизотропией в плоскости базиса ( $\beta_6 = 0$ ).

Равновесные значения компонент намагниченности запишем в виде

$$M_z = 0 \quad M_{\pm} = \sum_{n = -\infty}^{+\infty} M_n e^{\pm iqnz}, \qquad (4.2)$$

где q — волновой вектор магнитной спирали.

В области слабых магнитных полей в ряде (4.2) достаточно оставить члены с n = 0, 1, 2 ( $M_1 \sim 1, M_0 \sim M_2 \sim H, M_1 \gg M_{0,2}$ ), а в сильных полях можно ограничиться в ряде (4.2) слагаемыми с  $n = 0, \pm 1$  ( $M_{-1} = -M_1, M_0 \gg M_{\pm 1}$ ). В промежуточных полях необходимо учитывать все члены ряда (4.2). Это значительно усложняет рассмотрение задачи. Поэтому в дальнейшем ограничимся исследованием только случаев слабых и сильных магнитных полей.

Выражение для величин q и  $M_n$  можно определить из условия минимума для полной энергии (4.1). Эти выражения имеют вид: В слабых полях

$$q^2 = q_0^2 \left(1 - \frac{12M_2^2}{M_1^2}\right), \quad q_0^2 = -\frac{\alpha_1}{2\gamma},$$

4.1. Генерация звука в монокристалле диспрозия

$$M_{1}^{2} = -\frac{L(q)}{\tilde{b}},$$

$$M_{0} = \frac{H\left[L(2q) + 2b^{*}M_{1}^{2}\right]}{(a + 2b^{*}M_{1}^{2})\left[L(2q) + 2b^{*}M_{1}^{2}\right] - \tilde{b}^{2}M_{1}^{4}},$$

$$M_{2} = -\frac{\tilde{b}M_{0}M_{1}^{2}}{\left[L(2q) + 2b^{*}M_{1}^{2}\right]},$$
(4.3)

где

$$L(q) = a + \alpha_{\parallel} q^{2} + \gamma q^{4}, \quad \tilde{b} = b - \frac{\gamma_{1}^{2}}{2c_{33}},$$
  

$$b^{*} = \tilde{b} - c_{33} \tilde{\gamma}^{2} / 2\Delta, \quad \Delta = c_{33} (c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^{2},$$
  

$$\tilde{\gamma} = \gamma_{11} - \gamma_{12} + \gamma_{0} - c_{13} \gamma_{1} / c_{33}, \qquad (4.4)$$

 $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  и  $\gamma_{ij}$  — постоянные обменной и релятивистской магнитострикции соответственно. Для постоянных упругости и релятивистской магнитострикции здесь используется общепринятое двухиндексное обозначение [281].

В сильных полях

$$q^{2} = q_{0}^{2}, \quad aM_{0} + \left[b^{*} - (\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2}/(c_{11} - c_{12})\right] M_{0}^{3} = H,$$
(4.5)  
$$M_{1}^{2} = -\frac{L(q) + \left[b^{*} + (\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2}/(c_{11} - c_{12})\right] M_{0}^{2}}{3\widetilde{b} - 2c_{33}\widetilde{\gamma}^{2}/\Delta - (\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2}/(c_{11} - c_{12})}.$$

Равновесные деформации в основном состоянии определяются формулами:

$$u_{xx} + u_{yy} = -\frac{\gamma_{11} - \gamma_{12}}{c_{11} - c_{12}} \sum_{n} M_n M_{-n},$$

$$u_{xx} - u_{yy} = -\frac{c_{33}}{\Delta} \widetilde{\gamma} \sum_{n} M_n^2,$$

$$u_{zz} = -\frac{c_{13}}{c_{33}} (u_{xx} + u_{yy}) - \frac{\gamma_1}{2c_{33}} M_+ M_-,$$

$$u_{xy} = u_{yz} = u_{zx} = 0,$$
(4.6)

Исследование процессов генерации ультразвука ЭМ волной, падающей на поверхность магнетика, предполагает решение связанной системы уравнений, описывающих распространение и взаимодействие в металле ЭМ, спиновых и упругих колебаний. Такая система включает уравнения теории упругости, уравнение Ландау–Лифшица для намагниченности и уравнения Максвелла:

$$\rho u_i = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k, \quad \mathbf{M} = g \left[ \mathbf{M}, \mathbf{H}^{\flat \phi \phi} \right],$$
  

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}), \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E}.$$
  

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0.$$
(4.7)

121

Здесь  $\rho$  — плотность металла,  $u_i$  — смещение,  $\sigma_{ik} = \partial F/\partial u_{ik}$  — тензор напряжений, F — плотность свободной энергии,  $u_{ik}$  — тензор деформаций, g — гиромагнитное отношение,  $\mathbf{H}^{\mathsf{s}\phi\dot{\Phi}} = -\delta F/\delta \mathbf{M}$  — эффективное магнитное поле,  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля,  $\sigma$  — проводимость, c — скорость света в вакууме. Исходная система уравнений должна быть дополнена стандартными граничными условиями для тангенциальных и нормальных компонент электрического и магнитного полей на поверхности металла и условием отсутствия упругих напряжений на свободной границе металла  $\sigma_{ik}|_{u=0} = 0$ .

Рассмотрим теперь колебания намагниченности, упругих смещений и ЭМ поля вблизи положения равновесия (4.2), (4.6). Для этого представим их в виде  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{f}$ , где а  $\mathbf{F}_0 \equiv \mathbf{M}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$ , а  $\mathbf{f}$  — малое отклонение этих величин от равновесных значений ( $|\mathbf{f}| \ll |\mathbf{F}_0|$ ):

$$\mathbf{f} = e^{iky} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n e^{iqnz}.$$
(4.8)

Линеаризованная вблизи положения равновесия система связанных уравнений (4.7) в предположении, что амплитуды нулевых гармоник ( $f_0$ ) являются наибольшими, имеет вид:

В слабых полях

$$\begin{split} \omega_1 m_0^z + \frac{1}{2} g \gamma_{44} k M_1 (M_0 - M_z) u_0^z - g M_1 h_0^z &= 0, \\ \omega_2 m_0^+ - g (\gamma_{11} - \gamma_{12}) k M_0 M_1 (u_0^x + i u_0^y) - \frac{1}{2} g M_1 h_0^x &= 0, \\ (\omega^2 - s_{1t}^2 k^2) u_0^x + \frac{1}{2\rho} k (\gamma_{11} - \gamma_{12}) M_0 m_0^+ &= 0, \\ (\omega^2 - s_{1t}^2 k^2) u_0^y - \frac{i}{2\rho} k (\gamma_{11} - \gamma_{12}) M_0 m_0^+ &= 0, \\ (\omega^2 - s_{2t}^2 k^2) u_0^z &= 0, \\ (k^2 - \frac{2i}{\delta^2}) h_0^x - 4\pi i m_0^+ / \delta^2 &= 0, \\ \left(k^2 - \frac{2i}{\delta^2}\right) h_0^z - 8\pi i m_0^z / \delta^2 &= 0. \end{split}$$

$$(4.9)$$

В сильных полях

$$\begin{split} \omega_1 m_0^z + \omega m_0^+ - g M_0 h_0^2 &= 0, \\ \omega_2 m_0^z + \omega m_0^z - g k (\gamma_{11} - \gamma_{12}) M_0^2 (1 - 2M_1^2/M_0^2) u_0^x &= 0, \\ (\omega^2 - s_{1t}^2 k^2) u_0^x + \frac{1}{\rho} (\gamma_{11} - \gamma_{12}) k M_0 (1 - 4M_1^2/M_0^2) m_0^x &= 0, \end{split}$$

$$(\omega^{2} - s_{1t}^{2}k^{2})u_{0}^{y} - \frac{4i}{\rho}(\gamma_{11} - \gamma_{12})kM_{\perp}^{2}m_{0}^{+}/M_{0}^{2} = 0, \qquad (4.10)$$
$$(\omega^{2} - s_{2t}^{2}k^{2})u_{0}^{z} = 0, \qquad (k^{2} - \frac{2i}{\delta^{2}})h_{0}^{x} - 16\pi iM_{\perp}^{2}m_{0}^{+}/M_{0}^{2}\delta^{2} = 0, \qquad (k^{2} - \frac{2i}{\delta^{2}})h_{0}^{z} - 8\pi im_{0}^{z}/\delta^{2} = 0.$$

В (4.9) и (4.10) введены следующие обозначения:  $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$  – толщина скин-слоя в немагнитном металле;  $\rho$  – плотность магнетика; g – гиромагнитное отношение;  $s_{1t}^2 = (c_{11} - c_{12})/2\rho$ ,  $s_{2t}^2 = c_{44}/\rho$ ,  $s_{1l}^2 = c_{11}/\rho$  – квадраты скоростей невзаимодействующих звуковых волн;  $\omega$  – частота падающей на магнетик ЭМ волны ( $\mathbf{h} \sim \exp(-i\omega t)$ ). Выражения для частот спиновых колебаний  $\omega_1$  и  $\omega_2$  имеют вид:

Слабые поля

$$\omega_{1} = gM_{1} \left( \widetilde{\beta}_{1} - \alpha_{\parallel} q^{2} - \gamma q^{4} + \alpha_{\perp} k^{2} + \gamma_{44}^{2} M_{1}^{2} / c_{44} \right),$$
  

$$\omega_{2} = gM_{1} \left( \alpha_{\parallel} q^{2} + 7\gamma q^{4} + \alpha_{\perp} k^{2} + \pi \right).$$
(4.11)

Сильные поля

$$\omega_{1} = gM_{0} \left[ \widetilde{\beta}_{1} + \alpha_{1}k^{2} + H/M_{0} + \gamma_{44}^{2}M_{0}^{2}/c_{44} \right],$$

$$\omega_{2} = gM_{0} \left[ \alpha_{1}k^{2} + 4\pi \left( 1 - \frac{2M_{1}^{2}}{M_{0}^{2}} \right) + H/M_{0} + \frac{2(\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2}M_{0}^{2}(1 - 5M_{1}^{2}/2M_{0}^{2})/(c_{11} - c_{12}) \right],$$
(4.12)

где  $\tilde{\beta}_1$  — перенормированная магнитострикцией первая константа одноосной магнитной анизотропии [181].

Из системы уравнений (4.9) следует, что в слабых магнитных полях ЭМ волна  $h_x$  с поляризацией вдоль оси **х** возбуждает в магнетике спиновые  $m_0^+$  и ультразвуковые продольные  $u_0^y$  и поперечные  $u_0^x$  с поляризацией вдоль оси **х** колебания, а ЭМ волна  $h_z$  с поляризацией вдоль оси **z** возбуждает в кристалле только спиновые колебания  $m_0^z$ . Поперечный ультразвук  $u_0^z$  с поляризацией вдоль оси **z** в данном случае не возбуждается. Из (4.9) также видно, что в слабых полях эффективности ЭМАП для продольного и поперечного ультразвука сравнимы по величине.

В сильных полях (система уравнений (4.10)) в первом приближении по степеням  $M_1/M_0 \ll 1$  ЭМ волна  $h_x$  не возбуждает в магнетике спиновые и упругие колебания. Влияние данной компоненты переменного ЭМ поля на процессы ЭМАП может сказаться только во втором приближении по степеням  $M_1/M_0$ . Спиновые и упругие (поперечный

ультразвук  $u_0^x$  с поляризацией вдоль оси **x**) колебания в этом случае возбуждаются ЭМ волной  $h_z$ .

**4.1.2. Дисперсионные уравнения.** Системы уравнений (4.9) и (4.10) позволяют записать дисперсионные уравнения связанных ЭМ, спиновых и упругих волн. В предположении, что частота возбуждаемых колебаний много меньше частот однородной прецессии намагниченности и в пренебрежении дисперсией спиновых волн  $(\alpha_1 k^2 \ll \tilde{\beta}_1, \pi)$ , эти уравнения имеют вид:

Слабые поля

$$(k^{2} - k_{t}^{2}) (k^{2} - k_{l}^{2}) (k^{2} - k_{e}^{2}) - \xi_{l} k^{2} (k^{2} - k_{t}^{2}) (k^{2} - k_{e}^{2}) - \xi_{t} k^{2} (k^{2} - k_{l}^{2}) (k^{2} - k_{e}^{2}) - \pi \chi k_{e}^{2} (k^{2} - k_{l}^{2}) (k^{2} - k_{t}^{2}) = 0,$$
 (4.13)

где

$$k_{l,t} = \omega/s_{1l,1t}, \ k_e^2 = 2i/\delta^2,$$
  

$$\chi = gM_1/\omega_2, \ \xi_{l,t} = (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0^2 \chi/2\rho s_{1l,1t}^2.$$
(4.14)

Сильные поля (в первом приближении по степеням  $M_1/M_0$ )

$$(k^2 - k_t^2) (k^2 - k_e^2) - \xi_t k^2 (k^2 - k_e^2) - 4\pi \chi k_e^2 (k^2 - k_t^2) + 4\pi \xi_t k^2 k_e^2 = 0,$$
 (4.15)

где

$$\chi = gM_0/\omega_1, \quad \xi_t = (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0 \omega_1 \chi/\rho s_{1t}^2 \omega_2. \tag{4.16}$$

Решениями дисперсионных уравнений являются следующие значения волновых чисел:

Слабые поля

$$k_{1,2}^{2} = k_{t,l}^{2} \begin{cases} (\mu - \xi_{t,l})/(\mu - \xi), & \beta \ll 1, \\ (1 - \xi_{t,l})/(1 - \xi), & \beta \gg 1. \end{cases}$$

$$k_{3}^{3} = k_{e}^{2} \begin{cases} (\mu - \xi)/(1 - \xi), & \beta \ll 1, \\ \mu, & \beta \gg 1, \end{cases}$$
(4.17)

где

$$\mu = 1 + \pi \chi, \quad \xi = \xi_t + \xi_l, \quad \beta_{t,l} = \delta^2 \omega^2 / s_{1t,1l}^2.$$

При записи выражений (4.17) учитывалось, что параметры МУ взаимодействия  $\xi_{t,l}$  в слабых полях малы,  $\xi_{t,l} \ll 1$ .

Сильные поля

$$k_1^2 = k_t^2 / (1 - \xi_t), \quad k_2^2 = \mu k_e^2,$$
 (4.18)

где  $\mu = 1 + 4\pi\chi$ . Волновые числа  $k_{1,2}$  в (4.17) и  $k_1$  в (4.18) соответствуют квазиупругим, а  $k_3$  в (4.17) и  $k_2$  в (4.18) — квазиэлектромагнитным волнам.

**4.1.3.** Амплитуды ультразвуковых волн и коэффициенты ЭМАП. Для нахождения амплитуд возбуждаемого ультразвука, а в дальнейшем и коэффициентов ЭМАП, системы связанных уравнений (4.9) и (4.10) необходимо дополнить граничными условиями для тензора напряжений, векторов ЭМ поля и намагниченности на свободной поверхности магнетика (y = 0). Граничное условие для намагниченности можно не рассматривать, так как в нашем случае используется приближение, в котором пренебрегается неоднородным обменом в плотности энергии (4.1).

Граничные условия в случае слабых полей выглядят следующим образом:

$$h_{0x} + h_{Rx} = \sum_{p} h_{px},$$

$$h_{0x} - h_{Rx} = -\frac{ic}{4\pi\sigma} \sum_{p} k_{p} h_{px},$$

$$\sum_{p} \left[ k_{p} \left( c_{11} - c_{12} \right) u_{0x}^{p} - \left( \gamma_{11} - \gamma_{12} \right) M_{0} m_{0p}^{+} \right] = 0, \quad (4.19)$$

$$\sum_{p} \left[ ic_{11} k_{p} u_{0y}^{p} - \frac{1}{2} \left( \gamma_{11} - \gamma_{12} \right) M_{0} m_{0p}^{+} \right] = 0.$$

Здесь  $h_{0x}$  и  $h_{Rx}$  — амплитуды ЭМ поля в падающей и отраженной от поверхности магнетика волнах. Индекс p, по которому проводится суммирование, пробегает значения 1, 2, 3, что относится к волнам, распространяющимся в металле, и соответствующим решениям дисперсионного уравнения (4.17). Для случая сильных полей в граничных условиях (4.19) достаточно оставить только три первых выражения (так как возбуждается только поперечный ультразвук  $u_{0x}$ ) и в первых двух выражениях заменить индекс x на z. Индекс p в этом случае пробегает значения 1, 2, что соответствует (4.18).

Решение систем уравнений (4.9), (4.10) с граничными условиями (4.19) приводит к следующим выражениям для возбуждаемого ультразвука:

Слабые поля при  $\beta \ll 1$  (оставляем здесь этот случай, так как обычно именно он реализуется в эксперименте)

$$u_0^{x,y} = \frac{\delta^2 M_0 \left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right) h_{0x} k_{1,2} \left(k_{l,t}^2 - k_{1,2}^2\right) \left(k_3^2 - k_e^2\right) \left(k_3^2 - k_{2,1}^2\right)}{4\pi \rho s_{1t,1l}^2 \left(k_{t,l}^2 - k_3^2\right) \left(k_{l,t}^2 - k_3^2\right) \left(k_{2,1}^2 - k_{1,2}^2\right)}, \quad (4.20)$$

сильные поля

$$\begin{aligned} |u_0^x| &= \frac{\omega}{\omega_1} \left(\frac{c}{s_{1t}}\right)^2 \frac{(\gamma_{11} - \gamma_{12}) \chi M_0 h_{0z}}{2\pi \rho \sigma s_{1t} \mu \left(1 - \xi_t\right)^{3/2} \left(1 + \widetilde{\beta}_t^2\right)^{1/2}}, \end{aligned} \tag{4.21}$$
 где  $\widetilde{\beta}_t &= \beta_t / \sqrt{\mu}$ .

Коэффициент преобразования ЭМ волн в ультразвуковые (эффективность ЭМАП) определяется как отношение потоков акустической  $W_{a\kappa} = \rho \omega^2 u^2 s/2$  и электромагнитной  $W_{em} = ch^2/4\pi$  энергий на границе магнетика [181]:

$$\eta = \frac{W_{a\kappa}}{W_{em}} = \frac{2\pi\rho\omega^2 u^2 s}{ch^2}.$$
(4.22)

Здесь *u*, *s* — амплитуда и скорость возбуждаемой упругой волны. Используя выражения для амплитуд упругих волн (4.20) и (4.21), можно получить выражения для эффективности ЭМАП.

В слабых полях при  $\beta \ll 1$ 

$$\eta_{t,l} = \frac{\pi}{4} \frac{\delta^4 \omega^3 M_0^2 \left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right)^2 \chi^2 k_{1,2} \left(k_{l,t}^2 - k_{1,2}^2\right)}{\rho c s_{1t,1l}^4 \left(k_{2,1}^2 - k_{1,2}^2\right) \left(\mu - \xi\right)}.$$
(4.23)

В сильных полях

$$\eta_t = \left(\frac{c}{s_{1t}}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 \frac{(\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0^2 \chi \omega^2}{\rho \sigma^2 s_{1t}^2 \mu^2 \left(1 - \xi_t\right)^{5/2} \left(1 + \widetilde{\beta}_t^2\right)}.$$
(4.24)

**4.1.4.** Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом. Из (4.23) следует, что в слабых полях эффективность ЭМАП прямо пропорциональна квадрату нулевой гармоники намагниченности  $M_0$ , которая, в свою очередь, пропорциональна величине магнитного поля (4.3). Таким образом, в слабых полях коэффициент преобразования ЭМ волн в ультразвуковые мал, а эффективности ЭМАП для продольного и поперечного ультразвука сравнимы по величине. Приведенные на рис. 4.2 и 4.3 экспериментальные зависимости  $\eta$  (H) для диспрозия [222] в области существования спиральной фазы показывают, что в полях, напряженностью до 5–10 кЭ, намагниченность кристалла и эффективность ЭМАП для продольного звука незначительны. Данные результаты хорошо согласуются с формулой (4.23).

