

Шавров Владимир Григорьевич,

доктор физико – математических наук, профессор, заведующий лабораторией магнитных явлений в микроэлектронике Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН



Бучельников Василий Дмитриевич, доктор физико – математических наук,

уоктор физико – математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики конденсированного состояния Челябинского государственного университета



Бычков Игорь Валерьевич,

доктор физико — математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики и электроники Челябинского государственного университета

Π ВЯЗАННЫЕ Шав BOG: IJ -Д.Бучельников волны U MACHET И.В. ח ЫЧКО

В.Г. Шавров В.Д. Бучельников И.В. Бычков

СВЯЗАННЫЕ ВОЛНЫ В МАГНЕТИКАХ









В.Г. Шавров В.Д. Бучельников И.В. Бычков

СВЯЗАННЫЕ ВОЛНЫ В МАГНЕТИКАХ



УДК 537.6	Издание осушествлено при финансовой
ББК 22.33	поддержке Российского научного фонда,
Ш 14	. проект 14-22-00279

Шавров В.Г., Бучельников В.Д., Бычков И.В. **Связанные** волны в магнетиках. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2019. — 480 с. — ISBN 978-5-9221-1859-0.

Монография посвящена исследованию взаимодействия спиновых, упругих и электромагнитных волн в магнитных материалах с различным магнитным упорядочением. Рассматривается магнитоакустика ферро-, антиферро- и геликоидальных магнетиков. Анализируются дисперсионные соотношения связанных волн с учетом взаимодействия спиновой и упругой подсистем и электромагнитного поля в области ориентационных фазовых переходов. Исследуются новый тип поверхностных магнитоупругих волн, нелинейные магнитоупругие волны, термодинамика и кинетика магнетиков при магнитных фазовых переходах. Рассматриваются процессы электромагнитно-акустического преобразования в ферро-, антиферро- и спиральных магнетиках.

Для специалистов в области магнитных явлений, спектроскопии твердого тела, а также для аспирантов и студентов старших курсов физических факультетов.

> © ФИЗМАТЛИТ, 2019
> © В.Г. Шавров, В.Д. Бучельников, И.В. Бычков, 2019

ISBN 978-5-9221-1859-0

оглавление

Введе	ние	
Глав	а 1. Магнитоакустика одноосных и двуосных кристаллов	3
1.	1. Легкоплоскостные ферромагнетики 1.1.1. Энергия. Основное состояние и его устойчивость 1.1.2. Магнитоупругая щель и мягкие магнитоакустические	3 3 3
	1.1.3. Магнитная восприимчивость и феноменологический учет затухания	3
	1.1.4. Редкоземельные ферромагнетики	4
1.	2. Легкоплоскостные антиферромагнетики	4
	1.2.1. Основное состояние. Фазовые переходы по упругому на- пряжению и полю	4
	1.2.2. Антиферромагнитный резонанс. Магнитоупругая щель 1.2.3. Мягкая магнитоакустическая мода	4 5
	1.2.4. Спин-спиновый резонанс в упругонапряженных антиферромагнетиках вблизи перехода «спин-флоп»	5
	1.2.5. Обменное усилие магнитоупругой связи 1.2.6. Щель в спин-волновом спектре, обусловленная магнито-	5
	электрическим эффектом. Влияние электрического поля на частоту АФМР в магнитоэлектриках	5
1	3. Двуосные магнетики-ортоферриты. Ориентационные переходы по температуре	6
Глав	а 2. Магнитоупругие свойства кубических кристаллов	7
2	1. Ориентационные фазовые переходы в кубических магнетиках	7
	2.1.1. Ориентационные фазовые переходы при напряжениях вдоль осей типа {100}	7
	2.1.2. Ориентационные фазовые переходы при напряжениях вдоль осей типа {110} и напряжениях слвига	7
	2.1.3. Аномально широкая доменная граница в кубических фер- ромагнетиках и перестройка доменной структуры при	
	упругом напряжении	7
2	2. Магнитоакустические волны в кубических магнетиках	8
	2.2.1. Магнитоакустические волны в ненапряженном кристалле	8
	2.2.2. Магнитоакустические волны при упругом напряжении вдоль оси [001]	9
	2.2.3. Магнитоакустические волны при упругом напряжении вдоль оси [110] и напряжении сдвига	10
2	3. Магнитоупругая щель в кубических антиферромагнетиках	10

Глава 3. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в кубических ферромагнетиках в области ориентационных	
фазовых переходов	114
3.1. Энергия и основное состояние ферромагнетика	115
3.2. Спектр взаимодействующих колебаний ферромагнетика	116
3.3. Ферромагнитный диэлектрик	118
3.4. Ферромагнитный металл в слабом магнитном поле	120
3.5. Ферромагнитный металл в сильном магнитном поле	123
3.6. Вращение плоскости поляризации звуковых и электромагнитных волн в ферромагнитном диэлектрике	127
3.7. Особенности связанных электромагнитных и магнитоупругих волн в ограниченных средах	128
3.8. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в гекса- гональных магнитных металлах	128
3.9. Особенности излучения Вавилова-Черенкова в анизотропном ферромагнитном диэлектрике в области ориентационного фазо- вого перехода	132
ромагнитного диэлектрика	139
4.1. Основные уравнения.	140
4.2. Отражение электромагнитных волн от поверхности полубеско-	
нечного ферромагнитного диэлектрика	142
4.2.1. Частотная зависимость КО ЭМВ	144
4.2.2. Полевая зависимость КО ЭМВ	147
4.3. Отражение электромагнитных волн от поверхности пластины ферромагнитного лизлектрика	149
4.3.1. Частотная зависимость отражения	157
4.3.2. Полевые зависимости отражения	165
4.4. Отражение электромагнитных волн от структуры ферромагнит-	
ный диэлектрик-металл	171
4.4.1. Спектры связанных колебаний и граничные условия	171
4.4.2. Частотная зависимость отражения	174
4.4.3. Полевые зависимости отражения	177
Глава 5. Взаимодействие колебаний в редкоземельных ортофер- ритах	181
5.1. Спектр колебаний в ортоферритах с крамерсовскими редкозе-	
мельными ионами	183
5.1.1. Энергия ортоферрита	183
b.1.2. Основное состояние	184
5.1.3. Уравнения движения	186
5.1.5. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом	189

5.2. Спектр связанных колебаний в ортоферритах с некрамерсовски- ми редкоземельными ионами	198
5.2.1. Основное состояние	198
5.2.2. Дисперсионные уравнения	199
5.2.3. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом	202
5.3. Влияние продольной восприимчивости на спектр связанных ко- лебаний при индуцированных ОФП	208
Глава 6. Затухание магнитоупругих волн в области ориентацион-	
ных фазовых переходов	212
6.1. Взаимодействие магнитоупругих волн в ФЛП и АФЛП	213
6.2. Затухание спиновых волн	219
6.2.1. Коэффициент затухания квазимагнонов	219
6.2.2. Сравнение с экспериментом	223
6.2.3. Средние коэффициенты затухания квазимагнонов	224
6.3. Затухание ультразвука	226
6.3.1. Затухание поперечных ультразвуковых волн в обла-	
сти $\Omega au \gg 1$	226
$6.3.2.$ Затухание продольного ультразвука при $\Omega au\gg 1$ $\ldots\ldots$	230
$6.3.3.$ Особенности затухания ультразвука при $\Omega au \ll 1$	231
6.3.4. Учет дипольного взаимодействия	232
6.3.5. Сравнение с экспериментом	232
6.3.6. Средние коэффициенты затухания квазифононов	233
6.4. Заключительные замечания	235
Глава 7. Новый тип слвиговых поверхностных магнитоакустиче-	
ских волн в пьезомагнетиках	238
7.1. Поверхностные волны в кристаллах. Постановка задачи	238
7.2. Сдвиговые поверхностные магнитоакустические волны в гекса-	
гональных пьезомагнетиках	242
7.3. Сдвиговые поверхностные магнитоакустические волны в тетра-	
гональных пьезомагнетиках	247
7.4. Сдвиговые поверхностные магнитоакустические волны вблизи	
ориентационных фазовых переходов	248
Глава 8 Нелинейные магнитоупругие явления	255
8.1. Неолнородное состояние магнетика в окрестности ОФП	256
8.2 Maruutuag apopyatouttypa, hutyuupopauluag apwopoù potuoù	200
8.2. Гонорония троти от ровионных в молиотических области отного.	200
8.3. Генерация третьей гармоники в магнетиках в области спиновой переориентации	264
8.4. Уединенные магнитоупругие волны в ортоферритах (качествен-	
ная теория)	267
8.5. Точные решения для уединенных магнитоупругих волн в легко- плоскостных магнетиках	274

8.6. Типы нелинейных магнитоупругих волн в легкоплоскостных магнетиках	979
	270
8.6.9. Типы налинейных марнитомполних роли	213
8.6.3. Влияние диссипации	287
Глава 9 Термолинамика магнетиков вблизи ориентационных фа-	
зовых переходов. Кинетические явления	290
9.1. Свободная энергия, фононные энтропия и теплоемкость	290
9.2. Магнитокалорический эффект	294
9.3. Магнитный момент и статическая восприимчивость	295
9.4. Волны второго звука в магнетиках	297
9.4.1. Кинетические уравнения	298
9.4.2. Второй магнонный звук в легкоплоскостных антиферро- магнетиках	300
9.4.3. Второй магнонный звук в легкоосных антиферромагне-	
тиках	304
9.4.4. Второй звук в окрестности спиновой переориентации	307
9.4.5. Область существования второго звука	311
9.5. Процессы теплопроводности вблизи ориентационных переходов	312
Глава 10. Связанные магнитоупругие и электромагнитные коле- бания в геликоидальных магнетиках	323
10.1. Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках в ферро-	
магнитной фазе	324
10.2. Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках в спи-	
ральной фазе	328
10.2.1. Основное состояние геликоидального магнетика в спи-	220
ральной фазе	329
в спиральной фазе	331
10.3. Связанные спиновые и упругие волны в олноосных кристаллах	
со спиральной магнитной структурой во внешнем магнитном	
поле вдоль оси симметрии	334
10.3.1. Основное состояние	334
10.3.2. Спектр связанных магнитоупругих волн	336
10.3.3. Фазовый переход ферромагнитная спираль-ферромаг-	220
НСТИК форолог форологрантиза спирати простая спи	559
раль	341
10.4. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в кри-	
сталлах со спиральной магнитной структурой	345
10.4.1. Спектр связанных волн в кристаллах со структурой типа	
простая спираль	347
10.4.2. Обсуждение результатов	349

Глава ті	11. Электромагнитное возбуждение ультразвука в магне- иках	350
11.1.	Постановка задачи 11.1.1. Система уравнений взаимодействующих электромагнит- ных, спиновых и упругих волн в магнетиках	351 351
	11.1.2. Граничные условия	353 353
	11.1.4. Возбуждение упругих мод и основные приближения	354
11.2.	Электромагнитное возбуждение ультразвука в изотропных маг- нетиках	355 356 357 358
	11.2.4. Экспериментальные методы исследования	359
11.3.	Генерация продольного ультразвука в ферромагнетике за счет смещения доменных границ	363
11.4.	Электромагнитное возбуждение ультразвука в анизотропных ферромагнетиках	364
	ходы)	365 368
11.5.	Резонансная генерация поперечного ультразвука в однодоменных ферромагнетиках 11.5.1. Генерация поперечного ультразвука в нормальном маг-	384
	нитном поле вдоль гексагональной оси 11.5.2. Генерация поперечного звука в нормальном магнитном поле в плоскости базиса	385 389
11.6.	Электромагнитное возбуждение поперечного звука в ферромагнитных металлах за счет эффекта Холла	393
11.7.	Особенности магнитоупругого механизма ЭМАП в антиферромагнетиках	395
11.8.	О возможности ЭМАП в ферродиэлектриках	399
11.9.	ЭМАП в конечном образце	400
Глава с	12. Электромагнитное возбуждение звука в кристаллах модулированной магнитной структурой	404
12.1.	Генерация звука в монокристалле диспрозия	406
	12.1.1. Энергия, основное состояние и система уравнений вза- имодействующих электромагнитных, спиновых и упругих волн	406
	12.1.2. Дисперсионные уравнения	411

12.1.3. Амплитуды ультразвуковых волн и коэффициенты ЭМАП 12.1.4. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом	412 413
12.2. Электромагнитно-акустическое преобразование в монокристалле эрбия. 12.2.1. Основное состояние 12.2.2. Генерация звука в фазе LSW 12.2.3. Генерация звука в фазе FS 12.2.4. Обсуждение результатов	415 415 416 419 420
Глава 13. Связанные колебания в двухподрешеточных антиферро- магнетиках с анизотропным g-фактором	424
 13.1. Плотность свободной энергии и основное состояние антиферромагнетика. 13.2. Система уравнений взаимодействующих колебаний в АФМ 13.3. Колебания, связанные с квазиферромагнитной модой. 13.4. Колебания, связанные с квазиантиферромагнитной модой. 13.5. Обсуждение результатов. 	425 427 428 430 431
Приложения	433 441

Введение

В физике твердого тела продолжаются интенсивно исследоваться фазовые переходы ($\Phi\Pi$), в частности магнитные $\Phi\Pi$ в магнитоупорялоченных средах. Среди последних, кроме ФП «порядок-беспорядок» (точки Кюри и Нееля), особое место занимают ФП типа «порядокпорядок» — спин-переориентационные, или ориентационные фазовые переходы (ОФП) [1-4]. Хотя изменение направления осей легкого намагничивания при внешних воздействиях на магнетик наблюдалось еще в 30-40-х годах XX века [1-3], широкое изучение ОФП с позиций теории ФП Ландау началось с работ [4-10]. ОФП могут быть обусловлены изменением температуры, магнитного поля, внешних упругих напряжений и т. д. Всем ОФП присущи общие свойства. Они сопровождаются изменением направления равновесного вектора магнитного упорядочения относительно кристаллографических осей. При приближении к ОФП возникают мягкие моды элементарных возбуждений, которыми в области ОФП являются связанные магнитоупругие (МУ) волны [5-8, 10, 11].

Изучение взаимодействия спиновых волн с другими колебаниями кристалла представляет большой интерес как с практической, так и с теоретической точек зрения. Первые работы, в которых было предсказано существование связанных магнон-фононных или МУ волн в ферро- и антиферромагнетиках (ФМ и АФ), появились в 1956– 1959 годах. Эти работы Турова, Ирхина [12], Ахиезера, Барьяхтара, Пелетминского [13], Киттеля [14], Пелетминского [15] фактически открыли новую область физики магнитоупорядоченных веществ (магнетиков) — магнитоакустику (МА), нашедшую затем ряд важных применений в технике СВЧ [16–20].

Вообще говоря, МУ взаимодействия относятся к разряду сравнительно слабых взаимодействий в магнитных кристаллах. Но в некоторых ситуациях, например, в окрестности ОФП, когда энергия магнитной анизотропии уменьшается вплоть до нуля, МУ взаимодействие может оказаться определяющим (безразмерный параметр МУ связи становится не мал). Это обстоятельство может существенно повлиять на статистические, динамические, кинетические и другие свойства магнетиков. Исследование влияния МУ взаимодействия на свойства магнетиков началось в 60-х годах прошлого века в работах Рудашевского, Шальниковой [21], Тасаки, Ииды [22], Боровика-Романова, Рудашевского [23, 24], Шаврова [25], Турова, Шаврова [26], Ишмухамедова, Новожилова, Шаврова [27], Шаврова [28–30], Ииды, Тасаки [31], Мицушимы, Ииды [32], Коренблита [33], Савченко [34]. Эти работы инициировали развитие нового направления в физике магнетизма — исследование эффектов сильного проявления относительно слабого МУ взаимодействия, интерес к которому сохраняется до сих пор.

В работах [21] и [22] почти одновременно и независимо был экспериментально открыт новый эффект, получивший впоследствии в советской и западной литературе, соответственно, названия эффекта «МУ щели» [24,26] и «замороженной решетки» (этот термин двумя годами позднее введен Купером [35–38]). До этого считалось, что низкочастотная мода антиферромагнитного резонанса (АФМР) (или мода ферромагнитного резонанса (ФМР)) частоты ω_0 определяется лишь анизотропией магнетика и внешним полем H:

$$\omega_0 = \omega_{\rm AH} = \omega_{\rm A} + gH,\tag{1}$$

где g — магнетомеханическое отношение, ω_A обусловлена кристаллографической анизотропией. С уменьшением анизотропии, т.е. с приближением к ОФП, частота ω_0 вместе с ω_{AH} должна уменьшиться до нуля. В опытах по АФМР [21–24] в гематите (α -Fe₂O₃), АФ с анизотропией типа легкая плоскость (АФЛП) со слабым ФМ, было обнаружено, что резонансная частота ω_0 описывается более сложным, чем (1), выражением

$$\omega_0^2 = \omega_{\rm AH}^2 + \omega_{\rm MY}^2. \tag{2}$$

Второе слагаемое здесь как раз и представляло собой обнаруженный новый эффект. Данное слагаемое не зависело от направления *Н*



Рис. 1. В изотропном магнетике МУ взаимодействие приводит к появлению эффективного поля магнитной анизотропии \mathbf{H}_{My} . Однородная намагниченность \mathbf{M} прецессирует вокруг этого поля с частотой $\omega_{My} = gH_{My}$

в плоскости базиса и потому не могло быть связано с анизотропией в этой плоскости. В первых же работах было высказано предположение, что новый вклад в частоту АФМР обусловлен магнитострикцией. Последняя приводит к растяжению или сжатию образца в направлении вектора магнитного упорядочения (в данном случае, вектора А Φ L = M₁ – M₂, M₁, M₂ – намагниченности подрешеток), что создает дополнительное эффективное поле анизотропии для колебаний спинов (рис. 1). Этот эффект обусловлен тем, что возникающие стрикционные деформации решетки не следуют за однородными колебаниями намагниченности, возбуждаемыми при АФМР; они являются как бы «замороженны-

ми» (это и дало одно из первоначальных названий эффекта). Необходимо отличать этот эффект от МУ перенормировки констант анизотропии, определяемых из статических измерений [1]. В отличие от последнего, интересующий нас эффект не исчезает даже в предельном случае изотропной среды, когда $\omega_{AH} = 0$ (при $\mathbf{H} \to 0$) и, следовательно, $\omega_0 = \omega_{MV}$ (см. (2)). Именно в этом случае, не будучи замаскированным анизотропией, эффект проявляется в чистом виде. Название «МУ щель» отражает тот факт, что частота ω_0 представляет собой минимальное значение, активацию для частоты магнонов (частоту однородной прецессии), и ω_{MV} определяет МУ вклад в эту частоту.

Теория АФМР с учетом МУ взаимодействия и спонтанных деформаций в основном состоянии была развита в работах [24, 26]. При этом была не только подтверждена МУ природа эффекта в гематите, но и были сделаны новые предсказания. В [26] было показано, что этот МУ эффект является общим для всех магнитиков. Проведенные в [26] оценки показали, что частота МУ щели должна иметь аномально большое значение для редкоземельных ФМ типа легкая плоскость (ФЛП), таких как диспрозий и тербий. Оказалось, что для них $\omega_{MY}/g \simeq 10^5$ Э. Это предсказание стимулировало целую серию экспериментальных и теоретических работ по исследованию спиновых волн (CB) и ФМР в редкоземельных магнетиках [35–57] (см. также [7–9]). Предсказание работы [26] относительно большой величины ω_{MY} подтвердилось в опытах по неупругому рассеянию нейтронов на CB в металлах [42, 43].

Имеется большое количество работ, посвященных теоретическому и экспериментальному влиянию МУ взаимодействия на различные свойства магнетиков в том случае, когда это влияние оказывается существенным (когда в (1) $\omega_{MV} \gg \omega_{AH}$ вплоть до $\omega_{AH} = 0$). Кроме исключительно благоприятного в этом отношении гематита (помимо [21-23, 25-27, 31, 32] (см. также [5, 6, 58-65]) эти эффекты детально изучались в другом ромбоэдрическом АФЛП Fe₂BO₃ [60, 63, 66, 67], в кубических ФМ и АФ [33, 68-74], в ортоферритах [75-88], в АФ типа легкая ось (АФЛО) вблизи поля опрокидывания (MnF₂, CoF₂, Сг₂О₃ и др.) [6, 89-100], в ФМ типа легкая ось (ФМЛО) [101], и в ферритах [102, 103]. В [104] был рассмотрен вопрос о существовании МУ щели с точки зрения симметрии магнетика. В [103] с целью обнаружения эффекта «замороженной решетки» сравнивались константы анизотропии кобальт-марганцевого феррита, определенные из статических измерений и из ФМР. В результате этих исследований выяснилось, что МУ щель представляет собой одну сторону явления: она соответствует лишь одной точке (k = 0, k - волновой вектор связанных колебаний) квазимагнонной ветви единого спектра МУ волн. Эта щель обусловлена влиянием упругой подсистемы на магнитную. Имеется, конечно же, и обратное влияние магнитной подсистемы на колебания упругой подсистемы — квазифононную ветвь. Обе связанные моды колебаний (квазимагнонная — $\omega_I(k)$ и квазиакустическая — $\omega_{II}(k)$) представлены схематически на рис. 2 для АФ в простейшем «чистом» случае, когда в (2) $\omega_{AH} = 0$, так что магнонная



Рис. 2. Связанные МУ волны в изотропном антиферромагнетике. Пунктиром представлены магноны и звук при отсутствии МУ взаимодействия

шель целиком сводится к МУ шели. В этом случае взаимодействие мод оказывается наиболее сильным. Видно. что наряду с появлением ω_{MY} для $\omega_I(k)$ возникает щели сильная деформация квазиакустической ветви, так что в асимптотике при $\omega_{II} \ll \omega_{MV}$, т.е. при достаточно малых k, закон дисперсии для этой ветви может измениться с линейного на квадратичный. Экспериментально этот эффект проявляется как уменьшение скорости звука при уменьшении ω_{AH} в (2), что может быть достигнуто за счет изменения магнит-

ного поля, температуры или давления [58–61,66,75–77]. Одновременно с уменьшением скорости звука вблизи точки $\omega_{AH} = 0$ (в теоретическом пределе — до нуля) может резко возрасти его затухание [6–9,79,89–91,95–97,104–106].

Чаще всего оба указанных эффекта (МУ щель и смягчение акустической моды) сильно подавляются анизотропией, дающей вклад в первый член в (2). Именно поэтому эти эффекты экспериментально наблюдались, главным образом, в легкоплоскостных (ЛП) магнетиках, в плоскости базиса которых кристаллографическая анизотропия относительно мала. Более общее утверждение заключается в следующем: интересующие нас эффекты максимальны в окрестности ОФП, где в отсутствие МУ связи становится мягкой магнонная мода, по которой происходит ФП. При учете МУ взаимодействия мягкой может стать квазифононная мода, по которой в этом случае и происходит ФП всей системы в целом.

Появление МУ щели в спектре квазимагнонной ветви колебаний вблизи ОФП связано с антифазными колебаниями магнитного момента и решетки. Аналогом таких колебаний являются оптические колебания решетки. Безактивационным же квазиупругим колебаниям на низких частотах $\omega < \omega_{\rm MV}$ соответствуют синфазные колебания магнитного момента и решетки, аналогом которых служат акустические колебания. Из-за МУ взаимодействия магноны «утяжеляют» фононы, что и приводит к уменьшению скорости звука. Возникающие здесь закономерности лучше всего можно понять на конкретных примерах ФМ и АФ, находящихся в области ОФП. Целый ряд таких примеров будет рассмотрен в данной монографии.

Нас будут интересовать только длинноволновые возбуждения с $\lambda \gg a$ — межатомного параметра. Поэтому естественно пользоваться приближением сплошной среды, описывая ее локальными намагниченностями подрешеток (для АФ и многоподрешеточных магнетиков)

 $\mathbf{M}_{n} = \mathbf{M}_{n}^{0} + \Delta \mathbf{M}_{n}(\mathbf{r})$ и деформациями $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + \Delta u_{ij}(\mathbf{r})$, где первые члены соответствуют основному состоянию, которое считается однородным, а вторые — малым колебаниям около него. Деформации $\Delta u_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}} \right)$ определяются тензором градиентов динамического смещения u. Учитывается только симметричная часть тензора дисторсии $\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}$; учет антисимметричной части в нашем случае не меняет существенно результатов, приводя лишь к незначительной перенормировке констант теории.

Анизотропная магнитострикция вида $b_{ijkl}M_iM_ju_{kl}$ (\hat{b} — тензор МУ постоянных) приводит к смещению точки ОФП, т. е. к перенормировке константы анизотропии. В гармоническом приближении в МУ энергии имеют место члены типа

1)
$$u^{(0)}\Delta M\Delta M$$
, 2) $M^{(0)}\Delta M\Delta u$. (3)

Члены 1-го типа связаны со спонтанными деформациями $u^{(0)}$, а члены 2-го типа — с переменными (динамическими) деформациями Δu . Члены каждого типа дают вклад в эффективную константу анизотропии, определяющий МУ смещение точки ОФП. Эти вклады противоположны по знаку и взаимно компенсируют друг друга в кристаллах, изотропных по МУ и упругим свойствам.

Отметим, что за вышеописанные эффекты сильного искажения спектра связанных МУ колебаний — за появление МУ щели и за эффект резкого уменьшения скорости звука, ответственны члены в МУ энергии второго типа [6, 78, 79], линейные по отклонениям намагниченности и деформации от их равновесных значений. С другой стороны, именно такого рода члены в свободной энергии определяют существование так называемого собственного ферроэластического ФП в магнетике [10, 107]. Члены же первого типа в (3), связанные со спонтанной деформацией, дают вклад только в перенормировку константы анизотропии. Поскольку вблизи ОФП оба МУ вклада в константу анизотропиимогут быть сравнимы по порядку величины, то для правильного количественного описания рассматриваемых эффектов учет спонтанных деформаций, при нахождении основного состояния, является необходимым. В целом ряде работ (например, [92]), посвященных исследованию различных эффектов МУ взаимодействия вблизи ОФП, при определении основного состояния системы спонтанные деформации не учитывались. Поэтому результаты этих работ носят лишь качественный характер.

В практическом отношении изучение связанных МУ волн в кристаллах представляет большой интерес в связи с перспективой их использования наряду с ультразвуком и СВ в твердотельных устройствах функциональной электроники [16, 108–116]. Так, эти волны могут осуществлять задержку, запоминание и преобразование сигнала. МУ волны могут эффективно возбуждаться как переменным упругим полем, так и электромагнитным, быть поверхностными, взаимодействовать с электронами и т.д. [109–116]. В широком диапазоне можно изменять их скорость распространения, например, изменением поля H вблизи ОФП. Все это приводит к возможности создания устройств, аналогичных по своим конструкциям и функциям устройствам на ультразвуковых и спиновых волнах [111, 112, 114, 116].

Вышесказанное позволяет сделать вывод, что исследование МУ свойств магнетиков вблизи ОФП является актуальным направлением физики твердого тела и магнетизма. Первая глава монографии посвящена магнитоакустике одноосных и двухосных магнетиков.

Всестороннее изучение эффекта сильного проявления МУ взаимодействия в окрестности ОФП стимулировало постановку новых задач, возникающих либо как логическое развитие уже полученных результатов, либо для объяснения соответствующих экспериментов.

Так, сразу возник вопрос о новых ОФП в магнетиках различной симметрии, особенно о слабо изученных ОФП по внешнему упругому напряжению [5, 6, 72, 117–119]. Одноосное упругое напряжение приводит к появлению дополнительной анизотропии, знак которой определяется знаком произведения постоянной магнитострикции и напряжения. Эта регулируемая по величине и знаку анизотропия в сочетании с кристаллографической обусловливает появление качественно новых магнитных фаз и ОФП. Особый интерес здесь представляли кубические магнетики [72].

Помимо исследования основного вопроса об особенностях спектра МУ волн вблизи новых ОФП, была решена возникшая из эксперимента задача о так называемой широкой доменной границе (ШДГ) в пластине иттрий-железистого граната (ИЖГ).

Авторы работ [120, 121] (см. также [123-125]) наблюдали аномально широкие (от 2 до 20 мкм) 180-градусные доменные границы (ДГ) между коттоновскими доменами в пластинах кубического кристалла ИЖГ, вырезанных в плоскостях (110) и (112) (коттоновскими называют домены, в которых намагниченность лежит в плоскости образца; они выявляются с помощью эффекта Коттона–Мутона). В [120] наблюдалась, кроме того, перестройка такой доменной структуры под действием упругих напряжений, приложенных в плоскости образца: из ШДГ развивались домены новой фарадеевской фазы (намагниченность имеет составляющую на нормаль к плоскости образца; такие домены выявляются с помощью эффекта Фарадея). Авторы [126] пытались объяснить структуру сложных ДГ. Они показали, что энергия ДГ может быть уменьшена нейтрализацией полей рассеяния на поверхности кристалла разбиением ДГ на сегменты противоположной полярности, разделенные блоховскими линиями. Однако полученная оценка ширины ДГ ($2-20 \times 10^{-4}$ см) не соответствовала экспериментальным данным [123,124]. Такая же оценка получена в [127]. Во всех указанных работах считалось, что ШДГ является блоховской, ширина которой, как известно, не может превышать $\sim 10^{-5}$ см [125, 128, 129]. Таким образом, удовлетворительного объяснения существования ШДГ не было. Объяснение как существования такой границы, так и ее

перестройки под влиянием упругих напряжений было предложено в работах [72, 118, 119, 130–132].

Рассмотрению МУ свойств кубических кристаллов посвящена вторая глава.

В настоящее время активно исследуются физические явления в различных материалах, обусловленные одновременным сочетанием нескольких их свойств, что делает их перспективными в отношении принципиально новых применений. Например, кристаллы сегнетомагнетиков одновременно сочетают в себе магнитные, упругие и диэлектрические свойства [133], манганиты, в зависимости от химического состава и температуры, проявляют физические свойства от ферромагнитного металла до парамагнитного диэлектрика [134] и т. д. Перечисленные свойства кристаллов обязаны существованием в них магнитной (спиновой) подсистемы, упругой (решетка кристалла), электронной (электроны проводимости), дипольной (электромагнитное поле) и других подсистем, а также наличием взаимодействия между ними. Наряду с МУ взаимодействием в магнитных кристаллах возможно существование магнитоэлектрического, электромагнитно-спинового (ЭМС), акусто-электромагнитного (АЭМ) и других взаимодействий [135, 136]. Перечисленные взаимодействия играют важную роль в формировании многих физических свойств магнитоупорядоченных кристаллов. Каждое взаимодействие можно характеризовать безразмерным параметром. Обычно, за исключением особых случаев, параметры взаимодействия подсистем малы. Однако при потере устойчивости в магнитной подсистеме, то есть в окрестности фазового перехода, взаимодействия могут играть решающую роль в магнитоупорядоченных кристаллах. В динамике каждая подсистема кристалла характеризуется своими колебательными модами или элементарными возбуждениями. Взаимодействие подсистем также приводит к взаимодействию между элементарными возбуждениями и возникновению связанных колебаний или элементарных возбуждений нового типа.

Наряду с упругими и спиновыми возбуждениями в магнитоупорядоченных кристаллах (диэлектриках, полупроводниках и металлах) могут существовать и электромагнитные (ЭМ) возбуждения или колебания ЭМ поля. В металлах и полупроводниках в сильных магнитных полях могут распространяться слабозатухающие спиральные ЭМ волны (геликоны) [137, 138]. Взаимодействие спиновых и ЭМ волн в магнитном диэлектрике рассматривалось в работе Ахиезера, Барьяхтара и Пелетминского [139]. Связанные спиновые и спиральные волны, распространяющиеся вдоль внешнего магнитного поля в ФМ металле были рассмотрены Штерном и Калленом [140]. Бланк [141] рассмотрел связь спиновых и геликоидальных волн в случае произвольного направления распространения волн. Спектор и Касселман [142] рассмотрели взаимодействие спиновых волн с альфвеновскими волнами в ФМ металле, Барьяхтар, Савченко и Степанов [143] исследовали спектр связанных плазменных, ЭМ и спиновых волн в ФМ полупроводниках и металлах с магнитной анизотропией типа «легкая ось» и типа «легкая плоскость». Взаимодействие спиновой подсистемы с ЭМ полем, так называемое ЭМС взаимодействие приводит к изменению величины активации квазиспиновой ветви, то есть в ней появляется член ЭМ природы — магнитостатическая частота $\omega_M = 4\pi g M_s$, M_s — намагниченность насыщения. Также ЭМС взаимодействие приводит к уменьшению фазовой скорости ЭМ волн.

Взаимодействия спиновой и упругой, спиновой и ЭМ подсистем наиболее ярко проявляются в окрестности точки ОФП, что приводит к возникновению связанных МУ и ЭМ волн и изменению динамических свойств магнетиков [101]. В частности указанные взаимодействия изменяют активацию квазиспиновых колебаний, и в точке ОФП она определяется как МУ, так и ЭМС взаимодействиями

$$\omega_0 = \omega_{me} + \omega_M. \tag{4}$$

Геликоны также могут взаимодействовать с упругими и спиновыми волнами [144–147]. Взаимодействие геликонов с упругими и спиновыми волнами вдали от ОФП в одноосном ФМ металле изучалось в работах [146, 147]. В них было показано, что при определенных условиях в ФМ может наблюдаться тройной резонанс, при котором возбуждаются все три типа волн.

Как уже отмечалось выше, МУ и ЭМС взаимодействия оказывает существенное влияние на распространение спиновых, упругих и ЭМ волн в магнетиках. В окрестности точки ОФП эти взаимодействия приводят к изменению спектра колебаний и возникновению связанных МУ и ЭМ волн. В частности, сильная МУ связь в области ОФП должна повлиять на скорость распространения ЭМ волн, на угол вращения плоскостей поляризации ЭМ и МУ волн [148-150], а также на отражение, прохождение и поглощение ЭМ волн. Однако в указанных выше работах [139-147] не проводился полный анализ особенностей законов дисперсии связанных МУ и ЭМ волн в области ОФП. Это относится как к ФМ диэлектрикам, так и к ФМ металлам. Не исследовалось ранее влияние МУ, ЭМС и акусто-электромагнитного взаимодействий (обусловленного действием силы Лоренца на ионы магнетика) на спектр связанных волн в магнетиках. Более того, вблизи точек ОФП спектр связанных МУ волн и геликонов еще не исследовался. Исследованию связанных МУ и ЭМ волн посвящена третья глава.

Учет взаимодействия различных подсистем магнетиков приводит к появлению новых физических эффектов. В частности, учет МУ и ЭМС взаимодействия ведет к аномальному поведению коэффициента отражения ЭМ волн (КО ЭМВ) вблизи и в точке ОФП. Проблема расчета КО ЭМВ от поверхности магнитоупорядоченной среды при учете взаимодействия подсистем содержит в себе несколько задач. Это определение дисперсионного уравнения, спектров связанных колебаний и динамической магнитной проницаемости. После решения этих проблем решается задача на граничные условия (на напряженности и индукции ЭМ поля, упругие смещения и напряжения, намагниченность) и определение КО ЭМВ.

Интерес к исследованиям КО ЭМВ от поверхностей твердых тел обусловлен тем, что в современной науке и технике имеется потребность как в высокоотражающих (неметаллических), так и в поглощающих покрытиях, а также в материалах с управляемым коэффициентом отражения [151].

Известно, что КО при нормальном падении ЭМ волны из вакуума на границу среды с отличными от единицы диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями определяется формулой [152]

$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu}} \right|^2.$$
(5)

Формула (5) справедлива только в тех случаях, когда и ε и μ не имеют пространственной дисперсии. Как видно, уменьшение КО может быть достигнуто за счет близости значений диэлектрической и магнитной проницаемостей вещества, а увеличение — при выполнении неравенства $\varepsilon \gg \mu$ либо $\varepsilon \ll \mu$. Обычно решение данной проблемы на практике реализуется с помощью создания композитных (или искусственных) материалов с управляемыми за счет изменения состава и структуры диэлектрической и магнитной проницаемостями [151,153-155]. Однако имеется и другая, более простая, возможность управления КО ЭМВ – за счет изменения динамической магнитной проницаемости магнитоупорядоченных веществ при постоянной диэлектрической проницаемости. Магнитная проницаемость, как известно, может аномально возрастать или уменьшаться в области частот магнитных резонансов, которые лежат в СВЧ-диапазоне [16]. При этом может резонансно зависеть от частоты и КО. Отмеченное явление наблюдалось экспериментально [156] при исследовании КО ЭМВ от тулиевого ортоферрита (TmFeO₃) в субмиллиметровом диапазоне длин волн.

В работе [157] был теоретически исследован КО в гигагерцовом диапазоне частот от полубесконечного проводящего ферромагнетика кубической симметрии и системы $A\Phi M$ диэлектрик-немагнитный металл. Также в работе были представлены экспериментальные результаты по отражению ЭМ волн от поверхности кобальтового феррита и $A\Phi M$ FeBO₃ в диапазоне частот 8–12 ГГц. Оказалось, что в случае хорошо проводящего феррита в области ΦM резонанса удается понизить КО ЭМВ на 50%. Для системы $A\Phi M$ диэлектрик-немагнитный металл также имеются резонансные провалы КО в области ΦM резонанса. При соответствующем подборе величин размагничивающих факторов и коэффициента затухания спиновых волн в работе удалось достигнуть хорошего согласия между теоретическими и экспериментальными результатами.

Слоисто-периодические структуры представляют собой новый тип искусственно создаваемых материалов. Свойствами таких структур

легко управлять, изменяя состав слоев, их размеры, внешние параметры — температуру, упругие напряжения, магнитное поле и т.д. Исследования КО ЭМВ от поверхностей слоистых структур, содержащих магнитные слои, практически не проводились. Имеются в основном лишь работы по электродинамике [158], магнитным [159] и магнитооптическим свойствам магнетиков [160-162], а также по распространению электромагнитных волн в таких средах [163, 164]. В работе [165] исследовано прохождение ЭМ волны через периодическую структуру сверхпроводник-диэлектрик, состоящую из чередующихся слоев диэлектрика и тонких слоев сверхпроводника второго рода. Обнаружена резкая зависимость КО от угла падения волны, толщины сверхпроводящей пленки и величины внешнего магнитного поля. В работах [166,167] рассматривалось прохождение нормально падающей ЭМ волны через сверхструктуру из периодически повторяющихся магнитных и немагнитных слоев во внешнем магнитном поле, параллельном направлению волны. В качестве магнитных слоев выбирались ФМ [166] и АФМ [167]. Аномальное поведение КО ЭМВ наблюдалось на резонансных частотах. Было показано, что управлять КО ЭМВ от данных структур можно за счет изменения числа чередующихся слоев. В перечисленных работах не исследовалось влияние МУ и ЭМС взаимодействий на поведение КО ЭМВ от поверхностей магнитоупорядоченных сред. Отражение ЭМ волн от поверхности магнетиков рассмотрено в главе 4.

В связи с появлением экспериментальных данных, полученных на редкоземельных ортоферритах (P3O Φ) типа RFeO₃, R — редкоземльный ион, возникли расхождения теории с экспериментом. По теории в точке ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ скорость поперечного звука \widetilde{S}_5 с поляризацией вдоль оси а при распространении МУ волн вдоль оси с должна в идеальном случае уменьшаться до нуля [79]. На эксперименте [75-78,83,84,168-170] уменьшение \tilde{S}_5 составило всего 0,1-3%. В другой точке ОФП Г₂-Г₂₄ экспериментально наблюдалось такое же малое изменение скорости поперечного звука. По теории [79] здесь это малое изменение \widetilde{S}_5 может быть объяснено влиянием вклада дипольного взаимодействия, который возникает из-за неколлинеарности волнового вектора k и вектора ФМ M, в частоту колебаний квазимагнонов, вследствие чего параметр МУ взаимодействия вблизи ОФП остается таким же малым, как и вдали от ОФП. При исследовании МУ волн в РЗОФ эрбия в области низкотемпературного перехода Г₂-Г₁₂ [170] впервые было получено уменьшение скорости поперечного звука \widetilde{S}_4 с поляризацией вдоль оси в на 25%, несмотря на то, что и здесь вектор к не параллелен вектору М. В экспериментальных работах [171-189] также определялась величина активации квазимагнонных ветвей МУ волн в точках, указанных выше ОФП в различных РЗОФ. По теории [79] величина активации квазиспиновой ветви в точках ОФП должна быть

равна величине МУ щели. Однако в эксперименте величины активаций ни в одной из точек ОФП не совпадали с величинами МУ щелей.

В некоторых РЗОФ, кроме магнитных Fe-ионов (*d*-ионов), магнитными являются и редкоземельные (РЗ) ионы (или f-ионы). Температура упорядочения d-ионов около 600 К. а f-ионы упорядочиваются только при очень низких температурах (T < 10 K). Таким образом, в большинстве ОФП РЗ подсистема находится в парамагнитном состоянии. Ранее (см., например, [190]) в таких случаях учет РЗ подсистемы сводился только лишь к температурной перенормировке констант анизотропии. Колебания же *f*-подсистемы не учитывались. В экспериментах [171-189] по АМФР в РЗОФ кроме двух мод колебаний, отвечающих квазиферро- и квазиантиферромагнитной модам колебаний *d*-подсистемы, наблюдались также дополнительные моды колебаний. Было сделано предположение, что эти моды являются модами колебаний парамагнитной *f*-подсистемы. Экспериментальное доказательство существования колебаний парамагнитных РЗ ионов приводит к необходимости учета этих колебаний и в теории. Таким образом, возникла задача о влиянии f-ионов на спектр колебаний спиновых волн *d*-подсистемы и спектр колебаний связанных МУ волн. в частности, квазиакустические ветви этих колебаний.

Влияние колебаний *f*-ионов на спектр квазиспиновых волн *d*-подсистемы было исследовано в работах [156, 173, 191-195]. В них было показано, что полный спектр магнитных колебаний состоит из четырех ветвей (при сделанных в данных работах предположениях). Две из этих ветвей описывают колебания d-подсистемы, а другие две — колебания f-подсистемы. Причем, оказалось, что мягкой модой, по которой происходит ОФП, может являться в точке ОФП как мода *d*-подсистемы, так и мода f-подсистемы. Было также показано, что f-подсистема в точке ОФП дает отличный от нуля вклад в активацию спиновых волн d-подсистемы (по природе такой же, как и МУ щель). Однако полученные в [156, 179, 191–195] результаты не вполне объясняют экспериментальные величины активаций квазиспиновых мод в точках ОФП. По нашему мнению, получить хорошее согласие экспериментальных и теоретических результатов по величине активаций спиновых волн в точках ОФП в РЗОФ позволяет учет упругой и дипольной (электромагнитной — колебания ЭМ поля) подсистем магнетика.

Отличительной особенностью АФМ является очень резкая анизотропия магнитной восприимчивости [196]. Доказательство вклада продольной восприимчивости в резонансные частоты упорядоченных магнетиков было получено в работе [197] на примере слабых ферромагнетиков YFeO₃ и DyFeO₃, относящихся к РЗОФ. В работе [197] показано, что наличие ОФП во внешнем магнитном поле H является необходимым условием обнаружения вклада продольной восприимчивости в динамику магнетиков. Этот вклад приводит к появлению щели в спектре спиновых волн при индуцированных ОФП. Однако, в [197] не учитывалось влияние взаимодействия подсистем магнетика (упорядоченной спиновой, парамагнитной, магнитоупругой, дипольной) на величину активации квазиспиновых колебаний.

В представленной монографии в главе 5, при учете взаимодействий между железной, РЗ, упругой и электромагнитной подсистем, дается объяснение экспериментальных данных по поведению квазиспиновых и квазиупругих ветвей колебаний РЗОФ вблизи спонтанных ОФП, а также исследуется роль продольной восприимчивости в формировании динамики РЗОФ в окрестности индуцированных магнитным полем ОФП.

Исследование МА явлений требует подробного анализа вопроса о затухании ультразвука и СВ, квазифононов (КФ) и квазимагнонов (КМ) в окрестности ОФП.

Хорошо известно, что затухание звука в диэлектриках обусловлено его взаимодействием с тепловыми фононами за счет ангармонизма колебаний кристаллической решетки. В работах [198–200] было вычислено затухание звука, обусловленное трехфононными процессами взаимодействия, а в [201, 202] — четырехфононными процессами. В [203] вычислены коэффициенты затухания фононов, обусловленные процессами взаимодействия магнонов с фононами в случае изотропного ФМ. Затухание звука в магнетиках типа ЛО за счет МУ взаимодействия исследовалось в [204–208]. Было рассмотрено затухание звука и в магнетиках типа ЛП за счет МУ взаимодействия исследовалось в [209–211]. Оказалось, что в случае $\theta_C > \theta_D$ (θ_C — температура Кюри или Нееля; θ_D — температура Дебая) в большинстве магнетиков основной вклад в коэффициенты затухания фононов дают процессы фонон-фононных взаимодействий, а при $\theta_C < \theta_D$ — фононмагнонных.

Среднее время жизни магнонов, как и фононов, также определяется двумя механизмами: взаимодействием магнонов друг с другом и с фононами. Исследованию первого механизма посвящены работы [16, 203, 207, 208, 212–218] — в магнетиках типа ЛО и [219–221] — в ФЛП и АФЛП, а второго механизма — работы [203, 204, 207, 208, 222, 223]. Оказалось, что и здесь магнон-фононное взаимодействие может играть определяющую роль в релаксационных процессах магнетиков.

В перечисленных работах затухание МУ волн исследовалось в ФМ и АФ, находящихся вдали от ОФП. Увеличение МУ связи вблизи ОФП приводит к появлению дополнительного МУ ангармонизма, который существенно (особенно в АФ, где МУ связь значительно усилена межподрешеточным обменом [15,26,34,65]) превосходит упругий и магнитный ангармонизм кристаллов [64]. Естественно ожидать, что в такой ситуации коэффициенты затухания звука и СВ будут возрастать и превосходить коэффициенты затухания, обусловленные обычным упругим и магнитным взаимодействиями. Изучение этого вопроса представляет практический и теоретический интерес в связи с исследованием влияния МУ взаимодействия на нелинейные акустические эффекты, термодинамику, релаксационные и кинетические процессы магнетиков. Отсюда естественным образом возникла задача по исследованию затухания МУ волн вблизи ОФП. Теоретически затухание звука и СВ в области ОФП в одноосных магнетиках изучено в работах [6-9, 62, 78, 79, 104-106, 224], которым посвящена глава 6.

В отличие от объемных волн поверхностные МА волны (ПМАВ) вблизи ОФП были изучены в значительно меньшей степени [52, 225– 227], хотя для практики они представляют гораздо больший интерес. Это обусловлено их относительно малым затуханием по сравнению с объемными МАВ, доступностью к снятию информации в любой точке поверхности кристалла, а также другими преимуществами, используемыми в акустоэлектронике [111]. В [225–227] было показано сильное влияние на ПМАВ (на их скорость) магнитного поля.

В последнее время в акустоэлектронике наблюдается заметный интерес к новому типу поверхностных акустических волн (ПАВ) в пьезоэлектриках — к волнам Гуляева-Блюстейна (ВГБ), представляющих собой чисто сдвиговые и имеющих меньшее затухание на высоких частотах, чем рэлеевские ПАВ [228, 229]. В магнитных кристаллах исследованы аналогичные волны, возникающие за счет магнитострикции [230, 231]. Долгое время оставался неисследованным вопрос о существовании сдвиговых ПМАВ (СПМАВ) в магнетиках, обладающих пьезомагнитным эффектом. Сразу было ясно, что СПМАВ в этом случае должны отличаться от ВГБ в силу иной симметрии пьезомагнитного эффекта по сравнению с пьезоэлектрическим и магнитострикционным. Вопрос о возможности существования таких волн, а также об особенностях СПМАВ (обусловленных как пьезомагнетизмом, так и магнитострикцией) вблизи ОФП по сравнению с исследованными уже объемными и поверхностными MAB рэлеевского типа был рассмотрен в работах [232-240], которым посвящена глава 7.

До сих пор продолжаются интенсивные исследования нелинейных свойств магнетиков. К этим исследованиям относятся вопросы о существовании и свойствах уединенных волн намагниченности и о генерации объемных и поверхностных гармоник МУ волн. Интерес к первому вопросу вызван, в частности, тем, что уединенные волны описывают важный в практическом отношении эффект — движение доменных границ (ДГ) и уединенных доменов. Наиболее полно исследована динамика ДГ в ФМ [241–243]. Рассмотрению уединенных волн в АФ посвящены работы [244–246]. Изучался также другой тип нелинейных волн — магнитные солитоны (см., например, [242, 247–249]. Однако во всех указанных работах не учитывалось МУ взаимодействие. Из-за его малости это вполне оправдано, за исключением тех случаев, когда фазовые скорости магнитной и упругой волн близки или совпадают. В этих резонансных ситуациях МУ связь является эффективно сильной, и влияние подсистем друг на друга существенным.

Фазовая скорость звука в ФМ и АФ, как правило, превосходит минимальную фазовую скорость СВ. Поэтому ранее основное внимание уделялось анализу незатухающих на бесконечности волн малой амплитуды — СВ. Резонансное взаимодействие упругой и магнитной

подсистем приводит к возможности существования уединенных волн конечной амплитуды, затухающих на бесконечности. Эти волны могут двигаться со скоростью, близкой к скорости звука. Вблизи ОФП скорость звука уменьшается за счет сильной МУ связи. При этом в достаточно близкой окрестности ОФП скорость звука может стать меньше минимальной фазовой скорости СВ и даже максимальной скорости движения ДГ. Движение ДГ со скоростями, превышающими скорость звука, наблюдалось в редкоземельных ортоферритах [250, 251]. Взаимодействие упругой и магнитной подсистем может существенно изменить структуру ДГ при достижении ею скорости звука, т.е. задолго до того как ДГ достигнет своей предельной скорости. Движение ДГ со скоростью порядка или больше скорости звука рассматривалось в [252-255]. В них приближенными методами было показано, что вблизи скорости звука (в отсутствие затухания упругих волн) в спектре скоростей имеется щель, в которой отсутствуют решения типа уединенных волн. Эта щель по порядку величины определяется отношением эффективных полей магнитострикции и анизотропии $(H_{me}/H_A \sim 10^{-2} - 10^{-3})$. Однако, в то же время не были найдены точные решения для уединенных МУ волн и не было полной, хотя бы качественной, картины МУ волн в ортоферритах, на которых в основном и проводились эксперименты по изучению движения ДГ. Последняя задача решена в работе [256]. В работах [257-260] получены точные решения для уединенных МУ волн в одноосных магнетиках. Отметим, что указанные работы дали начало целому ряду работ по дальнейшему исследованию нелинейных МУ волн в магнетиках [261-263]. Часть результатов этих работ подтвердилась экспериментально [264, 265]. Имеются также определенные перспективы в практическом применении нелинейных МУ явлений [266].

Известно, что обычный упругий ангармонизм в немагнитных твердых телах приводит к возможности генерации гармоник объемных и поверхностных упругих волн [267-270]. Однако параметр нелинейности, обусловленный упругим ангармонизмом, очень мал, поэтому эффективность генерации гармоник упругих волн в немагнитных твердых телах также очень мала ($\sim 0.01\,\%$ от основной гармоники [268]). В магнетиках, находящихся в области ОФП, сильно возрастает эффективный МУ ангармонизм. Модули упругости третьего порядка, обусловленные этим ангармонизмом, превосходят на 2-3 порядка модули упругости от упругого ангармонизма [64, 271]. В связи с этим эффективность генерации гармоник в магнетиках, находящихся в окрестности ОФП, существенно возрастает и может достигать $\sim 1-10\%$ и более от основной гармоники. Генерация третьей гармоники объемных упругих волн в магнетиках в области ОФП исследована в [272], а второй гармоники рэлеевских волн в [273-276]. Нелинейные явления рассматриваются в главе 8.

Сильное изменение спектра квазифонон-квазимагнонных мод не может не сказаться на термодинамических и кинетических свойствах

магнитных кристаллов в области ОФП. Это обусловлено тем, что термодинамические и кинетические параметры определяются спектром КФ и КМ, а также взаимодействиями между ними вследствие МУ динамической связи. Можно ожидать, что возникающие вблизи ОФП КФ с нелинейным и анизотропным законом дисперсии дадут определяющий вклад во все термодинамические и кинетические параметры магнетика. Влияние МУ взаимодействия в магнитных кристаллах вблизи ОФП на теплоемкость и энтропию было исследовано в [277–281], на магнитный момент и статическую восприимчивость в [279, 280], а на волны второго фонон-магнонного звука и теплопроводность в работах [282–285] и [279, 286]. Эти явления рассмотрены в главе 9.

Всестороннее исследование влияния МУ и ЭМС взаимодействий на динамические свойства ФМ и АФМ в области ОФП стимулировало постановку новых экспериментов и формулировку новых теоретических задач, связанных с взаимодействием подсистем магнитоупорядоченных кристаллов. Экспериментальные и теоретические исследования показали, что для более точного описания физических свойств и явлений, наряду с МУ и ЭМС взаимодействиями, необходимо учитывать другие существующие в магнетиках взаимодействия и тип магнитного упорядочения.

В работах, посвященных исследованию взаимодействия подсистем в магнитоупорядоченных кристаллах, при рассмотрении основного состояния однодоменных образцов предполагалось, что деформации и напряжения внутри образца являются однородными. Это утверждение справедливо лишь в том случае, когда в основном состоянии магнетика распределение намагниченности является однородным.

Однако, большое количество веществ имеют неоднородную по всему объему образца намагниченность М в основном состоянии. Прежде всего к ним относятся редкоземельные металлы и соединения на их основе, а также некоторые соединения на основе переходных металлов. Эти вещества являются как проводниками, так и диэлектриками. Наиболее полный перечень обсуждаемых веществ приведен в [287]. В этих веществах в определенных интервалах температур наблюдаются модулированные (спиральные или геликоидальные) магнитные структуры, в которых компоненты спиновых векторов периодически меняются при перемещении вдоль некоторого выделенного кристаллографического направления [288-309]. Перечислим типы структур, которые реализуются в модулированных магнетиках: SS — простая спираль (ее еще называют в литературе антиферромагнитной спиралью), FS — ферромагнитная спираль. $S\widetilde{S}$ — скошенная спираль. CS — сложная спираль, LSW — структура типа «продольной спиновой волны», *TSW* – типа «поперечной спиновой волны» и *FAN* – веерная структура. Типы LSW, SS, TSW вместе с их разновидностями образуют особый класс магнитного упорядочения, которые можно рассматривать как длиннопериодическую модуляцию простых ФМ и АФМ структур.

В модулированных магнетиках период модуляции часто непрерывно меняется с температурой, принимая несоизмеримые с периодом кристаллической решетки значения, поэтому модулированные или длиннопериодические структуры также называют несоизмеримыми. Все эти определения выступают как синонимы. Надо отметить, что структуры FS и FAN существуют только в магнитном поле и получаются из SS структуры по мере приложения внешнего магнитного поля вдоль, либо поперек оси спирали. Любая из перечисленных структур характеризуется волновым числом спирали $q, q = 2\pi/T$, где T — период спирали. Причиной возникновения длиннопериодических структур является конкуренция положительных и отрицательных обменных взаимодействий между соседними атомами и следующими за ними (вторая координационная сфера) или отсутствие центра симметрии в магнитном кристалле. Часто при описании магнитных свойств модулированных структур используют феноменологический подход. Это возможно только при условии, если вектор спирали много меньше, чем вектор обратной решетки кристалла. Взаимодействие со следующими за соседними атомами учитывается путем сохранения в записи неоднородной обменной энергии, инвариантов от более высоких степеней пространственных производных намагниченности [287, 294, 306-309]. Это относится к кристаллам с центром инверсии. В магнетиках без центра инверсии геликоидальное упорядочение может быть обусловлено линейными по производным намагниченности инвариантами (инвариантами Лифшица) [287, 291-294].

Наличие модулированной структуры у магнетиков приводит к сушественным отличиям динамических свойств геликоидальных магнетиков от обычных ФМ и АФМ. Спектр спиновых волн имеет зонный характер и является безактивационным не при k = 0, как в АФМ и ФМ, а при волновом векторе, равном волновому вектору магнитной спирали k = q [287]. МУ волны в ферромагнитной фазе кристаллов со спиральной структурой рассматривались в [310, 311]. Некоторые аспекты взаимодействия упругих и спиновых колебаний в спиральной фазе магнетиков рассматривались в работах [312-314]. Однако, в них не учитывались спонтанные деформации, возникающие в основном состоянии. Последовательный учет спонтанных деформаций в геликоидальной фазе гексагональных магнетиков проведен в [315]. В работе показано, что наличие неоднородной намагниченности в основном состоянии обусловливает и неоднородные напряжения во всем объеме кристалла. При этом в случае $q\dot{d} \gg 1$ (d – размер образца), а также при отсутствии анизотропии в базисной плоскости и магнитного поля, деформации в плоскости, перпендикулярной волновому вектору q, становятся изотропными. В результате все это приводит к отсутствию МУ щели в спектре квазиспиновых волн. В монографии исследуется влияние МУ взаимодействия на спектр связанных колебаний одноосных спиральных магнетиков с центром и без центра симметрии при наличии внешнего магнитного поля вдоль оси симметрии и при индуцированных

им фазовых переходах FS-F и FS-SS. Также в фазе SS исследуется влияние МУ и ЭМС взаимодействий на спектр связанных волн магнитного диэлектрика. Взаимодействию спиновых, упругих и электромагнитных волн в геликоидальных магнетиках в области фазовых переходов посвящена глава 10.

Как указывалось выше, в магнетиках важен учет ЭМ подсистемы, которая может оказать существенное влияние на спектр связанных МУ волн. Учет дипольной подсистемы тем более важен тогда, когда связанные МУ волны в магнетиках возбуждаются падающими на него электромагнитными волнами.

Падение ЭМ волны на границу проводящего твердого тела сопровождается возбуждением в нем ультразвуковых колебаний. Совокупность экспериментальных и теоретических методов, используемых для изучения этого явления, образуют в настоящее время самостоятельную область физики твердого тела на стыке традиционной акустики и радиоспектроскопии. Исследование явления возбуждения ультразвука ЭМ волнами позволяет получить новые сведения не только о самих процессах трансформации, но и о различных характеристиках самого проводника.

Электромагнитное возбуждение ультразвука на границе проводника обусловлено силами, действующими на кристаллическую решетку. Принято силу, действующую на решетку, разделять на четыре составляющие: деформационную, индукционную (лоренцеву), термоупругую и инерционную (Стюарта-Толмена). В магнитных проводниках к этим силам добавляется еще одна: магнитоупругая [316].

Понятие электромагнитного возбуждения ультразвука сформировалось в 60-х годах в работах Конторовича с соавторами [317–319] и Каганова и Фикса [320–322] при изучении процессов трансформации электромагнитных и упругих волн в нормальных металлах. В этом случае источником возникновения упругих колебаний в среде, на границу которой падает электромагнитная волна, служит сила Лоренца. Благодаря этой силе заряженное тело движется как целое под действием электрического и магнитного полей. Разумеется, рассматриваемые в задачах об электромагнитном возбуждении ультразвука материалы электронейтральны и, на первый взгляд, электромагнитное поле вообще не должно было бы приводить их в движение. Однако, это не так. Генерация ультразвука происходит за счет различий в динамике положительно и отрицательно заряженных частиц в металле — электронов и ионов.

Электромагнитно-акустическое преобразование (ЭМАП) происходит как в линейном режиме, когда частота упругих колебаний совпадает с частотой электромагнитной волны, так и в нелинейном — когда частота возбуждаемого ультразвука кратна частоте электромагнитных колебаний. Будем ограничимся здесь рассмотрением лишь линейных механизмов ЭМАП.

Электромагнитная волна, падающая на проводник, практически полностью отражается от его поверхности, а малая, проникающая

на глубину скин-слоя, часть электромагнитной энергии превращается в джоулево тепло. В отсутствие постоянного магнитного поля возбуждение ультразвука с доступной для экспериментального наблюдения эффективностью происходит лишь в условиях аномального скин-эффекта, когда длина свободного пробега электронов превышает толщину скин-слоя. Полная сила, действующая на металл, равна нулю и в этом случае, однако, прямое воздействие электрического поля волны на ионы в скин-слое локально не компенсируется их столкновениями с электронами. Последние передают свой избыточный импульс решетке в приповерхностном слое с толщиной порядка длины свободного пробега электронов. Детальному анализу этого, так называемого деформационного механизма преобразования, посвящены оригинальные работы Гантмахера и Долгополова [323,324], Канера к Фалько [325,326], Гертнера, Уоллеса и Максфилда [327], Чименти, Кукконена и Максфилда [328], Оверхаузера с соавторами [329-331], Родригеса с соавторами [332-337], а также обзор Родригеса, Картойзера и Рам Моана [338].

В условиях нормального скин-эффекта для наблюдения ЭМАП, наряду с переменным полем, необходимо приложить к металлу постоянное магнитное поле. Совместное действие этих полей на электроны в скин-слое сопровождается передачей им импульса, пропорционального напряженностям полей. Свой избыточный импульс электроны отдают решетке при столкновениях, возбуждая тем самым в ней упругие колебания.

Так как направление силы Лоренца определяется ориентацией постоянного (H) и переменного (h) магнитных полей относительно границы металла и его кристаллографических осей, то в металле можно возбуждать различные типы акустических волн. При H ||n||h (n — нормаль к поверхности проводника) возбуждаются поперечные, а при $H ||h \perp n$ продольные ультразвуковые волны. Исследованию этого, так называемого индукционного механизма преобразования, посвящены работы Гайдукова и Перова [339–341], Кравченко [342], Власова с соавторами [343–345], Куина [346–348], Алига [349], Саусгейта [350], Даббса с соавторами [351–354], а также обзоры Уоллеса [355], Даббса [356] и Васильева и Гайдукова [357].

Помимо деформационного и индукционного механизмов ЭМАП генерация ультразвука происходит также за счет универсальных, проявляющихся во всех проводящих средах, механизмов трансформации — термоупругого [358] и инерционного [359, 360] взаимодействий. Эти механизмы ЭМАП до настоящего времени, однако, экспериментально не исследованы.

Отменим, что в немагнитных металлах процессы трансформации волн эффективны только в случае, когда толщина скин-слоя δ меньше, чем длина волны возбуждаемого ультразвука λ , так как коротковолновые колебания нельзя возбудить «размазанной» в пространстве силой. В обратном случае $\lambda < \delta$ трансформация волн возможна лишь за счет поверхностного механизма при диффузном отражении электронов от поверхности проводника [361].

В магнитоупорядоченных металлах, кроме рассмотренных выше механизмов трансформации, возможен еще один, который подробно исследуется в монографии [316]. Этот механизм носит название магнитоупругого механизма генерации ультразвука. В магнетиках переменное поле электромагнитной волны (в скин-слое) действует непосредственно на магнитную подсистему и возбуждает колебания спинов атомов решетки. Эти колебания, за счет наличия в магнитном металле МУ взаимодействия, передаются из скин-слоя всей решетке и тем самым возбуждают распространяющуюся в проводнике упругую волну.

Итак, в магнитоупорядоченных средах, наряду с индукционным взаимодействием, модифицированным наличием магнитной подсистемы, проявляются и специфические для магнетиков механизмы ЭМАП. Хорошо известно, что магнетики изменяют свои размеры и форму под действием магнитного поля (явление магнитострикции) [362]. Как изотропная, так и анизотропная магнитострикции обязаны взаимодействию этого поля с системой атомных магнитных моментов, которые через константы магнитоупругого взаимодействия вызывают деформацию твердого тела. Линейная генерация ультразвука за счет магнитострикции имеет место лишь в однодоменных магнетиках. В полидоменных магнетиках в переменном магнитном поле упругие деформации возникают на удвоенной частоте возмущения. Ясно, что при использовании магнитострикции для генерации упругих волн в линейном режиме в полидоменных магнетиках следует использовать постоянное подмагничивающее поле.

Практически, любые процессы, обусловливающие намагничивание веществ, сказываются и в процессах ЭМАП. Так, при падении электромагнитной волны на границу магнетика, возбуждение ультразвука происходит за счет смещения доменных границ, и за счет вращения намагниченности в доменах. По разному проявляется ЭМАП в образцах с регулярной и нерегулярной доменной структурой. Кроме того, собственно установление магнитного порядка, как это имеет место в точке Кюри ферромагнетика, или изменение типа магнитного упорядочения, как это имеет место, например, при переходах из АФ фазы в ФМ фазу, также сопровождается четко выраженными особенностями в эффективности преобразования. Исследованию электромагнитного возбуждения ультразвука в магнитоупорядоченных средах посвящены работы Буденкова с соавторами [363-365], Гитиса [366], Дроботько и Набережных [367, 368], Ильясова и Комарова [369, 370], Поуви с соавторами [371-373], Привороцкого [374], Александракиса [375], Гордона [376], Мэрфи с соавторами [377], Городецки с соавторами [378], Андрианова с соавторами [379-386], Бучельникова и Шаврова [387, 388], а также имеющие прикладную направленность работы Томпсона [389-391], обзоры Фроста [392], Буденкова и Гуревича [393], монографин Шкарлета [394] и Комарова [395]. В [392-395] содержится

также обширная библиография работ, посвященных использованию электромагнитного возбуждения ультразвука в разнообразных системах неразрушающего контроля и диагностики.

Как уже отмечалось выше, взаимодействие спиновой и упругой подсистем в магнетиках становится наиболее эффективным в области магнитных фазовых переходов. Вблизи нах спиновая подсистема чрезвычайно податлива к внешним воздействиям. Поэтому эффективность МУ возбуждения ультразвука в области магнитных фазовых переходов должна резко возрастать. Согласно [361] МУ механизм генерации ультразвука в области ФП превосходит другие механизмы на 4–6 порядков. Хорошо также известно, что в 4f-металлах и их соединениях постоянные магнитострикции значительно (на 2–3 порядка) превосходят постоянные магнитострикции в 3d-металлах. Ясно, что МУ механизм генерации ультразвука электромагнитными волнами в 4f-металлах с гигантской магнитострикцией будет проявляться сильнее, чем в 3d-металлах.

Из вышесказанного следует, что подробное исследование электромагнитного возбуждения ультразвука вблизи ФП в магнитных металлах представляет актуальную задачу. Отметим также, что исследование ЭМАП в магнетиках интересно и с практической точки зрения, так как с помощью него можно определять различные характеристики магнетиков (постоянные анизотропии, магнитострикции, обмена), а также строить H-T фазовые диаграммы.

В данной монографии в главе 11, как и в [316], изучаются МУ и индукционный механизмы ЭМАП в редкоземельных металлах в области различных ФП: как переходов типа «порядок-беспорядок», так и «порядок-порядок» [384–388, 396].

Для кристаллов, находящихся в фазах с модулированными магнитными структурами, существует несколько экспериментальных работ, посвященных ЭМАП [384,385,397–403]. В данной монографии проведен обзор теоретического изучения ЭМАП в металлах с модулированными магнитными структурами. В главе 12 теоретически исследуется процесс генерации звука ЭМ волной в гексагональных редкоземельных металлах (Dy и Er), имеющих модулированные фазы.

В монографии также исследуется роль продольной восприимчивости в формировании динамики РЗОФ в окрестности индуцированных магнитным полем ОФП.

Теоретическим и экспериментальным исследованиям физических свойств АФМ при учете продольной восприимчивости, релаксации в магнитной подсистеме и анизотропии g-фактора посвящено большое число работ (см. например [136] и ссылки в ней). Так в работе [404] теоретически исследован спектр связанных спиновых и упругих колебаний в двухподрешеточном АФМ при учете продольной восприимчивости, МУ связи и релаксации в магнитной подсистеме. Показано, что спектр связанных колебаний состоит из двух активационных (прецессионной и релаксационной) и двух безактивационных (квазиупругих) ветвей. Релаксационная мода, которая в отсутствии магнитоупругой связи была бы мягкой. становится активационной с величиной щели, определяемой МУ взаимодействием. Мягкой модой вблизи ОФП является квазиупругая мода, которая при большой величине параметра релаксации в магнитной подсистеме может стать нераспространяюшейся. В работах [185.405] проводились экспериментальные и теоретические исследования спектра колебаний АФМ при учете анизотропии g-фактора. В [185] показано, что анизотропия g-фактора существенно влияет на активацию спиновой квазиферромагнитной ветви, и если анизотропия g-фактора отсутствует, то в точке ОФП данная ветвь становится мягкой. Отметим, что наиболее яркий пример АФМ с анизотропией g-фактора, обусловленной обменными взаимодействиями это NiFe₂, для него при T = 4,2 К разница между компонентами тензора g-фактора достигает 50% [406]. В главе 13 мы попытаемся решить вопрос о влиянии МУ, ЭМС взаимодействий, анизотропии g-фактора, продольной восприимчивости и релаксации в магнитной подсистеме на спектр связанных колебаний АФМ со слабым ферромагнетизмом.

Авторы благодарны фондам РФФИ и РНФ за финансовую поддержку части исследований и за издание этой монографии. Также авторы выражают благодарность Харитоновой О.Г. за помощь в оформлении книги.

Глава 1

МАГНИТОАКУСТИКА ОДНООСНЫХ И ДВУОСНЫХ КРИСТАЛЛОВ

Рассмотрение будет проводиться на основе неравновесного термодинамического потенциала

$$F = \int F(\mathbf{r}) d^3r, \qquad (1.1)$$

состоящего из трех вкладов — магнитного, упругого и МУ:

$$F(\mathbf{r}) = F_M(\mathbf{r}) + F_{y}(\mathbf{r}) + F_{My}(\mathbf{r}).$$
(1.2)

Явный вид соответствующих плотностей энергии определяется симметрией кристалла.

Основное состояние $\mathbf{M}_{n}^{(0)}$ и $\mathbf{u}_{ij}^{(0)}$ находится из условия минимума F. После этого рассматриваются малые колебания ΔM_n и Δu_{ij} вблизи указанного состояния, для чего используются связанные уравнения движения для намагниченностей и деформации [8,16]. Для ΦM это будут уравнения Ландау–Лифшица (с затуханием в форме Гильберта)

$$\dot{\mathbf{M}} = g\left[\mathbf{M}, \frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}}\right] - \left(\frac{r}{M_0}\right) \left[\mathbf{M}, \dot{\mathbf{M}}\right]$$
(1.3)

и уравнение динамики сплошной среды

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial F}{\partial u_{ij}} \cdot \frac{1 - \delta_{ij}}{2} + \frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x_j}.$$
 (1.4)

Здесь

$$\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\right)} \equiv -\mathbf{H}_{\mathsf{s}\phi\phi}$$
(1.5)

 вариационная производная, определяющая эффективное поле, r – безразмерный параметр затухания магнитной подсистемы. Затухание упругой подсистемы описывается диссипативным тензором напряжений

$$\sigma'_{ij} = \eta_{ijnl} \dot{u}_{nl},\tag{1.6}$$

где η_{ijnl} — тензор вязкости. В случае АФ (1.3) заменяется на аналогичные уравнения для каждой магнитной подрешетки.

Первые работы, которые привели к открытию и объяснению эффектов МУ щели и мягкой МА моды, относились к одноосным магнетикам типа ЛП. Дело в том, что состояние ЛП и является состоянием «в окрестности ОФП». В идеальном случае отсутствия анизотропии в ЛП и при H = 0 такой магнетик находится в самой точке ОФП (по любому параметру, способному создать анизотропию в ЛП).

Рассмотрение особенностей взаимодействия магнитной и упругой подсистем в области ОФП начнем с простейшего случая ФЛП.

1.1. Легкоплоскостные ферромагнетики

Как уже отмечалось, реальными системами, в которых наблюдались интересующие нас МУ эффекты, в частности, МУ щель в спектре магнонов, являются ФЛП с малой анизотропией в ЛП. К ним принадлежат редкоземельные металлы диспрозий и тербий при температурах T ниже некоторой критической $\theta_{\rm kp}$, равной соответственно 87 и 219 К. При $T = \theta_{\rm kp}$ происходит ФП первого рода: ФМ структура превращается в АФ геликоидальную структуру при $T > \theta_{\rm kp}$. Последняя в полях, больших критического, снова становится ФМ. Важными особенностями этих ФМ являются гигантская магнитострикция ($\Delta L/L \sim B/c \sim 10^{-3} \div 10^{-2}$) и большая одноосная магнитная анизотропия $K_1 \sim 6 \cdot 10^8$ эрг/см³, удерживающая М в плоскости базиса (см., например, [5–9, 26, 36, 54, 407]).

Гексагональная анизотропия в плоскости базиса для Dy и Tb также оказывается весьма высокой (при T = 4,2 К $K_3 \sim 10^6 \div 10^7$ эрг/см³). Из-за гигантской магнитострикции может быть значительным ее вклад в K_3 , для получения которого необходимо в разложении MV энергии по степеням u_{ij} учитывать члены и второго порядка. Это несколько усложняет вычисления и окончательные формулы для гексагональных кристаллов. Но нас будут интересовать, главным образом, качественные особенности MV эффектов в ФЛП, которые мы проиллюстрируем на более простом примере тетрагональных ФЛП.

1.1.1. Энергия. Основное состояние и его устойчивость

Выбрав, как обычно, за главную ось z, а за x и y оси [100] и [010], слагаемые в плотности энергии (1.2) для тетрагонального кристалла можно записать в виде:

$$F_M = \frac{1}{2}E'a^2 \left(\frac{\partial m}{\partial x_i}\right)^2 + \frac{1}{2}K_1m_z^2 + K_2m_z^4 + \frac{1}{2}K_{\Box}m_x^2m_y^2 - MH + \frac{H_M^2}{8\pi};$$
(1.1.1)

$$F_{\rm Y} = \frac{1}{2}c_{11}\left(u_{xx}^2 + u_{yy}^2\right) + c_{12}u_{xx}u_{yy} + c_{13}\left(u_{xx} + u_{yy}\right)u_{zz} + + \frac{1}{2}c_{33}u_{zz}^2 + 2c_{44}\left(u_{yz}^2 + u_{zx}^2\right) + 2c_{66}u_{xy}^2;$$
(1.1.2)
$$F_{\rm MY} = \left[B_1\left(u_{xx} + u_{yy}\right) + B_3u_{zz}\right]m^2 + \left(B_{11}m_x^2 + B_{12}m_y^2\right)u_{xx} + + \left(B_{12}m_x^2 + B_{11}m_y^2\right)u_{yy} + B_{33}m_z^2u_{zz} +$$

$$+2B_{44}\left(m_ym_zu_{yz}+m_xm_zu_{zx}\right)+2B_{66}m_xm_yu_{xy}.$$
 (1.1.3)

Здесь первый член в (1.1.1) — обменная энергия, связанная с неоднородностью $\mathbf{M} = \mathbf{m}(\mathbf{r})M_0$, второй-четвертый члены — энергия магнитной анизотропии; последние два члена представляют зеемановскую энергию в поле **H** и магнитостатическую (диполь-дипольную) энергию, связанную с объемными неоднородностями **M** и с поверхностью образца. Поле **H** определяется уравнениями магнитостатики:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_M = \mathbf{0}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H}_M = -4\pi \cdot \operatorname{div} \mathbf{M}. \tag{1.1.4}$$

Наконец, константы с определяют упругую, а В – МУ энергии.

Если рассматривать равновесные магнитные свойства, то из условия минимума F (1.1) можно получить: $m_i^{(0)} \equiv \alpha_i = \text{const}$,

$$u_{xx}^{(0)} = \Delta^{-1} [c_{13} (c_{11} - c_{12}) B_3 - c_{33} (c_{11} + c_{12}) B_1 + A_1 \alpha_x^2 + A_2 \alpha_y^2 + A_3 \alpha_z^2],$$

$$u_{yy}^{(0)} = u_{xx}^{(0)} \quad c \ \alpha_x \rightleftharpoons \alpha_y,$$

$$u_{zz}^{(0)} = \Delta^{-1} (c_{11} - c_{12}) \{c_{13} [2B_1 + (B_{11} + B_{12}) (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)] - (c_{11} + c_{12}) (B_3 + B_{33} \alpha_z^2)\},$$

$$u_{iz}^{(0)} = - \left(\frac{B_{44}}{2c_{44}}\right) \alpha_i \alpha_z \quad (i = x, y); \quad u_{xy}^{(0)} = - \left(\frac{B_{66}}{2c_{66}}\right) \alpha_x \alpha_y,$$
(1.1.5)

где

$$\Delta = (c_{11} - c_{12}) \left[(c_{11} + c_{12}) c_{33} - 2c_{13}^2 \right],$$

$$A_1 = c_{13}^2 (B_{11} - B_{12}) - c_{33} (c_{11}B_{11} - c_{12}B_{12}),$$

$$A_2 = -c_{13}^2 (B_{11} - B_{12}) - c_{33} (c_{11}B_{12} - c_{12}B_{11}),$$

$$A_3 = c_{13} (c_{11} - c_{12}) B_{33}.$$

После подстановки этих значений в (1.1.2), (1.1.3) выражение для полной плотности энергии системы в условиях, когда u_{ij} следует за \mathbf{M} , имеет вид

$$F_0 = \text{const} + \frac{1}{2}K_1^*\alpha_z^2 + K_2^*\alpha_z^4 + \frac{1}{2}K_{\Box}^*\alpha_x^2\alpha_y^2 - M_0\alpha\mathbf{H}, \qquad (1.1.6)$$

где K_i^* — перенормированные магнитострикцией константы анизотропии. Выпишем в явном виде лишь константу

$$K_{\Box}^{*} = K_{\Box} + \frac{2\left(B_{11} - B_{12}\right)^{2}}{c_{11} - c_{12}} - \frac{B_{66}^{2}}{c_{66}},$$
(1.1.7)

так как именно с ней связан наиболее интересующий нас $\Phi\Pi$. Константы K_i^* определяют устойчивость того или иного состояния и $O\Phi\Pi$ в тетрагональном Φ M.