В сильных магнитных полях имеет место только генерация поперечного ультразвука (4.24). Продольный звук в этом случае не возбуждается, что согласуется с экспериментальными данными [222], в соответствии с которыми в диспрозии в магнитных полях H > 15-20 кЭ, эффективность ЭМАП для продольного звука не регистрируется. Из формулы (4.24) следует, что в сильных полях эффективность ЭМАП для поперечного звука хотя и отлична от нуля, но невелика из-за наличия в (4.24) малых параметров ( $\omega/\omega_1$ )  $\ll 1$  и  $\chi \ll 1$ . Значит, поперечный звук должен возбуждаться неэффективно. Отметим, что в [222] отсутствовал эксперимент по возбуждению поперечного звука в сильных полях. В промежуточных полях, как уже отмечалось выше, получить аналитическое выражение для  $\eta(H)$  невозможно. Однако если считать, что формула (4.23) справедлива для полей, при которых происходит переход из спиральной фазы SS в веерную FAN и захватывающих начальную область существования веерной фазы, то она позволяет



Рис. 4.2. Экспериментальная зависимость эффективности ЭМАП от внешнего магнитного поля  $\eta(H)$  в монокристалле диспрозия при **H**||**a**. 1 - T = 141 K, 2 - T = 172 K. Эффективность выражена в условных единицах [222]



Рис. 4.3. Экспериментальные зависимости  $\eta$  (H), M(H) в монокристалле диспрозия при  $\mathbf{H}$ || $\mathbf{b}$ .  $\eta$  (H) 1 - T = 136 K, 2 - T = 173 K. M(H) 3 - T = 173 K [222]

объяснить пик генерации продольного звука в области промежуточных полей в диспрозии, наблюдавшийся в эксперименте [222] (см. рис. 4.2, 4.3). Действительно, согласно (4.23) полевая зависимость эффективности ЭМАП определяется, в основном, зависимостью от H, нулевой гармоники намагниченности  $M_0$  и динамической восприимчивости  $\chi$ . Из экспериментальных данных [222] следует, что в промежуточных полях имеет место резкое возрастание  $M_0$ . Динамическая же восприимчивость в слабых полях практически не зависит от магнитного поля (4.12), (4.14). Однако в промежуточных полях  $\chi$  зависит от H и уменьшается с его увеличением (см. (4.12) для  $\omega_2$  в случае сильных полей). Таким образом, в области промежуточных полей с увеличением магнитного поля эффективность ЭМАП должна сначала резко увеличиваться из-за быстрого возрастания  $M_0$ , а затем падать из-за уменьшения динамической восприимчивости  $\chi$ . Это хорошо согласуется с экспериментальными результатами. Отметим, что по нашему мнению, сказанное выше относится ко второму пику на зависимости  $\eta(H)$  (рис. 4.2 и 4.3).

Что же касается первого пика на зависимости  $\eta(H)$ , то он, очевидно, обусловлен эффективной генерацией ультразвука за счет смещения доменных границ между доменами, разделяющими искаженную спиральную структуру SS и веерную фазу FAN. Аналогичный пик, связанный со смещением доменных стенок в ферромагнитной фазе диспрозия, экспериментально наблюдался и был теоретически объяснен в [222]. Существование доменных стенок между геликоидальной и веерной фазами было теоретически предсказано в [283]. Экспериментально же стенки не наблюдались. Таким образом, первый пик на зависимости  $\eta(H)$  в диспрозии может быть объяснен генерацией ультразвука при смещении доменных границ между геликоидальной и веерной фазами. В таком случае наличие пика может служить косвенным подтверждение самого существования доменных стенок между геликоидальной и веерной и веерной и веерной фазами в магнетиках со спиральной магнитной структурой, предсказанной в [283].

Отметим, что для качественного теоретического описания пика, обусловленного смещением доменных стенок в спиральной фазе диспрозия, можно пользоваться формулой [222]:

$$\eta = \text{const} \frac{\chi^2}{\left(1 + 4\pi\chi\right)^2},\tag{4.25}$$

поскольку при ее выводе доменная структура не конкретизировалась.

# 4.2. Электромагнитно-акустическое преобразование в монокристалле эрбия

**4.2.1. Основное состояние.** Так как эрбий имеет гексагональную кристаллическую структуру то для описания его физических свойств можно воспользоваться выражением для свободной энергии в виде (4.1).

Определим основное состояние кристалла в пренебрежении анизотропией в плоскости базиса ( $\beta_6 = 0$ ) и при условии, что внешнее магнитное поле направлено вдоль гексагональной оси:  $\mathbf{H} \| \mathbf{c} \| \mathbf{z}$ . Для его нахождения требуется решить систему уравнений, состоящую из уравнений Эйлера для магнитной подсистемы и уравнений равновесия упругой подсистемы с условиями совместности деформаций Сен-Венана [279, 281].

Рассмотрим отдельно основные состояния для фаз LSW и FS.

В случае структуры LSW равновесные компоненты вектора намагниченности запишем в виде [152]

$$M_{\pm} = 0, \quad M_z = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} M_n^z e^{iqnz},$$
 (4.26)

где  $2\pi/q$  — период структуры вдоль оси z.

Равновесный тензор деформаций, получающийся при решении уравнений равновесия упругой среды и условий совместности Сен-Венана при учете (4.26) и в приближении qd ≫ 1 (т.е. в случае, когда период структуры намного меньше толщины магнетика d), приведен в Приложении II (П1).

Для нахождения равновесных значений  $M_n^z$  и q необходимо подставить (4.26) и (П1) в (4.1), а затем проминимизировать по  $M_n^z$  и q выражение для свободной энергии. Из анализа получающейся в результате минимизации свободной энергии системы уравнений следует, что  $M_n^z = M_{-n}^z$ , поэтому далее рассмотрим только компоненты  $M_n^z$  с  $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$  Ограничимся также рассмотрением области слабых магнитных полей. В этом случае достаточно оставить в (4.26) члены с n = 0, 1, 2, 3 ( $M_1 \gg M_0, M_2, M_3$ ) [152]. В первом приближении по малому параметру  $\tilde{b}_i/L(q)$  для  $M_0, M_1, M_2, M_3$  получаем следующие выражения:

$$M_0^z = H/L(0), \quad M_1^z = -L(q)/3\tilde{b},$$

$$M_2^z = -\frac{3\tilde{b}_1 M_0^z}{L(2q)} (M_1^z)^2, \quad M_3^z = -\frac{\tilde{b}_1}{L(3q)} (M_1^z)^3, \quad q = q_0.$$
(4.27)

Здесь  $L(q)=a-\beta_1+\alpha_\parallel q^2+\gamma q^4-$  собственное значение дифференциального оператора

$$\widehat{L} = a - \beta_1 - \alpha_{\parallel} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma \frac{\partial^4}{\partial z^4}, \quad q_0^2 = -\frac{\alpha_{\parallel}}{2\gamma},$$
$$\widetilde{b} = b - \frac{2\widetilde{\gamma}_3^2}{c_{33}} + \frac{8\left(c_{33}\widetilde{\gamma}_1 - c_{13}\widetilde{\gamma}_3\right)^2}{3c_{33}\Delta}, \quad \widetilde{b}_1 = b - \frac{2\widetilde{\gamma}_3^2}{c_{33}}.$$

При определении основного состояния магнетика в фазе FS предположим, что минимум энергии W осуществляется, когда намагниченность имеет следующий вид:

$$M_0^+ = M_0 e^{iqz} \sin \theta, \quad M_0^- = M_0 e^{-iqz} \sin \theta, \quad M_0^z = M_0 \cos \theta, \quad (4.28)$$

где  $\theta$  — угол между вектором намагниченности **M** и осью симметрии *z*. Решение уравнений упругости и условий совместности Сен-Венана для фазы FS при учете (4.28) позволяет получить равновесный тензор

деформаций  $U_{ik}^0$ . Выражение для него приведено в Приложении II (П2). Подставляя (4.28) и (П2) в выражение для свободной энергии (4.1), произведя ее усреднение в приближении  $qd \gg 1$  и, затем, минимизируя ее по  $\theta$  и q, окончательно получим следующие уравнения, определяющие равновесные значения намагниченности и волнового числа спирали в фазе FS:

$$q = q_0 = (-\alpha_{\perp}/2\gamma)^{1/2},$$

$$M_0 \cos \theta \left[ \tilde{\beta}_1 + h_{me} + \left( \tilde{\beta}_2 - h_{me}/M_0^2 \right) M_0^2 \cos^2 \theta + \alpha q^2 + \tilde{\Delta} \right] + H = 0,$$
(4.29)  
где  $\tilde{\Delta} = \gamma q^4, h_{me} = (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0^2/(c_{11} - c_{12}), \tilde{\beta}_1$  и  $\tilde{\beta}_2$  — перенормиро  
ванные магнитострикцией константы анизотропии (3.12, 3.13).

**4.2.2.** Генерация звука в фазе LSW. Рассмотрим магнетик, занимающий полупространство z > 0 (такое приближение справедливо в случае, когда длина звуковой волны много меньше толщины образца; это приближение обычно выполняется в эксперименте). Пусть по нормали к поверхности магнетика падает плоская ЭМ волна. Направим вектор напряженности внешнего магнитного поля **H** вдоль гексагональной оси **c** образца: **H**  $\|\mathbf{k}\| \mathbf{c} \| \mathbf{z}$ .

Для нахождения амплитуды возбуждаемой в магнетике звуковой волны, требуется решить связанную систему уравнений Ландау–Лифшица, теории упругости и Максвелла совместно со стандартными граничными условиями на векторы электрического и магнитного полей, тензор напряжений и намагниченность (4.7). В уравнениях (4.7) оставляем слагаемые, ответственные лишь за МУ механизм генерации звука. Данный механизм ЭМАП является преобладающим в магнитных полях вплоть до 100 кЭ [181].

Рассмотрим малые колебания намагниченности, упругих смещений и ЭМ поля вблизи положения равновесия (4.26), (4.27). Для этого представим все переменные в виде

$$F = F_0(z) + f, \quad f = e^{ikz} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f_n e^{iqnz},$$
 (4.30)

где  $F_0$  — равновесные значения, f — малые отклонения от равновесных значений. Подставив (4.30) в систему связанных уравнений (4.7) и исключив из нее напряженность электрического поля **E**, получим линеаризованную вблизи положения равновесия бесконечную систему уравнений для Фурье-компонент  $f_n$  связанных волн в фазе LSW. Так как волновой вектор упругой волны намного меньше волнового вектора модулированной структуры ( $k \ll q$ ), то можно предположить, что амплитуды нулевых гармоник  $f_0$  в полученной бесконечной системе уравнений являются наибольшими. В этом приближении линеаризо-

ванная система уравнений (4.7) запишется в виде

$$(\omega^{2} - \omega_{t}^{2}) u_{0}^{\pm} + \frac{ik\gamma_{44}M_{0}^{z}}{\rho}m_{0}^{\pm} = 0,$$

$$(k^{2} - k_{e}^{2}) h_{0}^{\pm} - 4\pi i\delta^{2}m_{0}^{\pm} = 0,$$

$$(\omega \mp \omega_{1}) m_{0}^{\pm} - 2igk\gamma_{44}(M_{1}^{z})^{2}u_{0}^{\pm} + M_{0}^{z}gh_{0}^{\pm} = 0,$$

$$(4.31)$$

где  $m^{\pm}$ ,  $h^{\pm}$ ,  $u^{\pm}$  — циркулярные компоненты,  $\omega$  — частота падающей на металл ЭМ волны,  $\omega_t = S_t k$  — частота, а  $S_t = \sqrt{c_{44}/\rho}$  — скорость поперечного звука,  $k_e^2 = 2i/\delta^2 = 4\pi i \sigma \omega/c^2$ ,  $\delta$  — толщина скин-слоя в металле;  $\omega_1 = g M_0 \left( L(k) + \beta_1 + 6(\tilde{b} + b_{me}) M_1^2 \right)$ ,

$$b_{me} = \frac{2\tilde{\gamma}_3}{c_{33}} (\gamma_{33} - \gamma_3) + \frac{2(c_{33}\tilde{\gamma}_1 - c_{13}\tilde{\gamma}_3)}{3c_{33}\Delta} \times \left[ c_{33}(3\gamma_{11} + \gamma_{12} - 4\gamma_{13} + \gamma_1 - 3\frac{c_{13}}{c_{33}}\gamma_3) + 4c_{13}\tilde{\gamma}_3 \right].$$

Отметим, что в рассматриваемой геометрии возможно возбуждение только поперечного звука [181, 182].

Из (4.31) следует, что дисперсионное уравнение связанных ЭМ, спиновых и упругих волн в предположении, что частота возбуждаемых колебаний много меньше частоты однородной прецессии намагниченности ( $\omega \ll \omega_1$ ) и в пренебрежении пространственной дисперсией спиновых, волн имеет вид

$$(1 - \varsigma_t) k^4 - \left[ (\mu - \varsigma_t) k_e^2 + k_t^2 \right] k^2 + \mu k_e^2 k_t^2 = 0, \qquad (4.32)$$

где  $k_t^2 = \omega^2/S_t^2$ ,  $\chi = gM_0/\omega_1$  — динамическая магнитная восприимчивость,  $\mu = 1 + 4\pi\chi$ ,  $\varsigma_t = \chi\gamma_{44}^2 M_1^2/\rho S_t^2$  — динамический параметр МУ взаимодействия.

Решение дисперсионного уравнения (4.32) выглядит следующим образом:

$$k_1^2 = \frac{\mu}{\mu - \varsigma_t} k_t^2, \quad k_2^2 = \frac{\mu - \varsigma_t}{1 - \varsigma_t} k_e^2, \quad k_e \gg k_t,$$

$$k_1^2 = \frac{1}{1 - \varsigma_t} k_t^2, \quad k_2^2 = \mu k_e^2, \qquad k_e \ll k_t.$$
(4.33)

Волновые числа  $k_1$  соответствуют квазиупругим, а  $k_2$  — квазиэлектромагнитным волнам.

Линеаризованная система граничных условий в предположении, что амплитуды нулевых гармоник  $(f_0)$  являются наибольшими, запишется как

$$i\gamma_{44}M_0\left(m_1^{\pm} + m_2^{\pm}\right) - c_{44}\left(k_1u_1^{\pm} + k_2u_2^{\pm}\right) = 0,$$
  

$$\left(1 - \frac{ick_1}{4\pi\sigma}\right)h_1^{\pm} + \left(1 - \frac{ick_2}{4\pi\sigma}\right)h_2^{\pm} = 2h_0^{\pm}.$$
(4.34)

Здесь  $h_0^{\pm}$  — циркулярные амплитуды падающей ЭМ волны. Индексы 1 и 2 относятся к волнам, распространяющимся в металле, и соответствуют решениям дисперсионного уравнения (4.33). Отметим, что граничное условие на намагниченность в (4.34) отсутствует, так как при рассмотрении динамики магнетика используется приближение, в котором пренебрегается неоднородным обменом в плотности энергии (4.1) [181, 272].

Из совместного решения систем уравнений (4.31) и (4.34) в приближении  $k_e \gg k_t$ , которое обычно выполняется в эксперименте, можно получить выражение для амплитуды возбуждаемого звука:

$$u_0^{\pm} = \left(\frac{c}{S_t}\right)^2 \frac{\gamma_{44} M_0 \chi \mu^{1/2}}{2\pi \sigma \rho S_t \left(\mu - \varsigma_t\right)^{3/2}} h_0^{\pm}.$$
 (4.35)

Коэффициент преобразования ЭМ волн в звуковые (эффективность ЭМАП)  $\eta$  определяется как отношение потоков акустической и ЭМ энергий на границе магнетика (4.22). В рассматриваемом случае он имеет вид

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 M_0^2 \omega^2 \chi^2 \mu}{2\pi \rho \sigma^2 S_t^2 \left(\mu - \varsigma_t\right)^3}.$$
(4.36)

**4.2.3.** Генерация звука в фазе FS. Исследуем малые колебания векторов смещения, намагниченности, напряженностей электрического и магнитного полей около основного состояния (4.28), (4.29). Линеаризованная система уравнений (4.7) для компонент Фурье указанных векторов в случае распространения волн вдоль оси z (ось спирали) и при малых k ( $k \ll q$ ) имеет вид (см. гл.3 (3.43)) [266]

$$m^{\pm}(k) \left[ \cos \theta \left( \omega_{2}(k) + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^{2} \theta \right) \mp \omega \right] + ig\gamma_{44} M_{0}^{2} k \left( \cos^{2} \theta - \frac{1}{2} \sin^{2} \theta \right) u^{\pm}(k) - gM_{0} \cos \theta h^{\pm}(k) = 0,$$
  
$$\left( \omega^{2} - S_{t}^{2} k^{2} \right) u^{\pm}(k) - \frac{ik}{\rho} \gamma_{44} M_{0} \cos \theta m^{\pm}(k) = 0,$$
  
$$\left( \omega^{2} - v^{2} k^{2} \right) h^{\pm}(k) + 4\pi \omega^{2} m^{\pm}(k) = 0.$$

Здесь введены следующие обозначения:  $h^{\pm}(k)$ ,  $m^{\pm}(k)$ ,  $u^{\pm}(k) -$ циркулярные компоненты Фурье векторов **H**, **M**, **u**;  $v = c\sqrt{\omega/4\pi i\sigma}$ ;  $\omega_2(k) = \omega_{20} + gM_0L_{\perp}(k)$ , где  $\omega_{20} = \omega_{me4}\cos^2\theta$ ,  $\omega_{me4} = g\gamma_{44}^2M_0^3/c_{44}$ ,  $L_{\perp}(k)$  — собственное значение дифференциального оператора

$$\hat{L}_{\perp} = -\alpha_{\perp}q^2 - \gamma q^4 - \alpha_{\perp}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma \frac{\partial^4}{\partial z^4},$$
$$\omega_1(k) = \omega_{10} - \omega_{20} + gM_0 \sin^2 \theta L_{\perp}(k),$$

$$\omega_{10} = gM \left[ h_{me4} - \sin^2 \theta (\tilde{\beta}_1 + (\tilde{\beta}_2 + 2\beta_2) M_0^2 \cos^2 \theta + h_{me4} \sin^2 \theta) \right],$$
$$h_{me4} = \omega_{me4}/gM_0.$$

В приближении  $\omega_2 \gg \omega$ , справедливом для диапазона частот, используемого при экспериментальном исследовании ЭМАП в металлах, дисперсионное уравнение системы (4.37) имеет решение для волновых векторов в виде (4.33), в которых  $\zeta_t = \gamma_{44}^2 M_0^2 \chi \cos \theta \left( \sin^2 \theta / 2 - \cos^2 \theta \right) / \rho S_t^2$ ,  $\mu = 1 + 4\pi \chi \cos \theta$ ,  $\chi = g M_0 / \left[ (\omega_2(k) + \omega_{me4} \sin^2 \theta / 2) \cos \theta \right]$ . Линеаризованная система граничных условий, для данной задачи, в пренебрежении пространственной дисперсией спиновых волн определяется формулами (4.34), в которых  $M_0$  надо заменить на  $M_0 \cos \theta$ .

Решая совместно системы уравнений (4.37) и граничных условий (4.34) в приближении  $ck_i/4\pi\sigma\ll 1$  найдем амплитуду генерируемой упругой поперечной волны для случая, когда толщина скин-слоя металла намного меньше длины падающей ЭМ волны:

$$u_{2}^{\pm} = \left(\frac{c}{S_{t}}\right)^{2} \frac{\gamma_{44} M_{0} \chi \mu^{1/2} \cos^{2} \theta}{2\pi \sigma \rho S_{t} \left(\mu - \zeta_{t}\right)^{3/2}} h_{0}^{\pm}.$$
(4.38)

Отсюда получаем следующее выражение для эффективности ЭМАП в состоянии FS:

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 \omega^2 M_0^2 \chi^2 \mu \cos^4 \theta}{2\pi \sigma^2 \rho S_t^2 \left(\mu - \zeta_t\right)^3}.$$
(4.39)

**4.2.4.** Обсуждение результатов. Приведем еще раз выражение для эффективности ЭМАП в случае генерации звука в состоянии типа LSW. Учитывая, что практически всегда  $\mu \gg \varsigma_t$  [181] и используя выражение для  $M_0^z$  из (4.27), перепишем формулу для эффективности ЭМАП (4.36) в состоянии LSW в виде

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 H^2 \omega^2 \chi_S^2 \chi_d^2}{2\pi \rho \sigma^2 S_t^2 \left(1 + 4\pi \chi_d\right)^2},\tag{4.40}$$

где  $\chi_S$  — статическая, а  $\chi_d$  — динамическая восприимчивости ферромагнитного металла. Статическая восприимчивость определяется из (4.27) как коэффициент пропорциональности между  $M_0^z$  и H:

$$\chi_S = \left(a - \beta_1 - 2\gamma q_0^4\right)^{-1}, \tag{4.41}$$

а динамическая восприимчивость связывает переменные намагниченность и магнитное поле и выражается согласно (4.27), (4.31) и (4.32) формулой

$$\chi_d = \left(-a + 2\beta_1 + 2\gamma q_0^4 + 6\tilde{b}_{me}M_1^2\right)^{-1}.$$
 (4.42)

Используя выражения (4.41) и (4.42), можно объяснить экспериментальную зависимость эффективности ЭМАП, наблюдаемую в эрбии (рис. 4.4) в фазе LSW, с помощью теоретической формулы (4.40) следующим образом.

В области точки Нееля  $T_{N1}$  небольшой пик эффективности ЭМАП согласно (4.40) может быть обусловлен максимумом статической восприимчивости  $\chi_S$  (4.41), который обычно имеет место в магнитоупорядоченных кристаллах при переходе из парамагнитного в упорядоченное состояние. Небольшую величину эффективности генерации и пика вблизи  $T_{N1}$  можно объяснить тем, что в этой области постоянная магнитострикции  $\gamma_{44}$  мала [181].

При переходе из состояния LSW в состояние CS при  $T = T_{N2} = 54$  К имеет место резкое возрастание динамической восприимчивости (4.42). Это обусловлено тем, что в точке фазового перехода LSW  $\rightarrow$  CS происходит смягчение частоты квазиспиновой моды  $\omega_1 = gM_0\chi_d^{-1}$ . Согласно (4.42) и [152] в точке перехода LSW  $\rightarrow$  CS частота  $\omega_1$  принимает минимальное значение, определяемое MУ связью ( $\omega_1 = 6gM_0\tilde{b}_{me}M_1^2$ ), а динамическая восприимчивость имеет при этом максимум. Из (4.40) следует, что этим как раз и может быть объяснен второй пик на экспериментальной зависимости ЭМАП в эрбии при  $T = T_{N2}$ . Поскольку, согласно (4.40), эффективность ЭМАП зависит от величины внешнего магнитного поля, то это приводит к ее возрас-



Рис. 4.4. Экспериментальная зависимость эффективности ЭМАП в монокристалле эрбия от температуры в магнитном поле  $\mathbf{H}||\mathbf{c}. \ l - 1T, \ l - 2T.$ Эффективность выражена в условных единицах

танию при увеличении поля. Это также наблюдается на экспериментальной зависимости (рис. 4.4).

Необходимо отметить, что температуры переходов PM-LSW ( $T_{N1} = 87$  K) и LSW-CS ( $T_{N2} = 54$  K) слабо зависят от величины магнитного поля (см. H-T фазовую диаграмму рис. 4.1 [214, 217]), поэтому пики эффективности ЭМАП при H = 10 к $\Im = 1$  Т и H = 20 к $\Im = 2$  Т на рис. 4.4 наблюдаются практически при одних и тех же температурах.

Следующий интенсивный пик эффективности ЭМАП в поле H = 10 кЭ в фазе CS при температуре  $T \approx 47$  К согласно H-T фазовой диаграмме можно объяснить особенностями статической и динамической восприимчивостей в области перехода из соизмеримой фазы с волновым числом 2/7 в соизмеримую фазу с волновым числом 3/11 (в единицах постоянной обратной решетки вдоль оси с) [217] или перехода из соизмеримой фазы с волновым числом 2/7 в несоизмеримую фазу [214].

В состоянии типа FS при  $T < T_C$  намагниченность  $M_0$ , входящую в формулу (4.39) для эффективности ЭМАП, можно практически считать постоянной (равной намагниченности насыщения при  $T \to 0$ ) и не зависящей от напряженности внешнего магнитного поля.

В этом случае в состоянии FS все особенности на эффективности ЭМАП, по-видимому, будут связаны с особенностями в поведении динамической восприимчивости и равновесного угла  $\theta$  между результирующим вектором намагниченности вдоль гексагональной оси и вектором напряженности внешнего магнитного поля.

Формулу (4.39) для эффективности ЭМАП при  $\mu \gg \xi_t$  можно записать в виде

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 \omega^2 M_0^2 \chi_d^2 \cos^2 \theta}{2\pi \rho \sigma^2 S_t^2 \left(1 + 4\pi \chi_d\right)^2}.$$
(4.43)

Здесь динамическая магнитная восприимчивость  $\chi_d$  в приближении  $\omega_2(k) \gg \omega$  (что, как указывалось выше, хорошо выполняется в области ультразвуковых частот) согласно (4.29) и (4.37) может быть записана как

$$\chi_d = \left[ h_{me4} \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) + 2\gamma q_0^4 \right]^{-1}.$$
 (4.44)

При переходе из состояния FS в состояние CS в точке  $T = T_C$  волновое число  $q_0$  уменьшается [152]. Это приводит к тому, что в точке перехода  $\chi_d$  резко возрастает, что и проявляется в росте эффективности ЭМАП на экспериментальной зависимости (рис. 4.4). Согласно H-T фазовым диаграммам [214, 217] переходу из состояния FS в состояние CS в поле H = 10 кЭ отвечает небольшой пик эффективности ЭМАП при температуре  $T \approx 27$  K, а в поле H = 20 кЭ — пик эффективности ЭМАП при температуре  $T \approx 45$  K.

Из рис. 4.4 следует, что в магнитном поле H = 10 кЭ в области существования фазы FS наблюдается еще один интенсивный пик, а в поле H = 20 кЭ — еще как минимум два пика эффективности

ЭМАП. В поле H = 10 кЭ это пик при температуре T = 20 К. Анализ фазовых диаграмм работ [214, 217] (несмотря на некоторое расхождение между ними) позволяет сделать вывод, что данный пик обусловлен особенностями характеристик эрбия в области фазового перехода между соизмеримым состоянием с волновым числом 5/21 и несоизмеримым состоянием внутри FS фазы. В поле H = 20 кЭ первый пик при температуре  $T \approx 38$  К выражен очень слабо и может быть объяснен особенностью восприимчивости при переходе внутри фазы FS из несоизмеримого состояния в соизмеримое состояние с волновым числом 1/4 [214, 217]. Аналогично второй пик при температуре  $T \approx 27$  К может быть сопоставлен с особенностью восприимчивости при переходе внутри фазы FS из соизмеримого состояния с волновым числом 1/4 в соизмеримое состояние с волновым числом 5/21 [214, 217].

Отметим, что при увеличении внешнего магнитного поля равновесный угол  $\theta$  между намагниченностью и полем уменьшается. Это обусловливает то, что при увеличении напряженности магнитного поля эффективность ЭМАП из-за наличия в формуле (4.43) множителя  $\cos^2 \theta$  может возрастать во всем интервале  $T \leq T_C$ . Данное явление также имеет место на экспериментальной зависимости (рис. 4.4).

Из сравнения экспериментальных результатов по исследованию эффективности ЭМАП в редкоземельном металле Ег (рис. 4.4) и теоретических результатов, описывающих эффективность ЭМАП в фазах LSW и FS (формулы (4.40) и (4.43)), можно сделать следующие выводы.

Формулы (4.40) и (4.40) позволяют качественно объяснить пики эффективности ЭМАП, наблюдаемые экспериментально (рис. 4.4) в области фазовых переходов PM-LSW, LSW-CS и FS-CS. Эти пики обусловлены особенностями статической и динамической восприимчивостей эрбия вблизи указанных переходов. К сожалению, провести количественное сравнение между теорией и экспериментом не представляется возможным из-за большого числа неизвестных параметров, входящих в формулы (4.40) и (4.43). Для количественного сравнения теории и эксперимента требуется проведение комплексных экспериментов по измерению этих параметров при различных температурах и магнитных полях. Такие эксперименты для кристаллов эрбия не проведены до последнего времени. Количественное сравнение затруднено также и из-за того, что в экспериментах обычно используются конечные образцы, а теория строится для полубесконечных монокристаллов. Однако, как показано в [181, 182], теория для полубесконечных кристаллов качественно позволяет объяснить все основные закономерности процессов ЭМАП в ферромагнитных металлах. Как видно из сравнения формул (4.40), (4.43) и рис. 4.4, это относится и к процессам ЭМАП в монокристаллах эрбия.

Остальные пики эффективности ЭМАП, наблюдаемые экспериментально, по-видимому, обусловлены особенностями характеристик эрбия в области фазовых переходов между двумя соизмеримыми или соизмеримым и несоизмеримым состояниями внутри фаз CS и FS. Развитая в данной работе феноменологическая теория ЭМАП, в которой используется приближение сплошной среды, не позволяет описать эффекты соизмеримости, и, соответственно, фазовые переходы внутри фаз CS и FS между различными соизмеримыми и несоизмеримыми состояниями [152]. Для их описания, а также описания ЭМАП при наличии эффектов соизмеримости, необходимо создание микроскопической теории ЭМ генерации ультразвука в редкоземельных металлах, что является самостоятельной задачей. Такая задача до сих пор не решена в силу ее сложности. Тем не менее, сравнение температурной зависимости эффективности ЭМАП (рис. 4.4) при различных значениях напряженности магнитного поля с H-T фазовой диаграммой эрбия [214, 217] позволяет сделать вывод, что, действительно, остальные пики эффективности ЭМАП могут быть обусловлены проявлением эффектов соизмеримости внутри фаз CS и FS.

## ГЕНЕРАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И УПРУГИХ ВОЛН СПИРАЛЬНЫМИ МАГНЕТИКАМИ ВБЛИЗИ МАГНИТНОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

В последние годы резко возрастает интерес физиков, как теоретиков, так и экспериментаторов к поиску новых эффектов генерации электромагнитных волн при неравновесных процессах в конденсированных средах. Фазовые переходы как первого, так и второго рода происходят при значительном отклонении от состояния равновесия и, в этом случае, среда является активной, т.е. способной к излучению энергии, как электромагнитной, так и акустической. Так, при фазовом переходе в магнитной подсистеме, претерпевает скачок намагниченность  $\Delta M$  образца, при фазовом переходе в электродипольной подсистеме, имеет место скачок поляризации  $\Delta P$ , которые могут приводить к генерации импульсов электромагнитного и акустического полей. Более сложный характер излучения имеют структурные фазовые переходы І рода. Структурный фазовый переход происходит за определенное время, в течение которого в образце могут образоваться зародыши новой фазы, межфазные границы, различные дефекты, дислокации и трещины, которые также приводят к генерации электромагнитных и акустических импульсов.

Хорошо известно, что меняющиеся со временем распределенные токи излучают в окружающее пространство электромагнитные волны. Такое излучение широко используется при проектировании антенн и излучателей. Чуть более 80 лет назад было обнаружено, что заряженная частица, движущаяся в среде с постоянной скоростью, превышающей скорость света в данной среде, также способна излучать электромагнитные волны [285]. Такой тип излучения был назван излучением Вавилова-Черенкова. В 1945 г. было предсказано [286] переходное излучение-излучение, возникающее при пересечении заряженной частицей границы раздела двух сред с различными коэффициентами преломления. Электромагнитное излучение электрического и магнитного диполей также полностью изучено. С точки зрения электродинамики сплошных сред все указанные эффекты могут быть описаны системой уравнений Максвелла с соответствующими материальными уравнениями:

rot 
$$\mathbf{E} = -c^{-1}\partial \mathbf{B}/\partial t$$
; rot  $\mathbf{H} = -c^{-1}\partial \mathbf{D}/\partial t + 4\pi c^{-1}\mathbf{j}$ ;  
 $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$ ;  $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}$ .
(5.1)

Здесь, **E**, **H**, **D**, **B** — напряженности и индукции электрического и магнитного полей соответственно, **P** и **M** — поляризация и намагниченность среды, **j** — плотность тока. Выполняя стандартную процедуру взятия ротора от одного из уравнений Максвелла с учетом второго, можно получить уравнение излучения электромагнитных волн:

$$\Delta \mathbf{E} - c^{-2} \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 =$$

$$= \frac{4\pi}{c^2} \left[ \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + c^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} (\mathbf{P}) + c \operatorname{rot} \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right) \right]. \quad (5.2)$$

Правая часть уравнения (5.2) является функцией, описывающей источник волн, первое слагаемое которой ответственно за излучение волн переменными распределенными токами и излучение Вавилова-Черенкова. Последующие слагаемые описывают излучение за счет движения электрического и магнитного диполей либо из-за пространственной неоднородности поляризации и намагниченности вещества. В общем виде решение задачи об излучении точечной заряженной частицы с ненулевыми дипольным и магнитным моментами, движущейся со скоростью v, хорошо известно [146]. Наноструктурированные металлические пленки при облучении лазерными импульсами могут служить источником излучения [223, 224]. Теоретическая модель для описания данного явления была предложена в [225]. При сверхбыстром перемагничивании ферромагнитных пленок не так давно было обнаружено излучение терагерцевого диапазона [226, 227]. Излучение терагерцевых волн может происходить и при возбуждении магнонов, например фемтосекундным лазерным импульсом в антиферромагнетике [228] или импульсами инфракрасного диапазона в разбавленных магнитных полупроводниках [229]. Недавно [230] было экспериментально обнаружено электромагнитное излучение в сплаве Гейслера Ni<sub>2.14</sub>Mn<sub>0.81</sub>GaFe<sub>0.05</sub> при магнитоструктурном фазовом переходе.

В магнитных материалах спиновые, электромагнитные и акустические волны связаны. Возбуждение любой из них приводит к перераспределению энергии между всеми подсистемами. Одним из проявлений данного эффекта является хорошо известное явление электромагнитной генерации звука в магнитных материалах (см. например обзор [229]). Особенности, связанные с электромагнито-акустическим преобразованием, легли в основу методов изучения и детектирования фазовых переходов в магнетиках [273, 287–292]. Как было показано в гл. 3, в спиральных магнетиках гибридизация колебаний имеет ряд особенностей и может управляться внешним магнитным полем. При фазовых переходах магнитная структура в таких материалах перестра-
ивается, что может привести к генерации электромагнитного излучения. В [273] авторы экспериментально обнаружили и теоретически объяснили интенсивное электромагнито-акустическое преобразование и особенности скорости распространения поперечного звука в монокристалле эрбия при различных фазовых переходах (в том числе из состояния со спиральной магнитной структурой). Эти особенности могут быть объяснены резонансным взаимодействием подсистем в области фазового перехода. Электромагнитно-звуковое преобразование должно иметь место и вдали от резонансов. Оно будет менее эффективным, но может оказаться более удобным для практического применения. Возможность генерации звука спиральными магнетиками, претерпевающими фазовый переход, ранее не исследовалась.

Данная глава посвящена теоретическому исследованию излучения спиральными магнетиками электромагнитных волн и гиперзвука при фазовых переходах в ферромагнитное состояние.

#### 5.1. Генерация электромагнитных волн

Рассмотрим магнетик, обладающий спиральным упорядочением, обусловленным релятивистским взаимодействием. Распределение намагниченности в основном состоянии имеет вид (3.10). Угол спирали  $\theta$  зависит от внешнего магнитного поля **H** и определяется уравнением

$$H = M_0 \cos\theta \left[\beta_1 + \beta_2 M_0^2 \cos^2\theta - \alpha_1 q\right].$$
(5.3)

Здесь, как и ранее,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — постоянные анизотропии,  $\alpha_1$  — постоянная, характеризующая релятивистское взаимодействие. Когда  $\theta = \pi/2$ , магнетик находится в простой спиральной фазе. При  $\theta = 0$  происходит фазовый переход в коллинеарную фазу. Магнетик находится в простой спиральной фазе в отсутствие магнитного поля (H = 0), а фазовый переход в ферромагнитное состояние наблюдается при значении магнитного поля  $H_{cr} = M_0 \left[ \beta_1 + \beta_2 M_0^2 - \alpha_1 q \right]$ .

Будем считать, что магнетик является непроводящим с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . В таком случае, уравнение излучения (5.2) можно упростить:

$$\Delta \mathbf{E} - \varepsilon c^{-2} \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 = 4\pi c^{-1} \operatorname{rot} \left( \partial \mathbf{M} / \partial t \right).$$
(5.4)

Данное уравнение должно решаться совместно с уравнением движения намагниченности — уравнением Ландау–Лифшица-Гильберта

$$\partial \mathbf{M}/\partial t = g \left[\mathbf{M} \times \delta F/\delta \mathbf{M}\right] - \zeta M_0^{-1} \left[\mathbf{M} \times \partial \mathbf{M}/\partial t\right].$$
 (5.5)

Здесь F — функционал Гинзбурга–Ландау данного магнетика, g — гиромагнитное отношение,  $\varsigma$  — параметр затухания Гильберта. Первое слагаемое описывает прецессию вектора намагниченности вокруг вектора эффективного магнитного поля —  $\delta F/\delta \mathbf{M}$ , а второе — релаксацию прецессирующей намагниченности к основному состоянию. В общем

случае система уравнений (5.4), (5.5) может быть решена только численно. Однако известно, что частота прецессии вектора намагниченности в ферромагнетиках (частота ферромагнитного резонанса) составляет 10–100 ГГц, а время релаксации намагниченности к равновесному состоянию составляет порядка нескольких микросекунд. В таком случае, если мы будем интересоваться процессами, характерные частоты которых находятся далеко от резонанса, прецессией намагниченности можно пренебречь и считать, что намагниченность всегда описывается выражениями (3.10) с учетом уравнения состояния (5.3).

**5.1.1. Генерация электромагнитных волн спиральными магнетиками при фазовом переходе.** Рассмотрим бесконечный кристалл. В таком случае, подставляя (3.10) в (5.4), получим уравнения, описывающие возбуждение поперечных электромагнитных волн. Они могут быть представлены в виде

$$\partial^2 E_i / \partial t^2 - v^2 \partial^2 E_i / \partial z^2 = f_i(z, t), \quad i = x, y.$$
(5.6)

Здесь введены обозначения:  $v^2 = c^2/\varepsilon$  — квадрат фазовой скорости электромагнитных волн в среде,  $f_i(z,t)$  — функции источника,  $f_x(z,t) = A \cos{(qz)} \partial (\sin{\theta(t)}) / \partial t$ ;  $f_y(z,t) = A \sin{(qz)} \partial (\sin{\theta(t)}) / \partial t$ ;  $A = 4\pi M_0 q c \varepsilon^{-1}$ . Будем считать, что в начальный момент времени электромагнитное излучение отсутствовало, т. е. решим уравнения (5.6) с нулевыми начальными условиями. В таком случае решение уравнений (5.6) могут быть получены согласно принципу Дюамеля [293]:

$$E_i(z,t) = (2v)^{-1} \int_{0}^{t} \int_{z-v(t-s)}^{z+v(t-s)} f_i(\xi,s) d\xi ds, \quad i = x, y.$$
(5.7)

Из уравнения (5.7) видно, что распределение напряженности возбужденного электромагнитного поля определяется зависимостью от времени  $\sin \theta$ , который связан с изменяющимся во времени магнитным полем H(t) уравнением (5.3). Рассмотрим несколько случаев, поддающихся простому аналитическому решению.