Рассмотрим детально вопрос об устойчивости состояния с $\alpha \|\mathbf{H}\|_{\mathbf{X}}$ с учетом, что спонтанные деформации в этом состоянии определяются формулами (1.1.5) при $\alpha_x = 1$ и $\alpha_y = \alpha_z = 0$. Для этого необходимо записать квадратичное разложение плотности энергии по малым вариациям деформаций Δu_{ij} и намагниченности $\Delta m_y = m_y$ и $\Delta m_z = m_z$

вблизи указанного состояния (с учетом, что $m^2 = 1$). Из (1.1.1)–(1.1.4) находим:

$$\Delta F_{2k} = \frac{M_0}{2} \left[H_A + H + H_{MY4} + H'_E(ak)^2 \right] m_z^2 + \\ + \frac{M_0}{2} \left[H_\Box + H + H_{MY6} + H'_E(ak)^2 \right] m_y^2 + 2B_{22}m_z\Delta u_{zx} + \\ + 2B_{66}m_y\Delta u_{xy} + 2c_{44}\Delta u_{xy}^2 + 2\pi M_0^2 \frac{(km_\perp)^2}{k^2}. \quad (1.1.8)$$

Здесь мы для общности полагали, что эти вариации изменяются в пространстве по закону плоской волны с волновым вектором **k**. (Строго говоря, в (1.1.8) следовало бы писать $m_z(\mathbf{k})m_z(-\mathbf{k})$ вместо m_z^2 , $m_z(\mathbf{k})\Delta u_{zx}(-\mathbf{k})$ вместо $m_z\Delta u_{zx}$ и т. д.) При этом, например, $\partial m_\perp/\partial x_i = ik_im_\perp \ (m_\perp \equiv m_y, m_z)$. Такая квадратичная форма позволит в дальнейшем рассмотреть и спектр связанных МУ волн. В (1.1.8) введены эффективные поля неоднородного обмена $H'_E = E'/M_0$, магнитной анизотропии

$$H_A = \frac{K_1^*}{M_0} \quad \text{i} \quad H_{\Box} = \frac{K_{\Box}^*}{M_0} \tag{1.1.9}$$

и магнитоупругости

$$H_{\text{MV4}} = \frac{B_{44}^2}{(c_{44}M_0)}$$
 и $H_{\text{MV6}} = \frac{B_{66}^2}{(c_{66}M_0)}$. (1.1.10)

Заметим, что в (1.1.8) оставлены только такие компоненты деформаций Δu_{ij} , которые связаны МУ взаимодействием с m_{\perp} , т.е. Δu_{xy} и Δu_{xz} . Остальные компоненты Δu_{ij} не связаны с m_{\perp} (ни прямо, ни через эти компоненты), поэтому они не влияют ни на условия устойчивости данного состояния $\mathbf{M}^{(0)} \| \mathbf{H} \| \mathbf{x}$, ни на спектр МУ волн. В уравнениях движения соответствующие им упругие волны отщепляются как независимые.

Поскольку неоднородности ($k \neq 0$) могут только увеличивать энергию (1.1.8), то положительную определенность формы ΔF_{2K} , являющуюся условием устойчивости рассматриваемого основного состояния, следует потребовать относительно однородных вариаций Δu_{ij} и \mathbf{m}_{\perp} . (Квазиравновесные изменения Δu_{ij} , фигурирующие в задаче об устойчивости, в отличие от таковых в динамике волн, могут, конечно, быть отличными от пуля и при $\mathbf{k} = 0$.) Известные условия положительной определенности квадратичной формы [408] приводят к следующим соотношениям для коэффициентов формы ΔF_{20} :

$$H_A + H > 0$$
 μ $H_{\Box} + H > 0.$ (1.1.11)

Точки на фазовой плоскости (H,T) (если считать, что от T зависят H_A и H_{\Box}), определяемые равенствами

$$H_A + H = 0 \tag{1.1.12}$$
или

$$H_{\Box} + H = 0, \tag{1.1.13}$$

являются непосредственно точками ОФП второго рода или точками потери устойчивости для ОФП первого рода. В случае (1.1.12) параметром порядка (перехода) является m_z , что соответствует выходу вектора **m** из ЛП. Последнее возможно лишь при $H_A < 0$. Для ФЛП $H_A > 0$, и точка ОФП определяется уравнением (1.1.13). При этом параметром перехода является m_y , и мы имеем здесь дело с неустойчивостью относительно поворота **m** в плоскости базиса, что снова возможно при $H_{\Box} < 0$ (в поле $H \neq 0$). Этот последний ОФП наиболее просто получить, если намагнитить ФМ до насыщения в трудном направлении в ЛП, а затем, уменьшая H, достичь условия (1.1.13).

1.1.2. Магнитоупругая щель и мягкие магнитоакустические моды

Проанализируем длинноволновые моды колебаний на основе квадратичной формы (1.1.8). В пределе k = 0 динамические деформации $\Delta u_{zx} = \Delta u_{xy} = 0$, и мы имеем одну моду колебаний с отличной от нуля частотой, определяемую первыми двумя слагаемыми в (1.1.8).¹) Последние имеют вид $\frac{1}{2}H_4M_0m_z^2 + \frac{1}{2}H_6M_0m_y^2$, где H_4 и H_6 — константы, что характерно для ФМ ромбической симметрии (с намагниченностью $\mathbf{M}^{(0)} \| \mathbf{x}$).

Как известно [4, 409], в этом случае собственные колебания М представляют собой эллиптическую прецессию вокруг оси х с частотой, определяемой формулой

$$\omega_0^2 = g^2 H_4 H_6 \equiv g^2 \left(H_A + H + H_{MY4} \right) \left(H_{\Box} + H + H_{MY6} \right).$$
(1.1.14)

Эта же формула может быть получена из уравнения пренебрежении релаксационным членом и при k=0.

В точках ОФП (1.1.12) или (1.1.13) получаем соответственно

$$\omega_0 \equiv \omega_{\rm MY4} = g\sqrt{H_{\rm MY4}\left(|H_A| + H_{\Box} + H_{\rm MY6}\right)}$$

или

$$\omega_0 = \omega_{\rm MY6} = g\sqrt{H_{\rm MY6}\left(H_A + |H_{\Box}| + H_{\rm MY4}\right)}.$$
 (1.1.15)

Это и есть МУ щель магнонов (точнее, КМ). Необходимым и достаточным условием отличной от нуля МУ щели в точке ФП является наличие в квадратичной форме вида (1.1.8) членов взаимодействия соответствующего параметра (или параметров) перехода $\Delta \mathbf{m}_i$ с какими-либо динамическими деформациями Δu_{ij} [6, 10, 79]. По известной классификации [107] такие ОФП относятся к собственным ферроэластическим (сегнетоэлластическим) переходам.

34

¹) Третье слагаемое в (1.1.8) при k = 0 обращается в нуль для неограниченного образца в силу (1.1.4) с учетом, что div $\mathbf{M} = 0$.

Посмотрим теперь на МУ щель с точки зрения спонтанного нарушения симметрии (СНС) основного состояния и мягких мод вблизи ФП (рис. 1.1). Пусть, например, это будет ОФП второго рода. Точка ФП характерна тем. что в ней основное состояние становится вырожденным относительно поворота М. Если бы не было МУ связи, то в точке ОФП становилась бы мягкой магнонная мода, по которой происходит ФП. т.е. мода с нормальными координатами, в состав которых входят (сами по себе или в линейной комбинации с другими переменными) параметры порядка, соответствуюшие этому ФП. Однако, благодаря тому, что при магнитном упорядо-



Рис. 1.1. Магнонная щель $\omega_0 = \sqrt{\omega_M^2 + \omega_{\rm My}^2}$ как функция температуры вблизи точки ориентационного фазового перехода T^* , в которой $\omega_M(T^*) = 0$. Функция $\omega_M(T)$ (пунктир) определяет ту же щель в отсутствие МУ связи

чении происходит СНС основного состояния, учет МУ связи приводит к снятию вырождения (даже в точке $\Phi\Pi$) относительно поворотов **M** без соответствующего «поворота» деформаций Δu_{ij} . Это и дает отличную от нуля щель для моды, соответствующей относительным (антифазным) колебаниям **M** и анизотропных деформаций (аналог оптических колебаний в многоподрешеточной атомной или магнитной структуре).

В то же время в точке ОФП остается вырождение относительно совместного поворота вектора **М** и создаваемых им кзазиравновесных деформаций. Но это означает согласно теореме Голдстоуна [410], что должна существовать, по крайней мере, одна квазиакустическая (бесщелевая) МУ мода, по которой теперь (при учете МУ связи) и происходит ФП. Поскольку частота этой моды при $k \to 0$ стремится к нулю, то в длинноволновой области, когда указанная частота мала по сравнению с минимальной частотой (щелью) рассмотренной выше КМ моды, можно принять, что участвующие в колебаниях квазиакустической (голдстоуновской) моды переменные Δm_i и Δu_{ij} должны быть связаны квазиравновесным (синфазным) образом. При этом с помощью условия

$$\frac{\partial \Delta F_{2k}}{\partial m_i} = 0 \tag{1.1.16}$$

можно выразить m_i через Δu_{ij} и исключить первые из (1.1.8). Результат сведется к перенормировке динамических модулей c_{ij} для упругих волн, взаимодействующих с магнонами, и к соответствующему изменению скоростей определяемых ими квазиакустических волн. Характер

этих явлений существенно зависит от направления k, и мы рассмотрим здесь три случая.

1. $\mathbf{k} \| \boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{x}$. В этом случае дипольный вклад в (1.1.8) обращается в нуль, и условие (1.1.16) дает:

$$m_{y} = -\left[H'_{E}(ak)^{2} + H_{\Box} + H + H_{MY6}\right]^{-1} \left(\frac{2B_{66}}{M_{0}}\right) \Delta u_{xy},$$

$$m_{z} = -\left[H'_{E}(ak)^{2} + H_{A} + H + H_{MY4}\right]^{-1} \left(\frac{2B_{44}}{M_{0}}\right) \Delta u_{zx}.$$
(1.1.17)

В результате энергия (1.1.8) принимает вид

$$\Delta F_{2K}^* = 2c_{66}^* \left(\Delta u_{xy}\right)^2 + 2c_{44}^* \left(\Delta u_{zx}\right)^2,$$

где

$$c_{66}^{*} = c_{66} (1 - \zeta_{6k}), \quad \zeta_{6k} = \left[H'_{E}(ak)^{2} + H_{\Box} + H + H_{MY6}\right]^{-1} H_{MY6}, \quad (1.1.18)$$

$$c_{44}^* = c_{44} (1 - \zeta_{4k}), \ \zeta_{4k} = \left[H'_E (ak)^2 + H_A + H + H_{MV4} \right]^{-1} H_{MV4}.$$
 (1.1.19)

 $c^*_{66(44)}$ представляют собой переномерованные МУ связью динамические упругие модули для сдвиговых деформаций, нормальных к волновому вектору **k** (вдоль осей **y** и **z**). Им соответствуют поперечные квазиакустические волны с поляризациями \mathbf{m}_{\perp} и **u** вдоль осей с частотами, определяемыми формулами:

$$\Omega_{t1}^{2} = \omega_{t1}^{2} \left(1 - \zeta_{6k} \right) \equiv v_{t1}^{2} k^{2} \left(\mathbf{m}_{\perp} \| \mathbf{u} \| \mathbf{y} \right), \tag{1.1.20}$$

$$\Omega_{t2}^2 = \omega_{t2}^2 \left(1 - \zeta_{4k} \right) \equiv v_{t2}^2 k^2 \left(\mathbf{m}_\perp \| \mathbf{u} \| \mathbf{z} \right).$$
(1.1.21)

Здесь $\omega_{t1} = S_{t1}k$ и $\omega_{t2} = S_{t2}k$ — частоты соответствующих упругих волн, а $S_{t1} = \sqrt{c_{66}/\rho}$ и $S_{t2} = \sqrt{c_{44}/\rho}$ — их скорости без учета МУ связи. Изменение этих скоростей за счет МУ связи определяется параметрами ζ_{6k} (1.1.18) и ζ_{4k} (1.1.19).

метрами ζ_{6k} (1.1.18) и ζ_{4k} (1.1.19). Величины $\frac{S_{t1}^2 - v_{t1}^2}{S_{t1}^2} = \zeta_{6k}$ и $\frac{S_{t2}^2 - v_{t2}^2}{S_{t2}^2} = \zeta_{4k}$ носят название эффективных параметров МУ связи. Важное свойство их в данном случае состоит в том, что каждый из них в своей точке ОФП обращается в единицу: $\zeta_6 = 1$ при $H_{\Box} + H = 0$ (параметр перехода m_y), а $\zeta_4 = 1$ при $H_A + H = 0$ (параметр перехода m_z). При этом согласно (1.1.20) и (1.1.21) обращается в нуль и скорость соответствующей волны при $k \to 0$. Последнее означает, что для этих волн появляется пространственная дисперсия, и их закон дисперсии в точке ФП для предельно малых k изменяется с линейного на квадратичный. Например, для Ω_{t1} согласно (1.1.20) и (1.1.18) имеем

$$\Omega_{t1} \simeq \frac{\omega_{D1}}{\omega_{\text{MV6}}} \sqrt{\omega'_E \omega_A} \, (ak)^2, \qquad (1.1.22)$$

где $\omega'_E = gH', \ \omega_{D1} = S_{t1}/a$ и $\omega_A = gH_A$.

Следует учитывать, что даже в случае ФМ с достаточно большой МУ связью (например, для никеля, где $B \approx 10^8$ эрг/см³) эффективные МУ поля (1.1.10) весьма малы. Полагая $c \approx 10^{12}$ эрг/см³ и $M_0 \approx 10^3$ Гс,

имеем $H_{\rm My} \approx 10$ Э. Следовательно уже при небольшом отходе от ОФП, когда $|H_{\Box} + H| \gg H_{\rm My6}$, получаем $\zeta_{6k} \ll 1$, и рассматриваемый эффект фактически исчезает. Кроме того, из (1.1.18) следует, что ζ_{6k} быстро падает также с ростом k. При этом для проявления пространственной дисперсии МА (КФ) волн должно выполняться весьма жесткое условие

$$H - |H_{\Box}| \leqslant H'_E(ak)^2 \leqslant H_{\mathsf{MV6}},\tag{1.1.23}$$

которое из-за малости $H_{\rm MY6}$ в эксперименте реализовать очень сложно.

Отметим, что линейная поляризация МА волн (1.1.20), (1.1.21) явилась следствием принятого приближения $\frac{\Omega_{t1}}{\omega_{MY6}} \ll 1$ (или $\frac{\Omega_{t2}}{\omega_{MY4}} \ll 1$), в результате которого мы пренебрегли прецессионным характером движения \mathbf{m}_{\perp} для этих мод. При более точном рассмотрении эти две моды перепутываются так, что вместо линейно поляризованных мы получим эллиптически поляризованные волны.

2. **k**||**y** $\perp \alpha$. При этом дипольный вклад (третий член в (1.1.8)) принимает вид $2\pi M_0^2 m_y^2$, а $\Delta u_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = 0$, поскольку все динамические переменные (в том числе смещения **u**) однородны в плоскости *xz*. Оставшаяся в (1.1.8) компонента Δu_{xy} взаимодействует с компонентой m_y , и после исключений последней с помощью (1.1.16) выражение (1.1.8) приводится к виду упругой энергии

$$\Delta F_{2K}^* = 2c_{66}^* \left(\Delta u_{xy}\right)^2$$

с переномерованным МУ связью динамическим модулем упругости

$$c_{66}^* = c_{66} \left(1 - \zeta_{6k}^y \right),$$

где

$$F_{66k}^{y} = \left[H_E'(ak)^2 + H_{\Box} + H + 4\pi M_0 + H_{MY6}\right]^{-1} H_{MY6}.$$
 (1.1.24)

Для частоты, соответствующей квазиакустической моде (длинноволновая область $\omega \ll \omega_0)$, имеем:

$$\Omega_{t1}^2 = \left(\frac{c_{66}^*}{\rho}\right) k^2 \equiv \omega_{t1}^2 \left(1 - \zeta_{6k}^y\right), \qquad (1.1.25)$$

 $(\mathbf{k} \| \mathbf{y}, \mathbf{u} \| \mathbf{x}$ и $\mathbf{m}_{\perp} \| \mathbf{y}).$

Сравнения этих двух случаев показывают, что имеются не только количественные, но и качественные различия. Во-первых, никакая из упругих мод с $\mathbf{k} \| \mathbf{y}$ вообще не взаимодействует с m_z — параметром ФП, соответствующего точке (1.1.12), и таким образом этот переход никак не влияет на такие моды. Во-вторых, эффективный параметр $\zeta_6^y = \zeta_{6k}^y|_{k=0}$ для моды, взаимодействующей с магнонами (через m_z), в точке ФП (1.1.13) не обращается в единицу:

$$\zeta_6^y = \left(H_{\rm MY6} + 4\pi M_0\right)^{-1} H_{\rm MY6}. \tag{1.1.26}$$

Это весьма малая величина, так как обычно $H_{\rm MV} \ll 4\pi M_0$. Поэтому, хотя ОФП в точке (1.1.13) и затрагивает моду (1.1.25), но очень слабо,

так что ее частота $\Omega_{t1} \simeq \omega_{t1}$ (и скорость этих волн) практически не испытывает изменений при приближении к ОФП.

3. $\mathbf{k} \| \mathbf{z} \perp \boldsymbol{\alpha}$. В этом случае дипольный член в (1.1.8) равен $2\pi M_0^2 m_z^2$ и $\Delta u_{xy} = 0$. С магнонами взаимодействует (через m_z) упругая мода с $\Delta u_{zx}(\mathbf{u} \| \mathbf{x})$. Динамический модуль упругости и частота соответствующей КФ моды определяются как

$$\Omega_{t2}^2 = \left(\frac{c_{44}^*}{\rho}\right) k^2 \equiv \omega_{t2}^2 \left(1 - \zeta_{4k}^z\right), \qquad (1.1.27)$$

где

$$\zeta_{4k}^{z} = \left[H_{E}'(ak)^{2} + H_{A} + H + 4\pi M_{0} + H_{MY4}\right]^{-1} H_{MY4}.$$
 (1.1.28)

Максимальное смягчение этой моды происходит в точке ФП (1.1.12), но оно снова не велико, поскольку

$$\zeta_4^z \equiv \zeta_{4k}^z|_{k=0} = (4\pi M_0 + H_{\rm MY4})^{-1} H_{\rm MY4} \ll 1.$$
 (1.1.29)

Появление слагаемого $4\pi M_0$ в знаменателе (1.1.24) и (1.1.26) для случая 2, или в (1.1.28), (1.1.29) для случая 3, которое значительно снижает эффективность МУ связи при $\mathbf{k} \perp \boldsymbol{\alpha}$ по сравнению со случаем 1 ($\mathbf{k} \| \boldsymbol{\alpha}$), обусловлено диполь-дипольным взаимодействием. Это взаимодействие снимает вырождение МУ мод (1.1.20) и (1.1.25), а также — (1.1.21) и (1.1.27). В результате оказывается, что МУ (квазиакустическая) мода, по которой происходит ФП (на что указывает обращение в нуль соответствующего ей эффективного динамического модуля упругости в точке $\Phi\Pi$ при $\mathbf{k} \to 0$), имеет вполне определенные направления $\mathbf{k}, \mathbf{m}_{\parallel}$ и \mathbf{u} . В случае основного состояния $\boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{H} \| \mathbf{x}$ это будут: мода с $\mathbf{k} \| \mathbf{x}, \mathbf{m}_{\perp} \| \mathbf{u} \| \mathbf{y}$ для $\Phi \Pi$ в точке (1.1.13) и мода с $\mathbf{k} \| \mathbf{x},$ $\mathbf{m}_{\perp} \| \mathbf{u} \| \mathbf{z} \ \Phi \Pi$ в точке (1.1.12). Подчеркнем еще раз что, если для появления отличной от нуля МУ щели КМ моды в точке ФП наличие взаимодействия соответствующего параметра перехода m_i с какими-либо упругими модами (пли модой) является достаточным условием, то для полного размягчения (с обращением в нуль скорости при $\mathbf{k} \to 0$) квазиакустическая мода должна не только взаимодействовать с указанным параметром порядка, но и иметь при этом еще определенные направления \mathbf{k} и поляризации \mathbf{u} . Размягчается именно та К Φ мода, по которой (с учетом МУ связи) происходит ФП.

Диполь-дипольное взаимодействие влияет на эффективность МУ связи, конечно, не только при $\mathbf{k} \perp \boldsymbol{\alpha}$. Достаточно лишь небольшого отклонения \mathbf{k} от направления $\boldsymbol{\alpha}$, чтобы оно уже существенно проявилось. Так, при отклонении \mathbf{k} от $\boldsymbol{\alpha}$ на угол φ_k в плоскостях xy или xz дипольный член в (1.1.8) приведет к тому, что в квадратной скобке соответственно перед m_y^2 или m_z^2 появится слагаемое $4\pi \sin^2 \varphi_k$. При малых φ_k это сведется к тому, что аналогичные слагаемые $4\pi M_0 \sin^2 \varphi_k \approx 4\pi M_0 \varphi_k^2$ возникнут в ζ_{6k} (1.1.18) или ζ_{4k} (1.1.19). Последнее означает, что эффект сильного смягчения соответствующей КФ моды вблизи ФП сохраняется лишь при условии, что $\varphi_k \ll \sqrt{\frac{H_{
m MY6(4)}}{4\pi M_0}}$. При этом все еще $\zeta_{6(4)} pprox 1$.

Следует, однако, заметить, что ситуация с диполь-дипольным взаимодействием несколько изменится для ограниченных образцов, когда необходимо учитывать размагничивающие поля поверхности. Дело в том, что последние изменят условия устойчивости (1.1.11) основного состояния и, соответственно, сдвинут точки ФП и (1.1.13).

Пусть, например, образец представляет собой плоско-параллельную пластинку, нормаль n к которой совладает с осью у или осью z соответственно для случаев ФИ с появлением M_u или M_z . Тогда нетрудно показать, что размагничивающее поле поверхности ($-4\pi M_u$ в первом случае, или $-4\pi M_z$ во втором случае) приведет к появлению в соответствующем условии (1.1.11) (а следовательно и в формулах (1.1.12) или (1.1.13)) дополнительного слагаемого $4\pi M_0$. Фактически это будет означать перенормировку констант анизотропии H_{\Box} или H_A . Сказанное относится также к формулам (1.1.14) и (1.1.15).

Но, главное, мягкой квазиакустической модой для пластинки может стать мода с $\mathbf{k} \perp \boldsymbol{\alpha}$, а именно мода (1.1.25) с $\mathbf{k} \parallel \mathbf{y}$ — для пластинки первого типа $(\mathbf{n} \| \mathbf{y})$ и мода (1.1.27) с $\mathbf{k} \| \mathbf{z} - \mathbf{z}$ ля пластинки второго типа (n||z). В этих случаях в соответствующей точке ФП $(H + H_{\Box} + 4\pi M_0 = 0$ или $H + H_A + 4\pi M_0 = 0)$ обращается в 1 при $\mathbf{k} \to 0$ параметр ζ_{6k}^z (1.1.24) или параметр ζ_{4k}^z (1.1.28). Для других направлений **k** в пластинке фактически необходимо рассматривать связанные МУ взаимодействием упругие и магнитостатические волны с учетом граничных условий.

1.1.3. Магнитная восприимчивость и феноменологический учет затухания

Проведем теперь более детальное рассмотрение поведения ФЛП в переменном магнитном поле

$$\mathbf{h}(\mathbf{r},t) = \mathbf{h}(\mathbf{k},\omega)e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)}$$
(1.1.30)

на основе уравнений движения (1.3) и (1.4). Пусть $\mathbf{h} \perp \mathbf{H} \| \boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{x}$. Будем рассматривать только ФП с поворотом М в ЛП, когда параметром порядка является m_y и точка $\Phi\Pi$ определяется формулой (1.1.13). Ограничимся наиболее интересным случаем $\mathbf{k} \| \boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{x}$, когда дипольное поле равно нулю. Уравнения (1.3) и (1.4) при этом принимают вид

$$\begin{cases}
-i\omega m_y + \widetilde{\omega}_4 m_z + ikg\left(\frac{B_{44}}{M_0}\right)u_y = gh_z, \\
\widetilde{\omega}_6 m_y + i\omega m_z + ikg\left(\frac{B_{66}}{M_0}\right)u_y = gh_y, \\
ik\left(\frac{B_{66}}{\rho}\right)m_y + \left(\omega^2 - \widetilde{\omega}_{t1}^2\right)u_y = 0, \\
ik\left(\frac{B_{44}}{\rho}\right)m_z + \left(\omega^2 - \widetilde{\omega}_{t2}^2\right)u_z = 0
\end{cases}$$
(1.1.31)

(продольные колебания u_x не взаимодействуют с \mathbf{m}_{\perp}). Здесь

$$\begin{split} \widetilde{\omega}_n &= g H_n \left(1 - i r_n \omega \right), \ r_n = \frac{r}{(g H_n)} \quad (n = 4, 6), \\ H_{4k} &= H'_E (ak)^2 + H + H_A + H_{\text{MY4}}, \ H_{6k} = H'_E (ak)^2 + H + H_{\Box} + H_{\text{MY6}}, \\ \widetilde{\omega}_{tn} &= \omega_{tn} \sqrt{1 - \eta_n \omega} \ (n = 1, 2), \\ \eta_1 &= \frac{\eta_{66}}{c_{66}}, \ \eta_2 = \frac{\eta_{44}}{c_{44}}. \end{split}$$

Решение системы (1.1.31) относительно \mathbf{m}_{\perp} дает

$$m_i(\mathbf{k},\omega) = \chi_{ij}(\mathbf{k},\omega)h_j(\mathbf{k},\omega), \qquad (1.1.32)$$

где χ_{ii} — тензор магнитной восприимчивости с компонентами

$$\chi_{yy} = \frac{\left[gM_0\widetilde{\omega}_4\left(\widetilde{\omega}_{t1}^2 - \omega^2\right)\right]}{R(\omega, k)},\tag{1.1.33}$$

$$\chi_{zz} = \frac{\left[gM_0\widetilde{\omega}_6\left(\widetilde{\omega}_{t1}^2 - \widetilde{\zeta}_{6k}\omega_{t1}^2 - \omega^2\right)\right]}{R(\omega, k)},\tag{1.1.34}$$

$$\chi_{yz} = -\chi_{zy} = \frac{ig\omega M_0 \left(\widetilde{\omega}_{t1}^2 - \omega^2\right)}{R(\omega, k)}.$$
(1.1.35)

Здесь

$$\widetilde{\zeta}_{6k} = \frac{gH_{\text{MV6}}}{\widetilde{\omega}_6}, \quad R(\omega, k) = \left(\widetilde{\omega}_k^2 - \omega^2\right) \left(\widetilde{\omega}_{t1}^2 - \omega^2\right) - \widetilde{\zeta}_{6k}\widetilde{\omega}_k^2 \omega_{t1}^2, \quad (1.1.36)$$

где, в свою очередь,

$$\widetilde{\omega}_k^2 = \widetilde{\omega}_4 \widetilde{\omega}_6 \equiv g^2 \left(H_{4k} - i\gamma^{-1} r \omega \right) \left(H_{6k} - i\gamma^{-1} r \omega \right)$$
(1.1.37)

— квадрат комплексной (с учетом затухания) частоты CB без учета ее взаимодействия с динамическими деформациями. Формулы (1.1.33)–(1.1.36) записаны в приближенном виде. Учитывая, что в (1.1.19) $H_{MY4} \ll H_A$, мы положили $\zeta_{4k} = 0$. Это означает, что с CB взаимодействуют только деформации $\Delta u_{xy} = iku_y$. Из уравнения

$$R(\omega, k) = 0 \tag{1.1.38}$$

мы можем найти собственные частоты МУ волн и декременты их затухания. В рассмотренном выше (п. 1.1.2) длинноволновом пределе ($\omega_{t1} \ll \omega_0$) вещественные части корней уравнения (1.1.38) дают частоту (1.1.20) квазиакустической моды и частоту КМ моды

$$\Omega_K^2 \approx g^2 H_{4k} H_{6k} + \zeta_{6k} \omega_{t1}^2.$$
 (1.1.39)

В точке (1.1.13) первая частота определяется формулой (1.1.22), а Ω_K принимает вид:

$$\Omega_k = \omega_{\text{MV6}} + \frac{\omega_{D1}^2}{2\omega_{\text{MV6}}} (ak)^2 \quad \text{при } \omega'_E \omega_A \ll \omega_{D1}^2. \tag{1.1.40}$$

Здесь $\omega_{\rm MY6}$ — МУ щель (1.1.15), которая в силу обычного условия $H_A \gg |H_{\Box}|$ и $H_{\rm MY4}$ приближенно равна

$$\omega_{\rm MY6} \simeq g \sqrt{H_A H_{\rm MY6}} \,, \tag{1.1.41}$$

откуда видно, что большая одноосная анизотропия H_A может значительно усилить МУ щель.

Обратим внимание на следующую интересную особенность формул (1.1.33)–(1.1.35) для восприимчивости в окрестности особой точки $\omega = 0, k = 0$. Предельные значения $\chi_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ зависят от того, в какой последовательности берутся пределы по ω и \mathbf{k} при подходе к этой точке. Если вначале $\mathbf{k} \to 0$, а затем $\omega \to 0$, то из (1.1.33)–(1.1.35) имеем:

$$\chi_{yy}^{(1)}(0,0) = \frac{M_0}{H_6}; \quad \chi_{zz}^{(1)}(0,0) = \frac{M_0}{H_4}; \quad \chi_{yz}^{(1)}(0,0) = 0.$$
 (1.1.42)

В противоположном случае ($\omega \rightarrow 0$, а затем $\mathbf{k} \rightarrow 0$)

$$\chi_{yy}^{(2)}(0,0) = \frac{M_0}{H_6(1-\zeta_6)}; \quad \chi_{zz}^{(2)}(0,0) = \frac{M_0}{H_4}; \quad \chi_{yz}^{(2)}(0,0) = 0.$$
(1.1.43)

Это различие предельных значений $\hat{\chi}$ является обычным для сред, обладающих пространственной дисперсией. Оно определяется различным смыслом этих значений [411,412].

Тензор $\chi_{ij}^{(1)}(0,0)$ (1.1.42) представляет собой восприимчивость в пространственно однородном (k = 0), но меняющемся во времени поле h. Предел $\omega \to 0$ означает здесь, что мы просто пренебрегаем частотной дисперсией χ_{ij} . Последнее можно делать, если $\omega \ll \omega_0$ частотной щели для квазимагнонов. Но сколь бы ни была мала частота ω , пространственно однородные деформации в неограниченном образце, соответствующие основному состоянию, не могут перестраиваться за конечное время, и здесь работает концепция «замороженной решетки».

. Тензор $\chi_{ij}^{(2)}(0,0)$ (1.1.43) есть просто статическая восприимчивость. Как и должно быть, в точке ФП (1.1.13), т.е. при $\zeta_6 \rightarrow 1$, та ее компонента (χ_{yy}), которая соответствует индуцированию полем параметра перехода (m_y), испытывает расходимость. При этом, в силу бесконечной медленности процесса ($\omega = 0$), изменения намагниченности и деформаций равновесным образом следуют друг за другом, и таким образом в этом случае работает концепция «свободной решетки». Интересно отметить, что здесь, вообще говоря, нельзя пренебрегать пространственной дисперсией в смысле зависимости $\hat{\chi}$ от направления волнового вектора (из-за диполь-дипольного взаимодействия). Формулы (1.1.43) соответствуют случаю $\mathbf{k} \| \boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{x}$. В других случаях или $\mathbf{k} \| \mathbf{z}$ вместо ζ_6 войдут $\zeta_6^{\mathbf{y}}$ (1.1.24) или $\zeta_4^{\mathbf{z}}$ (1.1.28), для которых $\hat{\chi}$ не расходит со определенной МУ моде, в данном случае, с $\mathbf{k} \| \boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{x}$ и $\mathbf{m}_{\perp} \| \mathbf{n} \| \mathbf{y}$. Выясним теперь роль затухания МУ колебаний, которое, как будет видно ниже, сильно возрастает при подходе к точке ФП. При этом описанная выше картина явлений может измениться настолько, что вообще потеряет смысл говорить о квазиакустических волнах с изменением закона дисперсии. Решая (1.1.38) при $r \neq 0$, $\eta_{ij} \neq 0$, найдем, в частности, затухание КФ моды (1.1.20), наиболее сильно взаимодействующей со СВ. Коэффициент затухания удобно здесь определить как отношение мнимой и действительной частей комплексного волнового вектора $\tilde{k} = k + i\Gamma$:

$$\kappa = \frac{\Gamma}{k} = \frac{\lambda}{(2\pi\delta)},\tag{1.1.44}$$

где $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ — длина волны, $\delta = \frac{1}{\Gamma}$ — эффективная длина затухания для рассматриваемой моды.

Расчет в длинноволновой области $k \ll \frac{\omega_0}{S_{t1}}$ при заданной частоте $\omega = \Omega_{t1}$ дает выражение

$$\kappa = \frac{\left[r + \left(\frac{\eta_{66}}{c_{66}}\right)gH_{\rm MY6}\right]\omega\omega_{D1}}{2g\sqrt{4\omega^2H_{\rm MY6}H'_E + (H + H_{\Box})^2\,\omega_{D1}^2}},$$
(1.1.45)

имеющее максимум в точке $\Phi\Pi$ (1.1.13). Полагая, что основной вклад в κ обусловлен магнитным затуханием, получаем для этой точки:

$$\kappa = \frac{1}{4} r \frac{\omega_{D1}}{g\sqrt{H_{\text{MV6}}H'_E}}.$$
(1.1.46)

Хотя параметр $r \ll 1$ (он определяет относительную ширину линии ФМР), но условие $\kappa \ll 1$, необходимое для существования слабозатухающих МАВ вблизи ФП, может выполняться лишь при достаточно высоких значениях $H_{\rm MY6}$. Последнее как раз имеет место для РЗМ типа ЛП. Результаты подробного исследования затухания МАВ в области ОФП представлены в главе 6.

Выясним далее, в какой степени колебания, относящиеся к какойлибо из ветвей спектра, затрагивают магнитную и упругую подсистемы. Необходимо из (1.1.31) найти для этой ветви отношение соответствующих амплитуд колебаний m_y и u_y . Для волн Ω_K и Ω_{t1} соответственно имеем: для КМ¹)

$$iku_y = \frac{\omega_{t_1}^2}{\omega_0^2} \frac{B_{66}}{c_{66}} m_y,$$
 (1.1.47)

для КФ

42

$$m_y = -\zeta_6 \frac{c_{66}}{B_{66}} \left(iku_y \right). \tag{1.1.48}$$

¹) Интенсивность упругих колебаний удобно характеризовать безразмерной величиной (**ku**), определяющей отношение смещений к длине волны.

Последняя формула является другой формой записи соотношения (1.1.17) для m_y , вытекающего из условия (1.1.16) зависимости m_y от Δu_{xy} .

В первом случае (1.1.47) смещения u_y относительно малы. Это в какой-то мере оправдывает название «КМ ветвь», хотя согласно (1.1.42) ее дисперсия уже не связана с обменными силами. При $k \to 0$ амплитуда динамических смещений u_y для этой ветви обращается в нуль при отличной от нуля величине m_y , соответствующей однородной прецессии намагниченности вблизи состояния с СНС.

В случае КФ (1.1.48) амплитуда относительных колебаний намагниченности (угол прецессии) связана при $\zeta_6 \rightarrow 1$ с амплитудой динамических деформаций большим численным множителем c_{66}/B_{66} . Как уже отмечалось выше, эта связь является чисто равновесной: изменения намагниченности для КФ следуют за изменениями деформаций так же, как это имеет место для разновесных процессов. Сказанное позволяет понять и такой результат: если по известным формулам [16] вычислить поток энергии, переносимый этими волнами, то оказывается, что он целиком связан с обменными слагаемыми в энергии (1.1.1), из-за квазиравновесности потоки, связанные с упругими (1.1.2) и МУ (1.1.3) слагаемыми, полностью компенсируют друг друга.

Как видно из (1.1.33)-(1.1.36) КФ мода благодаря смешиванию в ней колебаний $\Delta \mathbf{M}$ и Δu_{ji} , может возбуждаться не только звуком, но и переменным магнитным полем. Представляет интерес сравнить поглощаемые мощности для МУ среды в поле **h** (1.1.30) на квазимагнонной частоте Ω_K (1.1.39) и на квазифононной частоте Ω_{t1} (1.1.20). Как можно усмотреть из (1.1.31) и (1.1.39), линейный отклик, соответствующий этим возбуждениям, максимален при **h**||**y**. Поглощаемая мощность при этом определяется мнимой частью восприимчивости χ_{yy} (1.1.33). Записывая последнюю на указанных частотах, получаем

$$\chi_{yy}^{\prime\prime}(\Omega_k, k) = \frac{gM_0}{r\Omega_K} \frac{H_{4k}}{H_{4k} + H_{6k}},$$
(1.1.49)

$$\chi_{yy}^{\prime\prime}(\Omega_{t1},k) = \frac{gM_0\zeta_{6k}}{\Omega_{t1} \left[r\zeta_{6k} + \eta_{66}gH_{6k}\frac{(1-\zeta_{6k})}{c_{66}} \right]}.$$
 (1.1.50)

Таким образом, вдали от точки $\Phi\Pi$ (или для коротких волн), где параметр ζ_{6k} (1.1.18) становится исчезающе малым, колебания на К Φ частоте Ω_{t1} фактически не возбуждаются. Напротив, в окрестности $\Phi\Pi$ и для длинных волн, когда $\tilde{\zeta}_{6k} \approx 1$ (и $H_{6k} \ll H_{4k}$), переписывая формулы (1.1.49) и (1.1.50) приближенно в виде

$$\chi_{yy}^{\prime\prime}(\Omega_k,k) pprox \frac{gM_0}{r\Omega_k}$$
 и $\chi_{yy}^{\prime\prime}(\Omega_{t1},k) pprox \frac{gM_0}{r\Omega_{t1}},$

мы видим, что поглощение на КФ частоте не только не мало, но даже может превосходить поглощение на КМ частоте (благодаря условию $\Omega_{t1} \ll \Omega_k$).