Рассмотрим бесконечно быстрый фазовый переход из простой спиральной фазы в ферромагнитное коллинеарное состояние. Такая ситуация соответствует мгновенному включению магнитного поля величиной  $H_{cr}$  в момент времени t = 0 и схлопыванию спирали. Такой процесс может быть математически записан в виде  $\sin [\theta(t)] = \theta(-t), \theta(t) -$ ступенчатая функция Хэвисайда,  $\partial \theta(-t)/\partial t = -\delta(t), \delta(t) -$ дельтафункция Дирака. Рассматриваемый процесс нереален, так как намагниченности потребуется определенное конечное время, чтобы выйти в положение равновесия. Тем не менее, как можно заметить из уравнения (5.4), максимальное излучение будет иметь место при максимальной функции источника, что соответствует максимуму rot ( $\partial \mathbf{M}/\partial t$ ). Максимум rot ( $\partial \mathbf{M}/\partial t$ ) может быть получен, например, при внезапном возникновении неоднородной намагниченности. Поэтому, несмотря на неосуществимость рассматриваемого случая, его анализ позволит

нам оценить верхний предел амплитуды излученных волн. К тому же на сегодняшний день хорошо разработана и часто используется техника ультрабыстрого перемагничивания при помощи пикосекундных лазерных импульсов. Временной масштаб перемагничивания в таком процессе намного меньше времени релаксации намагниченности к основному состоянию. Таким образом, данный механизм изменения основного состояния можно приближенно считать бесконечно быстрым. Тогда интеграл (5.7) легко вычисляется:

$$\begin{cases} E_x(z,t) \\ E_y(z,t) \end{cases} = -4\pi M_0 \varepsilon^{-1/2} \sin(qvt) \begin{cases} \sin(qz) \\ \cos(qz) \end{cases}.$$
(5.8)

Решение (5.8) представляет собой стоячую циркулярно-поляризованную волну с длиной волны, равной периоду спирали, и частотой  $\omega = qv$ .

Рассмотрим случай линейной зависимости  $\sin [\theta(t)]$  от времени:  $\sin [\theta(t)] = Pt$ , при  $t \leq P^{-1}$ . Интеграл (5.7) в таком случае дает:

$$\left\{ \begin{array}{c} E_x\left(z,t\right) \\ E_y\left(z,t\right) \end{array} \right\} = 4\pi M_0 P q^{-1} c^{-1} \left[1 - \cos(qvt)\right] \left\{ \begin{array}{c} \sin\left(qz\right) \\ \cos\left(qz\right) \end{array} \right\}, \quad t \leqslant P^{-1}.$$

$$(5.9)$$

Из (5.9) видно, что в отличие от резкого включения магнитного поля, помимо стоячей волны появляется также постоянная составляющая электрического поля. Амплитуда и постоянная составляющая прямо пропорциональны скорости изменения  $\sin [\theta(t)]$ , а значит, и магнитного поля H. Заметим, что при временах  $t > P^{-1}$  устанавливается независящее от времени распределение электромагнитного поля с амплитудой  $4\pi M_0 P q^{-1} c^{-1} [1 - \cos(qvP^{-1})]$ .

Указанные особенности (возбуждение стоячей волны и наличие постоянной компоненты электрического поля при плавном изменении магнитного поля) связаны с рассмотрением бесконечного кристалла. Решение (5.7) представляет собой суперпозицию волн, бегущих влево и вправо, которые, в силу неограниченности периодического источника, складываясь, дают стоячую волну. В реальном материале будет происходить множественное отражение возбужденных волн от границ и излучение энергии за пределы материала. В случае, когда внешняя среда электродинамически сопряжена с кристаллом (коэффициент преломления такой же, что и у кристалла) толщиной d, при резком изменении магнитного поля за пределы материала произойдет излучение импульса электромагнитной волны с волновым числом q, частотой qv и пространственной протяженностью d. В случае плавного изменения магнитного поля также будут испущены два импульса, однако протяженность каждого будет составлять  $vP^{-1} + d$ .

**5.1.2.** Генерация электромагнитных волн спиральными магнетиками вблизи фазового перехода в однородном переменном магнитном поле. Из результатов, изложенных выше, ясно, что электромагнитное излучение будет наблюдаться тем дольше, чем дольше

будет изменяться внешнее магнитное поле. С другой стороны, при бесконечно медленном изменении амплитуда сигнала стремится к нулю. Поэтому наиболее оптимальным может оказаться режим периодического изменения магнитного поля.

Для исследования данной задачи допустим, что спиральный магнетик помещен во внешнее постоянное магнитное поле  $H_0$ , направленное вдоль оси спирали с периодической составляющей  $h(t) = h_{z0} \exp(i\Omega t)$ . Для упрощения задачи будем считать, что амплитуда переменной составляющей поля мала. В таком случае намагниченность образца также можно представить в виде постоянного вектора  $\mathbf{M}_0$  с компонентами (3.10), определяемого постоянным полем  $H_0$  из уравнения состояния (5.3), и колеблющейся составляющей  $\mathbf{m}(z,t)$ , динамика которой будет определяться уравнением (5.5). В таком случае, можно вычислить

 $\delta F/\delta M_x = -2\alpha_1 \partial_z M_y - \alpha \partial_z^2 M_x =$ 

$$= \left[-2\alpha_1\partial_z M_{y0} - \alpha \partial_z^2 M_{x0}\right] + \left(-2\alpha_1\partial_z m_y - \alpha \partial_z^2 m_x\right),$$
  

$$\delta F/\delta M_y = -2\alpha_1\partial_z M_x - \alpha \partial_z^2 M_y =$$
  

$$= \left[-2\alpha_1\partial_z M_{x0} - \alpha \partial_z^2 M_{y0}\right] + \left(-2\alpha_1\partial_z m_x - \alpha \partial_z^2 m_y\right),$$
  

$$\delta F/\delta M_z = \beta_1 M_z + \beta_2 M_z^3 - H - \alpha \partial_z^2 M_z =$$
  

$$= \left[\beta_1 M_{z0} + \beta_2 M_{z0}^3 - H_0 - \alpha \partial_z^2 M_{z0}\right] +$$
  

$$+ \left(\beta_1 m_z + 3\beta_2 M_{z0}^2 m_z - h_z - \alpha \partial_z^2 m_z\right) + 3\beta_2 M_{z0}^2 m_z^2 + \beta_2 m_z^3.$$

Слагаемые в квадратных скобках равны нулю согласно условию минимума свободной энергии; слагаемые в круглых скобках линейны по  $m_i$ . Таким образом, в векторном произведении первого слагаемого (5.5) в линейном приближении нужно оставить только  $[\mathbf{M}_0 \times (\delta F / \delta \mathbf{M}].$ 

В первом приближении решим задачу без учета затухания (т.е. положим в уравнении Ландау–Лифшица–Гильберта  $\zeta = 0$ ). Как и в первой главе, представим компоненты намагниченности в виде  $\mathbf{M}(z,t) =$  $= \mathbf{M}_0(z) + \mathbf{m}(z,t)$ , разложим осциллирующие части в ряд Фурье по пространственным гармоникам  $\mathbf{m}(z,t) = \sum \mathbf{m}_n(t) \exp[-inqz]$  и ограничимся только первыми гармониками в уравнениях для гармоник.

Анализируя полученную систему уравнений, можно заметить, что продольным переменным магнитным полем возбуждаются существенные для дальнейшего исследования гармоники с  $n = \pm 1$  компонент намагниченности  $m_x$  и  $m_y$ . В итоге имеем:

$$\frac{\partial^2 m_{\pm}}{\partial z \partial t} = \frac{-gq\Omega M_0 \sin\theta h_{0z} e^{i\Omega t}}{\Omega_{\rm res}^2 - \Omega^2} \Big\{ \pm 2g\alpha_1 q M_0 \cos\theta e^{\pm iqz} + (\Omega \pm g\alpha_1 q M_0 \cos\theta) e^{\pm iqz} \Big\}; \quad (5.10)$$

$$m_{\pm} = m_x \pm i m_y; \quad \Omega_{\rm res}^2 = 5\alpha_1^2 g^2 q^2 M_0^2 \cos^2\theta.$$

Из (5.10) видно, что функция источника имеет резонансную частотную зависимость и обращается в бесконечность при частоте переменного поля  $\Omega = \Omega_{\rm res}$ , что связано с расходимостью соответствующей восприимчивости в резонансе. В реальных материалах из-за неустранимых потерь при резонансной частоте функция источника останется конечной. Произведем формальный учет затухания, произведя замену  $\Omega \to \Omega + i\gamma$ , где  $\gamma$  — формальный параметр затухания.

Для решения уравнения излучения (5.4) удобнее пользоваться методом функций Грина:

$$E_{x}(z,t) = -4\pi c^{-1} \int_{0}^{t} \int_{-\infty}^{+\infty} G(z,z';t,t') \frac{\partial^{2}m_{y}}{\partial z \partial t}(z',t') dz' dt';$$

$$E_{y}(z,t) = 4\pi c^{-1} \int_{0}^{t} \int_{-\infty}^{+\infty} G(z,z';t,t') \frac{\partial^{2}m_{x}}{\partial z \partial t}(z',t') dz' dt';$$

$$G(z,z';t,t') = \frac{c}{2} \theta(v(t-t') - |z-z'|).$$
(5.11)

В (5.11) G(z, z'; t, t') — одномерная функция Грина скалярного волнового уравнения [293]. Пусть образец обладает конечной толщиной d, а координатные оси выбраны таким образом, что образец расположен в области  $0 \le z \le d$ . Вычислим поле на левом конце образца (z = 0):

$$E_{x,y}(0,t) = \mp 2\pi \int_{0}^{t} \int_{0}^{d} \theta(v(t-t')-z') \frac{\partial^2 m_{y,x}}{\partial z \partial t}(z',t') dz' dt'$$

Функция Хевисайда не равна нулю только при положительном аргументе: v(t - t') - z' > 0. При этом 0 < z < d и t' > 0. Необходимо рассмотреть два случая. Когда t > d/v, чтобы удовлетворялось условие 0 < z' < v(t - t') нужно положить t' < t - d/v, т.е. нижним пределом интегрирования по временной переменной будет t - d/v. Если t < d/v, интегрирование по временной переменной ограниченно моментом времени t = 0 (моментом, когда включили переменное магнитное поле). Физически такая ситуация обусловлена конечностью времени, необходимому электромагнитной волне для распространения по образцу. Электромагнитные волны, возбужденные на правой границе образца будут влиять на поле вблизи левой границы только в моменты времени, превышающие время распространения электромагнитной волны через образец. До этого электромагнитное поле на левой границе образца будет складываться из электромагнитных волн, излученных в объеме образца, ограниченном координатой z = vt. В первом случае интеграл преобразуется к виду

$$E_{x,y}(0,t) = \mp 2\pi \int_{t-dv^{-1}}^{t} \int_{0}^{v(t-t')} \frac{\partial^2 m_{y,x}}{\partial z \partial t} (z',t') dz' dt'.$$

Для дальнейших вычислений удобно перейти к циркулярным компонентам поля:  $E_{\pm}=E_x\pm iE_y;\ m_{\pm}=m_x\pm im_y$ :

$$E_{\pm}(0,t) = 2\pi i \int_{t-dv^{-1}}^{t} \int_{0}^{v(t-t')} \frac{\partial^2 m_{\mp}}{\partial z \partial t} (z',t') dz' dt'.$$
(5.12)

Подставляя выражения для намагниченности (5.10) в (5.12) получим напряженности электрического поля лево- и правополяризованных электромагнитных волн, излучаемых с поверхности спирального магнетика:

$$E_{\pm}(0,t) = \frac{i2\pi g M_0 \sin\theta h_{0z} e^{i\Omega t} e^{-i\Omega d/v}}{\Omega_{\rm res}^2 - (\Omega + i\gamma)^2} \times \left\{ \frac{\Omega + i\gamma \pm g\alpha_1 q M_0 \cos\theta}{\Omega \mp qv} \left[ qv (e^{i\Omega d/v} - 1) \pm \Omega (1 - e^{\pm iqd}) \right] \mp \frac{2g\alpha_1 q M_0 \cos\theta}{\Omega \pm qv} \left[ qv (e^{i\Omega d/v} - 1) \mp \Omega (1 - e^{\mp iqd}) \right] \right\}$$
(5.13)

Данное выражение соответствует установившимся колебаниям с частотой, равной частоте внешнего магнитного поля, и амплитудой, зависящей от времени. Этот же результат можно было получить, решая вместо нестационарного волнового уравнения стационарное уравнение Гельмгольца, полученное в предположении, что поле электромагнитной волны колеблется с той же частотой, что и возбуждающее поле.

Режим излучения, описываемый формулой (5.13), установится не сразу, а по прошествии времени, необходимого электромагнитной волне, чтобы от правой границы образца достичь левой. Это время составляет d/v. До этого пределы интегрирования должны быть другими:

$$E_{\pm}(0,t) = 2\pi i \int_{0}^{t} \int_{0}^{v(t-t')} \frac{\partial^2 m_{\mp}}{\partial z \partial t} (z',t') dz' dt' = \frac{i2\pi g M_0 \sin \theta h_{0z}}{\Omega_{\rm res}^2 - (\Omega + i\gamma)^2} \times \\ \times \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Omega + i\gamma \pm g \alpha_1 q M_0 \cos \theta}{\Omega \mp qv} \left[ qv(e^{i\Omega t} - 1) \pm \Omega(1 - e^{\pm iqvt}) \right] \mp \\ \mp \frac{2g \alpha_1 q M_0 \cos \theta}{\Omega \pm qv} \left[ qv(e^{i\Omega t} - 1) \mp \Omega(1 - e^{\mp iqvt}) \right] \end{array} \right\}.$$
(5.14)

В этом режиме присутствуют два типа колебаний: низкочастотное (с частотой внешнего магнитного поля  $\Omega$ ) и высокочастотное (с частотой qv).

В обоих случаях амплитуда излучения имеет резонансную частотную зависимость. Электромагнитные волны не излучаются в ферромагнитной фазе (при  $\theta = 0$ ). Таким образом, амплитудой излучаемого сигнала можно управлять при помощи постоянного магнитного поля.

**5.1.3.** Результаты раздела и обсуждение. Приведем численные оценки. Обычно для магнетиков со спиральной структурой, образованной за счет взаимодействия Дзялошинского (релятивистская спираль),  $q \sim 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $\beta_1 \sim 1 \text{ эрг}/\Im^2$ ,  $\beta_2 \sim 10^{-7}$ ,  $\chi_\Omega \sim 10$ ,  $\varepsilon \sim 10$ ,  $M_0 \sim 10^3 \Im$ ,  $v = c/\varepsilon^{1/2} \sim 10^{10} \text{ см/с.}$  В таком случае частота стоячих волн из формул (5.8) и (5.9) составляет  $\omega = qv \sim 10^{15} \text{ c}^{-1}$ , что соответствует линейной частоте  $f = \omega/2\pi \sim 100 \text{ ТГц}$  (коротковолновое инфракрасное излучение). Этой же частоте соответствует высокочастотного импульса составляет  $d/v \sim 10^{-10}$  с. Полагая  $\Omega \sim 100 \text{ МГц}$ , можно заключить, что низкочастотная составляющая из (5.14) не успеет существенно измениться за время излучения импульса. т.е. можно считать, что при включении переменного магнитного поля образец излучает коротковолновый инфракрасный импульс длительностью порядка 100 пс.

На рис. 5.1 (см. цветную вклейку) показаны зависимости интенсивности излучения при различных частотах возбуждающего поля и углах спирали. Расчеты показывают, что интенсивности лево- и правополяризованных волн различны. При  $0 < \theta < \pi/2$  энергия волн с отрицательной поляризацией превышает энергию волн с положительной поляризацией. При  $\theta = \pi/2$  энергии волн различной поляризации становятся равными. Когда  $\pi/2 < \theta < \pi$ , энергия волн с положительной поляризацией преобладает. Увеличение параметра затухания приводит к уменьшению энергии излучаемых волн, особенно при резонансе. При параметрах затухания, значительно превышающих характерные резонансные частоты, энергия излучаемых волн практически не зависит от частоты, одинакова для волн различной круговой поляризации и максимальна при угле спирали  $\theta = \pi/2$ . При плавном изменении магнитного поля в режиме, определяемом формулой (5.9), амплитуда пропорциональна скорости фазового перехода P. При  $P \sim 10^7 \text{ c}^{-1}$ , что соответствует переходу из спиральной фазы в коллинеарную за  $10^{-7}$  с, ее значение мало и составляет порядка  $10^{-2}$  СГСЭ (плотность энергии около 10<sup>-11</sup> Дж/см<sup>2</sup>). На настоящий момент минимальное время переключения намагничивания составляет порядка 10<sup>-12</sup> с, или  $P \sim 10^{12} \, {
m c}^{-1},$  и мы получим  $E_{x,y} \sim 10^2 \, {
m C\GammaC9}$  (плотность энергии около 10<sup>-3</sup> Дж/см<sup>2</sup>). При резком переходе, излучение, описываемое формулой (5.8), амплитуда электрической составляющей поля  $E_{x,y} \sim 10^3$ СГСЭ, что соответствует плотности энергии порядка 0,1 Дж/см<sup>3</sup>. В реальном эксперименте, вне зависимости от способа и времени переключения намагниченности, можно получить только меньшую плотность энергии. Как мы уже отмечали ранее, данное излучение выделяется в виде импульсов. Их характерный временной масштаб  $d/v + P^{-1}$ . Для образца размером  $d \sim 1$  мм, мы получим  $d/v \sim 10^{-14}$  с. Это время намного меньше, чем время переключения намагниченности (сопоставимые значения можно получить только при использовании фемтосекундных лазерных импульсов), поэтому в реальном эксперименте длительность импульса при  $d \ll vP^{-1}$  будет определяться главным образом скоростью перемагничивания. Несмотря на малые значения плотности энергии, плотность мощности может достигать существенных величин. В случае  $P = 10^{12}$  с<sup>-1</sup> плотность мощности составляет порядка 1 ГВт/см<sup>3</sup>.

Исследование показало возможность излучения электромагнитных волн спиральными магнетиками при фазовых переходах. Излучение можно разделить на два вида: высокочастотное нестационарное и низкочастотное стационарное. Высокочастотное излучение выделяется в виде импульса длительностью порядка 100 пс. Его интенсивность зависит от скорости изменения состояния магнетика и ограничена идеальным случаем мгновенного изменения состояния, при котором плотность энергии составляет 0,1 Дж/см<sup>3</sup>. Низкочастотное (СВЧ) излучение может испускаться спиральным магнетиком при его помещении в продольное переменное магнитное поле. В таком случае интенсивность излучения зависит от величины постоянного магнитного поля. Данный вид излучения чувствителен к частоте возбуждающего поля и имеет резонансную частотную зависимость.

### 5.2. Магнитоупругий механизм генерации гиперзвука

Рассмотрим кристалл спирального магнетика гексагональной симметрии. Его свойства могут быть описаны феноменологически плотностью свободной энергии с учетом магнитного, упругого и магнитоупругого взаимодействий вида (3.1). Намагниченность в основном состоянии, как и ранее, может быть выражена в виде (3.10). С учетом магнитоупругого взаимодействия уравнение состояния имеет вид (3.11).

Для исследования генерации звука мы должны решить уравнение движения упругой среды

$$\rho \ddot{u}_i = \partial \sigma_{ij} / \partial x_j, \quad \sigma_{ij} = \partial F / \partial u_{ij}. \tag{5.15}$$

Будем рассматривать только волны, распространяющиеся вдоль оси *z*. Уравнения (5.15) с (3.1) приводят к следующим волновым уравнениям

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{\pm} - v_t^2 \partial^2 u_{\pm} / \partial z^2 &= 2b_{44} M_z \partial M_{\pm} / \partial z; \\ \ddot{u}_z - v_l^2 \partial^2 u_z / \partial z^2 &= 4b_{13} \left( M_x \partial M_x / \partial z + M_y \partial M_y / \partial z \right). \end{aligned}$$
(5.16)

В (5.16) мы ввели циркулярные компоненты  $(u, M)_{\pm} = (u, M)_x \pm i(u, M)_y$ , скорости поперечного и продольного звука  $v_t = (2c_{44}/\rho)^{1/2}$  и  $v_l = (c_{33}/\rho)^{1/2}$  соответственно. Правая сторона уравнений (5.16) имеет смысл функции источника звука и в общем случае может зависеть как от времени, так и от координаты. В действительности вычисление пространственно-временного распределения вектора намагниченности в течение фазового перехода (т.е. кинетики фазового перехода) является отдельной задачей. Эти процессы могут быть смоделированы, например, уравнениями Гинзбурга–Ландау, Ландау–Халатникова или Ландау–Лифшица с различными релаксационными членами. Мы рассмотрим только несколько простых для анализа идеальных случаев, не решая проблему кинетики фазового перехода.

**5.2.1.** Генерация гиперзвука спиральными магнетиками при фазовом переходе. В ходе фазового перехода могут возбуждаться спиновые волны (или магноны). Поэтому компоненты вектора намагниченности  $M_i$  должны иметь вид  $M_i(z,t) = M_{i0}(z,t) + m_i(z,t)$ , где слагаемое  $M_{i0}(z,t)$  означает изменение основного состояния в ходе фазового перехода, тогда как  $m_i(z,t)$  соответствует возбуждаенным спиновым волнам. Так как изменение основного состояния в течение фазового перехода намного превышает амплитуду возбуждаемых спиновых волн, будем считать  $M_i(z,t) = M_{i0}(z,t)$ . В таком случае легко показать, что будет возбуждаться только поперечный звук. Из (5.16) получаем

$$\ddot{u}_{\pm} - v_t^2 \partial^2 u_{\pm} / \partial z^2 = \pm i q b_{44} M_0^2 \sin(2\theta) \exp(\pm i q z).$$
(5.17)

Решение (5.17) при нулевых начальных условиях может быть получено из принципа Дюамеля [293]:

$$u_{\pm}(z,t) = (2v_t)^{-1} \int_{0}^{t} \int_{z-v(t-s)}^{z+v(t-s)} f_{\pm}(\xi,s) d\xi ds,$$
(5.18)

где  $f_{\pm}(z,t)$  правая часть уравнения (5.17).

Прежде всего рассмотрим бесконечно быстрый фазовый переход, соответствующий схлопыванию спирали. Этот процесс может быть смоделирован ступенчатой зависимостью от времени угла спирали  $\theta$ . Из (3.11) можно видеть, что функция источника равна нулю как для простой спиральной фазы ( $\theta = \pi/2$ ) так и в коллинеарном ферромагнитном состоянии ( $\theta = 0$ ), и максимальна при  $\theta = \pi/4$ . Поэтому при бесконечно быстром фазовом переходе из простой спиральной фазы в коллинеарное ферромагнитное состояние звуковые волны возбуждаться не будут. Максимальная генерация звука может наблюдаться при фазовом переходе от  $\theta = \pi/4$  в ферромагнитное состояние. Математически это может быть выражено как  $\sin[2\theta(t)] = \theta(t)$ , где  $\theta(t) -$ ступенчатая функция Хэвисайда. Такой процесс изображен на рис. 5.2, *a* (см. цветную вклейку).

В таком случае интеграл (5.18) может быть легко вычислен:

$$u_{\pm}(z,t) = \pm i b_{44} M_0^2 \exp[\pm i q z] [1 - \cos(q v_t t)] / \rho q v_t^2.$$
(5.19)

Полученное выражение описывает суперпозицию неоднородного распределения смещений и бегущих влево и вправо волн. Частота колебаний  $\omega = q v_t$ .

Рассмотрим теперь, как на возбуждение звука будет влиять скорость фазового перехода. Для этих целей рассмотрим модельный процесс, при котором  $\sin[2\theta(t)] = \eta t$ ,  $t < \eta^{-1}$  (т.е. линейная временная зависимость функции источника, см. рис. 5.2,  $\delta$ ). Расчеты показывают, что будут возбуждаться звуковые колебания следующего вида:

$$u_{\pm}(z,t) = \pm \eta \frac{ib_{44}M_0^2}{q^2 v_t^3} \left[ q v_t t - \sin(q v_t t) \right] \exp[\pm i q z], \quad t < \eta^{-1}.$$
(5.20)

Можно увидеть, что возбуждаются звуковые колебания той же частоты. Амплитуда возбуждаемых колебаний линейно зависит от «скорости фазового перехода»  $\eta$ . Заметим, что исследование проводилось для бесконечного кристалла. Это привело к образованию стоячей звуковой волны. В реальном кристалле возбужденные волны будут испытывать множественные отражения от границ образца и излучаться в окружающее пространство. В эксперименте можно обнаружить только импульсы звука с характерной протяженностью около  $\tau \sim d/v_t$ , где d размер образца.

**5.2.2. Преобразование спиновых волн в гиперзвук спиральными магнетиками вблизи фазового перехода.** Рассмотрим теперь особенности микроволновой генерации звука в спиральных магнетиках. В этом случае мы не можем пренебречь возбуждением спиновых волн, так как это будет основным механизмом генерации звука. Изменение основного состояния может быть использовано только для настройки свойств излученных звуковых волн. Тогда волновые уравнения (5.16) в линейном приближении могут быть приведены к виду:

$$\frac{\partial^2 u_{\pm}}{\partial z^2} - \frac{\ddot{u}_{\pm}}{v_t^2} = -\frac{b_{44}}{c_{44}} \left( M_{z0} \frac{\partial m_{\pm}}{\partial z} + m_z \frac{\partial M_{\pm 0}}{\partial z} \right);$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - \frac{\ddot{u}_z}{v_l^2} = -\frac{2b_{13}}{c_{33}} \left( M_{x0} \frac{\partial m_x}{\partial z} + m_x \frac{\partial M_{x0}}{\partial z} + M_{y0} \frac{\partial m_y}{\partial z} + m_y \frac{\partial M_{y0}}{\partial z} \right).$$
(5.21)

Можно заметить, что теперь могут возбуждаться как продольные, так и поперечные звуковые волны. Поперечные колебания намагниченности возбуждают как продольный, так и поперечный звук, тогда как продольные колебания намагниченности будут влиять только на генерацию поперечного звука. При фазовом переходе в ферромагнитное состояние генерация продольного звука прекратится, а поперечный будет возбуждаться только поперечными колебаниями намагниченности. Следуя [36] предположим, что колебания намагниченности однородны, т. е.  $\partial m_i(z,t)/\partial z \approx m_{i0}[\delta(z) - \delta(z-d)] \exp(-i\omega t)$ , где  $\delta(z)$  дельта-функция Дирака, d — размер образца. Волновые уравнения (5.21) могут быть решены с использованием функции Грина. Функция Грина поперечных и продольных волн  $G_{t,l}(z,z_0)$  соответственно, состоит из двух слагаемых. Первое —  $(i/2k_{t,l})\exp(ik_{t,l}|z-z_0|)$  соответствует волне, возбуждаемой в точке  $z_0$  и распространяющейся в положительном направлении оси z, второе —  $(i/2k_{t,l})\exp(ik_{t,l}|z+z_0|)$  соответствует волне, возбуждаемой в той же самой точке, но распространяющейся в противоположном направлении, здесь  $k_{t,l} = \omega/v_{t,l}$ . Таким образом, полная функция Грина имеет вид

$$G_{t,l}(z, z_0) = ik_{t,l}^{-1} \exp(-ik_{t,l}z) \cos(k_{t,l}z_0)$$
(5.22)

Вычисления показывают, что амплитуды возбужденных волн следующие:

$$u_{\pm} = -\frac{ib_{44}M_0}{k_t c_{44}} \begin{cases} m_{\pm 0} \cos \theta \left[1 - \cos(k_t d)\right] \pm \\ \pm iq \frac{m_{z0} \sin \theta}{q^2 - k_t^2} \begin{bmatrix} k_t \exp(\pm iqd) \sin(k_t d) \mp \\ \mp iq(1 - \exp(\pm iqd) \cos(k_t d)) \end{bmatrix} \end{cases};$$
$$u_z = -\frac{4ib_{13}M_0 \sin \theta}{k_l c_{33}} \begin{cases} m_{x0} \frac{k_l}{q^2 - k_l^2} [q \sin qd \sin k_l d - k_l \cos qd \cos k_l d] - \\ -m_{y0} \sin qd \left[\cos k_l d - \frac{q \sin k_l d}{q + k_l}\right] \end{cases}$$
(5.23)

Можно видеть, что амплитуды возбужденных волн зависят сложным образом от размера образца, волнового числа спирали и волнового числа волны. Так, например, когда  $qd = \pi n$ , где n целое число (в образце умещается целое число полупериодов спирали), продольный звук может возбуждаться только x-поляризованными CBЧ колебаниями. Для CBЧ диапазона длина волны возбужденного звука обычно больше периода спирали. В приближении  $k_{t,l} \ll q$  выражения (5.23) принимают более простой вид

$$u_{\pm} = -\frac{ib_{44}M_0}{k_t c_{44}} \{ m_{\pm 0} \cos\theta \left[ 1 - \cos(k_t d) \right] \mp i m_{z0} \sin\theta \left[ 1 - \exp(\pm i q d) \right] \};$$
  
$$u_z = -\frac{4ib_{13}M_0 \sin\theta}{k_l c_{33}} m_{y0} \sin q d.$$
 (5.24)

Уравнения (5.24) показывает, что продольный звук может быть главным образом возбужден *y*-поляризованными СВЧ-колебаниями и только в спиральном состоянии (sin  $\theta \neq 0$ ). Поперечный звук может быть возбужден поперечными СВЧ-колебаниями в конической спиральной фазе. Возбуждение этого звука исчезает при фазовом переходе в состояние простой спирали (cos  $\theta = 0$ ). Поперечный звук может

возбуждаться также и продольными СВЧ колебаниями, когда магнетик находится в спиральном состоянии.

5.2. Магнитоупругий механизм генерации гиперзвука

Полная плотность энергии возбужденных волн  $W = c_{33}(u_{zz})^2/2 + 2c_{44}[(u_{xz})^2 + (u_{yz})^2]$ . Фрагменты зависимости этой плотности энергии от частоты и размеров образца, вычисленные из точных уравнений (5.23), для различных поляризаций возбуждающих СВЧ-колебаний, в случае магнетика с релятивистской спиралью (взаимодействием Дзялошинского-Мории) показаны на рис. 5.3 (см. цветную вклейку).

Можно видеть, что эти зависимости имеют сложное осциллирующее поведение. Осцилляции соответствуют интерференции звуковых волн, распространяющихся от противоположных поверхностей образца. Другой причиной осцилляций является периодичность функции источника. Выражения (5.23) имеют резонансы, соответствующие условиям  $k_{t,l} = q$ . На частотах СВЧ-диапазона резонансы могут наблюдаться только для магнетиков с взаимодействием Дзялошинского-Мории ( $q\sim 10^5~{
m cm}^{-1},~\omega_{
m res}\sim qv_{t,l}\sim 10^{10}~{
m pag/c}$ ). Для обменных спиральных магнетиков резонансы лежат в терагерцевой области частот  $(q \sim 10^8 \text{ см}^{-1}, \omega_{\text{res}} \sim qv_{t,l} \sim 10^{13} \text{ рад/с})$ . При таких частотах колебания намагниченности могут быть неоднородными, и выражения (5.23) становятся неприменимыми. Можно также увидеть, что частотный диапазон вблизи резонанса может быть разделен по поведению относительно угла спирали  $\theta$  (внешнего магнитного поля H). Достаточно далеко от резонанса акустическая энергия, возбуждаемая x- и yполяризованными СВЧ-колебаниями, уменьшается с увеличением угла спирали, тогда как вблизи резонанса она увеличивается.

**5.2.3.** Обсуждение результатов раздела. В итоге, мы исследовали возможность генерации звука спиральными магнетиками в окрестности фазового перехода, вызванного магнитным полем. Показано, что спиральные магнетики при фазовом переходе из конической спиральной структуры в коллинеарное состояние могут генерировать гиперзвуковые импульсы. Проведем численные оценки.

Для численных оценок будем использовать следующие значения постоянных [294]:  $b_{ij} \sim 20$  эрг/(Э · см<sup>4</sup>),  $\rho \sim 10$  г/см<sup>3</sup>,  $v_t \sim 3 \cdot 10^5$  см/с,  $v_l \sim 5 \cdot 10^5$  см/с,  $M_0 \sim 500$  Э. Период структуры для обусловленной взаимодействием Дзялошинского-Мории спиральной магнитной структуры обычно намного больше, чем в случае обменно-обусловленной спиральной структурой [152]. Например, в сплавах Fe<sub>x</sub>Co<sub>1-x</sub>Si, симметрия которых допускает взаимодействие Дзялошинского-Мории, период модуляции при x = 0,3 достигает L = 230 нм ( $q \sim 3 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>) [295]. Другими представителями данного класса магнетиков являются FeGe (L = 70 нм,  $q \sim 8 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>) [296] и MnSi (L = 18 нм,  $q \sim 3 \cdot 10^6$  см<sup>-1</sup>) [297]. В эрбии могут реализовываться различные модулированные магнитные структуры за счет конкурирующего обменного взаимодействия. В конической фазе волновое число структуры составляет  $5c^*/21$  ( $c^* = 2\pi/c$  — обратная постоянной решетки,

c=0,56 нм — постоянная решетки) [298], т.е.  $q\sim 3\cdot 10^7~{\rm cm}^{-1}$ . Мы будем использовать  $q\sim 10^5~{\rm cm}^{-1}$  и  $q\sim 10^8~{\rm cm}^{-1}$ для магнетиков с вза-имодействием Дзялошинского–Мории и с конкурирующим обменным взаимодействием соответственно.

Частота звуковых колебаний, возбужденных за счет магнитоупругого взаимодействия,  $\omega = qvt$ . Для спиральных магнетиков с взаимодействием Дзялошинского-Мории линейная частота  $f = \omega/(2\pi) \sim 5$  ГГц, а амплитуда  $u_{\pm} \sim 10^{-5}$  см. В случае обменного взаимодействия  $f \sim 5$  THz,  $u_{\pm} \sim 10^{-8}$  см. В обоих случаях это гиперзвуковые колебания.

В случае плавного фазового перехода за счет магнитоупругого взаимодействия возбуждаются звуковые колебания той же частоты. Амплитуда возбуждаемых колебаний линейно зависит от «скорости фазового перехода»  $\eta$ . Можно подсчитать, что  $u_{\pm} \sim 10^{-21} \cdot \eta$  см и  $u_{\pm} \sim 10^{-27} \times \eta$  см для магнетиков с взаимодействием Дзялошинского-Мории и обменным взаимодействием соответственно. Например, процессы ультрабыстрого перемагничивания происходят за время порядка  $10^{-12}$  с, или  $\eta \sim 10^{12}$  с<sup>-1</sup>. При таких процессах значения амплитуд составляют  $u_{\pm} \sim 10^{-9}$  см для магнетиков с взаимодействием Дзялошинского-Мории. Расчеты показывают, что для магнетиков с обменным взаимодействием амплитуда возбуждаемых волн пренебрежимо мала.

Как было показано, данные звуковые импульсы имеют характерную протяженность  $\tau \sim d/v_t$ , где d размер образца. При размере образца  $d \sim 1$  мм мы получим длительность импульса  $\tau \sim 10^{-6}$  с.

Мы также исследовали преобразование спиральными магнетиками электромагнитной СВЧ волны в звуковую за счет магнитоупругого взаимодействия. Было обнаружено, что оно может эффективно управляться внешним магнитным полем. Преобразование электромагнитной СВЧ волны в звуковую также может управляться поляризацией СВЧ волны (либо ориентацией образца). Данное преобразование может быть использовано для управляемой генерации гиперзвука. При исследовании деталей медленных фазовых переходов в спиральных магнетиках может быть использована зависимость излученной звуковой энергии от угла спирали при помещении магнетика в СВЧполе. Континуальное приближение справедливо вдали от границ зоны Бриллюэна. При рассмотрении эффектов электромагнитной генерации звука выполнимость этого условия не вызывает сомнений, т.к. длина волны звука много больше постоянной решетки материала  $\lambda_{l.t} = 2\pi v_{l.t}/\omega \sim 10^{-5}$  см. То же самое выполняется и при генерации звука при фазовом переходе в магнетиках с взаимодействием Дзялошинского-Мории (длина волны равна периоду спирали, который достигает сотен нанометров). В магнетиках со спиральной структурой, обусловленной обменным взаимодействием, период спирали, как правило, составляет десятки постоянных решетки, т.е. условие выполнено хуже. Это может привести к отличию вычисленных амплитуд и частот. Как известно, вблизи границы зоны Бриллюэна скорость звука уменьшается. Оценку можно провести на основе модели упругой цепочки, состоящей из одного сорта атомов. Закон дисперсии акустических колебаний может быть выражен в виде  $\omega = v \sin(ka)/a$ , где a — постоянная решетки, v — скорость упругих колебаний вблизи центра зоны Бриллюэна. Тогда для магнетиков с обменным взаимодействием, при  $k = q = 2\pi/L$ ,  $L \approx 10a$ , можно оценить фазовую скорость звука  $v^*(q) = \omega/k|_{k=q} \approx v \sin(2\pi/10)/(2\pi/10) \approx 0.94v$ . Таким образом, учет дискретности среды в первом приближении приводит к уменьшению частоты излученного звука на величину около 6 % и увеличению амплитуды почти на 10 %, что не изменяет порядок величин в оценках, проделанных выше. Использованная для описания генерации звука модель остается корректной при размерах образца много больших периода спирали, т. е. для магнетиков с взаимодействием Дзялошинского-Мории при d > 10 мкм, а для магнетиков с обменным взаимодействием при d > 10 нм. Таким образом, спиральные магнетики могут быть использованы в качестве нано- и микрогенераторов гиперзвуковых волн.

153

# Приложение I

Приведем тензор динамической магнитной проницаемости для кубического ферромагнетика, который получается из системы связанных уравнений (1.4–1.6) при учете магнитоупругого, электромагнитноспинового и акусто-электромагнитного взаимодействий. Знание этого тензора необходимо при изучении динамических свойств ферромагнетиков, например, для исследования КО ЭМ волн от поверхности ферромагнетиков.