44

Заметим, однако, что детальное рассмотрение интенсивности и условий наблюдения резонанса на квазиакустической частоте требует учета конечности образца, его формы и граничных условий. Интересно, что при определенных условиях и геометрии опыта эти квазиакустические МУ волны могут возбуждаться однородным магнитным полем. В простейшем случае волн с $\mathbf{k} \| \mathbf{n} -$ нормали к пластинке с $\boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{x} -$ однородным полем будут возбуждаться стоячие волны с длинами волн $\lambda = 2L/(2p+1)$, где L — толщина пластинки, а p — целое число. Ситуация здесь аналогична таковой для обычного спин-волнового резонанса [16,409] (напомним, что в случае пластинки точка ФП сдвигается из-за размагничивающего поля поверхности).

1.1.4. Редкоземельные ферромагнетики

Реальными ФЛП, на которых наблюдались оба эффекта – МУ щель и смягчение квазиакустической моды (динамического модуля упругости c_{66}) — являются РЗМ диспрозий (при T < 87 K) и тербий (при T < 223 K) [1]. Хотя металлы этой группы имеют не тетрагональную, а гексагональную кристаллографическую структуру, для физики явлений это не очень существенно. Рассмотрим, например, тербий. В ЛП имеются легкое направление (ось b) и трудное (ось a). Для тербия критическое поле $H_{\rm KD}$, которое поворачивает **M** из этого легкого направления в трудное, равно 32 кЭ. В поле $H \ge H_{\rm KD}$, приложенном вдоль оси а, происходит ОФП, причем Н_{кр} играет здесь роль поля анизотропии Н_□, фигурирующего в (1.1.13), (1.1.18) и т.д. Анизотропия в ЛП оказывается в этом случае весьма высокой, однако одноосная анизотропия, удерживающая **М** в ЛП (поле H_A), еще больше, по крайней мере на порядок величины. Но самое главное, Dy, Tb и другие тяжелые P3M и их соединения имеют гигантскую магнитострикцию [407]: $\frac{\delta L}{L} \simeq \frac{B}{c} \approx 10^{-3} - 10^{-2}$. В результате MУ щель, согласно (1.1.41) и (1.1.10), составляет для этих $\Phi M \; \omega_{\text{MV}} pprox 10^{12} \; ext{c}^{-1}$ (или порядка 10 К). Такая величина МУ щели была предсказана теоретически [26], а затем обнаружена в опытах по неупругому рассеянию нейтронов [42, 43].

Здесь, однако, с давних пор остается непонятным один экспериментальный факт: в работах [46, 49] наблюдался ФМР на частоте $\omega_{\Phi MP}$, которая на порядок ниже, чем МУ щель ω_{MY6} , хотя, казалось бы, последняя как раз и представляет собой минимальную частоту ФМР (по крайней мере, по порядку величины). Естественно было предположить [45, 48, 50, 52], что СВЧ-поле, будучи неоднородным из-за скинэффекта, возбуждает на самом деле не КМ моду, а КФ моду с длиной волны порядка глубины скин-слоя. Однако обычная геометрия опытов по ФМР на металлах такова, что надо считать $\mathbf{k} \perp \mathbf{n}$ — нормали к поверхности образца и плоскости базиса. И тогда, если $\boldsymbol{\alpha} \| \mathbf{x}$, то мы имеем дело со случаем 3, рассмотренным в разделе 1.1.2. Но в этом случае с магнонами и через них с полем **h** взаимодействует только упругая мода со сдвиговыми деформациями Δu_{zx} (**n**||**x**), что дает квазиакустическую моду с частотой (1.1.27). А последняя полем **h**, лежащим в плоскости пластинки (что является обычной ситуацией в экспериментах по ФМР в металлах), вообще не возбуждается в первом приближении. К тому же, эта мода около точки ФП ($H = H_{\rm kp}$) не имеет никакой особенности.

Были высказаны и другие предположения относительно природы наблюдавшегося ФМР в Tb и Dy. Главным образом, они связываются с динамикой ДГ [48]. В работе [413] было показано, что в ДГ (обладающей неоднородным распределением локальной намагниченности и вместе с этим неоднородными стрикционными деформациями) может существовать квазилокальная МУ мода колебаний, являющаяся аналогом МУ щели для однородно намагниченного образца. По оценкам частота этой моды имеет необходимый порядок величины. Однако здесь, как и в теории резонансных явлений в области СВЧ для однородно намагниченных образцов, требуется развитие более строгой теории, учитывающей, в частности, металлические свойства ФМ.

В обсуждаемых редкоземельных ФМ наблюдалось [56] также весьма сильное (около 50%) смягчение динамического модуля упругости c_{66} вблизи точки ФП $H = H_{\rm kp}$. Ясно, что оно связано с МУ взаимодействием и смягчением соответствующих квазиакустических мод. Однако и здесь детальная теория с учетом реальных условий эксперимента и геометрии также отсутствует.

1.2. Легкоплоскостные антиферромагнетики

Возникновение векторного параметра порядка $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$ ниже точки АФ упорядочения — точки Нееля T_N — обусловлено обменной энергией, которая минимальна, когда $\mathbf{M}_1 = -\mathbf{M}_2$ и вектор \mathbf{L} имеет максимальный модуль: $|\mathbf{L}| = 2M_0$. Отличная от нуля намагниченность $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ может появиться в этом случае или за счет внешнего магнитного поля, или за счет сравнительно слабых внутренних магнитноанизотропных полей, обусловленных релятивистскими (спинорбитальными, диполь-дипольными) взаимодействиями. И те и другие поля обычно малы по сравнению с обменными ($H_E \approx 10^6 \div 10^7$ Э), и это означает, что мы можем полагать $|\mathbf{M}| \ll |\mathbf{L}|$, а $|\mathbf{L}| \simeq 2M_0$. Предполагая также, что локальные намагниченности подрешеток удовлетворяют условию $\mathbf{M}_1^2 = \mathbf{M}_2^2 = M_0^2$, и вводя относительные векторы $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$, $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$, получаем для них условия $\mathbf{l}^2 + \mathbf{m}^2 = 1$ и $\mathbf{l} \cdot \mathbf{m} = 0$. При этом $m \ll l$ и в первом приближении $k \approx 1$.

Напомнив кратко эти элементарные понятия, перейдем к рассмотрению АФЛП. К таковым, в частности, относятся гематит (α -Fe₂O₃) с точкой Нееля $T_N = 950$ К (являющийся АФЛП выше точки Морина $T_M = 260$ К) и борат железа (FeBO₃) с точкой Нееля $T_N = 348$ К.

Оба они имеют тригональную симметрию и в состоянии ЛП обладают слабоферромагнитным моментом

$$M_S = \frac{M_0 H_D}{H_E} \quad \left(m_s = \frac{H_D}{2H_E}\right),\tag{1.2.1}$$

где H_E — эффективное обменное ноле, а H_D — поле Дзялошинского. Для гематита $H_D = 22$ кЭ, а для бората железа $H_D = 118$ кЭ. Поле H_E соответственно равно $9 \cdot 10^6$ Э и $7 \cdot 10^6$ Э [60, 64]. Мы взяли эти АФ не просто в качестве примера, а потому что в них достаточно велико МУ взаимодействие (МУ константы $B \approx 10^7$ эрг/см³) и интересующие нас эффекты исследованы наиболее полно. А гематит, как уже упоминалось, вообще был исторически первым магнетиком, в котором была открыта МУ щель.

1.2.1. Основное состояние. Фазовые переходы по упругому напряжению и полю

Для АФ кристаллов тригональной симметрии три вклада в плотность термодинамического потенциала можно представить в виде

$$F_{M} = \frac{1}{2}Em^{2} + \frac{1}{2}E'a^{2}\left(\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + \frac{1}{2}K_{1}l_{z}^{2} + d\left(l_{x}m_{y} - l_{y}m_{x}\right) - 2M_{0}\mathbf{Hm} + \frac{1}{8\pi}H_{M}^{2}, \qquad (1.2.2)$$

$$F_{y} = \frac{1}{2}c_{11}\left(u_{xx}^{2} + u_{yy}^{2}\right) + \frac{1}{2}c_{33}u_{zz}^{2} + c_{12}u_{xx}u_{yy} + c_{13}\left(u_{xx} + u_{yy}\right)u_{zz} + 2c_{44}\left(u_{yz}^{2} + u_{xz}^{2}\right) + 2c_{66}u_{xy}^{2} - \sigma_{ij}u_{ij}, \qquad (1.2.3)$$

$$F_{\rm MV} = B_{11} \left(u_{xx} l_x^2 + u_{yy} l_y^2 \right) + B_{12} \left(u_{yy} l_x^2 + u_{xx} l_y^2 \right) + B_{33} u_{zz} l_z^2 + + 2B_{44} \left(u_{yz} l_y + u_{zx} l_x \right) l_z + 2B_{66} u_{xy} l_x l_y.$$
(1.2.4)

Тригональная ось здесь принята за ось \mathbf{z} ; σ_{ij} — тензор упругого напряжения.

Обратим внимание на следующие два приближения, принятые при записи этих энергий. Во-первых, из членов с **m** мы оставили обменное слагаемое (слагаемое с E — константой однородного обмена), взаимодействие Дзялошинского, зеемановскую энергию во внешнем поле **H** и энергию дипольного поля **H**_M. Отброшены связанные с **m** слагаемые, дающие вклад в неоднородный обмен, магнитную анизотропию и MУ взаимодействие. Последнее, кстати, означает, что мы фактически учитываем не магнитострикцию (изменение деформаций, связанное с изменением **M**), а «антиферромагнитострикцию» — изменение деформаций, обусловленное изменение маправления **L**. Во-вторых, формулы (1.2.2)–(1.2.4) записаны в приближении изотропии свойств (магнитных, упругих и MУ) в плоскости базиса. (При этом между константами имеются следующие дополнительные соотношения: $B_{66} = B_{11} - B_{12}$ и $2c_{66} = c_{11} - c_{12}$). Указанные приближения не влияют на общую физическую картину явления, однако, если мы хотим описать детали этих явлений, то необходимо исходить из более строгой записи энергии (см., например, [26], где кроме всего прочего учтена пьезомагнитная энергия).

Пусть **Н** приложено вдоль оси **x**, которая в принятом приближении может быть направлена произвольно в ЛП. Приложим также вдоль этой оси одностороннее давление P (т.е. упругое напряжение $\sigma_{xx} = -P$), сжимающее кристалл при P > 0 и растягивающее его при P < 0 (в плотности упругой энергии (1.2.3) за это ответственен последний член).

Минимизируя полную энергию (1.1), мы можем снова найти основное состояние (определяемое векторами \mathbf{l}_0 и \mathbf{m}_0 и тензором $u_{ij}^{(0)}$) и условия его устойчивости в зависимости от \mathbf{H} и P. Заметим при этом, что в (1.2.4) мы опустили члены, линейные по u_{ij} , которые как и в случае ΦM приводят к перенормировке константы K_1 . Поэтому термодинамическое условие того, что плоскость xy является ЛП (так что $\mathbf{L} \perp \mathbf{z}$), здесь сводится к простому неравенству $K_1 > 0$. Что касается направлений \mathbf{l}_0 и \mathbf{m}_0 в плоскости базиса и их величин, то они определяются соотношением между \mathbf{H} и P. Поскольку $l_0 \approx 1$ и $\mathbf{l}_0 \perp \mathbf{m}_0$, то в качестве независимых переменных, определяющих основное состояние, могут быть приняты азимутальный угол φ вектора \mathbf{m}_0 в плоскости xy, и модуль этого вектора m_0 (рис. 1.2). Величины φ и m_0 могут быть выражены также через азимутальные углы φ_1 и φ_2 векторами \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 : $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$ и $m_0^2 = \cos^2 \psi$, где $\psi = (\varphi_1 - \varphi_2)/2$.

Введем эффективные поля:

$$H_E = \frac{E}{M_0}, \quad H_D = \frac{d}{2M_0} \quad \text{i} \quad H_p = \frac{B_{66}P}{2M_0c_{66}}.$$
 (1.2.5)

Поле H_p представляет собой эффективное поле анизотропии в плоскости xy, создаваемое односторонним давлением P.



Рис. 1.2. Намагниченности подрешеток в антиферромагнетике и углы, определяющие их конфигурацию: φ определяет направление вектора $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, а ψ – его модуль $M = 2M_0 \cos \psi$

Из минимума энергии находим два возможных решения для φ и m_0 в зависимости от H и P.

1) При

$$H_p \leqslant H_{pc} = \frac{H\left(H + H_D\right)}{2H_E} \tag{1.2.6}$$

(в том числе $H_p < 0$) имеем состояние 1:

$$m_0 = \frac{(H+H_D)}{2H_E}$$
 $\mu \quad \varphi = 0.$ (1.2.7)

2) При $H_p > H_{pc}$ реализуется состояние 2:

$$m_0 = \frac{H_p}{H} \cos \varphi, \quad \cos \varphi = \frac{H H_D}{2 H_E \left(H_p - H_{pc}\right) + H H_D}.$$
 (1.2.8)

Анализ формул (1.2.6)–(1.2.8) показывает, что может иметь место ФП по давлению P и полю **H**.

Переход по давлению (при заданном поле **H**) происходит в точке $H_p = H_{pc}$, т. е. согласно (1.2.6) и (1.2.5) при давлении

$$P = P_c = \frac{c_{66}M_0 \left(H + H_D\right)H}{B_{66}H_E}.$$
(1.2.9)

Из состояния 1 ($\mathbf{m}_0 \| \mathbf{x}$) система переходит в состояние 2, в котором постепенно с увеличением давления при $2H_E (H_p - H_{pc}) \gg HH_D$ направление \mathbf{m}_0 приближается к оси \mathbf{y} .

Переход по полю H (при заданном P > 0) происходит в интервале полей

$$0 \leqslant H \leqslant H_{\rm kp} \equiv \sqrt{\left(\frac{H_D}{2}\right)^2 + 2H_EH_p} - \left(\frac{H_D}{2}\right). \tag{1.2.10}$$

На левом краю интервала (H = 0) $\mathbf{m} \| \mathbf{y}$, а на правом краю ($H = H_{\kappa p}$) $\mathbf{m}_0 \| \mathbf{x}$ (состояние 1).

1.2.2. Антиферромагнитный резонанс. Магнитоупругая щель

В легкоплоскостном двуподрешеточном АФМ имеются две ветви магнонов — высокочастотная и низкочастотная (см., например, [65,414]).

Для первой из них в колебаниях участвует z — компонента вектора l (т. е. l выходит из плоскости xy), что связано согласно (1.2.3) с преодолением большого поля одноосной анизотропии $H_A = K_1/M_0$. А поскольку в магнонную щель ω_0 (частоту AФMP) это поле входит еще в комбинации с обменным полем:

$$\omega_0 = g\sqrt{2H_E H_A}, \qquad (1.2.11)$$

то эта частота действительно оказывается весьма высокой (порядка 10¹² и более) [415]. Высокочастотная мода становится мягкой при $\Phi\Pi$ (с параметром порядка l_z), при котором l выходит из плоскости xy. Последнее может иметь место при смене знака константы анизотропии K_1 (с температурой) или при обратном спин-флоп $\Phi\Pi$.

Рассмотрим, например, в качестве исходного состояние 1, в котором $\mathbf{m}_0 \| \mathbf{x}$, а следовательно, $\mathbf{l}_0 \| \mathbf{y}$. Учитывая, что при этом $l_y \approx 1$, и, посмотрев на энергию (1.2.4), нетрудно понять, что в данном случае с параметром перехода l_z взаимодействует деформация Δu_{yz} . Следовательно при таком ФП будет размягчаться динамический модуль упругости c_{44} , определяющий скорости волн с $\mathbf{k} \| \mathbf{y} \ \mathbf{u} \| \mathbf{z}$, или $\mathbf{k} \| \mathbf{z}$ и $\mathbf{u} \| \mathbf{y}$.

Нас, однако, интересуют $\Phi\Pi$ по **H** и *P* с поворотом **l** в плоскости базиса (т.е. с появлением l_z , если исходным основным состоянием снова является состояние 1). А эта переменная входит только в состав нормальных колебаний второй — низкочастотной, моды. Она является низкочастотной ввиду отсутствия (или малости) анизотропии в плоскости xy. Динамическим колебаниям препятствуют (и тем самым создают магнонную щель — отличную от нуля частоту АФМР), во-первых, магнитное поле **H**, удерживающее «всю конструкцию» (рис. 1.2) за весьма малый вектор намагниченности $M = M_0 \left(H + H_D \right) / H_E \ll M_0$ и, вовторых, эффективное поле замороженных деформаций H_{MV} , пропорциональное разности $u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)}$ (явный вид этого поля будет приведен ниже). При наличии упругого напряжения к ним добавляется еще поле H_p (1.2.5). Как и в случае обычного поля магнитной анизотропии формула (1.2.11) оба магнитострикционных поля — Н_{МУ} (спонтанная стрикция) и H_p (внешнее давление) входят в магнонную щель, будучи усиленными обменным полем H_E . Само по себе (или в комбинации с H_D) входит только внешнее поле H.

После этих пояснений можно, наконец, написать формулы для частоты низкочастотного АФМР, соответствующего магнонной моде (при k = 0), по которой бы происходил ФП в плоскости базиса, если бы не было МУ взаимодействия. Эти формулы получаются в результате записи уравнений движения вида (1.3) для M_1 и M_2 (с последующим переходом в них к l и m), а также уравнений (1.4) для деформаций u_{ij} и решения линеаризованной системы уравнений для колебаний Δm , Δl и Δu_{ij} вблизи состояний (1.2.7) и (1.2.8). Результаты будут следующими.

Состояние 1 ($H_p \leqslant H_{pc}$):

$$\omega_0^2 = g^2 2H_E \left(H_{\rm MY6} + H_{pc} - H_p \right); \tag{1.2.12}$$

состояние 2 ($H_p \geqslant H_{pc}$):

$$\omega_0^2 = g^2 2H_E \left[H_{\text{MV6}} + \frac{2H_E H_p - H^2 + H H_D}{2H_E H_p - H^2} \left(H_p - H_{pc} \right) \right], \quad (1.2.13)$$

где $H_{\mathrm{MY6}} = rac{8B_{66}^2}{(c_{66}M_0)}.$

Хотя в состоянии 1 сжимающее давление P уменьшает магнонную щель (1.2.12), но не может довести ее до нуля, так как при $H_p = H_{pc}$, т. е. при $P = P_c$ (1.2.9), происходит ФП из состояния 1 в 2 (рис. 1.3, a). В этом смысле можно говорить о «неуничтожимости» магнонной щели внешним воздействием (температурой, полем, давлением) для моды, линейно взаимодействующей с деформациями Δu_{ij} . Раньше происходит ФП, при котором щель достигает хотя и минимального, но не нулевого значения

$$\omega_0^{(\min)} = \omega_{MY6} = g\sqrt{2H_E H_{MY6}} \,. \tag{1.2.14}$$

Как и предсказывалось, МУ щель усилена обменным полем H_E .



Рис. 1.3. Зависимость частоты АФМР: а) от одностороннего давления P > 0(сжатие) в поле $\mathbf{H} \| \mathbf{P}$; б) от поля $H: I - P = 0, 2 - H_p > 0, \mathbf{H} \| \mathbf{P}$; или $H_p < 0, \mathbf{H} \bot \mathbf{P}, 3 - H_p > 0, \mathbf{H} \bot \mathbf{P}$, или $H_p < 0, \mathbf{H} \| \mathbf{P}$

При дальнейшем увеличении *P* (уже в состоянии 2) щель снова возрастает в соответствии с формулой (1.2.13).

Аналогичный вид имеет зависимость ω_0 от поля H (при заданном P) с минимумом (1.2.14) в точке $\Phi\Pi$ $H = H_{\rm kp}$ (1.2.10) (рис. 1.3, δ). Кривая I соответствует случаю P = 0 (когда $H_{\rm kp} = 0$), а кривые 2 - случаю $P \neq 0$. Во втором случае при заданной частоте в интервале $\omega_{\rm MY6} < \omega < \omega_0|_{H=0}$ АФМР резонанс должен иметь место при двух значениях поля H. Это появление дополнительного резонанса при наложении одностороннего давления в ЛП наблюдалось экспериментально в [61] и теоретически объяснено в [5].

1.2.3. Мягкая магнитоакустическая мода

При однородных (динамических) колебаниях $\Delta \mathbf{m}$ и $\Delta \mathbf{l}$, определяющих частоты A Φ MP, динамические деформации были равны нулю, так как $\Delta u_{ij}|_{k=0} = 0$ («замороженная решетка»). Однако при определении условий устойчивости основного состояния, как это было продемонстрировано в п. 1.1.1 для Φ M, должны варьироваться все переменные. Это неизбежно дает, что $\Phi \Pi$ (потеря устойчивости) происходит раньше, чем обращается в нуль щель для магнонной моды, по которой должен был бы произойти $\Phi \Pi$. Из-за этого в точке $\Phi \Pi$ и остается

конечная МУ щель. Но это несостоявшееся обращение в нуль щели для квазимагнонной моды передается какой-либо взаимодействующее с ней квазифононной моде — зануляется соответствующий ей динамический модуль упругости в точке ФП (точке потери устойчивости) при $k \rightarrow 0$. Это вполне понятно, так как для таких мод в длинноволновом пределе из-за квазиравновесной связи между $\Delta \mathbf{l}$, $\Delta \mathbf{m}$ и Δu_{ij} , условие обращения в нуль указанного динамического модуля упругости фактически совпадает с одним из условий потери положительной определенности квадратичной формы по этим переменным — условий, которые определяют ФП.

Какие же КФ моды становятся мягкими в данном случае? Их частоты в длинноволновом пределе, когда $k \ll \omega_0/S$ (и $\omega \ll \omega_0$), можно найти минимизируя энергию $F_M + F_{\rm MY}$ по $\Delta {\bf m}$ и $\Delta {\bf l}$ вблизи рассматриваемого основного состояния. Выражая с помощью условия (1.1.16) для $\Delta {\bf m}$ и аналогичного условия для $\Delta {\bf l}$ эти переменные через связанные с ними деформации Δu_{ij} и исключая затем магнитные переменные из полной энергии, мы получим некоторую эффективную упругую энергию с перенормированными модулями (за счет того, что деформации «таскают за собой» $\Delta {\bf m}$ и $\Delta {\bf l}$). Если мы хотим получить полный спектр связанных МУ волн как КФ, так и КМ (в том числе, не только в длинноволновом пределе), то надо, конечно, решать уравнения движения, о которых говорилось выше. Мы рассмотрим снова случай ${\bf k} ||{\bf H}||{\bf x}$. (При этом, однако, в состоянии 2 направление ${\bf k}$ отнюдь не совпадает с ${\bf m}_0$.)

Результаты для обоих состояний (при $H_p \leq H_{pc}$ и $H_p \geq H_{pc}$) можно представить в виде единых формул, которые в длинноволновом пределе принимают вид

$$\Omega_k^2 = \omega_k^2 + \zeta_{6k} \omega_t^2 \tag{1.2.15}$$

— для кзазимагнонной моды;

$$\Omega_t = v_t k$$

для поперечной квазифононной моды с поляризацией u||y; и

$$\Omega_l = v_l k$$

— для продольной квазифононной моды ($\mathbf{u} \| \mathbf{k} \| \mathbf{x}$). Поперечный звук, поляризованный вдоль оси симметрии \mathbf{z} , здесь (вдали от упомянутого выше $\Phi \Pi$ с появлением l_z) очень слабо взаимодействует с магнонами. В этих формулах:

$$\omega_k^2 = \omega_0^2 + g^2 2H_E H'_E(ak)^2 + g^2 \frac{4\pi M_0}{H_E} \left(H + H_D\right)^2 \sin^2 \varphi \qquad (1.2.16)$$

— частота магнона в отсутствие динамической МУ связи (но учитывающая спонтанные деформации в основном состоянии), в которой для φ и ω_0 берутся их значения, соответствующие состоянию 1

(1.2.7) и (1.2.12) или состоянию 2 (1.2.8) и (1.2.15). Последнее слагаемое (1.2.16) обусловлено диполь-дипольным взаимодействием ¹). Далее

$$\zeta_{6k} = \frac{\omega_{\text{MV6}}^2}{\omega_k^2} \tag{1.2.17}$$

- параметр МУ связи, а формулы

$$v_t^2 = \rho^{-1} c_{66} \left(1 - \zeta_{6k} \cos^2 2\varphi \right)$$
(1.2.18)

И

$$v_l^2 = \rho^{-1} \left(c_{11} - \zeta_{6k} c_{66} \sin^2 2\varphi \right)$$
(1.2.19)

определяют скорости указанных выше поперечной (Ω_t) и продольной (Ω_l) квазиакустических мод. Угол φ здесь надо снова брать тот, который соответствует рассматриваемому состоянию (1 или 2).

Теоретическая зависимость от H скорости длинноволновых МА (КФ) волн в гематите при наличии одностороннего давления P приведена на рис. 1.4 [6]. Экспериментальные данные [58–61] при P = 0для скорости звука в α -Fe₂O₃ и FeBO₃ в зависимости от H хорошо ложатся на теоретическую кривую v(H).



Рис. 1.4. Зависимость скорости поперечных (1) (поляризованных в плоскости базиса) и продольных (2) квазиупругих волн от магнитного поля в гематите с $\mathbf{L} \perp \mathbf{z}$ при $\mathbf{k} \| \mathbf{H} \| \mathbf{P} \| \mathbf{x}$, $H_p > 0$, $P \simeq 1$ кбар

В точке ФП между состояниями 1 и 2, т.е. при $H_p = H_{pc}$ (или $H = H_{\rm kp}$), параметр $\zeta_6 \equiv \zeta_{6k}|_{k=0} = 1$. При этом обращается в нуль скорость v_t (1.2.18) при $k \to 0$, а закон дисперсии для Ω_t (1.2.15) стано-

¹) Обратим внимание, что из-за этого дипольного слагаемого частота АФМР ω_0 , вообще говоря, не может быть получена из формулы (1.2.13) как предел $\omega_k|_{k\to 0}$, в особенности, если речь идет об ограниченном образце.

вится снова квадратичным, как и в аналогичном случае в ΦM (только здесь роль поля анизотропии H_{\Box} играет поле H_p). А именно

$$\Omega_t \approx \left(\frac{\omega_D \omega'_E}{\omega_{\text{MV6}}}\right) (ak)^2.$$
 (1.2.20)

Если задана частота $\Omega_t = \omega$, то, исключая из (1.2.18) (при $\varphi = 0$ и $\zeta_6 = 1$) с помощью (1.2.20) волновой вектор **k**, для скорости непосредственно в точке $\Phi\Pi$ получим:

$$v_t = S_t \sqrt{\frac{\omega \cdot 2\omega_E}{\omega_{\text{MVG}} \cdot \omega_D}} \quad (\omega_E = gH_E).$$

Следовательно, в точке ОФП скорость пропорциональна $\omega^{1/2}$.

Если в уравнениях движения учесть затухание, то (в пренебрежении в нем вязко-упругими членами) для коэффициента затухания для этого поперечного квазизвука найдем (в точке ФП):

$$\kappa_t = \left(\frac{r\omega_E}{\omega_{\rm MY6}}\right) \left(\frac{\omega_D}{\omega_E}\right).$$

Первый множитель здесь представляет собой относительную ширину линии $A\Phi MP$ на частоте ω_{MV6} , и если она мала, то затухание квазизвука, достигая в точке $O\Phi\Pi$ максимальной величины, все же будет достаточно малым, чтобы можно было говорить о MY квазиакустических волнах.

Несколько слов хочется сказать о роли диполь-дипольного взаимодействия. Появление дипольного члена в (1.2.16) связано с тем, что в состоянии 2, где $\varphi \neq 0$, в уравнениях (1.1.4) div $\mathbf{M} = i (\mathbf{k} \mathbf{M}_{\perp}) \neq 0$ (поскольку $\mathbf{k} \| \mathbf{x}$, а $\mathbf{M}_{\perp} \perp \mathbf{m}_0$). То же самое будет в состоянии 1, если \mathbf{k} составляет угол φ с $\mathbf{m}_0 \| \mathbf{x}$ в плоскости xy. Хотя дипольный член в (1.2.16) мал по сравнению с таковым для $\Phi \mathbf{M}$ (что связано с малостью вектора \mathbf{M}), все же он может уменьшать эффективность $M \mathbf{y}$ связи и смягчение К Φ моды. Чтобы это уменьшение было не сильным (параметр ζ_6 оставался ≈ 1), дипольный член в (1.2.16) должен быть меньшим $M \mathbf{y}$ щели (точнее ее квадрата). Это накладывает следующее условие на угол φ :

$$\sin^2 \varphi < \frac{H_{\rm MV6}}{2\pi M_0} \left(\frac{2H_E}{H+H_D}\right)^2.$$

Для гематита правая часть составляет около 10, так что это условие выполняется для любых φ .

1.2.4. Спин-спиновый резонанс в упругонапряженных антиферромагнетиках вблизи перехода «спин-флоп»

В работе [61] впервые разработали методику, позволяющую проводить резонансные измерения на образцах, находящихся под большим одноосным давлением до 2 кбар. Такие упругие напряжения могут привести к появлению новых эффектов, теоретическое рассмотрение которых представляет определенный интерес. Ряд подобных эффектов нами был уже исследован [5, 6] (см. выше). К ним относится ограничение минимальной частоты ФМР и АФМР при одностороннем давлении (невозможность уменьшения с помощью упругих напряжений МУ щели); появление в области малых полей дополнительного пика поглощения при напряжении, создающем перпендикулярную полю ось анизотропии и превышающем некоторое критическое значение; влияние упругого напряжения на скорость звука в области ОФП.

Данный параграф посвящен изучению спин-спинового резонанса в находящемся под односторонним давлением АФЛО [98].¹) Этот резонанс можно обнаружить в поле, превышающем поле спин-флоп перехода и направленном под некоторым углом ϑ_0 к оси кристалла упругое напряжение создается вдоль оси, лежащей в плоскости базиса, дается оценка минимального угла ϑ_0 , при котором это явление может наблюдаться. Спин-спиновый резонанс экспериментально наблюдался в АФЛП MnCO₃ [416] и α -Fe₂O₃ [417].

В одноосном $A\Phi$ при H = 0 и при направлении давления вдоль оси x ($P = -\sigma_{xx}$) вектор **L** устанавливается следующим образом:

$$\mathbf{L} \| \mathbf{z},$$
если $H_{A1} = H_A - H_p \theta(H_p) > 0,$ (1.2.21a)

$$\mathbf{L} \| \mathbf{x},$$
если $H_{A1} < 0, \ H_p > 0,$ (1.2.216)

$$\mathbf{L} \| \mathbf{y},$$
если $H_{A1} < 0, \ H_p < 0,$ (1.2.21в)

где $\theta(H_p) = 1$ или 0 соответственно при $H_p > 0$ или $H_p < 0$. Рассмотрим два случая, когда $\mathbf{H} \| \mathbf{z}$ и $\mathbf{H} \| \mathbf{x}$.

1. **H**||**z**. Из минимума полной энергии кристалла следует, что при выполнении условия (1.2.21а) в интервале полей $0 < H < H_2$ устойчива коллинеарная фаза (**L**||**H**), а при $H_1 < H \leq H_E$ — неколлинеарная (**L**⊥**H**), где $H_{1,2}$ — критические поля опрокидывания, перенормированные магнитострикцией и напряжениями [98]. Нас будет интересовать случай неколлинеарной фазы.

Решая уравнения движения магнитных моментов подрешеток с учетом равновесных значений \mathbf{M}_i (углов ϑ_i и φ_i) и u_{ik} [98], получаем следующие выражения для частот АФМР:

$$\omega_1 = g \left[H_E \left(2H_{\text{MV}} \sin^2 \vartheta + |H_p| \right) \right]^{1/2} \sin \vartheta,$$

$$\omega_2 = g \left[H_E \left(2H_{\text{MV}} + H_E \cos^2 \vartheta - H_{A1} \right) \right]^{1/2}.$$
(1.2.22)

Здесь $\cos \vartheta \simeq H/H_E$, $\vartheta = \vartheta_1 = \vartheta_2$. Анализ этих формул позволяет сделать следующие выводы. Ни одна из частот АФМР не обращается

¹) Под спин-спиновым резонансом в АФ мы понимает взаимодействие двух типов колебаний спиновой системы, которое может иметь место при пересечении двух ветвей спектра СВ (кривых зависимости частоты колебаний от *H*).

в нуль в точке $\Phi\Pi$ первого рода $H = H_1$. Частота ω_2 , как функция магнитного поля, достигает наименьшего значения в точке $\Phi\Pi$:

$$\omega_2^2 = 2g^2 H_E H_{\rm MY}. \tag{1.2.23}$$

С приближением к точке схлопывания магнитных моментов подрешеток ($\vartheta \to 0$) первая из частот (1.2.22) становится безактивационной. Это объясняется тем, что данная ветвь СБ связана с колебанием вектора **L**, величина которого, приближаясь к точке схлопывания, стремится к нулю.

Приложенное давление снимает вырождение частот АФМР в поле ФП $H = H_1$. В поле $H_r = \sqrt{H_E (H_{A1} + |H_p|)}$ имеет место пересечение ветвей АФМР: $\omega_1(H_r) = \omega_2(H_r)$. Если **Н** направить под некоторым углом к кристаллографической оси **z**, то вырождение резонансных частот в точке пересечения вследствие нарушения одноосной симметрии системы снимется. При этом появляется возможность наблюдения спин-спинового резонанса.

Пусть поле $H \ll H_E$ приложено под углом ϑ_0 к оси **z** в плоскости xz. Тогда получаемые из минимума энергии основного состояния равновесные значения полярных углов магнитных моментов \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 определяются как

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \frac{2H^2 \sin^2 \vartheta_0}{H^2 - H_E H_{A1}}; \quad \sin(\Delta \vartheta) = \frac{H \left(\cos \theta - \sin \theta \sin \vartheta_0\right)}{H_E}, \quad (1.2.24)$$

где

$$\theta = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}, \quad \vartheta \equiv \frac{\pi}{2} - \Delta \vartheta = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}$$

Выражения для частот АФМР имеют вид

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + 2\Omega_3^2 \pm \sqrt{\left(\Omega_1^2 - \Omega_2^2\right)^2 + 8\Omega_3^2 \left(\Omega_1^2 + \Omega_2^2\right)} \right], \quad (1.2.25)$$

1 /0

где

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= g \left[H_E \left(2H_{\rm MV} + H_{A1} \sin^2 \theta + |H_p| \right) \right]^{1/2};\\ \Omega_2 &= g \left[H_E \left(2H_{\rm MV} + H_E \sin^2 \Delta \vartheta - H_{A1} \cos 2\theta \right) \right]^{1/2};\\ \Omega_3 &= g H_{A1} \frac{\sin \vartheta_0}{\sin \Delta \vartheta}. \end{aligned}$$

Если угол ϑ_0 достаточно мал $\left(\sin \vartheta_0 \ll \frac{1}{2} \left(\frac{|H_p|}{H_{A1} + |H_p|} \right)^{3/2} \right)$, то для интервала полей $H - |H_\tau| \ll \sqrt{H_E |H_p|}$ выражение (1.2.25) приводятся

интервала полей $H - |H_{\tau}| \ll \sqrt{H_E} |H_p|$ выражение (1.2.25) приводятся к следующему виду:

$$\omega_{1,2} = \Omega_1 \pm \Omega_3 = g \left[\sqrt{H_E |H_p|} \pm \frac{H_{A1}}{|H_p|} H \sin \theta_0 \right].$$
(1.2.26)

Полагая $\vartheta_0 \sim (10^{-1} - 10^{-2}) \left(\frac{|H_p|}{H_{A1} + |H_p|}\right)^{3/2}$, $H_E \sim 10^6$ Э, $M_0 \sim 10^3$ Э, $H_A \sim (10^2 - 10^3)$ Э, получаем: $\omega_r \sim \omega_1 \sim \omega_2 \sim (10^{10} - 10^{11})\sqrt{P}$ с⁻¹, $H_r \sim 10^4$ Э, а $\omega_1 (H_r) - \omega_2 (H_r) \sim (10^9 - 10^{10})$ с⁻¹. (*P* в килобарах.) Зависимость резонансных частот $\omega_1(H)$ и $\omega_2(H)$ в случае наклонного магнитного поля схематически представлена на рис. 1.5.



Рис. 1.5. Зависимость резонансных частот $\omega_{1,2}(H)$ в наклонном относительно оси кристалла магнитном поле

2. **H**||**x**. При выполнении условия (1.2.216) и при $H_A < 0$ в интервале полей $0 < H < H'_2$ устойчива коллинеарная фаза **L**||**H**||**x**, а в интервале полей $H'_1 < H < H_E$ — неколлинеарная **L**||**y**, где $H'_1 \simeq H'_2 \simeq \sqrt{H_E H_p}$. При выбранных значениях параметров поле опрокидывания $H'_1 \simeq (10^3 - 10^4)\sqrt{p}$ Э. Здесь мы также остановимся лишь на случае неколлинеарной фазы, который аналогичен уже рассмотренному выше. Частоты АФМР записываются теперь как

$$\omega_{1} = g \left[H_{E} \left(2H_{MY} + H_{E} \cos^{2} \varphi - H_{p} \right) \right]^{1/2};$$

$$\omega_{2} = g \left[H_{E} \left(|H_{A}| + 2H_{MY} \sin^{2} \varphi \right) \right]^{1/2} \sin \varphi,$$
(1.2.27)

где $\cos \varphi = H/H_E$, $\varphi = \varphi_1 = -\varphi_2$.

В наклонном относительно оси **x** магнитном поле снимается вырождения в точке пересечения ветвей СВ $H = H_r \simeq \sqrt{H_E H_{A1}}$. В таком поле, так же как и в предыдущей ситуации, может быть обнаружен спинспиновый резонанс. Зависимость резонансных частот от эффективных полей анизотропии и давления в этих двух рассматриваемых случаях будет различна. Все результаты предыдущего случая могут быть перенесены на данный следующей формальной заменой: $H_{A1} \to H_p$, $H_p \to H_A$, $\vartheta \to \varphi$, $\vartheta_0 \to \varphi_0$ (магнитное поле приложено в базисной плоскости кристалла под углом φ_0 к оси **x**).

Итак, как уже отмечалось, спин-спиновый резонанс был экспериментально обнаружен в АФЛП [416, 417] (см. также [418]). В работе [98] показана возможность наблюдения этого эффекта в легкоосных АФ, если последние подвергнуть одностороннему сжатию в направлении, перпендикулярном легкой оси.

1.2.5. Обменное усилие магнитоупругой связи

Как уже отмечалось, $\Phi Л \Pi$ и $A \Phi Л \Pi$ при относительно малом поле в Л П находятся в состоянии, близком к $O \Phi \Pi$. В качественном отношении здесь нет между ними различия. Существенное отличие заключается в степени близости по H к точке $O \Phi \Pi$, что происходит из-за так называемого эффекта обменного усиления МУ связи в $A \Phi Л \Pi$ [24,26,65].

Мы уже говорили об обменном усилении МУ щели (1.2.14). В случае $\varphi = 0$ (состояние 1 в п. 1.2.1) в силу (1.2.16) и (1.2.12) параметр МУ связи (1.2.17) можно представить в виде

$$\zeta_{6k} = 2H_E H_{MY6} \times \left[2H_E H'_E a^2 k^2 + H \left(H + H_D \right) - 2H_E H_p + 2H_E H_{MY6} \right]^{-1}.$$
 (1.2.28)

Отсюда видно, что благодаря большой величине МУ щели в АФ (последний член в знаменателе (1.2.28)) сильное влияние поля H на ζ_{6k} (а стало быть, и на v_t) имеет место при значительном удалении от ФП, то есть до весьма больших H. Так, в гематите это будут поля $H \approx \sqrt{2H_E H_{\rm MY6}} \sim 10^3$ Э (соответствующие поля в ФМ составляют ~ 1 Э).

В АФ имеется и второй эффект обменного усиления — усиление самого параметра МУ связи ζ_{6k} за счет наличия множителя H_E в числителе (1.2.28). Действительно, если полевой член в знаменателе (1.2.28) порядка или больше МУ щели, то для ζ_6 (при P = 0) из (1.2.28) получаем:

$$\zeta_6 = \left(\frac{2H_E}{H + H_D}\right) \left(\frac{H_{\text{MV6}}}{H}\right). \tag{1.2.29}$$

В аналогичной ситуации для ΦM (см. (1.1.18)) имелся лишь второй множитель, так что в $A\Phi$ параметр ζ_6 усилен множителем $2H_E/(H+H_D)$. В гематите $H_E \simeq 10^7$ Э, $H_D \simeq 2 \cdot 10^4$ Э, и этот множитель $\sim 10^3$ (при $H \leq H_D$).

Для наблюдения размягчения квазиакустической моды (и для его практических применений) важны оба эффекта обменного усиления. Если увеличение МУ щели обусловливает проявление изменения $v_t(H)$ в достаточно широком интервале полей, то за счет увеличения ζ_6 обеспечивается большая величина этого изменения даже вдали от точки ФП.

Физическую природу обменного усиления ζ_6 легко понять на простом примере. Квазиакустическая мода $\Omega_t = v_t k$ соответствует колебаниям u_{xy} . Повороту вектора l (и m) в плоскости базиса (на угол φ), вызываемому этими деформациями благодаря МУ связи (член с $B_{66} = B_{11} - B_{12}$ в (1.2.4), препятствует поле **H**, которое удерживает всю конструкцию за малый вектор **M**. Из минимума энергии

$$F(\varphi) = -2M_0m_xH + 2B_{66}l_xl_yu_{xy} \approx \\ \approx -2M_0mH\cos\varphi + 2B_{66}\sin\varphi u_{xy}$$
(1.2.30)

при малых φ (таких, что $l_y pprox 1, \, l_x pprox \varphi$ и $\cos \varphi pprox 1 - rac{1}{2} arphi^2$) находим

$$l_x \approx \varphi = -\frac{B_{66}}{mM_0H} u_{xy}.$$
(1.2.31)

Подстановка φ в (1.2.30) дает добавку к c_{66} в (1.2.3) вида

$$\Delta c_{66} = -\zeta_6 c_{66},$$

где ζ_6 как раз определяется формулой (1.2.29).

В случае ФМ в (1.2.31) вместо m стояла бы единица, и из (1.2.29) исчез бы «коэффициент усиления» $2H_E/(H+H_D)$. Таким образом, физически усиление МУ связи в АФ получается по той причине, что деформации u_{xy} следуют за вектором \mathbf{L} ($L \approx 2M_0$), а поле \mathbf{H} за вектором \mathbf{M} . Поэтому φ для \mathbf{l} (и для \mathbf{m}) получается в случае АФ в M_0/M раз больше.

Сильное вращение **l** и **m**, вызываемое звуковой волной, может служить причиной детектирования света звуком [108]. Эта же причина приводит к гигантскому эффективному ангармонизму упругих свойств [64].

Отметим еще одно важное обстоятельство. Как уже упоминалось выше и видно из (1.2.28), в АФ обменно усиливаются только внутренние поля (H_A , $H_{\rm My}$, H_p) и не усиливается внешнее поле (если не считать его «усиления» полем Дзялошинского H_D). Именно с этим обстоятельством связано расширение области по полю H, где сказывается наличие ФП на ξ_{6k} и динамический модуль упругости (скорость звука) для мягкой квазиакустической моды. Для ФП по P в этом смысле усиления нет, так как соответствующий член с H_p в знаменателе (1.2.28) становится сравнимым с МУ щелью уже при $H_p \approx H_{\rm My6}$. Зато по этой же причине (из-за наличия множителя H_E при H_p) усиливается влияние P на спектр и ξ_{6k} по сравнению с влиянием поля H.

Все сказанное о роли обменного усиления можно увидеть также из неравенства

$$\frac{H\left(H+H_{D}\right)}{2H_{E}}-H_{p}\leqslant H_{E}^{\prime}(ak)^{2}\leqslant H_{\mathrm{MV6}},$$

представляющего собой условие, при котором будут велики интересующие нас эффекты в АФ (когда $\zeta_{6k} \simeq 1$) и которое приходит на смену условию (1.1.23) для ФМ. Заметим, что верхний предел для k в случае АФ остался таким же, как и в случае ФП. Это означает, что в обоих случаях значительные эффекты смягчения квазизвука при ФМ можно наблюдать только для достаточно длинных волн $\lambda \ge a \sqrt{H'_E/H_{MY}}$.

1.2.6. Щель в спин-волновом спектре, обусловленная магнитоэлектрическим эффектом. Влияние электрического поля на частоту АФМР в магнитоэлектриках

Магнитоэлектрический эффект (МЭЭ) [419–423] — возникновение (или изменение) магнитного момента в АФ под действием электрического поля \mathbf{E} — определяется соотношением

$$M_{\alpha} = \widetilde{G}_{\alpha\beta\gamma} L_{\beta} E_{\gamma}, \qquad (1.2.32)$$

где $\widetilde{G}_{\alpha\beta\gamma}$ — тензор магнитоэлектрической постоянной.

В АФ с центром инверсии I МЭЭ может существовать лишь при условии, когда эта операция связывает узлы разных магнитных подрешеток, так что ее применение приводит к смене знака L (такую операцию отмечают индексом минус: I-). В случае отсутствия центра симметрии МЭЭ может наблюдаться как в АФ, так и в ферримагнетиках, т.е. в веществах с кристаллографически неэквивалентными магнитными подрешетками. В последних эффект будет проявляться в изменении уже имеющегося магнитного момента. При наличии же в ферромагнетике точки компенсации возможно наблюдение смещения этой точки под действием Е. В АФ в этом случае МЭЭ может наблюдаться на фоне слабоферромагнитного момента. Такое явление обнаружено Радо [424] в орторомбическом соединении без центра симметрии Ga_{2-x}Fe_xO₃ ($x \simeq 1$). МЭЭ предсказан Дзялошинским [419] и впервые обнаружен Астровым [420] в тригональном АФ Cr_2O_3 с L||z|. Затем в [423] этот эффект наблюдался в Fe₂O₃. Кристаллографически это соединение изоморфно окиси хрома, но $\mathbf{L} \perp \mathbf{z}$.

В данном разделе МЭЭ рассматривается в тригональных АФЛО и АФЛП [28–30]. Вычислен спектр СВ с учетом МЭ энергии. МЭ вклад в спектр сравнивается с МУ вкладом (с МУ щелью). В результате делается вывод о возможности наблюдения влияния электрического поля на частоту АФМР вблизи ОФП.

В тригональных АФЛП (L⊥z) в случае E⊥z продольная и поперечная относительно направления E составляющие M (продольный и поперечный эффект) имеют следующий вид:

$$M_{\parallel} = \tilde{G}_{1}LE\sin(3\varphi_{E} + \varphi_{EL}),$$

$$M_{\perp}^{(xy)} = \tilde{G}_{1}LE\cos(3\varphi_{E} + \varphi_{EL}),$$

$$M_{\perp}^{(z)} = \tilde{G}_{2}LE\cos\varphi_{EL}.$$

(1.2.33)

В случае же $\mathbf{E} \| \mathbf{z}$

$$M_{\parallel} = 0, \quad M_{\perp}^{(xy)} = G_3 LE \cos \varphi_L.$$
 (1.2.34)

Здесь φ_E определяет направление **E** относительно **x** в плоскости базиса, φ_{mn} — угол между векторами **m** и **n**; индекс (xy) означает плоскость, в которой лежит данный вектор.

Если в Cr₂O₃ (**L**||**z**) независимо от ориентации **E** может наблюдаться лишь продольный эффект ($M_{\perp} = 0$) [419,420], то здесь (в веществах с **L** \perp **z**) картина иная. При **E**||**z**, наоборот, $M_{\perp} \neq 0$, а $M_{\parallel} = 0$; при **E** \perp **z** могут иметь место как продольные, так и поперечные эффекты.

Рассмотрим далее спектр CB ромбоэдрических «магнитоэлектриков», для которых имеет место операция *I*⁻. Плотность энергии в этом случае можно представить как

$$H = H_{\rm M} + H_{\rm \Im} + H_{\rm M\Im}. \tag{1.2.35}$$

Магнитная энергия

$$H_{\rm M} = \frac{1}{2}AM^2 + \frac{1}{2}bL_z^2 - \mathbf{MH} + \frac{1}{2}A_{\beta\gamma}\frac{\partial M_{\alpha}}{\partial x_{\beta}}\frac{\partial M_{\alpha}}{\partial x_{\gamma}} + \frac{1}{2}B_{\beta\gamma}\frac{\partial L_{\alpha}}{\partial x_{\beta}}\frac{\partial L_{\alpha}}{\partial x_{\gamma}} + P_{\alpha\beta\gamma}M_{\alpha}\frac{\partial L_{\beta}}{\partial x_{\gamma}} + q_{\alpha\beta\gamma}L_{\alpha}\frac{\partial M_{\beta}}{\partial x_{\gamma}}, \quad (1.2.36)$$

где A, B и b — параметры обменного взаимодействия и магнитной анизотропии. Последние два неоднородных члена могут иметь место лишь в случае кристаллов с центром инверсии I⁻.

Электрическая энергия

$$H_{\Im} = \frac{1}{2}\kappa_1 \left(P_x^2 + P_y^2 \right) + \frac{1}{2}\kappa_2 P_z^2 - \mathbf{PE}, \qquad (1.2.37)$$

где κ_1 , κ_2 — компоненты тензора обратной диэлектрической восприимчивости.

МЭ энергия

$$H_{M\Theta} = - \{G_1 \left[(M_x L_y + M_y L_x) P_x + (M_x L_x - M_y L_y) P_y \right] + G_2 M_z (L_x P_x + L_y P_y) + G_3 (M_x P_x + M_y P_y) L_z + G_4 (M_x L_x + M_y L_y) P_z + G_5 M_z L_z P_z \}.$$
 (1.2.38)

Исследуем два случая: когда $\mathbf{L} \| \mathbf{z}$ и $\mathbf{L} \perp \mathbf{z}$.

I. Для состояния с **L**||**z**, которое реализуется в Cr₂O₃, получаем следующие равновесные значения для намагниченности и электрической поляризации:

$$M_x^{(0)} = \frac{\kappa_1 H_x - G_3 L_0 E_x}{A\kappa_1 - G_3^2 L_0^2}, \quad M_y^{(0)} = \frac{\kappa_1 H_y - G_3 L_0 E_y}{A\chi_1 - G_3^2 L_0^2}, \quad M_z^{(0)} = 0,$$

$$P_x^{(0)} = \frac{A E_x - G_3 L_0 H_x}{A\kappa_1 - G_3^2 L_0^2}, \quad P_y^{(0)} = \frac{A E_y - G_3 L_0 H_y}{A\kappa_1 - G_3^2 L_0^2}, \quad P_z^{(0)} = \frac{E_z}{\kappa_2}.$$
(1.2.39)

При $\mathbf{E} \| \mathbf{z}$ и $\mathbf{H} \| \mathbf{z}$ спектр CB будет иметь вид

$$\varepsilon_k^{(1,2)} = \mu \left\{ \left[H_E \left(H_A + H'_k \right) \right]^{1/2} \pm \left(H + H_{M\Im} \right) \right\}.$$
 (1.2.40)

Здесь

$$H_E = AL_0, \quad H_A = BL_0; \quad H_{M\Im} = aE, \quad a = (G_5 - G_4) L_0/\kappa_2; \quad (1.2.41)$$
$$H'_k = L_0 \left[\left(B_\perp + f_1^2/A \right) \left(k_x^2 + k_y^2 \right) + \left(B_z - f_2^2/A \right) k_z^2 \right], \quad (1.2.42)$$

$$B_{\perp} = B_{xx} = B_{yy}, \quad B_z = B_{zz},$$

$$f_1 = f_{xxy} = f_{xyx} = f_{yxx} = -f_{yyy}, \quad f_2 = f_{xxz},$$

причем в данном случае $f_{\alpha\beta\gamma} = p_{\alpha\beta\gamma} = -q_{\alpha\beta\gamma}$. При этом должны выполняться условия $B_{\perp} + f_1^2/A > 0$, $B_z - f_2^2/A > 0$, так как в противном случае состояния с однородным распределением **М** и **L** окажутся неустойчивыми.

Исходя из выражения для термодинамического потенциала

$$\Omega = kT \sum_{kj} \ln \left[1 - \exp\left(-\varepsilon_{kj}/kT\right)\right],$$

легко найти температурную зависимость модуля МЭЭ α , определяемого соотношением $M_z = \alpha E_z$:

$$M_z = -\frac{\partial\Omega}{\partial H} = a\chi_{\parallel} E_z, \qquad (1.2.43)$$

т.е. α зависит от частоты так же, как восприимчивость χ_{\parallel} . Аналогичный результат в приближении молекулярного поля был получен Радо [422]. Такая зависимость хорошо согласуется с экспериментальными данными.

2. В АФЛП (**L** \perp **z**) рассмотрим состояние в области ОФП по полю **H**, лежащему в плоскости базиса. Если анизотропия в плоскости базиса мала, то система подходит к точке ОФП при $H \rightarrow 0$. При этом влияние электрического поля на частоту АФМР будет происходить на фоне МУ щели в спектре CB. Поэтому в гамильтониан (1.2.35) следует включить МУ и упругую энергии (см. приложение 1).

После минимизации полной энергии по M_{α} , L_{α} , P_{α} и $u_{\alpha\beta}$ (их равновесные значения также см. в приложении 1) получаем следующие выражения для энергии CB:

$$\varepsilon_{k1}^{2} = \mu^{2} \left\{ H_{E} \left(H_{1} + H_{k} \right) - \frac{H_{E}H_{2}^{2}}{4H_{A}} \sin^{2} 3\varphi + \left(H + H'_{M\Theta} \right) \left(H + 4H'_{M\Theta} \right) \right\},$$
(1.2.44)
$$\varepsilon_{k2}^{2} = \mu^{2} \left\{ H_{E} \left(H_{A} + H_{k} \right) \left(1 - \frac{H^{2}}{H_{E}^{2}} \right) + H_{E}H_{3} - H_{A}H_{4} + \frac{H_{E}H_{2}^{2}}{4H_{A}} \sin^{2} 3\varphi + H'_{M\Theta} \left(H'_{M\Theta} + H \right) \right\},$$
(1.2.45)

где эффективное магнитоэлектрическое поле

$$H'_{M\Im} = a' \left[E_x \cos 3\varphi - E_y \sin 3\varphi \right], \qquad (1.2.46)$$

здесь φ — угол между осью **х** и **H** $\|$ **х**, H_k совпадает с H'_k (1.2.42) при $f_i = 0$. Значения МУ полей H_i (i = 1, 2, 3, 4) см. в приложении 1.

Теперь сразу можно записать формулы для частот $A \Phi M P$ (при H = 0):

$$\omega = g \left(H_{EA} \pm H_{M\Im} \right), \quad H_{EA} = \left(H_E H_A \right)^{1/2}$$
(1.2.47)

в случае L||z и

$$\omega_1^2 = g^2 \left(H_E H_1 + 4{H'}_{M\Im}^2 \right) \tag{1.2.48}$$

. ...

в случае **L**⊥**z** (низкочастотная ветвь). В (1.2.46) мы опустили анизотропный МУ член (определяемым полем *H*₂), так как он мал по сравнению с первым (изотропным) членом [26,29].

Определим предельное электрическое поле E_{Π} , при котором МЭ члены в (1.2.47) и (1.2.48) становятся сравнимы с величиной щели, определяемой первыми членами в этих выражениях. При значении, близком к E_{Π} , электрическое поле будет существенно влиять на частоту АФМР¹). В первом случае $\mathbf{L} \| \mathbf{z}$ это относится к области недостижимо больших полей $E_{\Pi}^{(1)} = H_{EA}/a \sim 10^8$ В/см ($H_{EA} \approx 60$ кЭ, $q \sim 10^{-1}$). Во втором случае $\mathbf{L} \perp \mathbf{z}$ величина $E_{\Pi}^{(2)} \approx (H_E H_1)^{1/2}/2a$, т.е. может оказаться значительно меньше, чем $E_{\Pi}^{(1)}$, так как обычно $H_1 \ll H_A$ [26, 29]. МЭ часть щели (1.2.48) зависит как от величины поля E, так и от угла φ . Специфическая анизотропия этой щели, определяемая формулой (1.2.46), также благоприятствует выделению ее на фоне практически изотропной МУ щели. Таким образом, в одноосных АФ, в которых существует МЭЭ и ось АФ лежит в базисной плоскости, имеется реальная возможность экспериментально наблюдать зависимость частоты АФМР от внешнего электрического поля.

1.3. Двуосные магнетики-ортоферриты. Ориентационные переходы по температуре

Продолжим рассмотрение интересующих нас MA эффектов исследованием двуосных $A\Phi$ — редкоземельных ортоферритов. Так же как и $A\Phi$ ЛП, они относятся к слабым Φ M. Существование слабого Φ M в ортоферритах явилось причиной широкого исследования их магнитных и других физических свойств (см., например, [5, 427]). Для нас они известны тем, что в них наблюдаются разнообразные $O\Phi\Pi$, вблизи которых обнаружен эффект мягкой MA моды.

Экспериментальному и теоретическому изучению МУ волн в ортоферритах были посвящены многие работы (см., например, [75–77]). Авторы этих работ наблюдали вблизи температур спиновой переориентации в редкоземельных ортоферритах тулия и эрбия резкие изменения скорости и затухания звука. В [428, 429] (см. также [4, 430] и ссылки там) были обнаружены аналогичные особенности модуля

¹) Авторы [425] для выяснения механизма МЭЭ экспериментально исследовали влияние электрического поля на частоту парамагнитного резонанса в Сг₂О₃ (см. также [426]).

Юнга ортоферрита тулия. На основании развитой в указанных работах теории были произведены количественные оценки МУ констант. На наш взгляд, проведенные теоретические расчеты не вполне правильно отражают реальную картину особенностей спектра МУ волн в ортоферритах в области ОФП из-за некорректного учета в этой области взаимодействия магнитной и упругой подсистем. В связи с этим нами предпринята попытка более правильного теоретического объяснения опытных данных по изменению скорости и поглощения звука в ортоферритах [78,79]. Существенным отличительным моментом предлагаемого объяснения является учет спонтанных деформаций в основном состоянии магнетика и последовательное решение связанных уравнений магнитоупругости в области малых частот $\omega < \omega_{MV}$. Это становится важным вблизи точек ФП, которыми являются в данном случае точки спиновой переориентации ортоферритов. Именно здесь начинают играть существенную роль колебания магнитного момента относительно спонтанных деформации кристалла, что приводит, в частности, к тому, что ни одна из частот СВ в точках начала и конца переориентации, T_1 и T_2 , не обращается в нуль. В низкочастотной ветви CB в этих точках появляется МУ щель (см. рис. 1.6).

В редкоземельных ортоферритах (в частности, в ортоферритах эрбия и тулия — ErFeO₃ и TuFeO₃) имеет место спонтанная переориентация векторов **m** и **l**, которая может происходить либо путем одного $\Phi\Pi$ первого рода, либо двух $\Phi\Pi$ второго рода (рис. 1.6, σ и 1.6, aсоответственно).

Учитывая ромбическую симметрию кристаллов ортоферритов, их магнитную, МУ и упругую энергии можно записать в виде

$$F_{M} = \frac{1}{2}Em^{2} + \frac{1}{2}E'a^{2}\left(\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + \frac{b_{1}}{2}l_{x}^{2} + \frac{b_{3}}{2}l_{z}^{2} + \frac{e_{1}}{4}l_{x}^{4} + \frac{e_{2}}{4}l_{x}^{2}l_{z}^{2} + \frac{e_{3}}{4}l_{z}^{4} + d_{1}m_{x}l_{z} - d_{3}m_{z}l_{x} - 2M_{0}\mathbf{m}\mathbf{H} - M_{0}\mathbf{m}\mathbf{H}_{dip},$$
(1.3.1)

$$F_{MY} = (B_{11}u_{xx} + B_{12}u_{yy} + B_{13}u_{zz})l_x^2 + (B_{21}u_{xx} + B_{22}u_{yy} + B_{23}u_{zz})l_y^2 + + 2B_{44}u_{yz}l_yl_z + 2B_{55}u_{zx}l_zl_x + 2B_{66}u_{xy}l_xl_y,$$
(1.3.2)

$$F_{y} = \frac{1}{2} \left(c_{11} u_{xx}^{2} + c_{22} u_{yy}^{2} + c_{33} u_{zz}^{2} \right) + c_{12} u_{xx} u_{yy} + c_{13} u_{xx} u_{zz} + c_{23} u_{yy} u_{zz} + 2c_{44} u_{yz}^{2} + 2c_{55} u_{zx}^{2} + 2c_{66} u_{xy}^{2}, \qquad (1.3.3)$$

члены с b_i и e_i представляют энергию анизотропии 2-го и 4-го порядков, а слагаемые с d_i ответственны за слабый ΦM ; H_{dip} определяется уравнениями магнитостатики ¹).

Рассмотрение проведем применительно к реальному случаю ортоферритов эрбия и тулия, в которых наблюдается ОФП следующего

¹) Строго говоря, дипольная энергия является квадратичной по малой величине m_i , но мы оставляем ее ввиду особой важности в вопросе об эффективности МУ связи в точке $\Phi\Pi$.



Рис. 1.6. ОФП и зависимость частоты АФМР (магнонной щели при $\mathbf{k} \| \mathbf{z}$) от температуры в ортоферритах. *a*) ОФП второго рода в ErFeO₃; $T_1 =$ = 88,5 K, $T_2 = 98,1$ K; *б*) ОФП первого рода (схематически) $\omega_1 = \omega_0 (T_1) =$ $= g\sqrt{H_E (H_{MY5} + H_{\overline{A}})}; \omega_2 = \omega_0 (T_2) = \omega_{MY5}$

вида (рис. 1.6, *a*). При *T* ниже некоторой точки $T_1 \ \mathbf{l} \| \mathbf{c}$ (оси \mathbf{z}), а при $T > T_2 \ \mathbf{l} \| \mathbf{a}$ (оси \mathbf{x}). В интервале $T_1 \leq T \leq T_2$ происходит постепенный поворот \mathbf{l} в плоскости xz от одного из указанных направлений к другому. Одновременно \mathbf{m} , будучи перпендикулярным к \mathbf{l} , поворачивается в этой же плоскости от $\mathbf{a} \in \mathbf{c}$, то есть угол ϑ между \mathbf{m} и \mathbf{z} изменяется от $\pi/2$ до 0. Для эрбиевого ортоферрита $T_1 = 88,5$ K, а $T_2 = 98,1$ К. Для данных магнетиков основное состояние определяется следующим образом

$$u_{xx}^{(0)} = \frac{\Delta x}{\Delta}; \quad u_{yy}^{(0)} = \frac{\Delta y}{\Delta}; \quad u_{zz}^{(0)} = \frac{\Delta z}{\Delta}; \quad u_{zx}^{(0)} = \frac{B_{55}}{4c_{55}} \sin 2\vartheta; \quad u_{xy}^{(0)} = u_{yz}^{(0)} = 0,$$
$$m = \frac{\left(d_1 \sin^2 \vartheta + d_3 \cos^2 \vartheta\right)}{A}; \quad \sin 2\vartheta \left(K_1 + 2K_2 \sin^2 \vartheta\right) = 0.$$
(1.3.4)

Здесь

$$\Delta = c_{11}c_{2233}^2 + c_{12}c_{1323}^2 + c_{13}c_{1232}^2; \quad \Delta_{\alpha} = \frac{1}{2}\Gamma_{\alpha}c_{\beta\beta\gamma\gamma}^2 + \Gamma_{\beta}c_{\alpha\gamma\beta\gamma}^2;$$

$$\alpha \neq \beta, \quad \beta \neq \gamma, \quad \alpha \neq \gamma; \quad \Gamma_{\alpha} = -2B_{1\alpha}\cos^2\vartheta;$$

$$c_{\alpha\beta\gamma\delta}^2 = c_{\alpha\beta}c_{\gamma\delta} - c_{\alpha\gamma}c_{\beta\delta} \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1, 2, 3).$$

Эффективные константы анизотропии, переномерованные MУ взаимодействием, имеют вид:

$$K_{1} = -\frac{b_{1} - b_{3}}{2} - \frac{2e_{0} - e_{2}}{4} - \frac{d_{3}(d_{1} - d_{3})}{A} + \frac{4}{\Delta} \left(B_{11}^{2}c_{2233}^{2} + B_{12}^{2}c_{1133}^{2} + B_{13}^{2}c_{1122}^{2} + 2B_{11}B_{12}c_{1323}^{2} + 2B_{11}B_{13}c_{1232}^{2} + 2B_{12}B_{13}c_{1213}^{2} \right) - \frac{2B_{55}^{2}}{c_{55}},$$

$$(1.3.5)$$

$$K_{2} = \frac{e_{1} - e_{2} + e_{3}}{4} - \frac{(d_{1} - d_{3})^{2}}{2A} + \frac{2}{\Delta} \left(B_{11}^{2} c_{2233}^{2} + B_{12}^{2} c_{1133}^{2} + B_{13}^{2} c_{1122}^{2} + 2B_{11} B_{12} c_{1323}^{2} + 2B_{11} B_{13} c_{1232}^{2} + 2B_{12} B_{13} c_{1213}^{2} \right) + \frac{2B_{55}^{2}}{c_{55}}.$$
 (1.3.6)

Как известно, спиновая переориентация в ортоферритах происходит различным образом в зависимости от знака K_2 .

А) Представленный на рис. 1.6, a ОФП реализуется в случае, когда $K_2 > 0$. При этом имеются три равновесных состояния, границы которых являются точками ФП второго рода (рис. 1.6, a),

$$\begin{cases} 1) K_1(T) \ge 0 \quad (\vartheta = 0) \quad \text{при } T \ge T_2; \\ 2) - 2K_2(T) \le K_1(T) \le 0 \quad \left(\sin^2 \vartheta = -K_1/2K_2\right) \quad \text{при } T_1 \le T \le T_2; \\ 3) K_1(T) \le -2K_2(T) \quad (\vartheta = \pi/2) \quad \text{при } T \le T_1. \end{cases}$$
(1.3.7)

Б) $K_2 < 0$. В этом случае система может находиться в двух равновесных состояниях (рис. 1.6, δ),

$$\begin{cases} 1) K_1(T) \ge 0 \quad (\vartheta = 0) \quad при T \ge T_2; \\ 2) K_1(T) \le -2K_2(T) \quad (\vartheta = \pi/2) \quad при T \le T_1. \end{cases}$$
(1.3.8)

Переход из одного состояния в другое осуществляется путем $\Phi\Pi$ первого рода. Температуры T_1 и T_2 являются точками потери устойчивости спиновой системы ($T_1 > T_2$).

Перейдем к исследованию динамики взаимодействия спиновых и упругих колебаний. Ограничимся рассмотрением наиболее интересного случая, когда МУ волны распространяются вдоль оси z.

Рассмотрим сначала фазу $\vartheta = 0$, реализующуюся при условиях A1 или Б1 соответственно, при $K_2 > 0$ или $K_2 < 0$.

Для волн, распространяющихся по ($\mathbf{k} \| \mathbf{z} \| \mathbf{m}$), получаем дисперсионное уравнение вида

$$\left(\omega^2 - \omega_k^2\right)\left(\omega^2 - \omega_t^2\right) - \omega_{\text{MV5}}^2 \omega_t^2 = 0.$$
(1.3.9)

Здесь

$$\omega_k = g \left[H_E \left(A M_0^{-1} k^2 + K_1 M_0^{-1} + H_{\text{My5}} \right) \right]^{1/2}$$
(1.3.10)

— частота одной из двух ветвей CB, а именно более низкочастотной ветви, для которой колебания l происходят в плоскостях xz. Другая ветвь CB, соответствующая колебаниям l в плоскости xy, в рассматриваемом (линейном) приближении не взаимодействует со звуком. Указанная низкочастотная ветвь CB взаимодействует только с поперечной звуковой волной с частотой

$$\omega_t = \sqrt{c_{55}/\rho} \cdot k = S_a k \tag{1.3.11}$$

и поляризацией $\mathbf{e}_t \| \mathbf{x}$. Связь CB с остальными акустическими волнами (продольной и второй поперечной с поляризацией $\mathbf{e}_t \| \mathbf{y}$) в данном состоянии отсутствует. Здесь $H_{\text{My5}} = 2B_{55}^2/(M_0c_{55}), \, \omega_{\text{My5}} = g\sqrt{H_E H_{\text{My5}}}$.

Из (1.3.9) получаем для частот связанных МУ волн [79]

$$\omega_{I,II}^{2} = \frac{1}{2} \left[\omega_{k}^{2} + \omega_{t}^{2} \pm \sqrt{\left(\omega_{k}^{2} - \omega_{t}^{2}\right) + 4\omega_{t}^{2}\omega_{\text{MV5}}^{2}} \right].$$
 (1.3.12)

Знак «плюс» соответствует ветви со щелью

$$\omega_I(K=0) \equiv \omega_0 = g \left[H_E \left(K_1 M_0^{-1} + H_{\rm My5} \right) \right]^{1/2}, \qquad (1.3.13)$$

и эта ветвь может таким образом рассматриваться как КМ. Знак «минус» соответствует бесщелевой ветви: $\omega_{II}(K=0) = 0$, так что последняя имеет смысл квазиакустической.

Член с K_1 в квазимагнонной щели (1.3.13) соответствует перенормированной за счет магнитострикции ромбической анизотропии равновесного состояния. Член с H_{MY5} , не укладывающийся в рамки этой перенормировки, и есть снова эффект, обусловленный СНС. С понижением температуры в точке спиновой переориентации T_2 , где $K_1 = 0$, состояние с $\vartheta = 0$ становится квазивырожденным (при $K_2 > 0$) или неустойчивым (при $K_2 < 0$). При этом квазимагнонная щель (1.3.13) имеет минимальную величину, определяемую МУ взаимодействием:

$$\omega_0^{(\min)} = \omega_{MY5}.$$
 (1.3.14)

В длинноволновом пределе $\alpha k \ll \omega_0/\omega_E$ и ω_0/ω_D , где $\omega_E = g\sqrt{A_0A}/(M_0\alpha)$ — обменная частота (включающая параметры как однородного, так и неоднородного обмена), а ω_D — снова дебаевская частота, для частоты квазиакустической моды из (1.3.12) приближенно с точностью до членов четвертого порядка по k получаем:

$$\omega_{II}^2 \simeq \omega_D^2 (\alpha k)^2 (1 - \zeta_5) + \zeta_5^2 \frac{\omega_D^2}{\omega_0^2} \left[\omega_E^2 - \omega_D^2 (1 - \zeta_5) \right] (\alpha k)^4, \quad (1.3.15)$$

где

$$\zeta_5 = \omega_{\rm My5}^2 / \omega_0^2 \tag{1.3.16}$$

— параметр МУ связи. В самой точке $\Phi\Pi$, где $\zeta_5 = 1$, имеем

$$\omega_{II} \simeq \frac{\omega_D \omega_E}{\omega_{\text{MV5}}} (\alpha k)^2. \tag{1.3.17}$$

Таким образом снова при приближении к точке ОФП скорость звука (для рассматриваемой моды с поляризацией $\mathbf{e}_t \| \mathbf{x}$)

$$\widetilde{S}_a = \omega_{II}/k \tag{1.3.18}$$

сильно уменьшается. При этом происходит изменение закона дисперсии для $\omega_{II}(k)$ с линейного ($\zeta_5 \ll 1$) до квадратичного (при $\zeta_5 \to 1$).

Рассмотрим теперь волны в том же направлении $\mathbf{k} \| \mathbf{z}$ для низкотемпературного состояния ($T \leq T_1$), в котором $\vartheta = \pi/2$, т.е. $\mathbf{m} \| \mathbf{k}$. Дисперсионное уравнение при этом сохраняет прежний вид (1.3.9), но лишь с другим значением частоты магнонов ω_k , взаимодействующих со звуком:

$$\omega_k^2 = g^2 H_E \left(A k^2 M_0^{-1} - \frac{K_1 + 2K_2}{M_0} + H_{\mathcal{I}} + H_{\text{MV5}} \right), \tag{1.3.19}$$

где $H_{\rm I\!I} = 8\pi M_0 d_1^2/A^2$ — дипольное поле, связанное с колебаниями слабоферромагнитного момента. Благодаря $H_{\rm I\!I}$ в точке перехода T_1 , где $K_1 + 2K_2 = 0$, параметр $\zeta_5 = H_{\rm MY5}/(H_D + H_{\rm MY5}) < 1$ (в отличие от точки T_2 , в которой $\zeta_5 = 1$). Тем самым уменьшение \widetilde{S}_a в точке T_1 будет ограничено, что, по-видимому, и проявляется на эксперименте [70] в меньшем изменении скорости поперечного звука вблизи T_1 по сравнению с T_2 (рис. 1.7).

Приведем, наконец, результаты для состояния с $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$, реализующегося при $T_1 \leq T \leq T_2$ ($K_2 > 0$). Дисперсионное уравнение для этого случая при $\mathbf{k} \| \mathbf{z}$ имеет вид

$$(\omega^2 - \omega_k^2) (\omega^2 - \omega_l^2) (\omega^2 - \omega_t^2) - g^2 \omega_t^2 H_E [H_{MY5} (\omega^2 - \omega_l^2) \cos^2 2\vartheta + H_{MY3} (\omega^2 - \omega_t^2) \sin^2 2\vartheta] = 0, \quad (1.3.20)$$

где низкочастотная спин-волновая ветвь с частотой

$$\omega_k^2 \simeq g^2 H_E \left(\frac{Ak^2}{M_0} + \frac{K_2}{M_0} \sin^2 2\vartheta + H_{\rm II} \sin^2 \vartheta + H_{\rm MY5} \right)$$
(1.3.21)

связана теперь не только с поперечной акустической волной (1.3.11), но и с продольной волной с частотой

$$\begin{split} \omega_l &= \sqrt{c_{33}/\rho} \cdot k \equiv S_c k; \quad H_{\rm MV3} = 2B_{13}^2/M_0 c_{55} \\ \text{и} \quad H_{\rm II} &= 8\pi M_0 A_0^{-2} \left(d_1 \sin^2 \vartheta + d_3 \cos^2 \vartheta \right)^2. \end{split}$$

Решение уравнения (1.3.20) в длинноволновом приближении можно записать в виде:

$$\omega_I^2 \simeq \omega_k^2 + \left(\zeta_{5k} \cos^2 2\vartheta + \zeta_{3k} \sin^2 2\vartheta\right) \omega_t^2, \qquad (1.3.22)$$

$$\omega_{II} \simeq S_a k, \quad \omega_{III} \simeq S_c k, \tag{1.3.23}$$

где

$$\rho \widetilde{S}_{a}^{2} = c_{55} \left(1 - \zeta_{5k} \cos^{2} 2\vartheta \right), \quad \rho \widetilde{S}_{c}^{2} = c_{33} - \zeta_{3k} c_{55} \sin^{2} 2\vartheta,$$
$$\zeta_{3k} = \frac{\omega_{MY3}^{2}}{\omega_{L}^{2}}, \quad \omega_{MY3}^{2} = g^{2} H_{E} H_{MY3}. \tag{1.3.24}$$

Для поперечного звука дипольное взаимодействие в данном случае приводит к такой же резкой асимметрии скорости звука \tilde{S}_a в точках T_1 и T_2 , как и при подходе к этим точкам со стороны состояний $\vartheta = 0$ и $\vartheta = \pi/2$. Эта зависимость показана кривой на рис. 1.7. Отметим, что кривая 3 подходит к точкам T_2 и T_1 с крутизной в два раза большей, чем кривые 1 и 2. Закон дисперсии данной волны вблизи T_2 имеет вид (1.3.17). В данной фазе имеет место также изменение скорости предельного звука \tilde{S}_c , определяемое величиной параметра ζ_{3k} (1.3.24) [79].



Рис. 1.7. Относительное изменение скорости поперечного звука от температуры в ErFeO_3 при $\mathbf{k}\|\mathbf{z}$

Учет затухания МУ волн можно выполнить введением в уравнения движения магнитных моментов подрешеток релаксационного члена

$$\mathbf{R}_{i} = -\frac{\alpha_{r}}{M_{0}} \left[\mathbf{M}_{i} \cdot \dot{\mathbf{M}}_{i} \right] \quad (i = 1, 2), \tag{1.3.25}$$

а в уравнение теории упругости диссипативного члена вида $\partial \sigma'_{ij}/\partial x_j$ (1.4), (1.6). В результате для коэффициента затухания соответственно для поперечных и продольных квазиакустических волн получим:

$$\kappa_t = \frac{\omega^2}{\omega_t \left(1 - \zeta_{5k} \cos^2 2\vartheta\right)^{3/2}} \left(\frac{\eta_{55}}{2c_{55}} + \frac{\zeta_{5k}^2 \cos^2 2\vartheta}{\omega_{my5}} \alpha_r g H_E\right), \qquad (1.3.26)$$

$$\kappa_l = \frac{\omega^2}{\omega_l} \left(\frac{\eta_{55}}{2c_{33}} + \frac{\zeta_{5k}}{\omega_{\text{MY5}}^2} \frac{H_{\text{MY3}}}{H_{\text{MY5}}} \sin^2 2\vartheta \cdot \alpha_r g H_E \right).$$
(1.3.27)

Из (1.3.26) видно различие в поведении κ_t , в точках T_2 и T_1 , обусловленное дипольным взаимодействием: в точке T_2 величина κ_t больше ($\zeta_{5k} \approx 1$), чем в точке T_1 ($\zeta_{5k} < 1$).