Тензор магнитной проницаемости имеет вид  $\mu_{ij}(\omega,k) = \delta_{ij} + 4\pi \chi_{ij}(\omega,k)$ , где

$$\begin{split} \chi_{xx} &= \chi_{yy} = gM_0 \frac{A \times B + C \times D}{E \times F}; \ \chi_{yx} = -\chi_{xy} = -igM_0 \frac{A \times G + C \times K}{E \times F}; \\ A &= \omega \omega_M (\omega^2 - \omega_t^2); \\ B &= \omega \omega_M \omega_{sk} (\omega^2 - \omega_t^2) + \\ &+ \omega_{me} \omega_t^2 (\omega_M (\omega - i4\pi\xi\sigma) + 4\pi\xi(\sigma'\omega + i\sigma(1 - 2\xi)\omega_{sk})); \\ C &= 4\pi\xi (1 - \xi) \omega_{me}^2 \omega_t^4; \\ D &= 4\pi\xi^2 (\sigma'^2 + \sigma^2) \omega_{sk} + (i\sigma\omega + 4\pi\xi(\sigma'^2 + \sigma^2))\omega_M; \\ E &= (\omega_{sk} - \omega)(\omega\omega_M (\omega^2 - \omega_t^2) - \\ &- 4\pi\xi^2 (\sigma' + i\sigma)\omega_{me} \omega_t^2) + \omega_M \omega_{me} \omega_t^2 (\omega - 4\pi\xi(\sigma' + i\sigma)); \\ F &= (\omega_{sk} + \omega)(\omega\omega_M (\omega^2 - \omega_t^2) + \\ &+ 4\pi\xi^2 (\sigma' - i\sigma)\omega_{me} \omega_t^2) + \omega_M \omega_{me} \omega_t^2 (\omega + 4\pi\xi(\sigma' - i\sigma)); \\ G &= \omega^2 \omega_M (\omega^2 - \omega_t^2) + 4\pi\xi \omega_{me} \omega_t^2 (\sigma' (\omega_M + \omega_{sk}) - i\xi\sigma\omega); \\ K &= 4\pi\xi^2 (\sigma'^2 + \sigma^2) + \sigma' \omega_M \\ \sigma &= \sigma_{xx} - i\omega\varepsilon/4\pi, \quad \sigma' = \sigma_{xy}, \quad \xi = B_0 M_0/B_2. \end{split}$$

# Приложение II

Равновесный тензор деформаций в фазе LSW имеет вид

$$u_{ik}^{0} = 0 \quad (i \neq k),$$

$$u_{zz}^{0} = -\frac{\gamma_{33} - \gamma_{31}}{c_{33}} M_{z}^{2} - \frac{2c_{13}}{c_{33}} u_{xx}^{0} - \frac{\gamma_{1}}{2c_{33}} M_{z}^{2}, \quad (\Pi.1)$$

$$u_{xx}^{0} = u_{yy}^{0} = -\frac{c_{33}}{\Delta} \left( \widetilde{\gamma}_{1} - \frac{c_{13}}{c_{33}} \widetilde{\gamma}_{3} \right) \sum_{n} M_{n}^{z} M_{-n}^{z},$$

где  $\tilde{\gamma}_1 = \gamma_{13} - \gamma_{12} + \gamma_1/2$ ,  $\tilde{\gamma}_3 = \gamma_{33} - \gamma_{31} + \gamma_3/2$ ,  $\Delta = c_{33}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^2$ , Равновесный тензор деформаций в фазе FS в приближении  $qd \gg 1$ 

Равновесный тензор деформации в фазе гS в приолижений  $qa \gg 1$  выражется следующими формулами

$$\begin{aligned} u_{xx}^{0} &= u_{yy}^{0} = -\frac{c_{33}}{2\Delta} \left( \gamma_{11} - \gamma_{12} \right) M_{0}^{2} \sin^{2} \theta - \\ &- \frac{1}{\Delta} \left[ c_{33} (\gamma_{13} - \gamma_{12}) - c_{13} (\gamma_{33} - \gamma_{31}) \right] M_{0}^{2} \cos^{2} \theta, \\ u_{zz}^{0} &= -\frac{2c_{13}}{c_{33}} u_{xx}^{0} - \frac{1}{c_{33}} (\gamma_{33} - \gamma_{31}) M_{0}^{2} \cos^{2} \theta, \\ u_{xz}^{0} &= -\frac{\gamma_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \cos qz, \quad u_{yz}^{0} &= -\frac{\gamma_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \sin qz, \\ u_{xy}^{0} &= 0. \end{aligned}$$
(II.2)

#### Список литературы

- 1. Вонсовский С.В. Магнетизм. М.: Наука, 1971.
- 2. *Jiles D*. Introduction to Magnetism and Magnetic Materials. Third Edition. Boca Raton: CRC Press, 2016.
- 3. Веневцев Ю.Н., Гагулин В.В., Любимов В.Н. Сегнетомагнетики. М.: Наука, 1982.
- 4. Смоленский Г.А., Чупис И.Е. Сегнетомагнетики // УФН. 1982. Т. 137. С. 415-448.
- Schmid H. Multi-ferroic magnetoelectrics // Ferroelectrics. 1994. V. 162. P. 317.
- 6. Изюмов Ю.А., Скрябин Ю.Н. Модель двойного обмена и уникальные свойства манганитов // УФН. 2001. Т. 171, № 2. С. 121.
- Mukherjee A., Cole W.S., Woodward P., Randeria M., Trivedi N.Theory of Strain-Controlled Magnetotransport and Stabilization of the Ferromagnetic Insulating Phase in Manganite Thin Films // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110 P. 157201.
- Hatano T., Sheng Z., Nakamura M., Nakano M., Kawasaki M., Iwasa Y., Tokura Y. Gate Control of Percolative Conduction in Strongly Correlated Manganite Films // Adv. Mater. 2014. V. 26, № 18. P. 2874–2877.
- 9. Туров Е.А., Колчанов А.В., Меньшенин В.В., Мирсаев И.Ф., Николаев В.В. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- Звездин А.К., Пятаков А.П. Фазовые переходы и гигантский магнитоэлектрический эффект в мультиферроиках // УФН. 2004. Т. 174. С. 465-470.
- Туров Е.А., Николаев В.В. Новые физические явления в магнетиках, связанные с магнитоэлектрическим и антиферроэлектрическим взаимодействиями // УФН. 2005. Т. 175. С. 457–473.
- 12. Акулов Н.С. Ферромагнетизм. М.: Гостехтеориздат, 1939.
- 13. Бозорт Р. Ферромагнетизм. М.: Мир, 1956.
- 14. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука, 1979.
- 15. Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982.
- Нагаев Э.Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями М.: Наука, 1988.
- 17. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Влияние давления на резонансные свойства одноосных ферро- и антиферромагнетиков // ФТТ. 1974. Т. 16, № 8. С. 2192.
- 18. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Влияние давления на магнитоакустический резонанс в одноосных антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1974. Т. 64, № 2. С. 816.

- Туров Е.А., Шавров В.Г. Нарушенная симметрия и магнитоакустические колебания в ферро- и антиферромагнетиках. Препринт ИФМ УНЦ АН СССР № 81/1. Свердловск: 1981.
- 20. *Туров Е.А., Шавров В.Г.* Нарушенная симметрия и магнитоакустические эффекты в ферро- и антиферромагнетиках // УФН. 1983. Т. 140, № 3. С. 4289.
- 21. Дикштейн И.Е., Туров Е.А., Шавров В.Г. Магнитоакустические явления и мягкие моды вблизи магнитных ориентационных переходов // Динамические и кинетические свойства магнетиков. М.: Наука, 1986, С. 53.
- 22. Барьяхтар В.Г., Витебский И.М., Пашкевич Ю.Г., Соболев В.Л., Тарасенко В.В. Стрикционные эффекты и динамика магнитной подсистемы при спин-переориентационных фазовых переходах. Симметрийные эффекты // ЖЭТФ. 1984. Т. 87, № 3. С. 1028.
- Бучельников В.Д., Даньшин Н.К., Цымбал Л.Т., Шавров В.Г. Магнитоакустика редкоземельных ортоферритов // УФН. 1996. Т. 166, № 6. С.585.
- 24. Бучельников В.Д., Даньшин Н.К., Цымбал Л.Т., Шавров В.Г. Соотношение вкладов прецессионных и продольных колебаний в динамике магнетиков // УФН. 1999. Т. 169, № 10. С.1049.
- 25. *Туров Е.А., Ирхин Ю.П.* О спектре колебаний ферромагнитной упругой среды // ФММ. 1956. Т. 3, № 1. С. 15.
- 26. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // ЖЭТФ. 1958. Т. 35, № 1. С. 228.
- 27. Kittel C. Interaction of spin wave and ultrasonic wave in ferromagnetic crystals // Phys. Rev. 1958. V. 110, № 4. P. 836.
- 28. Пелетминский С.В. Связанные магнитоупругие колебания в антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1959. Т. 37, № 2. С. 452.
- 29. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967.
- Ле-Кроу Р., Комстак Р. Магнитоупругие взаимодействия в ферромагнитных диэлектриках // Физическая акустика. Т. 3, Ч. Б. М., 1968. С. 156.
- Штраусс В. Магнитоупругие свойства иттриевого феррита-граната // Физическая акустика. Т. 4. Ч.Б, М., 1970. С. 248.
- 32. Леманов В.В. Магнитоупругие взаимодействия // Физика магнитных диэлектриков. Л.: Наука, 1974, С. 284.
- Кузьмин Е.В., Петраковский Г.А., Завадский Е.А. Физика магнитоупорядоченных веществ. Новосибирск: Наука, 1976.
- 34. Белов К.П. Магнитострикционные явления и их технические приложения. М.: Наука. 1987.
- 35. Голдин Б.А., Котов Л.Н., Зарембо Л.К., Карпачев С.Н. Спин-фононные взаимодействия в кристаллах (ферритах). М.: Ленинград: Наука, 1991.
- Такер Дж., Рэмптон В. Гиперзвук в физике твердого тела. М.: Мир, 1975.
- 37. *Rudashevsky E.G.*, *Shalnikova T.A.* Antiferromagnetic resonance in hematite // Physics and Techniques of Low Tempretures: Prog. of 3rd Regional Conference. Prague, 1963, P. 84.
- 38. *Tasaki A., Iida S.* Magnetic properties of synthetic single crystal of  $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> // J. Phys. Soc. Japan. 1963. V. 18. P. 1148.

- Список литературы
- 39. Боровик-Романов А.С., Ридашевский Е.Г. О влиянии спонтанной стрикции на спектр спиновых волн в антиферромагнетике со слабым ферромагнетизмом (гематит) // 11-е Всес. сов. по физике низк. температур: Тезисы докладов. Минск, 1964, С. 39.
- 40. Боровик-Романов А.С., Ридашевский Е.Г. О влиянии спонтанной стрикции на антиферромагнитный резонанс в гематите // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. C. 2095.
- 41. Шавров В.Г. Влияние магнитострикции и пьезомагнетизма на резонансные частоты слабого ферромагнетика // 11-е Всес. сов. по физике низк. температур: Тезисы докладов. Минск, 1964.
- 42. Туров Е.А., Шавров В.Г. Об энергетической щели для спиновых волн в ферро- и антиферромагнетиках, связанной с магнитоупругой энергией // ФТТ. 1965. Т. 7. № 1. С. 217.
- 43. Ишмухаметов Б. Х., Новожилов А.Л., Шавров В.Г. Влияние спонтанной стрикции на спектр магнитоупругих волн в одноосных ферромагнетиках с отрицательной константой анизотропии // Всес. сов. по физике феррои антиферромагнетизма: Тезисы докладов. Свердловск, 1965, С. 5.
- 44. Шавров В.Г. Влияние магнитоэлектрического эффекта на антиферромагнитный резонанс // 12-е Всес. сов. по физике низк. температур: Тезисы докладов. Казань, 1965, С. 10.
- 45. Шавров В.Г. О влиянии электрического поля на резонансную частоту антиферромагнетиков // ФТТ. 1965. Т. 7. С. 328.
- 46. Шавров В.Г. О магнитоэлектрическом эффекте // ЖЭТФ. 1965. Т.48. C. 1419.
- 47. Tasaki A., Iida S. Magnetoelastic coupling in parasitic ferromagnet  $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> // Proc. of Intern. Conf. on Magnetism. Nottingham. 1964. P. 583.
- 48. Mizushima K., Iida S. Effective in-plane anisotropy field in Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> // J. Phys. Soc. Japan. 1966. V. 21. P. 1521.
- 49. Коренблит И.Я. Особенности спектра магнитоупругих колебаний в ферромагнетиках с большой магнитострикцией // ФТТ. 1966. Т. 8. С. 2579.
- 50. Савченко М.А. Связанные магнитоупругие волны в антиферромагетиках // ФТТ. 1964. Т. 6. С. 864.
- 51. Cooper B.R. Spin waves and magnetic resonance in rare-earth metals: Thermal, applied-field and magnetoelastic effects // Phys. Rev. 1968. V. 169, № 2. P. 281.
- 52. Cooper B.R. Magnetic properties of rare-earth metals. // Solid State Physics. N.-Y., 1968, V.21, P.39.
- 53. Cooper B.R. Phenomenological theory of magnetic ordering // Magnetic properties of rare-earth metals. N.-Y., 197, P. 17.
- 54. Nielsen M., Miller H.B., Lindgard P.A., Mackintosh A.R. Magnetic anisotropy in rare-earth metals. // Phys. Rev. Lett. 1970. V.25. P.1451.
- 55. Nielsen M., Miller H.B., Mackintosh A.R. Magnon-phonon interaction in terbium. // J. Appl. Phys. 1970. V. 41. P. 1174.
- 56. Ozhogin V.I., Maksimenkov P.P Easy plane antiferromagnet for applications: Hematite // IEEE Trans. Magn. 1972. V. Mag-8. P. 645.
- 57. Щеглов В.И. Зависимость скорости звука от магнитного поля в ферро- и антиферромагнетиках // ФТТ. 1972. Т. 14. С. 2180.

- 58. Seavey M.H. Acoustic resonance in the easy-plane weak ferromagnetics  $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and FeBo<sub>3</sub> // Solid State Commun. 1972. V. 10. P. 219.
- 59. Максименков П.П., Ожогин В.И. Исследование магнитоупругого взаимодействия в гематите с помощью антиферромагнитного резонанса // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 657.
- 60. Tantz W., Wetting W. Spin wave dispersion of FeBO<sub>3</sub> at small wavevector // J. Appl. Phys. 1978. V. 15. P. 399.
- 61. Gorodetsky G., Luthy B. Sound-wave-soft-mode interaction near displacive phase transitions: spin reorientation in ErFeo<sub>3</sub> // Phys. Rev. B. 1970. V.2. P 3698
- 62. Гришмановский А.Н., Леманов В.В., Смоленский Г.А., Балбашов А.М., Червоненко А.Я. Пьезомагнитный и магнитоупругий эффекты при распространении упругих волн в кристаллах редкоземельных ортоферритов // ФТТ. 1974. Т. 16. С. 1426.
- 63. Gorodetsky G., Shaft S., Wanklun B.M. Magnetoelastic properties of TmFeO<sub>3</sub> at the spin reorientation region // Phys. Rev. B. 1976. V.14. P. 2051.
- 64. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Магнитоупругие волны в ортоферритах // ФТТ. 1977. Т. 19. С. 1107.
- 65. Shapira Y. Absorption peak for ultrasonic waves near the spin-flop transition of uniaxial antiferromagnets // Phys. Lett. 1967. V. 24A, № 27. P. 361.
- 66. Shapira Y., Zak Y. Ultrasonic attenuation near and above the spin-flop transition of MnF<sub>2</sub> // Phys. Rev. B. 1968. V. 170. P. 503.
- 67. Shapira Y. Ultrasonic behavior near the spin-flop transition of  $GrO_3$  // Phys. Rev. B. 1969. V. 187. P. 734.
- 68. Чепурных Г.К. Особенности взаимодействия магнитоупрунгих волн в одноосных антиферромагнетиках // ФТТ. 1975. Т. 17. С. 430.
- 69. Чепурных Г.К. Влияние магнитострикции на опрокидывание подрешеток антиферромагнетика // ФТТ. 1975. Т. 17. С. 2141.
- 70. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Спин-спиновый резонанс в антиферромгнетиках, находящихся под давлением // ФММ. 1976. T. 42. C. 903.
- 71. Бичельников В.Л., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Затухание звука в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // Всес. конф. по физике магнитных явлений: Тезисы докладов. Харьков, 1979, С. 431.
- 72. Бучельников В.Д., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Затухание звука в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // ФММ. 1981. Т. 52. C. 214-216.
- 73. Бучельников В.Д., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Релаксационные процессы в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // ФТТ. 1983. T. 25. C. 3019.
- 74. Бичельников В.Д., Шавров В.Г. Затухание магнонов в антиферромагнетиках вблизи ориентационного фазового перехода // ФТТ. 1984. Т. 26. C. 1254.
- 75. Бичельников В.Д., Шавров В.Г. Затухание магнитоупругих волн в магнетиках в области ориентационных фазовых переходов // ФММ. 1989. T. 68. C. 421.

- 76. Великов Л.В., Прохоров А.С., Рудашевский Е.Г., Селезнев В.Н. Антиферромагнитный резонанс в α-Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> // ЖЭТФ. 1977. Т. 66. С. 1847.
- 77. Ожогин В.И., Преображенский В.Л. Эффективный ангармонизм упругой подсистемы антиферромагнетиков // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 988.
- 78. Ожогин В.И Обменное усиление магнитоупругости в антиферромагнетиках // Изв. АН СССР. Сер.Физ. 1978. Т. 42. С. 1625.
- 79. Преображенский В.Л. Магнитоакустика высокотемпературных антиферромагнитных диэлектриков с анизотропией типа «легкая плоскость»: Автореферат дисс. М., 1986, 22 с.
- Petrakovsky G.A., Pancrats A.I. The magnetoelastic coupling in FeBo<sub>3</sub> // Prog. ICM-76, Amsterlam, Pt. 3, P. 1447.
- Березин А.Г., Соколов В.И., Шавров В.Г., Шевалеевский О.И. Влияние магнитоупругого взаимодействия на спектр АФМР в гранатах // 19-е Всес. сов. по физике низк. температур: Тезисы докладов., Минск, 1976, С. 643.
- 82. Березин А.Г., Шавров В.Г. Антиферромагнитный резонанс в кубических кристаллах // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 2362.
- 83. Соколов В.И., Шевалеевский О.И. Антиферромагнитный резонанс в кубических кристаллах FeGeG и CrGeG // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 2367.
- 84. Туров Е.А. Эффекты спонтанно нарушенной симметрии в магнитоупругой динамике ферро- и антиферромагнетиков // Электронная структура и свойства твердых тел. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1977, С.49.
- Шавров В.Г., Бучельников В.Д. Могнитоупругие волны в кубических кристаллах // Всес. конф. по физике магнитных явлений: Тезисы докладов, Донецк, 1977, С.69.
- Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Спин-переориентационные фазовые переходы в кубических магнетиках при упругих напряжениях // ФТТ. 1981. Т.23. С.1296.
- 87. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Магнитоакустические колебания в упругонапряженных кубических магнетиках // ФММ. 1983. Т. 55. С. 892.
- Бучельников В.Д., Гуревич В.А., Шавров В.Г. Об аномально широкой доменной границе в многоосном ферромагнетике // ФММ. 1981. Т.52. С. 298.
- 89. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Особенности спектра магнитоупругих волн при фазовых переходах // Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов, Баку, 1975, С. 72.
- 90. Даньшин Н.К., Жерлицын С.В., Звада С.С., Крамарчук Г.Г., Сдвижков М.А., Филль В.Д. Динамические свойства YbFeO<sub>3</sub> при ориентационных фазовых переходах // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. С. 2151.
- 91. Даньшин Н.К., Жерлицын С.В., Звада С.С., Мухин А.А., Сдвижков М.А., Филль В.Д. Динамические свойства HoFeO<sub>3</sub> в области спиновой переориентации // ФТТ. 1989. Т. 31. С. 198.
- 92. Балбашов А.М., Даньшин Н.К., Изотов А.И., Сдвижков М.А., Цымбал Л.Т. Аномальность акустических свойств ErFeO<sub>3</sub> // ФТТ. 1989. Т. 31. С. 279.
- Витебский И.М., Даньшин Н.К., Изотов А.И., Сдвижков М.А., Цымбал Л.Т. Особенности динамики низкотемпературного фазового перехода

в ErFeO<sub>3</sub> // 26-е Всес. сов. по физике низ. температур: Тезисы докладов. Донецк, 1990, С. 139.