Приведем в заключение предельные значения скорости поперечного квазизвука частоты $\omega_{II} \equiv \omega$ и коэффициента затухания для него при $\zeta_5 \to 1$ ($T \to T_2$) и длинноволновом приближении, соответствующем частоте $\omega \ll \omega_{MY}$:

$$\widetilde{S}_a \simeq S_a \left(\frac{\omega \omega_E}{\omega_{\text{My5}} \omega_D}\right)^{1/2} \left(1 - 2\kappa_t^2\right), \qquad (1.3.28)$$

$$\kappa_t \simeq \left(\frac{g\alpha_r H_E}{\omega_{\text{MV5}}}\right) \frac{\omega_D}{\omega_E}.$$
(1.3.29)

Если релаксационный параметр α_r не зависит (или слабо зависит) от частоты, то величина $g\alpha_r H_E \equiv \Delta \omega_r$ будет определять ширину линии АФМР (в данном случае на частоте $\omega_0^{(\min)} = \omega_{\rm MY5}$). Следовательно, первый множитель в (1.3.29) будет представлять собой относительную величину ширины линии АФМР $\Delta \omega_r / \omega_0$, и если последняя мала по сравнению с единицей, то коэффициент затухания квазизвука κ_t , достигая в точке фазового перехода T_2 максимального значения, все же может иметь достаточно малую величину, чтобы можно было говорить о существовании квазизвука \widetilde{S}_a при приближении к точке T_2 должна, как отмечалось выше (и теперь явно видно из формулы (1.3.28)), резко уменьшаться по сравнению с ее значением S_a вдали от этой точки.

Описанные особенности поведения скорости звука вблизи точек ОФП находятся в качественном соответствии с экспериментом в эрбиевом ортоферрите $ErFeO_3$ [75–77]. Для количественного сопоставления требуются дополнительные эксперименты, поскольку обработка данных в [75] производилась на основе формул, не учитывающих МУ щель в спектре КМ и тем самым неприменимых в непосредственной окрестности ОФН. В частности, представляет интерес проверка предсказываемой согласно формуле (1.3.28) корневой зависимости скорости \tilde{S}_a от частоты квазизвука ω .
Глава 2

МАГНИТОУПРУГИЕ СВОЙСТВА КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

2.1. Ориентационные фазовые переходы в кубических магнетиках при внешних упругих напряжениях

В основном состоянии однодоменного кубического ΦM с учетом двух констант анизотропии осуществляются три равновесные магнитные фазы [4]. Этим фазам соответствуют направления M вдоль осей типа {100}, {110}, {111}. Между фазами, в зависимости от величины констант анизотропии $K_i(T)$, могут происходить температурные ОФП 1-го рода. Данный раздел посвящен исследованию ОФП в однодоменных кубических магнетиках, находящихся под действием внешних упругих напряжений. Предлагается объяснение существования в пластинах кубических ΦM аномально широких ДГ и перестройки доменной структуры под влиянием упругих напряжений.

2.1.1. Ориентационные фазовые переходы при напряжениях вдоль осей типа {100}

Плотность энергии однородного кубического ФМ запишем в виде

$$F = \frac{K_1}{4} \left(\sin^2 2\vartheta + \sin^4 \vartheta \cdot \sin^2 2\varphi \right) + \frac{K_2}{16} \sin^2 \vartheta \cdot \sin^2 2\vartheta \cdot \sin^2 2\varphi + B_1 \left[\sin^2 \vartheta \left(\cos^2 \varphi u_{xx} + \sin^2 \varphi u_{yy} \right) + \cos^2 \vartheta u_{zz} \right] + B_2 \left[\sin^2 \vartheta \cdot \sin 2\varphi u_{xy} + \sin 2\vartheta \left(\sin \varphi u_{yz} + \cos \varphi u_{zx} \right) \right] + \frac{1}{2} c_{11} \left(u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2 \right) + c_{12} \left(u_{xx} u_{yy} + u_{yy} u_{zz} + u_{zz} u_{xx} \right) + 2c_{44} \left(u_{xy}^2 + u_{yz}^2 + u_{zx}^2 \right) - \sigma_{ij} u_{ij}, \quad (2.1.1)$$

где ϑ и φ — полярный и азимутальный углы **M**, ось $\mathbf{z} \| [001]$, φ отсчитывается от оси $\mathbf{x} \| [100]$. Рассмотрим случай, когда упругое напряжение приложено вдоль оси [001], так что последнее слагаемое в (2.1.1) $\sigma_{ij} u_{ij} = \sigma u_{zz}$.

Минимизируя (2.1.1) по ϑ , φ , u_{ij} , получим следующие уравнения для нахождения равновесных значений ϑ , φ и $u_{ij}^{(0)}$:

$$\sin 2\vartheta \left[K \left(2\cos 2\vartheta + \sin^2 \vartheta \cdot \sin^2 2\varphi \right) + K_2 \sin^2 \vartheta \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta \right) \sin^2 2\varphi - 2P \right] = 0,$$

$$(K + K_2 \cos^2 \vartheta) \sin^4 \vartheta \sin 4\varphi = 0,$$

$$u_{xx}^{(0)} = \frac{c_{12} (B_1 - \sigma)}{(c_{11} - c_{12}) (c_{11} + 2c_{12})} - \frac{B_1}{c_{11} - c_{12}} \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi,$$

$$u_{yy}^{(0)} = \frac{c_{12} (B_1 - \sigma)}{(c_{11} - c_{12}) (c_{11} + 2c_{12})} - \frac{B_1}{c_{11} - c_{12}} \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi,$$

$$u_{zz}^{(0)} = \frac{c_{12} (B_1 + \sigma) + c_{11}\sigma}{(c_{11} - c_{12}) (c_{11} + 2c_{12})} - \frac{B_1}{c_{11} - c_{12}} \cos^2 \vartheta,$$

$$u_{xy}^{(0)} = -\frac{B_2}{4c_{44}} \sin^2 \vartheta \sin 2\varphi,$$

$$u_{yz}^{(0)} = -\frac{B_2}{4c_{44}} \sin 2\vartheta \sin \varphi,$$

$$u_{zx}^{(0)} = -\frac{B_2}{4c_{44}} \sin 2\vartheta \cos \varphi,$$

$$(2.1.2)$$

где
$$K = K_1 + \frac{9}{4}\lambda_{100}^2 (c_{11} - c_{12}) - \frac{9}{2}\lambda_{111}^2 c_{44};$$

 $P = -\frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma, \quad \lambda_{100} = -\frac{2B_1}{3(c_{11} - c_{12})}, \quad \lambda_{111} = -\frac{B_2}{3c_{44}}.$ (2.1.4)

Уравнения (2.1.2) позволяют определить равновесные значения М (углов ϑ и φ), т.е. все возможные магнитные фазы рассматриваемой задачи. Исследуя вторые производные от свободной энергии (1.1.1), находим области устойчивости магнитных фаз. Результаты выглядят следующим образом (после порядкового номера фазы указываются определяющие ее значения углов ϑ и φ , направление магнитного момента относительно кристаллографических осей и область устойчивости фазы):

1.
$$\vartheta = 0$$
 (**M** $\|$ [001]): $P - K \leq 0$.
2. $\vartheta = \pi/2$, $\varphi = 0$, $\pi/2$ (**M** $\|$ [100], [010]): $P + K \geq 0$.
3. $\vartheta = \pi/2$, $\varphi = \pi/4$, $3\pi/4$ (**M** $\|$ [110], [10]): $K \leq 0$, $4P + 2K + K_2 \geq 0$.
4. $\sin^2 \vartheta = \frac{1}{3K_2} \left[K_2 - 3K - \sqrt{(K_2 + 3K)^2 - 2K_2P} \right]$, $\varphi = \pi/4$, $3\pi/4$.
(**M** в плоскостях (110), (110) — фазы типа [uuw], [uuw]):

$$\begin{aligned} &(3K+K_2)^2 - 12K_2P \geqslant 0, \ (3K+K_2)^2 + 4K_2P \geqslant 0, \ 3K+K_2 \leqslant 0 \quad (2.1.5) \\ &\begin{cases} K_2 \geqslant 0, \quad P-K \geqslant 0, \quad 4P+2K+K_2 \leqslant 0 \quad \text{при } 3K+2K_2 \leqslant 0, \\ K_2 \leqslant 0, \quad P-K \geqslant 0 \quad \text{при } 3K-K_2 \leqslant 0, \quad 4P+2K+K_2 \leqslant 0. \end{aligned}$$

5. $\cos 2\vartheta = P/K$, $\varphi = 0$, $\pi/2$ (М в плоскостях (010), (100) — фазы типа [u0v], [0uv]): $K \leq P \leq -K \left(\frac{2K}{K_2} + 1\right)$, $K_2 \geq 0$. Существуют также седловые точки:

a)
$$\cos^2 \vartheta = -\frac{K}{K_2}$$
, $\sin^2 \varphi = -\frac{4\left[K_2(P+K) + 2K^2\right]}{(K+K_2)^2}$;
6) $\sin^2 \vartheta = \frac{1}{3K_2}\left[(K_2 - 3K) + \sqrt{(K_2 + 3K)^2 - 2K_2P}\right]$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$.

Знаки равенства в условиях, определяющих области устойчивости фаз, соответствуют линиям потери устойчивости той или иной фазы. Как следует из этих условий, имеются области, в которых сосуществуют разные магнитные фазы (области гистерезиса). Одна из фаз при этом является стабильной, другая — метастабильной.

Из сравнения свободных энергий различных магнитных фаз получаем условия, определяющие линии фазовых переходов (линии равенства свободных энергий соседних фаз):

$$\begin{split} &1-2: P=0, \quad \begin{cases} K>0, \quad K_2>0, \\ 9K+K_2>0, \quad K_2<0 \end{cases} & (\text{переход 1-го рода}); \\ &1-4: P-K=0, \quad \begin{cases} K+K_2<0, \quad K_2<0 \\ 3K+K_2<0, \quad K_2<0 \\ 3K+K_2<0, \quad K_2<0 \\ 16K_2P-(K+K_2)(9K+K_2)=0, \\ 9K+K_2<0, \quad 3K-K_2>0, \quad K_2<0 \\ (\text{переход 1-го рода}); \\ &1-5: P-K=0, \quad -K_20 \\ 4P+K_2>0, \quad K_2>0 \\ 4P+K_2>0, \quad K_2<0 \\ &2-3: K=0, \quad \begin{cases} P>0, \quad K_2>0, \\ 4P+K_2>0, \quad K_2<0 \\ 4P+K_2>0, \quad K_2<0 \\ &2-4: 16K_2P^3 + (8K_2^2 - 12K_2K - 9K^2) P^2 + \\ + (K_2^3 + 11K_2^2K + 9K_2K^2 - 9K^3) P - \\ - (K+K_2)(9K+K_2)K^2 = 0, \\ &4P+K_2<0, \quad 9K+K_2<0, \quad K_2<0 \\ &16K_2P-4K_2K - 9K^2 = 0, \\ &4P+K_2>0, \quad K_2>0 \\ &16K_2P-4K_2K - 9K^2 = 0, \quad 3K+2K_2>0, \\ &9K+4K_2<0, \quad K_2>0 \\ &16K_2P-4K_2K - 9K^2 = 0, \quad 3K+2K_2>0, \\ &9K+4K_2<0, \quad K_2>0 \\ &16K^3+66K^2K_2+17KK_2^2+2K_2^3) P^2 + \\ &+ 4K^2\left(18K^3+66K^2K_2+17KK_2^2+2K_2^3\right) P - \\ - K^3\left(2K+K_2\right)^2\left(9K+4K_2\right) = 0, \\ &9K+4K_2<0, \quad K+K_2>0, \quad K_2>0 \\ &(\text{переход 1-го рода}). \end{aligned}$$

Существуют также фазовые переходы между метастабильными состояниями 3-й и 4-й фаз и между метастабильным состоянием 3-й фазы и стабильной 1-й фазы.

Таким образом, при любом знаке K_2 и отличном от нуля внешнем напряжении возникают угловые фазы (в которых углы, определяющие фазу, непрерывно изменяются с изменением внешних параметров), в то время как в недеформированном кубическом ФИ могут осуществляться только симметричные магнитные фазы с направлением М вдоль кристаллографических осей типа {111}, {110}, {100}. Полные фазовые диаграммы для данного случая в координатах $k = K/|K_2|$ и $p = P/|K_2|$ показаны на рис. 2.1.

При $K_2 > 0$ (рис. 2.1, *a*) в области ABDFG осуществляется угловая фаза типа [*uuw*], а в области OHFO — угловая фаза [0*uv*]. В области фазы [*uuw*] происходит поворот **M** от оси [110] к оси [001] или к угловой фазе [0*uv*]. Переходы через линии BC и CF являются ОФП 1-го рода, а через линии AB и FG — ОФП 2-го рода. Критические точки ОФП 1-го и 2-го рода имеют координаты: p = 1/12, k = -2/3 (точка B); p = -1, k = -1 (F). Критическая точка C, в которой сходятся линии трех ОФП 1-го рода, определяется координатами p = 0, k = -4/9. В области фазы [0*uv*] намагниченность поворачивается от оси [*uuw*] или [110] к оси [001]. Линии FC и CO являются линиями ОФП 1-го рода, линия 0F — линией ОФП 2-го рода.

При $K_2 < 0$ (рис. 2.1, б) будут осуществляться только одна угловая фаза [uuw]. В области этой фазы ASCDF происходит поворот **M** от оси [001] к оси [110] или [100]. Переходы через линии AB и DF являются ОФП 2-го рода, а через линии BH и DH — переходами 1-го рода. Критические точки ОФП 1-го и 2-го рода имеют координаты: p = -1/3, k = -1/3 (D); p = 1/4, k = 0 (B), а тройная критическая точка H — координаты p = 0, k = 1/9.

Из рис. 2.1 следует, что даже небольшое по величине внешнее упругое напряжение приводит к образованию угловых фаз типа [uuw] и [0uv]. В то же время эти угловые фазы сильно зависят от величины и знака K_2 : угловая фаза [0uv] возникает при сравнительно большой положительной величине K_2 , а при $K_2 < 0$ вообще отсутствует; угловая фаза [uuw] существует при $0 < K_2 < 3|K|$ и отрицательных K_2 и K, а также при $K_2 < -3K$, K > 0. Кроме того, упругие напряжения снимают вырождение осей типа {100}: области устойчивости фаз [001] и [100] не совпадают, и между ними осуществляется ОФП 1-го рода. Характер безгистерезисного ОФП 1-го рода [110]–[100] определяется величиной третьей константы анизотропии [4].

Экспериментально фазовая диаграмма в гадолиниевом ферритегранате (ГФГ) Gd₃Fe₅O₁₂ при сжимающем напряжении σ вдоль [001] ($\lambda_{100} > 0$) была исследована в [431]. В ГФГ ($K_1 < 0, K_2 < 0$) при $\sigma = 0$ легкой осью является ось [111], что соответствует точке 0 на рис. 2.1, δ . При $\sigma \neq 0$ **М** отклоняется от оси [111] к [110] (термодинамический путь NL через фазу [uuw] на рис. 2.1, δ). Подтверждено теоретическое



Рис. 2.1. Фазовая диаграмма кубического магнетика при упругом напряжении вдоль оси [001]; а) $K_2 > 0$, б) $K_2 < 0$; $p = P/|K_2|$, $k = K/|K_2|$. Сплошные линии — линии потери устойчивости магнитных фаз, пунктирные — линии ОФП, линия WL соответствует эксперименту [431]



Рис. 2.2. Зависимость угла θ от напряжения σ вдоль оси [001] в ГФГ (рисунок взят из работы [431]). Точки — экспериментальные данные [431], линия расчетные значения по формуле (2.1.5) для фазы [uuw]

предсказание работы [72], что ОФП $\langle uuw \rangle \rightleftharpoons \langle 110 \rangle$ по напряжению является переходом 2-го рода. Из рис. 2.2 видно полное согласие теории [72] и эксперимента [431].

2.1.2. Ориентационные фазовые переходы при напряжениях вдоль осей типа {110} и напряжениях сдвига

Если упругое напряжение приложено вдоль оси [110], то последнее слагаемое в (2.1.1) имеет вид:

$$\sigma_{ij}u_{ij} = \sigma \left[\frac{u_{xx} + u_{yy}}{2} + u_{xy}\right]. \tag{2.1.7}$$

Для простоты ограничимся в этом случае учетом в (2.1.1) только первой константы анизотропии. Равновесные значения ϑ , φ и $u_{ij}^{(0)}$ определяются уравнениями:

$$\sin 2\vartheta \left[\frac{K}{2} \left(2\cos 2\vartheta + \sin^2 \vartheta \sin^2 2\varphi \right) + \frac{1}{2}P + P_1 \sin 2\varphi \right] = 0, \quad (2.1.8)$$

$$\sin^2 \vartheta \cos 2\varphi \left(K \sin^2 \vartheta \sin 2\varphi + 2P_1 \right) = 0, \quad (2.1.8)$$

$$u_{xx}^{(0)} = \frac{c_{12}B_1 + c_{11}\sigma/2}{(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12})} - \frac{B_1}{c_{11} - c_{12}} \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi, \quad (2.1.9)$$

$$u_{yy}^{(0)} = \frac{c_{12}B_1 + c_{11}\sigma/2}{(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12})} - \frac{B_1}{c_{11} - c_{12}} \sin^2 \vartheta \cos^2 \varphi, \quad (2.1.9)$$

$$u_{xy}^{(0)} = \frac{\sigma}{4c_{44}} - \frac{B_2}{4c_{44}} \sin^2 \vartheta \sin 2\varphi, \quad (2.1.9)$$

$$u_{xy}^{(0)} = -\frac{B_2}{4c_{44}} \sin 2\vartheta \sin \varphi, \quad (2.1.9)$$

где K и P определены в предыдущем параграфе, $P_1 = -\frac{3}{4}\lambda_{111}\sigma$.

Из (2.1.8) получаем все возможные равновесные магнитные фазы.
1.
$$\vartheta = 0$$
 (**M** \parallel [001]): $2P_1 - P - 2K \leq 0$, $2P_1 + P + 2K \geq 0$;
2. $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$ (**M** \parallel [110]): $2P_1 + K \leq 0$, $2P_1 + P - K \leq 0$;
3. $\sin^2 \vartheta = \frac{(2K + 2P_1 + P)}{3K}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$;
(**M** в плоскости (**T**10), фаза [uuw]): $K \leq 0$, $K - 2P_1 - P \leq 0$,
 $2K + 8P_1 + P \leq 0$, $2K + 2P_1 + P \leq 0$;
4. $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ (**M** \parallel [**T**10]): $K - 2P_1 \leq 0$, $K + 2P_1 - P \geq 0$; (2.1.10)
5. $\sin^2 \vartheta = \frac{(3K - 2P_1 + P)}{3K}$, $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ (**M** в плоскости (110), фаза [$\overline{u}uw$]):
 $K \leq 0$, $K + 2P_1 - P \leq 0$, $2K - 8P_1 - P \leq 0$, $2K - 2P_1 - P \leq 0$;
6. $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, $\sin 2\varphi = -\frac{2P_1}{K}$ (**M** в плоскости (001), фаза [$uv0$]):
 $K \geq 0$, $K + 2P_1 \geq 0$, $K - 2P_1 \geq 0$, $2K - P \geq 0$.

Кроме того, имеются седловые точки:

$$\cos 2\vartheta = -\frac{P}{2K}, \quad \sin 2\varphi = -\frac{8P_1}{2K+P}$$

Линии фазовых переходов определяются следующими условиями. 1–2: $4P_1 + 2P + K = 0$, $2P_1 + K < 0$, K > 0 (переход 1-го рода); 1–3: $2P_1 + P + 2K = 0$, P + 2K > 0, K < 0 (переход 2-го рода); 1–4: $4P_1 - 2P - K = 0$, $2P_1 - K > 0$, K > 0 (переход 1-го рода); 1–5: $2P_1 - P - 2K = 0$, P + 2K > 0, K < 0 (переход 2-го рода); 1–6: $2P_1^2 - PK = 0$, P > 0, 2P - K < 0, K > 0 (переход 1-го рода); 2–3: $2P_1 + P - K = 0$, P - K > 0, K < 0 (переход 2-го рода); 2–4: $P_1 = 0$, P - K < 0, K < 0 (переход 1-го рода); 2–6: $2P_1 + K = 0$, $2P - K \leq 0$, K > 0 (переход 2-го рода); 3–5: $P_1 = 0$, K < P < -2K, K < 0 (переход 2-го рода); 4–5: $2P_1 - P + K = 0$, P - K > 0, K < 0 (переход 2-го рода); 4–6: $2P_1 - K = 0$, 2P - K < 0, K > 0 (переход 2-го рода); 4–6: $2P_1 - K = 0$, 2P - K < 0, K > 0 (переход 2-го рода). Фазовые диаграммы в координатах p = P/|K| и $p_1 = P_1/|K|$ для случаев K > 0 и K < 0 показаны на рис. 2.3.

При K > 0 (рис. 2.3, *a*) в области AFGD осуществляется угловая фаза [uv0]. В этой фазе происходит поворот намагниченности от оси [110] к оси [110] посредством двух фазовых переходов 2-го рода через линии AB и CD. Поворот же намагниченности от осей [110] и [110] к оси [001] реализуется в фазе 6 через линию ФП 1-го рода BOC. Критические точки, в которых пересекаются линии ФП 1-го и 2-го рода, имеют координаты: p = 1/2, $p_1 = 1/2$ (B); p = 1/2, $p_1 = -1/2$ (C).

При K < 0 (рис. 2.3, б) в областях FBDG и HDAM существуют угловые фазы [$\overline{u}uw$] и [uuw]. В этих областях происходит поворот **M** от осей [110] и [110] к оси [001] через линии ОФП 2-го рода CF,



Рис. 2.3. Фазовая диаграмма кубического магнетика при упругом напряжении вдоль оси [110]; а) K > 0, б) K < 0; $p_1 = P_1/|K|$, p = P/|K|; линия OL соответствует эксперименту [432]

DG и CM, DH. Кроме того, поскольку области устойчивости фаз $[\overline{u}uw]$ и [uuw] перекрываются, между ними происходит переход первого рода по линии CD. Критические точки ФП 1-го и 2-го рода имеют координаты: $p_1 = 0$, p = -1 (C), $p_1 = 0$, p = 2 (D).

В данном случае при $K_2 \ll K_1$ и малых внешних напряжениях могут осуществляться только угловая фаза [uv0], фаза [001] (K > 0) и угловые фазы [uuw], $[\overline{u}uw]$ (K < 0). Фазы [110], $[\overline{1}10]$ при K > 0 и K < 0и фаза [001] при K < 0 будут осуществляться лишь при сравнительно больших внешних напряжениях. В отличие от переформированного ФМ, здесь снимается вырождение осей типа $\{100\}$ и $\{110\}$. Фазы [100] и [010] невозможны, а области устойчивости фаз [110] и $[\overline{1}10]$ не совпадают, и между ними возможен ФП 1-го рода $P_1 = 0$ при P < -1. Экспериментальной проверке некоторых выводов по данной диаграмме была посвящена работа [432]. В ИЖГ $Y_3Fe_5O_{12}$ ($K_1, K_2 < 0, \lambda_{100}$ и $\lambda_{111} < 0$) при сжимающем напряжении ($\sigma < 0$) вдоль [110] исследовался ОФП [uuw] \rightleftharpoons [110]. При $\sigma = 0$ М||[111] (точка 0 на рис. 2.3, δ). Экспериментально подтверждено, что ОФП [uuw] \rightleftharpoons [110], происходящий при $\sigma < 0$ (точка L на рис. 2.3, δ) является ОФП 2-го рода. На рис. 2.4, взятом из [432], так же, как и на рис. 2.2, наблюдается удовлетворительное согласие теории и эксперимента. Некоторое количественное несогласие в данном случае авторы [432] объясняют неоднородностью напряжений в исследуемых образцах.



Рис. 2.4. Зависимость угла θ от напряжения σ вдоль оси [110] в ИЖГ (рисунок взят из работы [432]). *1* — теоретическая зависимость (2.1.10) для фазы [*uuw*] при $K_1 = -22 \cdot 10^3$ эрг/см³, $\lambda_{111} = -4,75 \cdot 10^{-6}$, $\lambda_{100} = -0,68 \cdot 10^{-6}$; 2 — экспериментальная зависимость, восстановленная по данным ЯМР измерений при T = 77 К

При сдвиговых напряжениях $\sigma_{xy} = \sigma$ последний член в (2.1.1) имеет вид $\sigma_{ij}u_{ij} = \sigma u_{xy}$. Если $K_2 \ll K_1$, то результаты для этого случая могут быть получены из приведенных выше результатов данного параграфа, если в последних формально положить P = 0 (в формулах (2.1.8) положить $\sigma = 0$ для диагональных $u_{ii}^{(0)}$). Фазовая диаграмма кубического ФМ при напряжении сдвига в координатах P_1 и K приведена на рис. 2.5.

Таким образом, если в недеформированном кубическом ΦM , описываемом двумя константами анизотропии, возможны только симметричные магнитные фазы типа {111}, {110}, {100} и ОФП 1-го рода [4], то при наличии внешних упругих напряжений оказываются возможными угловые фазы, которые имеют место даже при незначительном внешнем напряжении. Вследствие этого появляются новые магнитные фазы, ОФП 2-го рода и критические точки.



Рис. 2.5. Фазовая диаграмма кубического магнетика при напряжении сдвига $(\sigma=\sigma_{xy})$

Отметим, что приведенные выше результаты относятся не только к ΦM , но и к кубическим ферримагнетикам и коллинеарным $A\Phi$, если под **M** подразумевать суммарный момент подрешеток в случае ферримагнетика, либо вектор $A\Phi$ — в случае коллинеарного $A\Phi$.

2.1.3. Аномально широкая доменная граница в кубических ферромагнетиках и перестройка доменной структуры при упругом напряжении

Авторы [120] экспериментально исследовали перестройку доменной структуры под влиянием внешних упругих напряжений в пластинах кубического кристалла ИЖГ. При упругом напряжении в плоскости (110) из 180-градусной ДГ между коттоновскими доменами (М параллелен плоскости пластины) возникали домены новой фарадеевской фазы (М имеет составляющую на нормаль к плоскости пластины). С увеличением σ фарадеевские домены разрастались и заполняли весь объем пластины.

Как в [120], так и в работах [121–124] в пластинах кубических магнетиков при отсутствии упругих напряжений наблюдались аномально широкие (от 2 до 20 мкм) 180-градусные ДГ между коттоновскими доменами.

В данном разделе на основе конкретной модели дается объяснение существования широкой ДГ (ШДГ) между коттоновскими доменами и ее перестройки под действием внешних напряжений [132].

Поскольку в отсутствие внешних напряжений ширина 180-градусной ДГ между коттоновскими доменами более чем на порядок превосходит ширину стенки Ландау–Лифшица, то естественно предположить, что 180-градусная ДГ не является блоховской, а представляет собой доменизированную фарадеевскую фазу. Так как в рассматриваемых ниже случаях, как правило, $2\pi M_0^2 \gg |K_1|$, то необходимо обеспечить замыкание магнитного потока фарадеевской фазы в объеме образца. Это достигается путем введения в модель ШДГ замыкающих доменов коттоновской фазы. Очевидно, что в данном случае энергия размагничивания может быть намного меньше энергии размагничивания 180-градусной ДГ. Таким образом, под «ШДГ» мы теперь будем понимать узкую область доменизированной фарадеевской фазы, отдаленной от коттоновских доменов не 180 градусами ДГ.

Модель «ШДГ» приведена на рис. 2.6. На рис. 2.6, а схематически изображены замыкающие домены на торцах пластины для случая $K_1 > 0$; полное замыкание при $K_1 < 0$, как показано в работе [120], также возможно. Угол α в замыкающих доменах определяется условием полного замыкания магнитного потока. Приводимые результаты





Рис. 2.6. Доменная структура в пластине кубического ферромагнетика, вырезанной в плоскости (110) или (001) для случая $K_1 < 0$ или $K_1 > 0$ (замыкающие домены на торцах пластины и их стыковка с широкой «доменной границей» показаны схематически); a) общий вид структуры, b) и b) — элемент широкой «доменной границы» при l > T и l < T

получены для случая $K_1 > 0$, т.е. при $\alpha = \pi/4$. По этим же формулам проводятся оценки ширины «ДГ» и для случая $K_1 < 0$.

Плотность энергии магнетика с рассматриваемой доменной структурой можно представить в виде:

$$E = F_1 + \frac{1}{2L} \left(F_3 - F_1 \right) \left(D + d \right) + \left(F_2 - F_1 \right) d \frac{L - D - d}{(D + d)L}, \ l \leq T;$$
(2.1.11a)

$$E = F_1 + \frac{(F_3 - F_1)D}{2L} + \frac{nTdF_2}{LD} + \frac{\gamma_0(L - D)}{LD}\sqrt{1 + \frac{d^2}{T^2}} + F_M, \ l \ge T, \ (2.1.116)$$

где F_1 , F_2 , F_3 , F_M — плотности энергий соответственно коттоновскихдоменов, широкой ДГ, замыкающих доменов на торцах образца, и размагничивающих полей ШДГ; L, D, d, l и T — соответственно ширина пластины, коттоновских доменов, ШДГ, длина фарадеевского домена и толщина пластины; n = (L - D)/l — число фарадеевских доменов. В выражении (2.1.11) пренебрегается поверхностной энергией замыкающих доменов на торцах образца.

Плотность энергии ШДГ имеет вид:

$$F_{2} = F_{1} + (F_{4} - F_{1}) \left(1 - \frac{2}{3} \frac{l}{T} \right) + \left(\frac{\gamma_{0}}{l} + \frac{2\gamma_{1}}{d} \right) \left(1 - \frac{l}{T} \right) + \frac{2\gamma_{1}l}{dT} \sqrt{1 + \frac{2d^{2}}{l^{2}}}, \quad l \leq T; \quad (2.1.12a)$$

$$F_2 = \frac{1}{3} \left(F_4 - F_1 \right) + \frac{2\gamma_1}{d} \sqrt{1 - \frac{2d^2}{T^2} - \frac{\gamma_0}{d}} \sqrt{1 + \frac{d^2}{T^2}}, \quad l \ge T, \quad (2.1.126)$$

где γ_0 и γ_1 — плотности поверхностных энергий 180-градусной и 90-градусной ДГ (при $K_1 < 0$, $\gamma_1 = (\gamma_{100^\circ} + \gamma_{70^\circ})/2$); F_4 — плотность энергии фарадеевских доменов. Минимизируя (2.1.11), (2.1.12) по D, d, l (или n), получаем:

$$D = -d + \sqrt{\frac{2L(F_2 - F_1)d}{F_3 - F_1}}, \quad l \leq T;$$
(2.1.13a)

$$D = \left(\frac{2L}{F_3 - F_1} \left[\frac{ndT}{L}F_2 + \gamma_0 \sqrt{1 + \frac{d^2}{T^2}} + \frac{\partial F_M}{\partial D}\right]\right)^{1/2}, \quad l \ge T; \quad (2.1.136)$$

$$d = -\frac{(F_2 - F_1)}{\partial (F_2 - F_1) / \partial d}, \quad l \leqslant T;$$

$$(2.1.14a)$$

$$\underline{d} = -\left(\frac{LD}{TF_2}\right)\frac{\partial F_M}{\partial n}, \quad l \ge T;$$
(2.1.146)

$$\frac{2\gamma_1}{dT} = \sqrt{1 + \frac{2d^2}{l^2} \left(\frac{2}{3}\frac{F_4 - F_1}{T} + \frac{\gamma_0}{l^2} + \frac{2\gamma_1}{dT}\right)}, \quad l \leqslant T; \qquad (2.1.15a)$$

$$n\frac{\partial}{\partial d}\left(d\cdot F_2\right) = -\frac{LD}{T}\left[\frac{\partial F_M}{\partial d} + \frac{\gamma_0(L-D)d}{LDT^2}\sqrt{1-\frac{d^2}{T^2}}\right], \quad l \ge T. \quad (2.1.156)$$

Уравнения (2.1.14а), (2.1.15а) имеют решения при $F_4 - F_1 < 0$. В случае $K_1 > 0$ эта разность может быть представлена как $F_4 - F_1 = F_S - P$ [44]. При напряжении $\sigma < 0$ вдоль оси [001] в пластине, вырезанной в плоскости (100), $P = -\frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma$, а $F_S = \frac{9}{4}\lambda_{100}^2 (c_{11} - c_{12})$. Стало быть, уравнения (2.1.14а), (2.1.15а) имеют решения при $P > F_S$. Фактически, такое же условие разрешимости этих уравнений имеет место и в случае $K_1 < 0$.

Уравнения (2.1.146), (2.1.156) могут иметь решения и для $0 \le P \le \le F_S$. Эти решения будут зависеть от точного учета энергии размагничивания. Поскольку F_M вычислить трудно, то можно ограничиться случаем, когда F_M не дает существенного вклада в (2.1.146). Тогда при $d^2 \ll T^2$, $P < F_S$ из (2.1.146) имеем:

$$d = \frac{3(\gamma_0 - 2\gamma_1)}{F_4 - F_1} \simeq \frac{3\delta_0 F_S}{F_S - P},$$
(2.1.16)

где $\delta_0 = \sqrt{A/|K_1|}$ — ширина блоховской ДГ. В отсутствие напряжения $d \simeq 3\delta_0$. Учет энергии размагничивания F_M может только увеличить значение d. Другой параметр ШДГ l (или n) определяется величиной F_M . В [127] и [433] было показано, что l, по крайней мере, превосходит толщину пластины, т. е. $l \ge T$.

Покажем теперь, что предлагаемая модель ШДГ с замыканием магнитного потока внутри образца может быть энергетически выгоднее блоховской ДГ, сравнив поверхностные энергии этих границ. Плотность эффективной поверхностной энергии ШДГ при любом способе замыкания магнитного потока и при l = T, $d^2 \ll T^2$ будет иметь вид

$$E_1 = \frac{1}{3} \left(F_S - P \right) d + 2\gamma_1 + E_{M1}, \qquad (2.1.17)$$

где E_{M1} — энергия размагничивания ШДГ; $E_{M1} = \left[3M_0^2 \left(\delta^{90^\circ} \right)^2 / T \right] \times \ln \left(0.7T / \delta^{90^\circ} \right).$

Энергию блоховской ДГ представим как [126]

$$E_2 = \gamma_0 + E_{M2}, \tag{2.1.18}$$

где $E_{M2} = (3M_0^2 \delta_0^2/T) \cdot \ln(0,7T/\delta_0)$ — энергия размагничивания блоховской ДГ. Из равенства $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ следует, что равновесное значение

$$d_1 = \frac{3\left(\gamma_0 - 2\gamma_1 + E_{M2} - E_{M1}\right)}{(F_S - P)}.$$
(2.1.19)

В связи с тем, что угол между ДГ фарадеевского домена и поверхностью образца меньше 90° (из-за требования полного замыкания магнитного потока внутри образца), энергию ε_{M1} можно считать малой по сравнению с ε_{M2} (то, что энергия размагничивания наклонных ДГ меньше таковой для ДГ, нормальных к плоскости образца, показано, в частности, в [122]). При $T = 5 \cdot 10^{-3}$ см, $F_S = \frac{9}{2} \lambda_{111}^2 c_{44} = 27$ эрг/см³ (ИЖГ, $K_1 < 0$, $\lambda_{111} = -2.8 \cdot 10^{-6}$, $c_{44} = 7.64 \cdot 10^{11}$ эрг/см³ [85], $\delta_0 \sim 10^{-5}$ см, $M_0 \simeq 140$ Гс, $\gamma_0 \simeq 0.09$ эрг/см², $\gamma_1 \simeq 0.04$ эрг/см², $\sigma = 0$, величина $d_1 \sim 10^{-3}$ см. Из (2.1.17)–(2.1.19) видно, что при $d \leq d_1$ ШДГ будет энергетически выгоднее блоховской ДГ. Таким образом, энергию ДГ можно уменьшить путем нейтрализации зарядов замыканием магнитного потока внутри пластины. Это приводит, как показано выше, к увеличению ширины ДГ и, как правило, к появлению не 180°-ных соседних доменов.

При наличии внешних напряжений на основании уравнений (2.1.14) и (2.1.15) можно показать, что величина l будет несущественно уменьшаться с увеличением $|\sigma|$ (от l > T до l < T; $l \sim T$ при $P \sim F_S$). Ширина же фарадеевской фазы будет неограниченно увеличиваться. Характер зависимости d от σ при $P < F_S$ определяется формулой (2.1.16), а при $P > F_S$ в случае l = T — формулой

$$d = \frac{T^2 (F_1 - F_4)}{\left[144\gamma_1^2 - 2T^2 (F_1 - F_4)^2\right]^{1/2}}.$$
 (2.1.20)

Исследуем зависимость d от σ для магнитикой с $K_1 < 0$ и $K_1 > 0$. 1. $K_1 < 0$. Пусть пластина вырезана в плоскости (100) и σ приложено вдоль [110]. В этом случае [119]

$$F_1 - F_4 \simeq \frac{8}{3}P - \frac{8}{9}F_S = 4 |\lambda_{111}| (\sigma - |\lambda_{111}| c_{44}), \quad \sigma > 0.$$
 (2.1.21)

Зависимость d от σ для пластины ИЖГ толщиной T = 50 мкм представлена кривой 1 на рис. 2.7.

2. $K_1 > 0$. Пусть пластинка вырезана в плоскости (100), а σ приложено вдоль [001]. Тогда

$$F_1 - F_4 = P - F_S = \frac{3}{2}\lambda_{100} \left[|\sigma| - \frac{3}{2}\lambda_{100} \left(c_{11} - c_{12} \right) \right], \quad \sigma < 0. \quad (2.1.22)$$



Рис. 2.7. Зависимость d от σ для пластин ИЖГ (1) и железа (2)

Значения констант для кристаллов железа возьмем из [434,435]: $\gamma_0 \simeq 21,8$ эрг/см², $\gamma_1 \simeq 0,8$ эрг/см², $\lambda_{100} = 19,5 \cdot 10^{-6}$, $c_{11} - c_{12} \simeq 10^{12}$ /см³. В этом случае зависимость d от σ при T = 50 мкм представлена кривой 2 на рис. 2.7.

Из сравнения случаев 1 и 2 вытекает, что в пластинках железа d слабее зависит от σ , чем в пластинках ИЖГ (при одинаковой толщине образца).