- 94. Витебский И.М., Даньшин Н.К., Изотов А.И., Сдвижков М.А., Цымбал Л.Т. Аномальная критическая динамика при низкотемпературном переходе в ортоферрите эрбия // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. С. 334.
- 95. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Влияние продольной восприимчивости и релаксации на спектр спиновых и упругих волн в антиферромагнетиках при спиновой переориентации // ЖЭТФ. 1994. Т.106, № 6(12). С.1756.
- 96. Даньшин Н.К., Непочатых Ю.И., Цымбал Л.Т. Роль продольных колебаний намагниченности в динамике ориентационных переходов. Препринт // ДонФТИ. № 1. Донецк, 1996.
- 97. Даньшин Н.К., Непочатых Ю.И., Шкарь В.Ф. Роль прецессии и продольных колебаний намагниченности в динамике спиновой переориентации в Fe<sub>3</sub>BO<sub>6</sub> // ЖЭТФ. 1996. Т. 109, № 2. С.639.
- 98. Бучельников В.Д., Даньшин Н.К., Непочатых Ю.И., Шавров В.Г. Обнаружение вклада продольной восприимчивости в частоту мягкой магниторезонансной моды в SmFeO<sub>3</sub> // ЖЭТФ. 2001. Т. 114, № 4. С.867.
- 99. Даньшин Н.К., Непочатых Ю.И. Вклад продольных колебаний намагниченности в спиновую динамику спонтанной переориентации // ФНТ. 1998. Т. 24, № 4. С.353.
- 100. Даньшин Н.К., Крамарчук Г.Г. Энергетические щели в спектре спиновых волн редкоземельных ортоферритов в магнитном поле // ФНТ. 1993. Т. 19. С.888.
- 101. Даньшин Н.К. Влияние продольной восприимчивости и релаксации на спектр связанных колебаний в редкоземельных ортоферритах // ФНТ. 1994. Т. 20. С.353.
- 102. Белозоров Д.П., Ахиезер И.А. Магнитоупругие колебания в антиферромагнетиках при значениях внешнего магнитного поля, близких к критическому// ФТТ. 1969. Т. 11. С. 1010.
- 103. Melcher R.L. Magnon-phonon interactions in MnF<sub>2</sub> // J. Appl. Phys. 1970. V.41. P. 1412.
- 104. *Lieberman R.S., Banerjee S.K.* Anomalies in the compressional and shear properties of transition // J. Appl. Phys. 1970. V.41. P. 1414.
- 105. *Гуртовой Г.К.* Антиферромагнитный резонанс во фториде кобальта в перпендикулярном магнитном поле // ФТТ. 1977. Т. 19. С. 647.
- 106. Гуртовой Г.К. Исследования спин-переориентационных фазовых переходов в некоторых антиферромагнетках: Автореферат канд. дис., М., 1987, 18 с.
- 107. Барьяхтар В.Г., Гришин А.М. Магнитная восприимчивость ферромагнетиков в условиях переориентационного фазового перехода // ФНТ. 1981. Т. 7. С. 787.
- 108. Барьяхтар В.Г., Дикштейн И.Е., Львов В.А., Тарасенко В.В., Яблонский Д.А. Магнтоакустический резонанс в ферритах в сильном магнитном поле // ФТТ. 1979. Т.21. С. 1025.
- 109. Lee E.W., Teal R.W. Ferromagnetic resonance in frozen lattice model // J. Phys. C. 1979. V.12. P. 1131.
- 110. Барьяхтар В.Г., Яблонский Д.А. О магнитоупругой щели в спектре спиновых волн // ФММ. 1977. Т. 43. С. 645.

- 111. Константинов О.В., Перель В.И. О возможности прохождения электромагнитных волн через металл в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1960. T. 38. C. 161.
- 112. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016.
- 113. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. С. 474.
- 114. Stern E.A., Callen E.R. Helicons and magnons in magnetically ordered conductors. // Phys. Rev. 1963. V. 131. P. 512.
- 115. Бланк А.Я. Электромагнитные волны в металле в условиях ферромагнитного резонанса // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 325.
- 116. Spector H.N., Cfsselman T.N. Interaction of Alfven waves and spin waves in a ferromagnetic metal // Phys. Rev. 1965. V.139. P. A1594.
- 117. Барьяхтар В.Г., Савченко М.А., Степанов К.Н. О взаимодействии плазменных и спиновых волн в ферромагнитных полупроводниках и металлах // ЖЭТФ. 1966. Т. 50. С. 576.
- 118. Барьяхтар В.Г., Гришин А.М., Дроботько В.Ф. Спектр элементарных возбуждений при спиновой переориентации ферромагнетиков // ФНТ. 1981. T. 7, C. 1486.
- 119. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в магнетиках вблизи точек ориентационных фазовых переходов. // ФММ. 1988. Т. 66, № 2. С.222-226.
- 120. Скобов В.Г., Канер Э.А. Теория связанных электромагнитных и звуковых волн в металлах в магнитном поле // ЖЭТФ. 1964. Т.46, С. 273.
- 121. Давыдов А.С. Теория твердого тела. М.: Наука, 1976.
- 122. Бланк А.Я., Каганов М.И. Связанные волны в ферромагнитном проводнике. Тройной резонанс // ФТТ. 1966. Т. 8, № 8. С. 2340-2343.
- 123. Бланк А.Я., Каганов М.И. Ферромагнитный резонанс и плазменные эффекты в металлах // УФН. 1967. Т. 92, №4. С. 583.
- 124. Туров Е.А., Кайбичев И.А. Устойчивость основного состояния и акустический эффект Фарадея в ферромагнетике. Вращательно инвариантная теория // ФТТ. 1989. Т. 31, № 9. С. 138.
- 125. Кайбичев И.А. Шавров В.Г. Вращательно инвариантная теория акустического двулучепреломления в ферромагнетике // Акустический журнал. 1993. T. 39, № 4. C.671.
- 126. Кайбичев И.А. Устойчивость основного состояния, спектры поперечных магнитоупругих волн и акустический эффект Фарадея в тетрагональном антиферромагнетике. Вращательно инвариантная теория // ФТТ. 1993. T. 35, B. 1. C.145.
- 127. Конверистый Ю.К., Лазорева И.Ю., Раваев А.А. Материалы поглощающие СВЧ-излучение. М.: Наука, 1982.
- 128. Ландац Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред // Теоретическая физика. Т. 8. М: ФИЗМАТЛИТ, 2016.
- 129. Казанцев Ю.Н., Костин М.В., Крафтмахер, Г.А. Шевченко В.В. Композиционные структуры с высокой СВЧ-магнитной проницаемостью, приближающейся к диэлектрической // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17, вып. 22. C. 19.

- 130. Казаниев Ю.Н., Крафтмахер Г.А. Гигантский СВЧ электромагнетизм в киральных искусственных средах, не обладающих статическими магнитными свойствами // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, вып. 22. С. 74.
- 131. Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А. Структура киральная среда феррит: киральный-ферромагнитный резонанс // Письма в ЖТФ. 1995. Т.21. вып. 17. С. 61.
- 132. Мухин А.А., Прохоров А.С. Магнитная спектроскопия антиферромагнитных диэлектриков. Редкоземельные ортоферриты // Труды ИОФ АН CCCP. 1990. T. 25. C. 162.
- 133. Бичельников В.Д., Романов В.С., Крафтмахер Г.А., Шавров В.Г. Отражение электромагнитных волн от поверхности магнитоупорядоченных кристаллов // Радиотехника. 2000. № 8. С. 15.
- 134. Sarychev A.K., McPhedran R.C., Shalaev V.M. Electrodynamics of metaldielectric composites and electromagnetic crystals // Phys. Rev. B. 2000. V. 62. № 12. P. 8531–8539.
- 135. Grunberg P. Layered magnetic structures: history, facts, figures // JMMM. 2001. V. 226-230. P. 1688-1693.
- 136. Visnovsky S., Postava K. Yamaguchi T. Magneto-optic polar Kerr and Faraday effects in magnetic superlattices // Czechoslovak Journal of Physics. 2001. V. 51, № 9. P. 917-948.
- 137. Richard N., Dereux A., David T., Bourillot E., Goudonnet J.P., Scheurer F., Beaurepaire E., Garreau G. Magneto-optical effects in multilayers illuminated by total internal reflection // Phys. Rev. B. 1999. V.59. № 8. P. 5936-5944.
- 138. Bertrand P., Hermann C., Lampel G., Peretti J., Safarov V.I. General analytical treatment of optics in layered structures: Application to magnetooptics // Phys. Rev. B. 2001. V. 64. P. 1-12.
- 139. Yibing Li, Shaoping Li, Huahui He. The theory of electromagnetic wave propagation in a ferromagnetic film // Journal of Physics C: Solid State Physics. 1988. V. 21. p. 2369.
- 140. Yibing Li, Zechuan Xu. The theory of electromagnetic wave propagation in magnetic multilayers // Journal of Physics: Condensed Matter. 1993. V.5. p. 6587.
- 141. Глущенко А.Г., Головкина М.В. Отражение электромагнитной волны от слоистой структурой сверхпроводник-диэлектрик // Письма в ЖТФ. 1998. T. 24. № 1. C. 9.
- 142. Xue-Fei Zhou, Jing-Ju Wang, Xuan-Zhang Wang, Tilley D.R. Reflection and transmission by magnetic multilayers // JMMM. 2000. V. 212. P. 82.
- 143. Jing-Ju Wang, Xue-Fei Zhou, Wei-Long Wan, Xuan-Zhang Wang, *Tilley D.R.* Transmission by antiferromagnetic – nonmagnetic multilayers // J. Phys.: Condens. Matter. 1999. V. 11. P. 2697.
- 144. Джелли Дж. Черенковское излучение. М.: ИЛ, 1960.
- 145. Зрелов В.П. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968.
- 146. Гинзбирг В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1987.
- 147. Гинзбирг В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984.

- 148. Ситенко А.Г., Каганов М.И. О потерях энергии заряженной частицей движущейся в анизотропной среде // ДАН СССР. 1955. Т. 100. № 4. С. 681.
- 149. Ситенко А.Г., Коломенский А.А. О движении заряженной частицы в оптически активной анизотропной среде // ЖЭТФ. 1956. Т. 30. № 3. С. 511.
- 150. Ситенко А.Г. О прохождении заряженной частицы через магнетик // ДАН СССР. 1954. Т. XCVIII. № 3. С. 377.
- 151. Барьяхтар В.Г., Каганов М.И. Черенковское излучение при прохождении заряженной частицы через ферродиэлектрик // ЖЭТФ. 1958. Т.35, № 3(9). С. 766.
- 152. Изюмов Ю.А. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. М.: Энергоатомиздат, 1987.
- 153. Villain J. La ctructure des substances magnetiques // J. Phys. and Chem.Sol. 1959. V. 11, № 3-4. P. 303.
- 154. Kaplan T.A. Classical spin-configuration stability in the presence of competing exchange forces // Phys. Rev. 1959. V. 116. P. 888.
- 155. *Yoshimory A*. A new type of antiferromagnetic structure in the rutiel type crystal // J. Phys. Soc. Japan. 1959. V. 14. P. 807.
- 156. Дзялошинский И.Е. Теория геликоидальлных структур в антиферромагнетиках. 1. Неметаллы // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. С. 1420.
- 157. Дзялошинский И.Е. Теория геликоидальлных структур в антиферромагнетиках. 2. Металлы // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С.336.
- 158. Дзялошинский И.Е. Теория геликоидальлных структур в антиферромагнетиках. 3. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 992.
- 159. *Изюмов Ю.А.* Модулированные, или длиннопериодические магнитные структуры кристаллов // УФН. 1984. Т. 114. С. 439.
- 160. Соболева Т.К., Стефановский Е.П. К теории неоднородных магнитных структур в двухосных кристаллах // ФТТ. 1981. Т. 23. С. 2866.
- 161. Соболева Т.К., Стефановский Е.П. Равновесные состояния и магнитные фазовые перехода типа порядок-порядок в ромбических кристаллах с неоднородным обменно-релятивистским взаимодействием // ФММ. 1982. Т. 54. С. 186.
- 162. Барьяхтар В.Г., Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Теория магнитной структуры и электрической поляризации системы GrBeO<sub>4</sub> // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т.42. С. 258.
- 163. Барьяхтар В.Г., Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Феноменологическая теория двойных обменных длиннопериодических струкрур в ромбических антиферромагнетиках // ФТТ. 1986. Т. 28. С. 504
- 164. Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Теория электрической поляризации многоподрешеточных ромбических антиферромагнетиков с двойной обменной сверхструктурой // ФНТ. 1986. Т. 12. С. 844
- 165. Стефановский Е.П. Обменно-релятивистские модулированные магнитные структуры в многоподрешеточных ромбических антиферромагнетиках // ФТТ. 1986. Т. 28. С. 3452.
- 166. Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Теория сверхструктур в магнитных диэлектриках // Проблемы теоретической физики. Киев, 1986. С. 237.

- 167. Стефановский Е.П. Модулированные магнитные структуры в некоторых моноклинных системах (МпООН и изоморфные ему соединения) // ФНТ. 1987. Т. 13. С. 740.
- 168. Чупис И.Е. Новый тип магнитной обменно-релятивистской спирали // ФНТ. 1986. Т. 12. С. 330.
- 169. Чупис И.Е. Равновесные состояния и спектр прецессионных возбуждений несоизмеримой антиферромагнитной структуры // ФНТ. 1986. Т. 12. С. 1049.
- 170. *Чупис И.Е.*, Александрова Н.Я. Продольный слабый ферромагнетизм несоизмеримой магнитной структуры // УФЖ. 1987. Т. 32. С. 111.
- 171. Соболева Т.К., Тарасенко В.В., Стефановский Е.П. Равновесное состояние и спектр элементарных возбуждений в магнетиках с неоднородным обменно-релятивистским взаимодействием во внешнем магнитном поле // ФТТ. 1980. Т. 22. С. 2353.
- 172. *Michelson A*. Phase diagram near the lifshitz point. 1. Uniaxial magnetization // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. P. 577.
- 173. *Michelson A*. Phase diagram near the lifshitz point. 2. Systems with cylindrical, hetxagonal and rombohedral symmetry having an easy plane of magnetization // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. P. 585.
- 174. *Michelson A*. Phase diagram near the lifshitz point. 3. Tetragonal crystals an easy plane of magnetization // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. P. 5112.
- 175. *Цвирко Ю.А.* Свойства связанных магнитоупругих волн в магнетиках без центра инверсии // ФТТ. 1968. Т. 10. С. 3526.
- 176. *Бучельников В.Д., Шавров В.Г.* Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках // ФТТ. 1988. Т. 30. С. 1167.
- 177. Nagyar A.H., Sherringtin D. Magnon-phonon interaction in rare-earth metals with helical spin structures // J. Phys. F. 1972. V. 4. P. 893.
- 178. Власов К.Б., Барьяхтар В.Г., Стефановский Е.П. Распространение звуковых волн в магнитоупорядоченных кристаллах со спиральной магнитной структурой // ФТТ. 1973. Т. 15. С. 3656.
- 179. Власов К.Б., Смородинский Я.Г. Упругие волны в магнетиках с конической спиральной магнитной структурой // ФММ. 1978. Т. 45. С. 903.
- 180. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Магнитоупругие волны в кристаллах с геликоидаольной магнитной структурой // ФТТ. 1989. Т. 31. С. 81.
- 181. *Бучельников В.Д., Васильев А.Н.* Электромагнитное возбуждение ультразвука в ферромагнетиках // УФН. 1992. № 3. С. 89.
- 182. Васильев А.Н., Бучельников В.Д., Гуревич С.Ю., Каганов М.И., Гайдуков Ю.П. Электромагнитное возбуждение звука в металлах. Челябинск-Москва: Изд. ЮУрГУ, 2001.
- 183. Гантмахер В.Ф., Долгополов В.Т. Электромагнитное возбуждение звуковых волн в олове и висмуте // ЖЭТФ. 1971. Т. 57, С. 132.
- 184. Долгополов В.Т. Электромагнитное возбуждение звуковых волн в сурьме и висмуте // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 1545.
- 185. Канер Э.А., Фалько В.Л., Сальников Л.П. Теория нелокальной электромагнитной генерации ультразвука в щелочных металлах при низких температурах // ФНТ. 1986. Т. 12. С. 81.
- 186. Kaner E.A., Falko V.L. On the theory of electromagnetic generation of ultrasound in metals // Sol. St. Comm. 1980. V. 35. P. 353.

- 187. *Gaerthner M.R.*, *Wallace W.D.*, *Maxfield B.W.* Experiments relating to the theory of magnetic direct generation of ultrasound in metals // Phys. Rev. 1969. V. 184. P. 702.
- 188. Chimenti D.E., Kukkonen C.A., Maxfield B.W. Nonlocal electromagnetic generation and detection of ultrasound in potassium // Phys. Rev. B. 1974. V. 10. P. 3228.
- 189. Banik N.C., Overhauser A.W. Electromagnetic generation of ultrasound in metals // Phys.Rev. B. 1977. V. 16, P. 3379.
- 190. Banik N.C., Overhauser A.W. Position-dependent amplitude of electromagnetically generated ultrasound in metals // Phys. Rev. B. 1978. V.18. P. 3838.
- 191. *Lacueva G., Overhauser A.W.* Determination of the Hall coefficient by direct generation of ultrasound // Phys. Rev. B. 1984. V. 30. P. 5525.
- 192. Ram Moham L.R., Kartheuser E. Rodriguez S. Direct generation of ultrasound by electromagnetic radiation in metals: effect of surface scattering // Phys. Rev. B. 1979, V. 20, P. 3233.
- 193. Feyder G., Ram Moham L.R., Kartheuser E. Rodriguez S. Direct generation of ultrasound by electromagnetic radiation in metals in magnetic field // Phys. Rev. B. 1982. V.45. P.7141.
- 194. Rodriguez S., Ram Moham L.R., Kartheuser Theory of electromagnetic generation of acoustic waves in metals // Adv.Phys. 1986. V. 35. P. 423.
- 195. Feyder G., Ram Moham L.R., Kartheuser E. Rodriguez S. Effect of the Bragg and deformation-potential forces on ultrasounic propagation in metals // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. P. 3213.
- 196. Feyder G., Ram Moham L.R., Kartheuser E. Rodriguez S. Direct generation of ultrasound by electromagnetic radiation in metals in magnetic field. An integral-equation approach // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. P. 7107.
- 197. *Gopalan S., Feyder G., Rodriguez S.* Effect of elastic anisotropy on the electromagnetic generation of ultrasound in potassium // Phys. Rev. B. 1983. V. 28. P. 7323.
- 198. Kartheuser E. Rodriguez S. Deformation potentials and electron-phonon interaction in metals // Phys. Rev. B. 1986. V. 33. P. 772.
- 199. Гайдуков Ю.П., Петров А.П. Электромагнитное возбуждение звука в олове // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 8. С. 666.
- 200. Гайдуков Ю.П., Петров А.П. Особенности поведения поверхностного импеданса олова при установлении стоячей звуковой волны и квантовые осцилляции скорости звука // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 9. С. 585.
- 201. Гайдуков Ю.П., Петров А.П. Поверхностная проводимость в олове в сильном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 307.
- 202. Кравченко В.Я. Электромагнитное возбуждение звука в металлической пластине // ЖЭТФ. 1968. Т. 54. С. 1494.
- 203. Власов К.Б., Кулеев В.Г., Розенфельд Е.В., Шур М.Л. Коэффициенты отражения, прохождения и преобразования связанных волн для плоскопараллельной пластины // ФММ. 1973. Т. 35. С. 5.
- 204. Власов К.Б., Кулеев В.Г. Преобразование электромагнитных волн в другие и наоборот на границах магнитополяризованных металлов // ФММ. 1968. Т. 25. С. 15.