В обоих случаях зависимость $d = d(\sigma)$ показывает, что при напряжениях P, меньших энергии магнитострикции F_S , величина меняется линейно с σ . При напряжениях, близких к критическому ($\sigma_{\rm K}$ на рис. 2.7), начинается резкое возрастание d, свидетельствующее о том, что фарадеевская фаза становится выгоднее коттоновской и начинается полная перестройка доменной структуры кристалла. Сама перестройка качественно согласуется с экспериментальными данными работы [120]. Для подтверждения же полученной зависимости d от σ и количественной оценки σ_K необходимы новые эксперименты.

2.2. Магнитоакустические волны в кубических магнетиках

Как было показано в первой главе, в динамике МУ взаимодействие проявляется особенно сильно вблизи ОФП 2-го рода и безгистерезисных, 1-го рода или вблизи точек потери устойчивости фаз при ОФП 1-го рода с гистерезисом. Увеличение МУ связи в окрестности ОФП приводит к ряду особенностей в спектре МУ волн. Исследованию подобных особенностей в области рассмотренных в разделе 2.1 ОФП в кубических кристаллах посвящен настоящий раздел главы 2 [71,73]. В первом параграфе этого раздела приводятся результаты для ненапряженных кубических магнетиков.

2.2.1. Магнитоакустические волны в ненапряженном кристалле

Как и ранее, будем исходить из следующего выражения для плотности свободной энергии кубического ФМ:

$$F = F_M + F_{MY} + F_Y,$$
 (2.2.1)

где магнитная энергия

$$F_M = \frac{1}{2} E' a^2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_i}\right)^2 + K_1 \left(m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2\right) + K_2 m_x^2 m_y^2 m_z^2 + \frac{1}{8\pi} \mathbf{H}_M^2, \quad (2.2.2)$$

энергия магнитострикции

$$F_{MY} = B_1 \left(m_x^2 u_{xx} + m_y^2 u_{yy} + m_z^2 u_{zz} \right) + + 2B_2 \left(m_x m_y u_{xy} + m_y m_z u_{yz} + m_z m_x u_{xz} \right), \quad (2.2.3)$$

упругая энергия

$$F_{\mathbf{y}} = \frac{1}{2}\rho\dot{\mathbf{u}} + \frac{1}{2}c_{11}\left(u_{xx}^{2} + u_{yy}^{2} + u_{zz}^{2}\right) + c_{12}\left(u_{xx}u_{yy} + u_{yy}u_{zz} + u_{xx}u_{zz}\right) + 2c_{44}\left(u_{xy}^{2} + u_{yz}^{2} + u_{xz}^{2}\right) - \sigma_{ij}u_{ij}.$$
 (2.2.4)

Все обозначения введены выше.

В основном состоянии системы (при $\sigma_{ij} = 0$) осуществляются три равновесные магнитные фазы:

1.
$$\mathbf{M} \| [001], \ K \ge 0,$$
 (2.2.5a)

2.
$$\mathbf{M} \| [110], \ 0 \ge K \ge -\frac{1}{2}K_2,$$
 (2.2.56)

3.
$$\mathbf{M} \| [111], \ K \leqslant -\frac{1}{3} K_2,$$
 (2.2.5b)

где (см. (2.1.4))

$$K = K_1 + \frac{B_1^2}{c_{11} - c_{12}} - \frac{B_2^2}{2c_{44}}.$$
 (2.2.6)

Спонтанные деформации $u_{ii}^{(0)}$ определяются формулами (2.1.3) при $\sigma = 0$:

$$u_{ii}^{(0)} = -\frac{B_1}{c_{11} - c_{12}} \left(m_i^{(0)2} - \frac{c_{12}}{c_{11} + 2c_{12}} \right), \ u_{ij}^{(0)} = -\frac{B_2}{2c_{44}} m_i^{(0)} m_j^{(0)} \ (i \neq j).$$
(2.2.7)

Линии ОФП 1-го рода имеют вид:

1-2:
$$K = 0, K_2 > 0;$$

1-3: $9K + K_2 = 0, K > 0;$
2-3: $9K + 4K_2 = 0, K < 0.$
(2.2.8)

Таким образом, в равновесных процессах учет магнитострикции приводит, к перенормировке константы магнитной анизотропии: $K_1 \rightarrow K$, причем K также представляет собой ту константу анизотропии, которая измеряется в статических экспериментах (по кривым намагничивания или из вращательных моментов). Она же определяет магнитные ОФП.

Рассмотрим далее связанные колебания ΔM и Δu_{ij} вблизи равновесных состояний. С помощью уравнений Ландау–Лифшица и упругости (1.3), (1.4) исследуем для определенных направлении **k** спектр МУ колебаний в каждой из магнитных фаз (2.2.5).

1. $\mathbf{M} \| [001]$. Дисперсионное уравнение МУ волн, распространяющихся вдоль оси $\mathbf{z} \| [001]$, имеет вид

$$\left(\omega^2 - \omega_{1l}^2\right) \left[\left(\omega \mp \omega_{sk}\right) \left(\omega^2 - \omega_{2t}^2\right) \mp \omega_{2t}^2 \omega_{sk} \zeta \right] = 0.$$
(2.2.9)

Здесь частота спиновых волн

$$\omega_{sk} = g \left(\alpha M_0 k^2 + 2K_1 / M_0 + H_{\rm My1} \right); \tag{2.2.10}$$

 $\omega_{2t}^2 = S_{2t}^2 k^2 = c_{44} k^2 / \rho$, $\omega_{1l}^2 = S_{1l}^2 k^2 = c_{11} k^2 / \rho$ ($\mathbf{e}_l \| \mathbf{k}$) — частоты поперечного и продольного звука в отсутствие МУ связи; S_{2t} , S_{1l} — скорости распространения невзаимодействующих упругих колебаний; \mathbf{e}_l — вектор поляризации продольного звука; поперечный звук в данном случае имеет круговую поляризацию (знаки «–» в (2.2.9) соответствуют левополяризованным колебаниям, а «+» — правополяризованным); эффективный параметр МУ связи

$$\zeta = \omega_{\rm My2}/\omega_{sk} = gH_{\rm My2}/\omega_{sk}; \qquad (2.2.11)$$

МУ поля

 $H_{\rm MY1} = 2B_1^2/M_0 \left(c_{11} - c_{12} \right), \quad H_{\rm MY2} = B_2^2/M_0 c_{44}.$ (2.2.12)

Отметим, что в определяющей спектр колебаний (квадратичной по $\Delta \mathbf{M}$ и Δu_{ij}) части плотности энергии (2.2.1) с константой B_1 связаны члены типа $u^{(0)}(\Delta M)(\Delta M)$, а с константой B_2 — члены типа $M_0(\Delta M)(\Delta u)$. Таким образом, B_1 связана со спонтанными деформациями $\Delta u_{ij}^{(0)}$ в основном состоянии, а B_2 определяет динамическую связь магнонов и фононов.

Частота $\omega = \omega_{s0} = \omega_{sk}|_{k=0}$ является единственно положительно определенным (и не равным нулю) решением дисперсионных уравнений (2.2.9) для однородных колебаний (K = 0). Член с B_1^2 в ω_{s0} представляет собой МУ вклад в щель, обусловленный спонтанными деформациями, нарушающими исходную кубическую симметрию кристалла. В отношении равновесных (квазистатических) свойств кубический ферромагнетик остается кубическим и после учета спонтанных деформаций (2.2.7), которые приводят лишь к переномировке K_1 (2.2.6). В то же время в отношении динамических свойств симметрия кристалла нарушена: в рассматриваемом случае $\mathbf{M}||[001]$ основное состояние имеет тетрагональную симметрию. Указанный член с B_1^2 в (2.2.10) как раз и обусловлен этой тетрагональной добавкой в анизотропию.

Перепишем выражение для ω_{s0} (2.2.10) с учетом (2.2.6) таким образом:

$$\omega_{s0} = g \left(\frac{2K}{M_0} + H_{\rm My2} \right). \tag{2.2.13}$$

Состояние с М [[001] становится неустойчивым в точке, где

$$K = 0$$
 или $2K_1/M_0 + H_{MY1} = H_{MY2}$. (2.2.14)

При смене знака K происходит ОФП из состояний $\mathbf{M} \| [001]$ в состояние $\mathbf{M} \| [110]$ (при $K_2 \neq 0$). Непосредственно в точке перехода

$$\omega_0 = \omega_{\rm MY} = gH_{\rm MY2} = gB_2^2/M_0c_{44}.$$
 (2.2.15)

Эта наименьшая спин-волновая щель (в точке ОФП) и есть МУ щель в ее чистом виде (именно эта активация в спектре СВ носит название МУ щели). Именно из-за нарушенной симметрии основного состояния магнонная щель не обращается в нуль в точке ФП. Только из-за нее динамика (спектр) определяется не «термодинамической» константой кубической анизотропии K (2.2.6), ответственной за статику (устойчивость), а «механической» константой тетрагональной анизотропии $K + B_2^2/2c_{44}$. Не имеет значения, равен или нет нулю член с B_1^2 (и вместе с ним стрикционные деформации в основном состоянии) все равно равновесной кубической константой с учетом деформаций является не K_1 , а K. И в случае $B_1 = 0$ тетрагональность в динамику вносится отсутствием в ω_0 (2.2.10) члена $-B_2^2/2c_{44}$, имеющегося в K (2.2.6).

Внешнее магнитное поле смещает точку $\Phi\Pi$, которая при $H \neq 0$ будет определяться условием

$$2K/M_0 + H = 0. (2.2.16)$$

Величина же МУ щели в этой точке остается прежней (2.2.15).

Решение уравнения (2.2.9) в длинноволновом приближении $k \ll \ll \omega_{s0}/S_{2t}, \ k \ll \omega_{s0}/S_{1l}$ имеет вид:

$$\omega_1 = \omega_{sk} + \omega_{2t}^2 \zeta / \omega_{sk}, \quad \omega_2 = \omega_{1l} \left(\mathbf{e}_l \| \mathbf{k} \right), \tag{2.2.17}$$

$$\omega_{3,4} = \frac{\omega_{2t}}{2\omega_{sk}} \left[\sqrt{\omega_{2t}^2 + 4\omega_{sk}^2 (1-\zeta) \pm \omega_{2t}} \right], \qquad (2.2.18)$$

где ω_3 и ω_4 — частоты право- и левополяризованных квазиупругих колебаний. В окрестности точки ОФП, $K/M_0 \ll H_{MY2}$, наиболее сильно с магнитной подсистемой взаимодействует поперечный звук. Продольный звук в данном случае со СВ не взаимодействует.

В случае

$$\omega_{2t}^2 \ll \omega_{sk}^2 (1 - \zeta) \tag{2.2.19}$$

формулы (2.2.18) принимают вид

$$\omega_3 = \omega_4 = \omega_{2t} \sqrt{1 - \zeta} \,. \tag{2.2.20}$$

Если же

$$\omega_{2t}^2 \gg \omega_{sk}^2 (1-\zeta),$$
 (2.2.21)

то вырождение поперечных звуковых колебаний снимается. Для правополяризованной квазиупругой волны

$$\omega_3 = \omega_{2t}^2 / \omega_{sk}, \qquad (2.2.22)$$

для левополяризованной квазиупругой волны

$$\omega_4 = \omega_{sk}(1-\zeta). \tag{2.2.23}$$

МУ вклад в частоту ω_1 состоит из трех частей. Первая из них $\zeta \omega_{2t}^2 / \omega_{sk}$ приводит к изменению скорости распространения КМ ветви. Другая, анизотропная часть дает переномировку K_1 (2.2.6), что приводит к смещению точки ФП. Третья, изотропная часть, не исчезающая в точке ФП, является определяющей при рассмотрении МУ волн вблизи ОФП.

В точке $\Phi\Pi$, K = 0, частота KM ветви ω_1 при k = 0 не обращается в нуль, а определяется изотропным MУ вкладом

$$\omega_1(k=0) = \omega_{\rm MY2} = gH_{\rm MY2}. \tag{2.2.24}$$

Как уже было сказано, величина МУ щели СО пропорциональна МУ константе B_2 , в то время как спонтанные деформации в фазе $\mathbf{M} \| [001]$ ($\vartheta = 0$) от B_2 не зависят (см. (2.2.7)). Поэтому наличие активации в спектре КМ ветви колебаний в точке $\Phi \Pi \ K = 0$, т.е. наличие МУ щели целиком обусловлено взаимодействием звуковых и спиновых колебаний, связанным с константой B_2 . Анизотропная же МУ часть (2.2.6) связана как с учетом вклада спонтанных МУ деформаций (константа B_1), так и с учетом взаимодействия колебаний магнитного момента и решетки (константа B_2).

Из (2.2.11), (2.2.13) видно, что при $k \to 0$ и $K \to 0$ параметр магнитоупругого взаимодействия $\zeta \to 1$. Следовательно, определяемая формулами (2.2.20), (2.2.22) и (2.2.23) скорость поперечных квазиупругих волн $S_{3,4} = \omega_{3,4}/k$ стремится к нулю. Действительно, при выполнении условия (2.2.19), которое в этом случае принимает вид

$$S_{2t}^2 \ll g^2 H_{\rm MY2} \alpha M_0,$$
 (2.2.25)

скорость поперечных квазиупругих волн

$$S_3 = S_4 = S_{2t}\sqrt{1-\zeta} = S_{2t}\sqrt{\frac{\alpha M_0}{H_{\rm MY2}}}k, \qquad (2.2.26)$$

а если выполняется обратное условие

$$S_{2t}^2 \gg g^2 H_{\rm MY2} \alpha M_0,$$
 (2.2.27)

то для правополяризованной волны

$$S_3 = S_{2t}^2 k / \omega_{\rm MV2}, \qquad (2.2.28)$$

а для левополяризованной волны

$$S_4 = \omega_{MY2}(1-\zeta)/k = g\alpha M_0 k.$$
 (2.2.29)

Закон дисперсии поперечных волн при приближении к точке ОФП, K = 0, изменяет свой линейный характер и в самой точке становится квадратичным: при выполнении условия (2.2.25)

$$\omega_3 = \omega_4 = S_{2t} \sqrt{\alpha M_0 / H_{\rm MY2}} k^2, \qquad (2.2.30)$$

а при условии (2.2.27) для правополяризованной волны

$$\omega_3 = S_{2t}^2 k^2 / \omega_{\rm My2}, \qquad (2.2.31)$$

для левополяризованной волны

$$\omega_4 = g\alpha M_0 k^2. \tag{2.2.32}$$

Схематическая зависимость частот MY колебаний вблизи и в точке $\Phi\Pi$ от ${\bf k}$ представлена на рис. 2.8. Отметим, что вдали от $O\Phi\Pi$



Рис. 2.8. Спектр связанных МУ колебании в фазе $\mathbf{M} \| [001], \sigma = 0; a)$ вблизи точки ОФП $2K/M_0 \ll H_{\text{My2}}$ б) в точке ОФП K = 0. Пунктирными линиями показаны невзаимодействующие ветви колебаний

приведенные выше результаты совпадают с результатами, полученными Коренблитом [33]. Необходимо отметить, что в большинстве магнитоупорядоченных кристаллов обычно выполняется условие (2.2.27). Условие же (2.2.25) встречается редко.

Если МУ волны распространяются вдоль оси $\mathbf{x} \| [100]$, то дисперсионное уравнение имеет вид

$$\left(\omega^{2} - \omega_{1l}^{2}\right)\left(\omega^{2} - \omega_{2t}^{2}\right)\left[\left(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2}\right)\left(\omega^{2} - \omega_{2t}^{2}\right) - \omega_{2t}^{2}\omega_{sk}^{2}\zeta\right] = 0. \quad (2.2.33)$$

Здесь частота СВ

$$\omega_{sk}^2 = A \left(A + 4\pi g M_0 \right), \quad A = g \left(\alpha M_0 k^2 + 2K/M_0 + H_{\rm My2} \right), \quad (2.2.34)$$

а эффективный параметр магнитоупругой связи

$$\zeta = \omega_{\rm My2} / (A + 4\pi g M_0). \tag{2.2.35}$$

Решение уравнения (2.2.33) в длинноволновом приближении $k\ll \ll \omega_{s0}/S_{2t}$ можно записать в виде:

$$\omega_1^2 = \omega_{sk}^2 + \omega_{2t}^2 \zeta, \quad \omega_2 = \omega_{1l} \left(\mathbf{e}_l \| \mathbf{k} \right), \quad \omega_3 = \omega_{2t}, \quad (2.2.36)$$

$$\omega_4 = \omega_{2t}\sqrt{1-\zeta} \,. \tag{2.2.37}$$

Из (2.2.33)–(2.2.37) видно, что эффективно взаимодействует с магнитной подсистемой только одна поперечная звуковая ветвь, причем МУ связь значительно ослаблена дипольной энергией. Вблизи точки $\Phi\Pi$ $K/M_0 \ll H_{\rm MY2}$

$$S_4 = S_{2t} \sqrt{\frac{4\pi g M_0}{H_{\text{MV2}} + 4\pi g M_0}} < S_{2t}, \qquad (2.2.38)$$

т.е. уменьшение скорости поперечных квазиупругих колебаний ограничено. В случае коллинеарного АФ дипольное взаимодействие отсутствует, и скорость поперечных квазиупругих колебаний будет, попрежнему, в точке ФП стремиться к нулю.

Анализ дисперсионного уравнения при других направлениях (см. приложение 2) дает в итоге следующие результаты.

а) При распространении МУ волн в плоскостях типа {100}, например в плоскости (010) (П.2.1), продольный звук наиболее сильно взаимодействует с магнитной подсистемой, если **k** направлен вдоль оси [101], т.е. под углом в 45° к оси $\mathbf{z} \| \mathbf{M} \| [001]$. В этом случае одна из поперечных звуковых ветвей ($\mathbf{e}_{t1} \| [\overline{1}01]$) не взаимодействует со спиновыми волнами (рис. 2.9, *a*).

б) Если магнитоупругие волны распространяются в плоскостях типа {110}, например, (110) (П. 2.2), то наибольшее взаимодействие продольного звука и СВ наблюдается при направлении **k** вдоль оси [111]. Одна из поперечных звуковых ветвей не взаимодействует с магнитной подсистемой при **k**, направленном под углом в 45° к направлению $\mathbf{M} \| [001]$, а другая — при $\mathbf{k} \perp \mathbf{M}$, ($\mathbf{k} \| [110]$) (рис. 2.9, $\boldsymbol{6}$).

в) При рассмотрении МУ волн в плоскости, перпендикулярной направлению М (k⊥M) (П. 2.3), наиболее эффективно с магнитной подсистемой взаимодействует только поперечная звуковая ветвь с поляризацией вдоль [001] || М. Остальные ветви звуковых волн не взаимодействуют с СВ (рис. 2.9, *в*).

2. М [[110]. Дисперсионное уравнение МУ волн, распространяющихся вдоль оси [110], представим в виде

$$(\omega^{2} - \omega_{2l}^{2}) \left[(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{1t}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{2t}^{2}) - \omega_{1t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{1t} (\omega^{2} - \omega_{2t}^{2}) - \omega_{2t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{2t} (\omega^{2} - \omega_{1t}^{2}) - \omega_{sk}^{2} \omega_{1t}^{2} \omega_{2t}^{2} \zeta_{1t} \zeta_{2t} \right] = 0, \quad (2.2.39)$$

где частота спиновых волн

 $\omega_{sk2} =$

$$\omega_{sk}^{2} = \omega_{sk1}\omega_{sk2}, \qquad (2.2.40)$$

$$\omega_{sk1} = g \left(\alpha M_{0}k^{2} - 2K/M_{0} + H_{MY1} \right), \qquad (2.2.41)$$

$$g \left(\alpha M_{0}k^{2} + \left(K + K_{2}/2\right)/M_{0} + H_{MY2} \right), \qquad (2.2.41)$$

$$Sark = \sqrt{(c_{11} + c_{12} + 2c_{44})/2a} \cdot k \quad (e_{1}||\mathbf{k})$$

(a. a. . a.)

$$\begin{aligned}
\omega_{2l} &= S_{2l}k = \sqrt{(c_{11} + c_{12} + 2c_{44})/2\rho \cdot k}, \quad (\mathbf{e}_l \| \mathbf{k}), \\
\omega_{1t} &= S_{1t}k = \sqrt{(c_{11} - c_{12})/2\rho} \cdot k, \quad (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), \\
\omega_{2t} &= S_{2t}k = \sqrt{c_{44}/\rho} \cdot k, \quad (\mathbf{e}_{2t} \| [001]),
\end{aligned}$$
(2.2.42)



Рис. 2.9. Зависимость скоростей квазиупругих колебаний в фазе $\mathbf{M} \| [001]$ при $\sigma = 0$ от направления \mathbf{k} : слева — упругие колебания без учета \mathbf{M} У связи, справа — квазиупругие волны; a) \mathbf{k} в плоскости (010), δ) \mathbf{k} в плоскости ($\overline{110}$), s) \mathbf{k} в плоскости ($\overline{001}$); $S_{1l} = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}}$, $S_{2l} = \sqrt{\frac{c_{11} + c_{12} - 2c_{44}}{\rho}}$, $S_{3l} = \sqrt{\frac{c_{11} + 2c_{12} + 4c_{44}}{3\rho}}$, $S_{1t} = \sqrt{\frac{c_{11} - c_{12}}{2\rho}}$, $S_{2t} = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}$, $S_{3t} = \sqrt{\frac{c_{11} + c_{44} - c_{12}}{3\rho}}$. Пунктирными линиями показано поведение скоростей колебаний в неколлинеарных антиферромагнетиках

 $\mathbf{e}_l, \, \mathbf{e}_t$ — векторы поляризации соответственно продольного и поперечного звука; эффективные параметры МУ связи

$$\zeta_{1t} = \omega_{MY1}/\omega_{sk1}, \quad \zeta_{2t} = \omega_{MY2}/\omega_{sk2}. \tag{2.2.43}$$

Решение (2.2.39) при $k \ll \omega_{s0}/S_{1t}$, ω_{s0}/S_{2t} имеет вид:

$$\omega_1^2 = \omega_{sk}^2 + \zeta_{1t}\omega_{1t}^2 + \zeta_{2t}\omega_{2t}^2, \quad \omega_2 = S_{2l}k \,(\mathbf{e}_l \| \mathbf{k}), \tag{2.2.44}$$

$$\omega_3 = \omega_{1t} \sqrt{1 - \zeta_{1t}} \ (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), \quad \omega_4 = \omega_{2t} \sqrt{1 - \zeta_{2t}} \ (\mathbf{e}_{2t} \| [001]).$$
(2.2.45)

Из (2.2.43), (2.2.45) видно, что при приложении к безгистерезисному ФП 1-го рода K = 0 (2.2.56) с СВ эффективно взаимодействует поперечный звук, поляризованный вдоль [$\overline{1}10$] ($\zeta_{1t} \rightarrow 1$). Вблизи другого ФП $K + K_2/2 = 0$ эффективно взаимодействует поперечный звук, поляризованный вдоль [001] ($\zeta_{2t} \rightarrow 1$). Вблизи обоих ОФП соответствующая мода (ω_3 или ω_4) является мягкой квазиакустической модой с квадратичным законом дисперсии. Поведение частот и скоростей указанных колебаний вблизи ОФП определяется формулами (2.2.23) и (2.2.32). Зависимость частот этих колебаний от \mathbf{k} представлена на рис. 2.10.



Рис. 2.10. Спектр связанных магнитоупругих колебаний в фазе $\mathbf{M} \| [110], \sigma = 0;$ *a*) в точке фазового перехода $K = 0, \delta$) в точке фазового перехода $2K + K_2 = 0$. Пунктирные прямые — невзаимодействующие спиновые ε_{SK} и фононные ω_t ветви

3. $\mathbf{M}\|[111].$ Дисперсионное уравнение МУ волн, распространяющихся вдоль оси [111], имеет вид

$$\left(\omega^2 - \omega_{3l}^2\right) \left[\left(\omega \mp \omega_{sk}\right) \left(\omega^2 - \omega_{3t}^2\right) \mp \omega_{3t}^2 \omega_{sk} \zeta \right] = 0, \qquad (2.2.46)$$

где

$$\omega_{sk} = g \left[\alpha M_0 k^2 - \frac{4}{3} \left(K + \frac{1}{3} K_2 \right) / M_0 + \frac{2}{3} H_{MY1} + \frac{1}{3} H_{MY2} \right], \quad (2.2.47)$$

$$\begin{cases} \omega_{3l} = S_{3l}k = \sqrt{(c_{11} + 2c_{12} + 4c_{44})/3\rho \cdot k} & (\mathbf{e}_l \| \mathbf{k}), \\ \omega_{3t} = S_{3t}k = \sqrt{(c_{11} - c_{12} + c_{44})/3\rho \cdot k}; \end{cases}$$
(2.2.48)

поперечный звук имеет круговую поляризацию. Эффективный параметр МУ взаимодействия

$$\begin{aligned}
\zeta &= \omega_{\rm MY3} / \omega_{sk}, \quad \omega_{\rm MY3} = g H_{\rm MY3}, \\
H_{\rm MY3} &= \frac{\left[\sqrt{2H_{\rm MY1} \left(c_{11} - c_{12}\right)} + \sqrt{H_{\rm MY2} c_{44}}\right]^2}{3 \left(c_{11} - c_{12} + c_{44}\right)}.
\end{aligned} \tag{2.2.49}$$

Решение дисперсионного уравнения в длинноволновом приближении $k \ll \omega_{s0}/S_{3t}$ определяется формулами (2.2.17)–(2.2.23), в которых надо заменить ω_{2t} на ω_{3t} , ω_{1l} на ω_{3l} , а S_{sk} и ζ определять формулами (2.2.47), (2.2.49).



Рис. 2.11. Зависимость частот МУ колебании от
к ${\bf b}$ фазе ${\bf M}\|[111]$ при $3K+K_2=0$ (в точке
 ОФП) и $\sigma=0$

Из (2.2.47), (2.2.49) видно, что величина активации СВ в точке ФП $3K + K_2 = 0$, $\omega_{MY} = g \left[\frac{2}{3} H_{MY1} + \frac{1}{3} H_{MY2} \right]$ не совпадает со значением МУ частоты ω_{MY3} , входящей в параметр ζ (в числителе). Поэтому вблизи точки ФП $\zeta < 1$ и уменьшение скорости поперечных квазиу-пругих колебании $S_{3,4}$ будет ограничено (рис. 2.11):

$$S_{3,4} = S_{3t} \sqrt{1 - \omega_{\text{MY3}} / \omega_{s0}} < S_{3t}.$$
 (2.2.50)

Так, для кристаллов ИЖГ относительное изменение скорости поперечных квазиупругих колебаний в точке фазового перехода составляет

$$(S_{3t} - S_{3,4}) / S_{3t} \simeq 0.81.$$

Таким образом, квазиакустическая МУ мода с $\mathbf{k} \| \mathbf{M}$ в данном случае является мягкой. Будем искать мягкую квазиакустическую моду, предположив, что \mathbf{k} для нее лежит в плоскости (110):

$$k_x = k_y = \frac{k}{\sqrt{2}}\sin\theta_k, \quad k_z = k\cos\theta_k.$$

При этом дисперсионное уравнение имеет вид

$$\omega^{2} - \omega_{sk}^{2} \left(1 + \frac{\zeta_{2k}\omega_{\Phi_{2}}^{2}}{\omega^{2} - \omega_{\Phi_{2}}^{2}} \right) \left(1 + \frac{\zeta_{1k}\omega_{\Phi_{1}}^{2}}{\omega^{2} - \omega_{\Phi_{1}}^{2}} + \frac{\zeta_{3k}\omega_{\Phi_{3}}^{2}}{\omega^{2} - \omega_{\Phi_{3}}^{2}} \right) = 0, \quad (2.2.51)$$

где ω_{sk} — магнонная и $\omega_{\Phi i}$ (i = 1, 2, 3) — фононные частоты (без учета динамической МУ связи), а ζ_{ik} — МУ параметры, «перепутывающие» колебания с указанными частотами. При этом

$$\omega_{sk}^2 = \omega_{1k}\omega_{2k},\tag{2.2.52}$$

$$\omega_{1k} = \omega_{2k} + \frac{1}{3}\omega_m \left(\sin\theta_k - \sqrt{2}\cos\theta_k\right)^2, \qquad (2.2.53)$$

$$\omega_{2k} = g \left[H'_E(ak)^2 - 4\tilde{K}/3M_0 + H_{\rm My} \right], \qquad (2.2.54)$$

где, в свою очередь,

$$H_{\rm MY} = 4B_1^2/3M_0 \left(c_{11} - c_{12}\right) + B_2^2/3M_0 c_{44}, \quad \omega_m = 4\pi g M_0.$$

И далее:

$$\omega_{\Phi 2}^{2} = \left(\frac{c_{11} - c_{12}}{2} - \sin^{2}\theta_{k} + c_{44}\cos^{2}\theta_{k}\right)\frac{k^{2}}{\rho} \equiv \frac{C_{2}}{\rho}k^{2}, \qquad (2.2.55)$$

$$\omega_{\Phi 1,3}^{2} = \left\{c_{44} + \left(c_{44} + \frac{c_{11} + c_{12}}{2}\right)\sin^{2}\theta_{k} + c_{11}\cos^{2}\theta_{k} \mp \left[\left(\frac{c_{11} + c_{12}}{2}\sin^{2}\theta_{k} - (c_{11} - c_{44})\cos^{2}\theta_{k}\right)^{2} + \left(c_{12} + c_{44}\right)^{2}\sin^{2}2\theta_{k}\right]^{1/2}\right\}\frac{k^{2}}{2\rho} \equiv \frac{C_{1,3}}{\rho}k^{2}. \qquad (2.2.56)$$

Заметим, что частоте $\omega_{\Phi 2}$ соответствуют колебания с поляризацией, перпендикулярной плоскости (110), а частотам $\omega_{\Phi 1,3}$ — колебания с поляризацией, параллельной плоскости (110). Параметры

$$\zeta_{ik} = \omega_{\rm Myi} / \omega_{ik}, \qquad (2.2.57)$$

где

$$\omega_{3k} \equiv \omega_{1k},
\omega_{MY2} = g \left(\sqrt{2} B_1 \sin \theta_k + B_2 \cos \theta_k \right)^2 / 3M_0 C_2,
\omega_{MY1,3} = g \left\{ \left[\sqrt{2} (B_1 + B_2) \sin \theta_k - B_2 \cos \theta_k \right] \left(\frac{1}{2} \pm \frac{f}{p} \right)^{1/2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \left(2B_1 \cos \theta_k + \frac{1}{\sqrt{2}} B_2 \sin \theta_k \right) \left(\frac{1}{2} \pm \frac{f}{p} \right)^{1/2} \right\}^2 / 9M_0 C_{1,3}.$$
(2.2.58)

Здесь $f = \frac{1}{4} (c_{11} + c_{12}) \sin^2 \theta_k - \frac{1}{2} (c_{11} + c_{44}) \cos^2 \theta_k, \quad p^2 = 4f^2 + (c_{12} + c_{44})^2 \sin^2 2\theta_k.$

Теперь нетрудно проверить, что при $\mathbf{k} \| [111]$ ($\sin \theta_k = \sqrt{2} \cos \theta_k$) в точке ОФП, т. е. при условии (2.2.5в), взятом со знаком равенства, ни один из параметров ζ_{ik} (2.2.57) при $k \to 0$ не обращается в единицу. Это означает, что ни одна из КФ мод с $\mathbf{k} \| [111]$ не является мягкой модой. Исключение составляет изотропный ФМ ($B_1 = B_2$, $c_{11} - c_{12} = 2c_{44}$), для которого мягкими квазиакустическими модами становятся обе поперечные моды с $\mathbf{k} \| [111]$, поскольку в этом случае, как оказывается, $\zeta_{1k} = \zeta_{2k} \to 1$ при $k \to 0$.

Для других направлений \mathbf{k} (достаточно далеких от [111]) благодаря дипольному слагаемому в ω_{1k} (2.2.53) находим, что

$$\zeta_{10}$$
 и $\zeta_{30} \sim H_{\rm My}/4\pi M_0 \ll 1.$ (2.2.59)

Таким образом, остается одна возможность: потребовать, чтобы в точке ОФП, где

$$\omega_{20} = gH_{\rm My} = \omega_{\rm My}, \qquad (2.2.60)$$

имело место равенство

$$\zeta_{2k}|_{k\to 0} = 1. \tag{2.2.61}$$

Из последнего с учетом (2.2.54) и (2.2.58) находим угол $\theta_k \equiv \overline{\theta}_k$ для мягкой квазиакустической моды:

$$\operatorname{tg}\overline{\theta}_{k} = \frac{2\sqrt{2}B_{1}c_{44}}{B_{2}\left(c_{11} - c_{12}\right)} = \frac{b}{c}\sqrt{2}, \qquad (2.2.62)$$

где $b = B_1/B_2$ и $c = (c_{11} - c_{12})/2c_{44}$ — параметры анизотропии соответственно МУ и упругих свойств.

Если далее учесть, что в окрестности ОФП $\zeta_{20} \simeq 1$, а ζ_{10} , $\zeta_{30} \ll 1$, то из (2.2.51) приближенно получаем:

$$\left(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2}\right)\left(\omega^{2} - \omega_{\Phi 2}^{2}\right) - \zeta_{2k}\omega_{sk}^{2}\omega_{\Phi 2}^{2} = 0 \qquad (2.2.63)$$

(две другие упругие моды отщепляются с прежними частотами (2.2.56)). Заметим, что указанное приближение для дисперсного уравнения, вообще говоря, неприменимо в непосредственной близости к точке b/c = 1, когда $\mathbf{k} \| [111]$.

Уравнение (2.2.53) в длинноволновой области ($\omega_{\Phi 2} \ll \omega_{s0}$) дает два решения:

$$\omega_1^2 = \omega_k^2 + \zeta_{2k} \omega_{2t}^2 \tag{2.2.64}$$

— для КМ моды и

$$\omega_2^2 = \omega_{\Phi_2}^2 \left(1 - \zeta_{2k} \right) \approx \frac{\omega_E'(ak)^2}{\omega_{My}} \omega_{\Phi_2}^2 \tag{2.2.65}$$

— для КФ мягкой моды. Правая часть равенства (2.2.65) соответствует самой точке ОФП, где $\zeta_{20} = 1$; $\omega_{\Phi 2}$ определяется формулой (2.2.55) при $\theta_k = \overline{\theta}_k$.

2.2.2. Магнитоакустические волны при упругом напряжении вдоль оси [001]

Рассмотрим распространение МУ волн в кубических магнетиках при наличии внешних упругих напряжений, приложенных вдоль оси $\mathbf{z} \| [001]$ ($\sigma_{ij} u_{ij} = \sigma u_{zz}$). Основное состояние системы определяется по (2.1.3)–(2.1.6). Для простоты ограничимся здесь случаем $K_2 \ll K_1$. При этом в равновесии осуществляются следующие магнитные фазы (спонтанные деформации по-прежнему определяются формулами (2.1.4)).

1.
$$\vartheta = 0$$
 (**M**||[001]): $K - P \ge 0$,
2. $\vartheta = \pi/2$, $\varphi = 0$, $\pi/2$ (**M**||[100], [010]): $K \ge 0$, $K + P \ge 0$,
3. $\vartheta = \pi/2$, $\varphi = \pi/4$, $3\pi/4$ (**M**||[110], [$\overline{1}10$]): $K \le 0$, $K + 2P \ge 0$,
(2.2.66)

4.
$$\sin^2 \vartheta = \frac{2}{3} \frac{K-P}{K}, \ \varphi = \frac{\pi}{4}, \ \frac{3\pi}{4}$$
 (М в плоскостях (110), (110);
фазы типа [uuw], [$\overline{u}uw$]: $K \leq 0, \ K - P \leq 0, \ K + 2P \leq 0.$

Фаза 5 в (2.1.5) в данном случае неустойчива. Линии фазовых переходов получим из (2.1.6):

Фазовая диаграмма в координатах Р и К приведена на рис. 2.12.

Исследуем МУ колебания для каждой фазы (2.2.66) при наиболее интересных направлениях **k** в длинноволновом приближении $k \ll \omega_{s0}/S_t$, ω_{s0}/S_l .

1. М [[001]. Дисперсионное уравнение МУ волн, распространяющихся вдоль оси [001], его решение, поведение частот квазиупругих



Рис. 2.12. Фазовая диаграмма кубического магнетика при упругом напряжении вдоль оси [001] в случае $K_2 = 0$

колебаний вблизи ОФП K - P = 0 определяются формулами (2.2.9), (2.2.11), (2.2.17)-(2.2.32), в которых

$$\omega_{sk} = g \left[\alpha M_0 k^2 + 2(K - P)/M_0 + H_{MY2} \right].$$
(2.2.68)

2. М $\|[100]$. Дисперсионное уравнение волн, распространяющихся вдоль оси $[100]\|\mathbf{x}$, имеет вид

$$\left(\omega^2 - \omega_{1t}^2\right) \left[\left(\sqrt{\omega^2 + B^2} \mp A\right) \left(\omega^2 - \omega_{2t}^2\right) \mp \omega_{2t}^2 \omega_{\text{My2}} \right] = 0. \quad (2.2.69)$$

Здесь частота СВ

$$\omega_{sk} = \sqrt{A^2 - B^2}, \qquad (2.2.70)$$

$$A = g \left[\alpha M_0 k^2 + (2K + P)/M_0 + H_{MY2} \right], \quad B = g P/M_0. \quad (2.2.71)$$

Решение уравнения (2.2.69) в области волновых векторов

$$\alpha M_0^2 k^2 \ll P \tag{2.2.72}$$

определяется формулами:

$$\omega_1 = \omega_{sk} + \omega_{2t}^2 \frac{A\omega_{\text{MY2}}}{\omega_{sk}^3}, \quad \omega_2 = \omega_{1l} \left(\mathbf{e}_l \| \mathbf{k} \right), \quad (2.2.73)$$

$$\omega_3 = \omega_{2t} \sqrt{1 - \zeta_1}, \quad \omega_4 = \omega_{2t} \sqrt{1 - \zeta_2}, \quad (2.2.74)$$

где

$$\zeta_1 = \omega_{My2}/(A-B), \quad \zeta_2 = \omega_{My2}/(A+B),$$
 (2.2.75)

 ω_3, ω_4 — соответственно частоты лево- и правополяризованных поперечных квазиупругих волн.

Из (2.2.71), (2.2.74)–(2.2.75) следует, что вблизи точки $\Phi\Pi$ 1-го рода K = 0 эффективно взаимодействует с CB левополяризованый звук, а вблизи точки потери устойчивости фазы K + P = 0 — правополяризованный поперечный звук.

В случае волновых векторов

$$\alpha M_0^2 k^2 \gg P \tag{2.2.76}$$

решение дисперсионного уравнения (2.2.69) определяется формулами (2.2.17)–(2.2.23), в которых надо заменить ω_{sk} на A (2.2.71).