- 205. *Власов К.Б., Кулеев В.Г.* Частотный и размерный резонансы в явлениях возбуждения упругих волн // ФТТ. 1967. Т.9. С. 3022.
- 206. Quinn J.J. Electromagnetic generation of acoustic waves and impedance of metals // Phys. Lett. A. 1967. V. 25. P. 522.
- 207. Quinn J.J. Direct generation of sound of metals and acoustic nuclear spin resonance // J. Phys. Chem. Sol. 1970. V.31. P.1701.
- 208. *Quinn J.J.* Helicon-phonon interaction and direct generation of sound in semimetals // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 24. P. 817.
- 209. *Alig R.C.* Direct electromagnetic generation of transverse acoustic waves in metals // Phys. Rev. 1969. V. 17. P. 1050.
- 210. Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П. Электромагнитное возбуждение звука в металлах // УФН. 1983. Т. 141. С. 431.
- 211. Каганов М.И. Термоэлектрический механизм электромагнитно-акустического преобразования ЭМАП // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. С. 1828.
- 212. Гуревич В.Л., Ланг И.Г., Павлов С.Т. Об индукционном и деформационном поглощении звука в проводниках // ЖЭТФ. 1970. Т. 59. С. 1679.
- 213. Конторович В.М. Динамические уравнения тории упругости в металлах // УФН. 1984. Т. 142. С. 265.
- 214. Lin H., Collins M.F., Holden T.M., Wei W. Magnetic structure of erbium // Phys. Rev. B. 1992. V. 45, № 22. P.12873.
- 215. Lim C.M., Dixon S., Edwards C., Palmer S.B. The detection of magnetic phase transition in single crystals of erbium and erbium-thulium by electromagnetic acoustic transducers // J. Phys. D. Appl. Phys. 1998. V. 31. P. 1362.
- 216. Cowley R.A., Jensen J. Magnetic structures and interactions in erbium // J. Phys.: Condens. Matter. 1992. V.4. P. 9673.
- 217. McMorrow D.F., Jehan D.A., Cowley R.A., Eccleston R.S., McIntyre G.J. On the magnetic phase diagram of erbium in a c axis magnetic field // J. Phys.: Condens. Matter. 1992. V.4. P. 8599.
- 218. Gama S., Foglio M.E. Magnetization of erbium in the ordered and paramagnetic phases // Phys. Rev. B. 1988. V. 37, № 4. P.2123.
- 219. *Lim C.M., Edwards C., Dixon S., Palmer S.B.* Ultrasound studies of single e crystal thulium in an applied magnetic field // JMMM. 2001.V.234. P.387.
- 220. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение поперечного звука в редкоземельных магнитных металлах // ФТТ. 1991. Т. 33. С. 3284.
- 221. Андрианов А.В., Бучельников В.Д., Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П., Ильясов Р.С., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение ультразвука в гадолинии // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 277.
- 222. Андрианов А.В., Бучельников В.Д., Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение ультразвука в монокристалле диспрозия // ЖЭТФ. 1990. Т. 97. С. 1674.
- 223. Welsh G.H., Wynne K. Generation of ultrafast terahertz radiation pulses on metallic nanostructured surfaces // Optics Express. 2009. V. 17. P. 2470.
- 224. Welsh G.H., Hunt N.T., Wynne K. Terahertz-Pulse Emission Through Laser Excitation of Surface Plasmons in a Metal Grating // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. P. 026803.

- 225. Гладун А.Д., Лейман В.Г., Арсенин А.В. О механизме генерации электромагнитного излучения терагерцевого диапазона, возникающего при облучении наноструктурированной поверхности металла фемтосекундным лазерным импульсом // Квант. электроника. 2007. Т. 37, № 12. С. 1166–1168.
- 226. Beaurepaire E., Turner G.M., Harrel S.M., Beard M.C., Bigot J.-Y., Schmuttenmaer C.A. Coherent terahertz emission from ferromagnetic films excited by femtosecond laser pulses // Appl. Phys. Lett. 2004. V. 84. P. 3465.
- 227. Hilton D.J., Averitt R.D., Meserole C.A., Fisher G.L., Funk D.J., Thompson J.D., Taylor A.J. Terahertz emission via ultrashort-pulse excitation of magnetic metal films // Optics Letters. 2004. V. 29. P. 1805.
- 228. Nishitani J., Kozuki K., Nagashima T., Hangyo M. Terahertz radiation from coherent antiferromagnetic magnons excited by femtosecond laser pulses // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 96. P. 221906.
- 229. Rungsawang R., Perez F., Oustinov D., Gymez J., Kolkovsky V., Karczewski G., Wojtowicz T., Madŭo J., Jukam N., Dhillon S., Tignon J. Terahertz Radiation from Magnetic Excitations in Diluted Magnetic Semiconductors // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 177203.
- 230. Bychkov I., Kuzmin D., Kalenov D., Kamantsev A., Koledov V., Kuchin D., Shavrov V. Electromagnetic Waves Generation in Ni<sub>2.14</sub>Mn<sub>0.81</sub>GaFe<sub>0.05</sub> Heusler Alloy at Structural Phase Transition // Acta Physica Polonica A. 2015. V. 127, № 2. P. 588–590.
- 231. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах М.:. ГИФМЛ, 1960.
- 232. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука. 1973.
- 233. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны М.:. Наука. 1994.
- 234. Мишин Д.Д. Магнитные материалы. М.: Высшая школа. 1991.
- 235. Смоленский Г.А., Леманов В.В. Ферриты и их техническое применение. Л.: Наука, 1975.
- 236. *Яковлев Ю.М., Генделев С.Ш.* Монокристаллы ферритов в радиоэлектронике. М.: Сов. радио, 1975.
- 237. Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984.
- 238. Евтихиев Н.Н., Мошкин В.В., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Акустооптическая модуляция в гематите // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 35. С. 31.
- 239. Адрущак Е.А., Евтихиев Н.Н., Погожев С.А., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Акустические колебания в антиферромагнитных резонаторах // Акустический журнал. 1981. Т. 27. С. 170.
- 240. Евтихиев Н.Н., Погожев С.А., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Динамические параметры магнитострикционных антиферромагнитных резонаторов // Вопр. Радиоэлектроники. Сер.ОТ. 1981. № 5. С. 87.
- 241. Бережнов В.В., Евтихиев Н.Н., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Магнитоакустический преобразователь спектра радиосигналов // РЭ. 1983. Т. 28. С. 376.

- 242. Лебедев А.Ю., Ожогин В.И., Якубовский А.Ю. Вынужденное комбинационное рассеяние звука в атиферромагнетиках // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 22.
- 243. Поверхностные акустические волны устройства и применение // ТИИЭР. 1976. Т. 64. № 5. С. 324.
- 244. Колинз А. Магнитостатические линии задержки сантиметрового диапазона на основе эпитаксиальных пленок железо-иттриевого граната // ТИИЭР. 1976. Т. 64. № 5. С.277.
- 245. *Гуляев Ю.В., Зильберман Л.Е.* Взаимодействие СВЧ-спиновых волн и электронов проводимости в сложных структурах полупроводник феррит // РЭ. 1978. С. 897.
- 246. Перспективы использования устройств на магнитостатических волнах аналоговой обработки СВЧ-сигналов // Радиоэлектроника за рубежом: Инф. Бюл. 1978. № 25. С. 9.
- 247. Беспятых Ю.И., Вашковский А.В., Зубков В.И., Кильдишев В.Н. Физические явления в структурах феррит-пролупроводник и перспективы их использования в СВЧ-микроэлектронике: Обзор // Микроэлектроника. 1978. Т.7. С. 430
- 248. Никитов В.А., Никитов С.А. Исследование и разработка устройств на магнитостатических спиновых волнах // Зарубежная радиоэлектроника. 1983. № 12. С. 41.
- 249. *Mostovoy M*. Ferroelectricity in spiral magnets // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96, № 6. P. 067601.
- 250. Spaldin N.A. The Renaissance of Magnetoelectric Multiferroics // Science. 2005. V. 309, № 5733. P. 391-392.
- 251. *Khomskii D.I.* Classifying multiferroics: Mechanisms and effects // Physics. 2009. V.2. P.20.
- 252. Kimura T., Goto T., Shintani H., Ishizaka K., Arima T., Tokura Y. Magnetic control of ferroelectric polarization // Nature. 2003. V. 426. P. 55.
- 253. Hur N., Park S., Sharma P.A., Ahn J.S., Guha S., Cheong S.W. Electric polarization reversal and memory in a multiferroic material induced by magnetic fields // Nature. 2004. V. 429. P. 392.
- 254. Bychkov I.V., Kuzmin D.A., Lamekhov S.Ju., Shavrov V.G. Magnetoelectric susceptibility tensor of multiferroic TbMnO<sub>3</sub> with cycloidal antiferromagnetic structure in external field // J. Appl. Phys. 2013. V.113, № 17. P. 17C726.
- 255. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Кузьмин Д.А., Ламехов С.Ю., Шавров В.Г. Отражение электромагнитных волн от поверхности ТbMnO<sub>3</sub> с синусоидальной антиферромагнитной структурой // Известия РАН. Серия физическая. 2013. Т. 77, № 9. С.1264–1267.
- 256. Bychkov I.V., Kuzmin D.A., Lamekhov S.Ju., Shavrov V.G. Electromagnetic waves reflectance from TbMnO<sub>3</sub> with sinusoidal antiferromagnetic structure // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2013. V.44. P.012014.
- 257. Bychkov I.V., Kuzmin D.A., Shavrov V.G. Spectrum of coupled waves in orthorhombic multiferroics with cycloidal antiferromagnetic structure in external electric and magnetic fields // IEEE Transaction on Magnetics. 2013. V. 49, № 8. P. 4695.

- 258. Бычков И.В., Кузьмин Д.А., Шавров В.Г. Управление скоростью электромагнитных волн внешним магнитным полем в TbMnO<sub>3</sub> в синусоидальной антиферромагнитной фазе // Известия РАН. Серия физическая. 2014. Т. 78. № 4. С. 380–383.
- 259. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Бабушкин А.В., Шавров В.Г. Особенности связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубических ферромагнетиках в области ориентационных фазовых переходов // ФММ. 2000. Т. 90. № 4. С. 323–341.
- 260. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Влияние магнитоупругой связи на отражение электромагнитной волны от ферродиэлектрика // ФТТ. 1992. Т. 34. № 11. С. 3408-3411.
- 261. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Влияние магнитоупругого взаимодействия в магнетиках на коэффициент отражения ЭМ волн // Акустический журнал. 1994. Т.40, № 1. С. 158–159.
- 262. Бучельников В.Д., Романов В.С., Бычков И.В., Шавров В.Г. Влияние магнитоупругого взаимодействия на отражение электромагнитных волн от поверхности ферро- и антиферромагнетиков в области ориентационных фазовых переходов // Вестник Челябинского госуниверситета (серия 6 «Физика»). 1998. № 1. С. 96–108.
- 263. Babushkin A.V., Buchelnikov V.D., Bychkov I.V. The reflection of electromagnetic waves at the surface of ferromagnetic insulator/non-magnetic metal layer structure // JMMM. 2002. V. 242–245 P2. P. 955–957.
- 264. Бабушкин А.В., Бучельников В.Д., Бычков И.В. Отражение электромагнитных волн от поверхности феррита кубической симметрии // ФТТ. 2002. Т. 44, № 12. С. 2183–2188.
- 265. *Бучельников В.Д.*, *Бычков И.В.*, *Шавров В.Г*. Связанные спиновые и упругие волны в одноосных кристаллах со спиральной магнитной структурой во внешнем поле вдоль оси симметрии. // ФММ. 1990. № 11. С. 12–22.
- 266. Buchelnikov V.D., Bychkov I.V., Shavrov V.G. Coupled magnetoelastic and electromagnetic waves in uniaxial crystals having spiral magnetic structure // JMMM. 1993. V.118. № 1-2. P. 169-174.
- 267. Бычков И.В., Кузьмин Д.А. Распространение электромагнитных волн в магнетике с ферромагнитной спиралью // Вестник Челябинского государственного университета. 2011. № 38 (253). Физика. № 1. С.12–17.
- 268. Бычков И.В., Кузьмин Д.А., Шавров В.Г. Спектр связанных спиновых, упругих и электромагнитных волн в магнетике в фазе «ферромагнитная спираль» // Известия РАН. Серия физическая. 2013. Т. 77. № 3. С. 310-312.
- 269. Bychkov I.V., Kuzmin D.A., Shavrov V.G. Hybridization of electromagnetic, spin and acoustic waves in magnetic having conical spiral ferromagnetic order // J. Magnetism and Magnetic Materials. 2013. V. 329. P.142–145.
- 270. Бычков И.В., Кузьмин Д.А., Шадрин В.В., Шавров В.Г. Отражение электромагнитных волн от пластины магнетика с ферромагнитной спиралью // Известия РАН. Серия Физическая. 2012. Т. 76. № 3. С. 457-460.
- 271. Bychkov I.V., Buchelnikov V.D., Kuzmin D.A., Shadrin V.V. Spectrum of the coupled waves in magnetics having the ferromagnetic spiral // Solid State Phenomena. 2012. V. 190. P. 257–260.

- 272. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение ультразвука в магнетиках со сложной магнитной структурой // ЖЭТФ. 1994. Т. 105. № 3. С. 739-746.
- 273. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Никишин Ю.А., Пальмер С.Б., Лим Ч.М., Эдвардс К. Электромагнитно-акустическое преобразование в монокристалле эрбия // ФТТ. 2002. Т. 44, № 11. С. 2022–2028.
- 274. Bychkov I.V., Kuzmin D.A., Kamantsev A.P., Koledov V.V., Shavrov V.G. Waves Generation by Spiral Magnets at Phase Transitions // Materials Science Forum. 2016. V. 845. P. 185–188.
- 275. Bychkov I.V., Kuzmin D.A., Kamantsev A.P., Koledov V.V., Shavrov V.G. Magnetostrictive hypersound generation by spiral magnets in the vicinity of magnetic field induced phase transition // J. Magnetism and Magnetic Materials. 2016. DOI: 10.1016/j.jmmm.2016.05.060.
- 276. Даньшин Н.К., Ковтун Н.М., Сдвижков М.А. Магнитодинамический резонанс в окрестности низкотемпературного фазового перехода в ErFeO<sub>3</sub> // ФТТ. 1986. Т. 28. С. 1200.
- 277. Манжос И.В., Чупис И.Е. Электромагнитно-спиновые волны в кристалах с простой спиральной магнитной структурой // ФНТ. 1988. Т. 14. С. 600.
- 278. Стефановский Е.П. Равновесное состояние и спектр спиновых волн в кристаллах со спирально магнитной структурой во внешнем магнитном поле // УФЖ. 1972. Т. 17. С. 984.
- 279. *Туров Е.А., Луговой А.А.* Магнитоупургие колебания доменных границ в ферромагнетиках. 1. Резонансные моды // ФММ. 1989. Т. 50. С. 717.
- 280. *Туров Е.А., Луговой А.А.* Магнитоупургие колебания доменных границ в ферромагнетиках. 2. Резонансные моды // ФММ. 1989. Т. 50. С. 904.
- 281. *Сиротин Ю.Н., Шаскольская М.П*. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979.
- 282. Никитин С.А. Магнитные свойства редкоземельных металлов и их сплавов. М.:. Изд-во МГУ, 1989.
- 283. Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М.: 1977.
- 284. Андрианов А.В., Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П. и др. Электромагнитное возбуждение ультразвука в монокристалле тербия // ФММ. 1987. Т. 64. С. 1036.
- 285. *Черенков П.А.* Видимое свечение чистых жидкостей под действием g-радиации // ДАН СССР. 1934. Т. 2. № 8. С. 451.
- 286. Гинзбург В.Л., Франк И.М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
- 287. *Lim C.M.*, *Dixon S.*, *Edwards C.*, *Palmer S.B*. The detection of magnetic phase transitions in single crystals of erbium and erbium-thulium by electromagnetic acoustic transducers // J. Phys. D: Appl. Phys. 1998. V. 31. P. 1362.
- 288. Lim C.M., Dixon S., Edwards C., Palmer S.B. Ultrasound studies of single crystal thulium in an applied magnetic field // Journ. Magn. Magn. Mater. 2001. V. 234. P. 387-394.
- 289. Felea V., Lemmens P., Yasin S., Zherlitsyn S., Choi K.Y., Lin C.T., Payen Ch. Magnetic phase diagram of multiferroic MnWO<sub>4</sub> probed by ultrasound // J. Phys.: Condens. Matter. 2011. V.23. P.216001.

Список литературы

- 290. Tsurkan V., Zherlitsyn S., Felea V., Yasin S., Skourski Yu., Deisenhofer J., Krug von Nidda H.-A., Lemmens P., Wosnitza J., Loidl A. Magnetostructural Transitions in a Frustrated Magnet at High Fields // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. P. 247202.
- 291. Trushkevych O., Fan Y., Perry R., Edwards R.S. Magnetic phase transitions in Gd<sub>64</sub>Sc<sub>36</sub> studied using non-contact ultrasonics // J. Phys. D: Appl. Phys. 2014. V. 46. P. 105005.
- 292. Zherlitsyn S., Tsurkan V., Zvyagin A.A., Yasin S., Erfanifam S., Beyer R., Naumann M., Green E., Wosnitza J., Loidl A. Novel phase transition and metastable regions in the frustrated magnet CdCr<sub>2</sub>O<sub>4</sub> // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. P. 060406(R).
- 293. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учебник. 7-е изд. М.: Изд-во МГУ; Изд-во «Наука», 2004.
- 294. Clark A.E., DeSavage B.F., Bozorth R. Anomalous Thermal Expansion and Magnetostriction of Single-Crystal Dysprosium // Phys. Rev. 1965. V. 138. P. A216–A224.
- 295. *Beille J.*, *Voiron J.*, *Roth M.* Long period helimagnetism in the cubic B20  $Fe_xCo_{1-x}Si$  and  $Co_xMn_{1-x}Si$  alloys // Solid State Communications. 1983. V. 47. P. 399.
- 296. Lebech B., Bernhard J., Freltoft T. Magnetic structures of cubic FeGe studied by small-angle neutron scattering // J. Phys.: Condens. Matter. 1989. V. 1. P. 6105.
- 297. *Ishikawa Y., Tajima K.* Helical spin structure in manganese silicide MnSi // Solid State Communications. 1976. V. 19. P. 525–528.
- 298. McMorrow D.F., Jehan D.A., Cowley R.A., Eccleston R.S., McIntyre G.J. On the magnetic phase diagram of erbium in a c axis magnetic field // J. Phys.: Condens. Matter. 1992. V.4. P. 8599.



Рис. 3.11. Спектр связанных спиновых, упругих и электромагнитных воли магнетика в фазе «ферромагнитная спираль» вблизи k = 0



Рис. 5.1. Зависимости плотности энергии излучения лево- и правополяризованных электромагнитных волн ( $W_{\pm} = |E_{\pm}|2/8\pi$ ), от частоты возбуждающего поля  $\Omega$  и угла спирали  $\theta$  при различных значениях параметра затухания  $\gamma$ 



Рис. 5.2. Модельные процессы фазовых переходов в спиральных магнетиках: *a*) мгновенный фазовый переход из ферромагнитной спиральной структуры ( $\theta = \pi/4$ ) в ферромагнитное состояние, *б*) процесс с sin[ $2\theta(t)$ ] =  $\eta t$ ,  $t < \eta^{-1}$ 



Рис. 5.3. Фрагменты зависимости плотности энергии возбужденного звука от частоты и размеров образца для различных поляризаций возбуждающих СВЧ-колебаний. Волновое число спирали  $q = 10^5$  см<sup>-1</sup>.  $\mathbf{m} = (mx, my, mz) -$ вектор переменной намагниченности