3. М \parallel [110]. Дисперсионное уравнение МУ волн, распространяющихся вдоль оси [110], его решение, поведение поперечных квазиупругих волн вблизи точек ОФП K = 0 и K + 2P = 0 определяются формулами (2.2.39), (2.2.42), (2.2.44), (2.2.45), (2.2.26), (2.2.30), в которых

$$\omega_{sk} = g \left\{ \left[\alpha M_0 k^2 - 2K/M_0 + H_{MY1} \right] \times \left[\alpha M_0 k^2 + (K + 2P)/M_0 + H_{MY2} \right] \right\}^{1/2}, \qquad (2.2.77)$$

$$\zeta_{1t} = H_{\rm MY1} \left(\alpha M_0 k^2 - 2K/M_0 + H_{\rm MY1} \right)^{-1}, \qquad (2.2.78)$$

$$\zeta_{2t} = H_{\rm MY2} \left(\alpha M_0 k^2 + (K + 2P) / M_0 + H_{\rm MY2} \right)^{-1}.$$

4. М в плоскости (110); фаза [uuw], $\sin^2 \theta = \frac{2}{3} \frac{K-P}{K}$. Исследуем МУ волны при направлении **k** вдоль осей [001], [110] и [111].

а) k [[001]. Дисперсионное уравнение имеет вид

$$(\omega^2 - \omega_{sk}^2) (\omega^2 - \omega_{2t}^2) (\omega^2 - \omega_{1l}^2) - \omega_{2t}^2 \omega_{sk}^2 (\zeta_1 \cos^2 \vartheta + \zeta_2 \cos^2 2\vartheta) \times \times (\omega^2 - \omega_{1l}^2) (\omega^2 - \omega_{2t}^2) - \omega_{1t}^2 \omega_{sk}^2 \zeta_3 \sin^2 2\vartheta (\omega^2 - \omega_{2t}^2) - - \omega_{2t}^2 \omega_{sk}^2 \zeta_1 \cos^2 \vartheta [\omega_{2t}^2 \zeta_2 \cos^2 2\vartheta (\omega^2 - \omega_{1l}^2) + \omega_{1t}^2 \zeta_3 \sin^2 2\vartheta (\omega^2 - \omega_{2t}^2)] = 0.$$

$$(2.2.79)$$

Здесь частота СВ

$$\omega_{sk}^2 = (A+B)(A-B), \qquad (2.2.80)$$

$$A - B = g \left[\alpha M_0 k^2 - (2K/M_0 + H_{\rm My2} - H_{\rm My1}) \sin^2 \vartheta + H_{\rm My2} \right], \quad (2.2.81)$$

$$A + B = g \left[\alpha M_0 k^2 - \frac{3}{4} \left(2K/M_0 + H_{\rm MY2} - H_{\rm MY1} \right) \sin^2 2\vartheta + H_{\rm MY2} + H_{dip} \right],$$
(2.2.82)

$$\zeta_1 = \frac{\omega_{MY2}}{A - B}, \quad \zeta_2 = \frac{\omega_{MY2}}{A + B}, \quad \zeta_3 = \frac{\omega_{MY1}}{A + B} \quad (\mathbf{e}_l \| \mathbf{k}), \tag{2.2.83}$$

поперечный звук имеет круговую поляризацию, $H_{dip} = 4\pi M_0 \sin^2 \vartheta$. Решение дисперсионного уравнения (2.2.79) в случае $\sin^2 \vartheta \ll M_{MY2}/4\pi M_0$ ($\sin^2 \vartheta \ll H_{MY2}M_0/K$ для AФ), т.е. вблизи ОФП 2-го рода K - P = 0, определяется формулами (2.2.11), (2.2.17)– (2.2.32). В обратном случае $\sin^2 \vartheta \gg H_{\rm My2}/4\pi M_0$ решение уравнения (2.2.79) имеет вид:

для КМ ветви

$$\omega_1^2 = \omega_{sk}^2 + (\zeta_1 \cos^2 \vartheta + \zeta_2 \cos^2 2\vartheta) \,\omega_{2t}^2 + \zeta_3 \sin^2 2\vartheta \omega_{1t}^2, \qquad (2.2.84)$$

для левополяризованной поперечной КФ волны

$$\omega_2 = \omega_{2t} \sqrt{1 - \zeta_1 \cos^2 \vartheta}, \qquad (2.2.85)$$

для правополяризованной поперечной и продольной КФ волн

$$\omega_{3,4} = \frac{1}{2} \left\{ \omega_{2t}^2 \left(1 - \zeta_2 \cos^2 2\vartheta \right) + \omega_{1l}^2 \left(1 - \frac{S_{1t}^2}{S_{1l}^2} \zeta_3 \sin^2 2\vartheta \right) \pm \\ \pm \left\{ \left[\omega_{2t}^2 \left(1 - \zeta_2 \cos^2 2\vartheta \right) - \omega_{1l}^2 \left(1 - \frac{S_{1t}^2}{S_{1l}^2} \zeta_3 \sin^2 2\vartheta \right) \right]^2 + \\ + \omega_{1t}^2 \omega_{2t}^2 \zeta_2 \zeta_3 \sin^2 4\vartheta \right\}^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (2.2.86)$$

Таким образом, из (2.2.79), (2.2.85), (2.2.86) видно, что вблизи ФП 2-го рода, K - P = 0 ($\vartheta = 0$), эффективно взаимодействуют с магнитной подсистемой обе поперечные звуковые ветви, а вблизи другого ФП 2-го рода, K + 2P = 0 ($\vartheta = \pi/2$), только правополяризованный поперечный звук. В последнем случае МУ связь в ферро- и ферримагнетиках сильно ослаблена за счет наличия диполь-дипольного взаимодействия. Зависимость скоростей КФ колебаний от величины внешнего упругого напряжения (или от угла ϑ) представлена на рис. 2.13.



Рис. 2.13. Зависимость скоростей квазиупругих колебаний в фазе $\mathbf{M} \| [uuw]$ от угла ϑ (или от напряжения $\sigma: \sin^2 \vartheta = 2(K - P)/3K$) при напряжении вдоль оси [001]; $\mathbf{k} \| [001]$

б) **k**||[110]. Дисперсионное уравнение связанных МУ волн выглядит следующим образом:

$$(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{2t}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{1t}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{2l}^{2}) - - \omega_{1t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{1} \sin^{2} \vartheta (\omega^{2} - \omega_{2l}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{2t}^{2}) - - \omega_{2t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{2} \cos^{2} 2\vartheta (\omega^{2} - \omega_{1t}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{2l}^{2}) - - \omega_{2l}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{3} \sin^{2} 2\vartheta (\omega^{2} - \omega_{2t}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{1t}^{2}) - - \omega_{1t}^{2} \zeta_{1} \sin^{2} \vartheta \omega_{sk}^{2} [\omega_{2t}^{2} \zeta_{2} \cos^{2} 2\vartheta (\omega^{2} - \omega_{2l}^{2}) + + \omega_{2l}^{2} \zeta_{3} \sin^{2} 2\vartheta (\omega^{2} - \omega_{2t}^{2})] = 0.$$
 (2.2.87)

Здесь ω_{sk} определяется формулами (2.2.80)–(2.2.82) при $H_{dip} = 4\pi M_0 \cos^2 \vartheta$; эффективные параметры МУ связи — формулами (2.2.83) с той разницей, что в выражении для ζ_3 надо заменить $\omega_{\rm MY1}$ на $\omega_{\rm MY4} = g H_{\rm MY4}$, где

$$H_{\rm MY4} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{H_{\rm MY1} \frac{c_{11} - c_{12}}{2}} + \sqrt{H_{\rm MY2} c_{44}} \right]^2 / (c_{11} + c_{12} + 2c_{44}). \quad (2.2.88)$$
Peulehue VDBHehug (2.2.87) имеет вил:

$$\omega_1^2 = \omega_{sk}^2 + \zeta_1 \sin^2 \vartheta \omega_{1t}^2 + \zeta_2 \cos^2 2\vartheta \omega_{2t}^2 + \zeta_3 \sin^2 2\vartheta \omega_{2l}^2,$$

$$\omega_2 = \omega_{1t} \sqrt{1 - \zeta_1 \sin^2 \vartheta} \quad (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), \qquad (2.2.90)$$

(2.2.89)

$$\begin{split} \omega_{3,4} &= \frac{1}{2} \left\{ \omega_{2t}^2 \left(1 - \zeta_2 \cos^2 2\vartheta \right) + \omega_{2l}^2 \left(1 - \zeta_3 \sin^2 2\vartheta \right) \pm \\ &\pm \left\{ \left[\omega_{2t}^2 \left(1 - \zeta_2 \cos^2 2\vartheta \right) - \omega_{2l}^2 \left(1 - \zeta_3 \sin^2 2\vartheta \right) \right]^2 + \\ &+ \omega_{2t}^2 \omega_{2l}^2 \sin^2 4\vartheta \right\}^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (\mathbf{e}_{2t} \| [001] \ \mathbf{H} \ \mathbf{e}_l \| \mathbf{k}). \end{split}$$
(2.2.91)

Из (2.2.90), (2.2.91) видно, что поперечный звук, поляризованный вдоль оси [001], эффективно взаимодействует с СВ вблизи обоих ФП 2-го рода, а поперечный звук, поляризованный вдоль оси [110], — только вблизи точки K + 2P = 0 ($\vartheta = \pi/2$). В точках ФП поведение скоростей КФ колебаний выглядит следующим образом: 1) $\vartheta = 0, P = K$.

$$S_{2} = S_{1t} \quad \left(\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]\right), \quad S_{4} = S_{2l} \quad \left(\mathbf{e}_{l} \| \mathbf{k}\right), \qquad (2.2.92)$$
$$S_{3} = S_{2t} \left[1 - \frac{H_{MY2}}{\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY2} + 4\pi M_{0}}\right]^{1/2} \quad \left(\mathbf{e}_{2t} \| [001]\right).$$
$$2) \quad \vartheta = \pi/2, \quad K + 2P = 0.$$

$$S_{2} = S_{1t} \left[1 - \frac{H_{MY1}}{\alpha M_{0}k^{2} - 2K/M_{0} + H_{MY1}} \right]^{1/2} (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), \quad (2.2.93)$$

$$S_{3} = S_{2t} \left[1 - \frac{H_{MY1}}{\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY2}} \right]^{1/2} (\mathbf{e}_{2t} \| [001]),$$

$$S_{4} = S_{2t} \quad (\mathbf{e}_{t} \| \mathbf{k}).$$

Зависимость S_i от P (или ϑ) представлена на рис. 2.14. Численные оценки для кристаллов ИЖГ дают следующие результаты: уменьшение S_3 в точке P = K составляет ~ 0,01%, в точке P = -K/2 скорость S_2 уменьшается на ~ 0,5%. Максимальное уменьшение скорости продольных квазиупругих колебаний достигается при $\sin^2 \vartheta = 2/3$ (**M** $\|$ [111]) и составляет ~ 0,01%. Такой малый эффект уменьшения скорости звука обусловлен наличием дипольной энергии.



Рис. 2.14. Зависимость скоростей квазиупругих колебаний в фазе $\mathbf{M} \| [uuw]$ от угла ϑ при напряжении вдоль [001]; $\mathbf{k} \| [110]$

в) k [[111]. Дисперсионное уравнение для этого случая имеет вид

$$(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{3t}^{2})^{2} (\omega^{2} - \omega_{3l}^{2}) - - \omega_{3t}^{2} \omega_{sk}^{2} (\zeta_{1} + \zeta_{2}) (\omega^{2} - \omega_{3l}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{3t}^{2}) - - \omega_{3l}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{3} (\omega^{2} - \omega_{3t}^{2})^{2} - \omega_{3t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{1} \zeta_{2} (\omega^{2} - \omega_{3l}^{2}) - - \omega_{3t}^{4} \omega_{sk}^{2} \zeta_{1} \zeta_{3} (\omega^{2} - \omega_{3t}^{2}) = 0, \quad (2.2.94)$$

где ω_{sk} определяется формулами (2.2.82)–(2.2.84) при $H_{dip} = \frac{4}{3}\pi M_0 \left(\sqrt{2}\cos\vartheta - \sin\vartheta\right)^2$; эффективные параметры МУ связи для левополяризованной поперечной квазиупругой волны

$$\zeta_{1} = \left[\sqrt{\omega_{MY1} (c_{11} - c_{12})} \sin \vartheta + \sqrt{\omega_{MY2} c_{44}} \cos \vartheta\right]^{2} \times (c_{11} - c_{12} + c_{44})^{-1} (A - B)^{-1}, \quad (2.2.95)$$

для правополяризованной поперечной квазиупругой волны

$$\zeta_{2} = \frac{1}{3} \left[\frac{3}{2} \sqrt{\omega_{\text{MV1}} (c_{11} - c_{12})} \sin 2\vartheta + \sqrt{\omega_{\text{MV2}} c_{44}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\vartheta - \cos 2\vartheta \right) \right]^{2} \times (c_{11} - c_{12} + c_{44})^{-1} (A + B)^{-1}, \quad (2.2.96)$$

для продольной квазиупругой волны ($\mathbf{e}_l \| \mathbf{k}$)

$$\zeta_3 = \frac{S_{2t}^2}{9S_{3t}^2} \frac{\omega_{\rm MV2}}{A+B} \left(\sin 2\vartheta + 2\sqrt{2} \cos 2\vartheta\right)^2.$$
(2.2.97)

Решение дисперсионного уравнения (2.2.94) можно записать в виде: для КМ ветви колебаний

$$\omega_1^2 = \omega_{sk}^2 + (\zeta_1 + \zeta_2) \,\omega_{3t}^2 + \zeta_3 \omega_{3l}^2, \qquad (2.2.98)$$

для левополяризованной поперечной КФ ветви колебаний

$$\omega_2 = \omega_{3t} \sqrt{1 - \zeta_1} \,, \tag{2.2.99}$$

для правополяризованной поперечной и продольной $(\mathbf{e}_l \| \mathbf{k})$ КФ ветвей колебаний

$$\omega_{3,4} = \frac{1}{2} \left\{ \omega_{3t}^2 \left(1 - \zeta_2 \right) + \omega_{3l}^2 \left(1 - \zeta_3 \right) \pm \\ \pm \left\{ \left[\omega_{3t}^2 \left(1 - \zeta_2 \right) - \omega_{3l}^2 \left(1 - \zeta_3 \right) \right]^2 + 4\omega_{3t}^2 \omega_{3l}^2 \zeta_2 \zeta_3 \right\}^{1/2} \right\}^{1/2}.$$
 (2.2.100)

Приведем значения фазовых скоростей квазиупругих волн вблизи точек ФП 2-го рода.

1) $P = K, \vartheta = 0$:

$$S_{2} = S_{3t} \left[1 - \frac{H_{MY2}c_{44}}{(c_{11} - c_{12} + c_{44}) \left(\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY2} \right)} \right]^{1/2},$$

$$S_{3} = S_{3t} \left[1 - \frac{H_{MY2}c_{44}}{3 \left(c_{11} - c_{12} + c_{44} \right) \left(\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY2} + M_{0}8\pi/3 \right)} \right]^{1/2},$$

$$S_{4} = S_{3l} \left[1 - \frac{8}{9} \frac{S_{2t}^{2}}{S_{3l}^{2}} \frac{H_{MY2}}{\left(\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY2} + M_{0}8\pi/3 \right)} \right]^{1/2}.$$

Из (2.2.101) видно, что вблизи ОФП эффективно взаимодействуют с магнитной подсистемой все ветви звуковых колебаний. Это взаимодействие в ферро- и ферримагнетиках ослаблено для поляризационного поперечного и продольного звука наличием дипольной энергии. Так, например, в случае кристаллов ИЖГ получаем

$$\frac{S_{3t} - S_2}{S_{3t}} \% \simeq 17.6 \%, \quad \frac{S_{3t} - S_3}{S_{3t}} \% \simeq 2 \cdot 10^{-3} \%,$$

$$\frac{S_{3l} - S_4}{S_{3l}} \% = 4 \cdot 10^{-3} \%,$$

(2.2.102)

а для кристаллов кубического АФ RbMnF3 имеем

$$\frac{S_{3t} - S_2}{S_{3t}} \% \simeq 16,1\%, \quad \frac{S_{3t} - S_3}{S_{3t}} \% \simeq 5,1\%, \quad \frac{S_{3l} - S_4}{S_{3l}} \% \simeq 15\%$$
(2.2.103)

(значение постоянных см. в таблице 2.1).

Таблица 2.1. Значение магнитных, магнитоупругих и упругих постоянных кристаллов кубических ферромагнетиков Fe (железо), $Y_3Fe_5O_{12}$ (ИЖГ) и антиферромагнетика RbMnF₃ при комнатной температуре. Данные взяты из работ [20. 120. 436]

	Fe	$Y_3Fe_5O_{12} \\$	$RbMnF_3$
K_1 , эрг/см 3	$4,2 \cdot 10^{5}$	$-6,7\cdot10^3$	$-4 \cdot 10^2$
М ₀ , Э	1707	140	120
ho, г/см ³	7,86	5	4
$\alpha M_0^2 \cdot 10^6$, эрг/см ³	2	0,34	0,32
$c_{11} \cdot 10^{-12}$, эрг/см ³	2,3	2,7	1,04
$c_{12} \cdot 10^{-12}$, эрг/см ³	1,3	1,1	0,33
$c_{44} \cdot 10^{-12}$, эрг/см ³	1,2	0,76	0,3
$\lambda_{100}\cdot 10^{6}$	25,8	-1,4	-2,7
$\lambda_{111} \cdot 10^6$	-18,6	-2,8	-0,57

2)
$$P = -K/2, \ \vartheta = \pi/2$$
:

$$S_{2} = S_{3t} \left[1 - \frac{H_{MY1} (c_{11} - c_{12})}{(c_{11} - c_{12} + c_{44}) \left(\alpha M_{0} k^{2} - 2K/M_{0} + H_{MY1} \right)} \right]^{1/2},$$

$$S_{3} = S_{3t} \left[1 - \frac{H_{MY2} c_{44}}{3 (c_{11} - c_{12} + c_{44}) \left(\alpha M_{0} k^{2} + H_{MY2} + \frac{4}{3} \pi M_{0} \right)} \right]^{1/2}, \quad (2.2.104)$$

$$S_{4} = S_{3t} \left[1 - \frac{8}{9} \frac{S_{2t}^{2}}{S_{3t}^{2}} \frac{H_{MY2}}{\left(\alpha M_{0} k^{2} + H_{MY2} + \frac{4}{3} \pi M_{0} \right)} \right]^{1/2}.$$

Здесь также эффективно с магнитной подсистемой взаимодействуют все звуковые ветви колебаний. Однако, левополяризованный поперечный звук в АФ взаимодействует значительно слабее с СВ, чем правополяризованный поперечный звук или продольный звук. В кристаллах ИЖГ

$$\frac{S_{3t} - S_2}{S_{3t}} \% \approx 0.4 \%, \quad \frac{S_{3t} - S_3}{S_{3t}} \% \simeq 4 \cdot 10^{-3} \%,$$

$$\frac{S_{3l} - S_4}{S_{3l}} \% \simeq 10^{-2} \%.$$
 (2.2.105)



Рис. 2.15. Зависимость скоростей квазиупругих вол
н в фазе $\mathbf{M}\|[uuw]$ от ϑ при напряжении вдол
ь [001]; $\mathbf{k}\|[111]$

Для кристаллов кубического АФ RbMnF₃:

$$\frac{S_{3t} - S_2}{S_{3t}} \% \simeq 0.1 \%, \quad \frac{S_{3t} - S_3}{S_{3t}} \% \simeq 5.1 \%, \quad \frac{S_{3l} - S_4}{S_{3l}} \% \simeq 15 \%. \quad (2.2.106)$$

Отметим, что сильное расхождение результатов (2.2.105) и (2.2.106) так же, как результатов (2.2.102) и (2.2.103), обусловлено отсутствием в коллинеарных АФ дипольной энергии. Зависимость скоростей квазиупругих колебаний от σ представлена на рис. 2.15.

2.2.3. Магнитоакустические волны при упругом напряжении вдоль оси [110] и напряжении сдвига

Рассмотрим особенности спектра связанных МУ колебаний в кубических магнетиках вблизи ОФП при внешнем упругом напряжении вдоль оси [110] ($\sigma_{ij}u_{ij} = \sigma [(u_{xx} + u_{yy})/2 + u_{xy}]$). Основное состояние системы определяется формулами (2.1.8)–(2.1.9). Напомним, что результаты для случая напряжений сдвига можно получить из результатов с напряжениями вдоль оси [110], если в последних всюду положить P = 0 и исключить фазу 1 (**M**||[001]) в (2.1.10) так как эта фаза при напряжениях сдвига является метастабильной.

Для случая напряжений вдоль [110] приведен здесь в длинноволновом приближении $\omega \ll \omega_{s0}$ спектр связанных МУ волн для каждой фазы (2.1.10) при наиболее характерных направлениях **k**.

1. М [[001]. Дисперсионное уравнение магнитоупругих волн, распространяющихся вдоль оси [001] и его решение в случае $\alpha M_0^2 k^2 \ll P_1$ определяется формулами (2.2.69), (2.2.70), (2.2.73)–(2.2.75), в которых

$$A = g \left[\alpha M_0 k^2 + (2K + P)/M_0 + H_{MY2} \right], \quad B = 2g P_1/M_0, \quad (2.2.107)$$

а в обратном случае, $\alpha M_0^2 k^2 \gg P_1$, формулами (2.2.11), (2.2.17)– (2.2.23), в которых надо заменить ω_{sk} на A (2.2.107). Вблизи точек ФП $2K + 2P_1 + P = 0$ и $2K - 2P_1 + P = 0$ эффективно взаимодействует с магнитной подсистемой поперечный звук круговой поляризации (2.2.74).

2. М [[110]. Дисперсионное уравнение связанных МУ волн, распространяющихся вдоль оси [110] и его решение определяются формулами (2.2.39), (2.2.42), (2.2.44)-(2.2.45), в которых

$$\omega_{sk} = g \left\{ \left[\alpha M_0 k^2 - 2 \left(K + 2P_1 \right) / M_0 + H_{MY1} \right] \times \left[\alpha M_0 k^2 + \left(K - 2P_1 - P \right) / M_0 + H_{MY2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (2.2.108)$$

$$\zeta_{1t} = H_{MY1} \left[\alpha M_0 k^2 - 2 \left(K + 2P_1 \right) / M_0 + H_{MY1} \right]^{-1}, \quad (2.2.109)$$

$$\zeta_{2t} = H_{MY2} \left[\alpha M_0 k^2 + \left(K - 2P_1 - P \right) / M_0 + H_{MY2} \right]^{-1}. \quad (2.2.109)$$

Вблизи точек $\Phi\Pi$, $K + 2P_1 = 0$, эффективно взаимодействует со спиновыми волнами поперечный звук, поляризованный вдоль оси [110], а вблизи другой точки $\Phi\Pi$, $K - 2P_1 - P = 0$, — поперечный звук с поляризацией по оси [001].

3. М в плоскости (110), фаза [uuw]. Дисперсионные уравнения МУ волн, распространяющихся вдоль осей [001]; [110]; [111] и их решения определяются соответственно формулами (2.2.79), (2.2.80), (2.2.83)–(2.2.86); (2.2.87)–(2.2.91); (2.2.94)–(2.2.100).

В этих формулах

$$\begin{aligned} A + B &= g \left[\alpha M_0 k^2 - \frac{3}{2} \left(K/M_0 + H_{\rm MY2} - H_{\rm MY1} \right) \sin^2 2\vartheta + H_{\rm MY2} + H_{dip} \right], \\ A - B &= g \left[\alpha M_0 k^2 - \frac{3}{2} \left(2K + 8P_1 + P \right) / M_0 + H_{\rm MY2} \cos^2 \vartheta + H_{\rm MY1} \sin^2 \vartheta \right]; \\ (2.2.110) \end{aligned}$$

$$H_{dip} = \begin{cases} 4\pi M_0 \sin^2 \vartheta, & \mathbf{k} \| [001], \\ 4\pi M_0 \cos^2 \vartheta, & \mathbf{k} \| [\overline{1}10], \\ -\frac{4}{3}\pi M_0 \left(\sqrt{2} \cos \vartheta - \sin \vartheta\right)^2, & \mathbf{k} \| [111]. \end{cases}$$
(2.2.111)

Приведем здесь, для примера, поведение скоростей квазиупругих волн в точках ФП 2-го рода $2K + 2P_1 + P = 0$, $K - 2P_1 - P = 0$ и в точке потери устойчивости фазы $2K + 8P_1 + P = 0$ при $\mathbf{k} \parallel [110]$.

1) $2K + 2P_1 + P = 0, \ \vartheta = 0$:

$$S_{2} = S_{1t} \quad (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), \quad S_{4} = S_{2t} \quad (\mathbf{e}_{l} \| \mathbf{k}),$$

$$S_{3} = S_{2t} \left[1 - \frac{H_{MY2}}{\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY2} + 4\pi M_{0}} \right]^{1/2} \quad (\mathbf{e}_{2t} \| [001]).$$
(2) $K - 2P_{1} - P = 0, \ \vartheta = \pi/2:$

$$S_{2} = S_{1t} \quad (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), \quad S_{4} = S_{2t} \quad (\mathbf{e}_{l} \| \mathbf{k}),$$
(2.2.112)

$$S_{2} = S_{1t} - (\mathbf{e}_{1t} \| [\mathbf{1} \mathbf{1} \mathbf{0}]), \quad S_{4} = S_{2t} - (\mathbf{e}_{t} \| \mathbf{k}),$$

$$S_{3} = S_{2t} \left[1 - \frac{H_{MV2}}{\alpha M_{0} k^{2} + H_{MV2}} \right]^{1/2} (\mathbf{e}_{2t} \| [\mathbf{0}01]). \quad (2.2.113)$$
3)
$$2K + 8P_1 + P = 0$$
, $\sin^2 \vartheta = \frac{2\lambda_{111}}{4\lambda_{111} + \lambda_{100}}$ (для ИЖГ $\vartheta = 42^\circ$):
 $S_2 = S_{1t} \left[1 - \frac{H_{MY2} \cos^2 \vartheta}{\alpha M_0 k^2 + H_{MY2} \cos^2 \vartheta + H_{MY1} \sin^2 \vartheta} \right]^{1/2} (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), (2.2.114)$
 $S_3 \simeq S_{2t} \quad (\mathbf{e}_{2t} \| [001]), \quad S_4 \simeq S_{2t} \quad (\mathbf{e}_l \| k).$

Из (2.2.112)–(2.2.114) следует, что поперечный звук, поляризованный вдоль оси [110], наиболее эффективно взаимодействует с магнитной подсистемой в точке потери устойчивости фазы $2K + 8P_1 + P = 0$, а поперечный звук, поляризованный вдоль оси [001] — в точках ФП 2-го рода. Отметим, что эффективное взаимодействие поперечного звука поляризации $\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{110}]$ со CB в точке $2K + 8P_1 + P = 0$ может наблюдаться не во всех магнетиках, а только в тех, для которых справедливо следующее соотношение между значениями λ_{111} и λ_{100} :

$$0 \leq \sin^2 \vartheta = 2\lambda_{111} / (4\lambda_{111} + \lambda_{100}) \leq 1.$$
 (2.2.115)

Это неравенство выполняется, например, в кристаллах ИЖГ: $\sin^2 \vartheta = 4/9$, $\vartheta = 42^\circ$. Зависимость скоростей квазиупругих колебаний от величины ϑ представлена на рис. 2.16.



Рис. 2.16. Зависимость скоростей квазиупругих волн в фазе $\mathbf{M} \| [uuw]$ от ϑ (или от σ : $\sin^2 \vartheta = (2K + 2P_1 + P)/3K$) при напряжении вдоль [110]; $\mathbf{k} \| [110]$ (случай кристаллов ИЖГ)

4. $\mathbf{M} \| [\overline{1}10]$. Результаты получаются из случая $\mathbf{M} \| [110]$ заменой $[\overline{1}10] \rightleftharpoons [110], P_1 \to -P_1$.

5. М в плоскости (110), фаза [$\overline{u}uw$]. Этот случай аналогичен случаю 3. Необходимо лишь сделать замены [110] \rightleftharpoons [$\overline{1}10$], $P_1 \rightarrow -P_1$, [111] \rightleftharpoons [$\overline{1}11$].

6. М в плоскости (001), фаза [*uv*0]. Рассмотрим распространение МУ волн вдоль осей [110], [110], [010].

а) к [[110]. Дисперсионное уравнение имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{sk}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{2t}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{1t}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{2l}^{2} \end{pmatrix} - \\ - \omega_{2t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{2} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{1t}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{2l}^{2} \end{pmatrix} - \omega_{2l}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{3} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{2t}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{1t}^{2} \end{pmatrix} - \\ - \omega_{1t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{1} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{2t}^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{2l}^{2} \end{pmatrix} - \omega_{2t}^{2} \omega_{2l}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{2} \zeta_{3} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{1t}^{2} \end{pmatrix} - \\ - \omega_{2t}^{2} \omega_{1t}^{2} \omega_{sk}^{2} \zeta_{1} \zeta_{2} \begin{pmatrix} \omega^{2} - \omega_{2l}^{2} \end{pmatrix} = 0.$$
 (2.2.116)

Здесь частота СВ

$$\omega_{sk}^{2} = (A+B)(A-B), \qquad (2.2.117)$$

$$A+B = g \left[\alpha M_{0}k^{2} + (2K-P)/M_{0} + H_{MY2} \right], \qquad (2.2.117)$$

$$A-B = g \left[\alpha M_{0}k^{2} + (2K/M_{0} + H_{MY2} - H_{MY1})\cos^{2}\varphi + H_{MY1} + H_{dip} \right], \qquad (2.2.118)$$

 $H_{dip} = 2\pi M_0 (1 - \sin 2\varphi), \ \sin 2\varphi = -2P_1/K$, эффективные параметры магнитоупругой связи определяются формулами:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= H_{\rm MY1} \sin^2 2\varphi (A - B)^{-1} \quad \left(\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10] \right), \\ \zeta_2 &= H_{\rm MY2} \cos^2 \left(\varphi - \frac{\pi}{4} \right) (A + B)^{-1} \quad \left(\mathbf{e}_{2t} \| [001] \right), \end{aligned} \tag{2.2.119} \\ \zeta_3 &= \frac{S_{2t}^2}{S_{2t}^2} H_{\rm MY2} \cos^2 2\varphi (A - B)^{-1} \quad \left(\mathbf{e}_l \| \mathbf{k} \right). \end{aligned}$$

Решение дисперсионного уравнения (2.2.116) имеет вид

$$\begin{aligned}
\omega_{1}^{2} &= \omega_{sk}^{2} + \zeta_{1}\omega_{1t}^{2} + \zeta_{2}\omega_{2t}^{2} + \zeta_{3}\omega_{2l}^{2}, \quad (2.2.120) \\
\omega_{2} &= \omega_{2t}\sqrt{1-\zeta_{2}} \quad (\mathbf{e}_{2t}\|[001]), \\
\omega_{3,4} &= \frac{1}{2} \left\{ \omega_{1t}^{2} \left(1-\zeta_{1}\right) + \omega_{2l}^{2} \left(1-\zeta_{3}\right) \pm \left[\left(\omega_{1t}^{2} \left(1-\zeta_{1}\right) - \omega_{2l}^{2} \left(1-\zeta_{3}\right)\right)^{2} + 4\omega_{1t}^{2}\omega_{2l}^{2}\zeta_{1}\zeta_{3} \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (\mathbf{e}_{1t}\|[\overline{1}10], \ \mathbf{e}_{l}\|\mathbf{k}). \quad (2.2.121)
\end{aligned}$$

В точках ФП 2-го рода $2P_1 + K = 0$, $2P_1 - K = 0$ и в точке потери устойчивости фазы 2K - P = 0 фазовые скорости квазиупругих волн определяются следующими формулами (рис. 2.17).

1) $2P_1 = -K, \ \varphi = \pi/4$:

$$S_{2} \simeq S_{2t} \quad (\mathbf{e}_{2t} \| [001]), \quad S_{4} = S_{2l} \quad (\mathbf{e}_{l} \| k),$$

$$S_{3} = S_{1t} \left[1 - \frac{H_{MY1}}{\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY1}} \right]^{1/2} \quad (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]). \quad (2.2.122)$$

2)
$$2P_1 = K, \varphi = 3\pi/4$$
:
 $S_2 \simeq S_{2t}$ ($\mathbf{e}_{2t} \| [001]$), $S_4 = S_{2l}$ ($\mathbf{e}_l \| k$),
 $S_3 = S_{1t} \left[1 - \frac{H_{MY1}}{\alpha M_0 k^2 + H_{MY1} + 4\pi M_0} \right]^{1/2}$ ($\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]$). (2.2.123)



Рис. 2.17. Зависимость скоростей квазиупругих волн в фазе $\mathbf{M} \| [uv0]$ от угла φ (или от σ : $\sin 2\varphi = -2P_1/K$) при напряжении вдоль [110]; $\mathbf{k} \| [110]$. Предполагается, что $0 < 2\lambda_{111}/\lambda_{100} < 1$, $2\varphi_0 = \arcsin(2\lambda_{111}/\lambda_{100}) > \pi/2$

3)
$$P = 2K$$
, $\sin 2\varphi = -2\lambda_{111}/\lambda_{100}$:

$$S_{2} = S_{2t} \left[1 - \frac{H_{MY2} \cos^{2} (\varphi - \pi/4)}{\alpha M_{0} k^{2} + H_{MY2}} \right]^{1/2} \quad (\mathbf{e}_{2t} \| [001]), \qquad (2.2.124)$$
$$S_{3} \simeq S_{1t} \quad (\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]), \quad S_{4} = S_{2l} \quad (\mathbf{e}_{l} \| \mathbf{k}).$$

Из (2.2.122)–(2.2.124) видно, что одна из поперечных звуковых ветвей (поляризации $\mathbf{e}_{1t} \| [\overline{1}10]$) эффективно взаимодействует с СВ в точках ФП 2-го рода, а другая (поляризации $\mathbf{e}_{2t} \| [001]$) — в точке потери устойчивости фазы P = 2K. Однако, сильное взаимодействие поперечной звуковой волны поляризации $\mathbf{e}_{2t} \| [001]$ с магнитной подсистемой будет наблюдаться только в тех кристаллах, в которых

$$-1 \leq \sin 2\varphi = -2\lambda_{111}/\lambda_{100} \leq 1.$$
 (2.2.125)

б) **k**||[$\overline{110}$]. Для этого случая результаты получаются из предыдущего (**k**||[110]) заменой $\varphi \to -\varphi$, [$\overline{110}$] \rightleftharpoons [110].

в) **k** $\|[010]$. Дисперсионное уравнение магнитоупругих волн и его решение в случае $P \gg H_{\rm My2}M_0$, $\cos^2 \varphi \gg H_{\rm My2}/(4\pi M_0)$ определяется формулами (2.2.116), (2.2.119)–(2.2.121), в которых нужно сделать замены $\varphi \rightarrow \varphi + \pi/4$, $\omega_{1t} \rightarrow \omega_{2t}$, $\omega_{2l} \rightarrow \omega_{1l}$, $S_{1t} \rightarrow S_{2t}$, $S_{2l} \rightarrow S_{1l}$; поляризацию $\mathbf{e}_{1t}\|[\overline{110}]$ заменить на левую круговую поляризацию, а $\mathbf{e}_{2t}\|[001]$ — на правую; H_{dip} заменить на $H_{dip} = 4\pi M_0 \cos^2 \varphi$; в (2.2.119) S_{2t} заменить на S_{1t} . Частота CB ω_{sk} по-прежнему определяется по формулам (2.2.117), (2.2.118). В обратном случае $P \ll H_{\rm My2}M_0$, $\cos^2 \varphi \ll H_{\rm My2}/(4\pi M_0)$ решение дисперсионного уравнения определяется ется формулами (2.2.10)–(2.2.12), (2.2.17)–(2.2.23).

Анализ решений дисперсионного уравнения показывает, что в данном случае наиболее эффективно взаимодействует с магнитной подсистемой (особенно в АФ, где отсутствует дипольная энергия) продольный звук — в точках ФП 2-го рода и правополяризованный поперечный звук — в точке потери устойчивости фазы. Поведение скоростей ква-



Рис. 2.18. Зависимость скоростей квазиупругих волн в фазе $\mathbf{M} \| [uv0]$ от угла φ при напряжении вдоль [110]; $\mathbf{k} \| [010]$

зиупругих волн в точках ФП определяется следующими формулами (рис. 2.18):

1)
$$2P_{1} = -K, \varphi = \pi/4; 2P_{1} = K, \varphi = 3\pi/4;$$

 $S_{2} \simeq S_{2t}, \quad S_{3} = S_{2t},$ (2.2.126)
 $S_{4} = S_{1l} \left[1 - \frac{S_{1t}^{2}}{S_{1l}^{2}} \frac{H_{MV1}}{\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY1} + 4\pi M_{0}} \right]^{1/2} (\mathbf{e}_{l} \| \mathbf{k}).$
2) $P = 2K, \sin 2\varphi = -2\lambda_{111}/\lambda_{100};$
 $S_{2} = S_{2t} \left[1 - \frac{H_{MY2}\cos^{2}\varphi}{\alpha M_{0}k^{2} + H_{MY2}} \right]^{1/2},$ (2.2.127)
 $S_{3} \simeq S_{2t}, \quad S_{4} \simeq S_{1l} \quad (\mathbf{e}_{l} \| \mathbf{k}).$

Здесь S_2 , S_3 — соответственно скорости право- и левополяризованных поперечных квазиупругих волн.

2.3. Магнитоупругая щель в кубических антиферромагнетиках

В кубических магнетиках роль МУ взаимодействия более значительна, нежели в одноосных. Это видно хотя бы из того, что в первых отношение энергии магнитострикции к энергии анизотропии намного больше, чем в последних (см., например, [437]). Если в одноосных магнетиках МУ вклад в спектр СВ ощутим лишь вблизи ОФП, то в кубических — МУ часть щели спектра, по-видимому, может быть обнаружена и на фоне «большой» анизотропной (за счет K_1) части щели, т.е. вдали от ОФП в низкочастотном ветви и даже в высокочастотной ветви спектра кубического АФ. Эстман [438] исследовал зависимость частоты АФМР кубического RbMnF₃, от одноосных напряжений, однако пренебрегал влиянием МУ деформаций, полагая, что последнее сводится лишь к перенормировке константы анизотропии. В [439] при исследовании высокочастотной ветви спектра СВ в гранатах для интерпретации опытных данных была эмпирически введена в формулу для частоты АФМР (полученную в [440]) изотропная цель, имеющая по предположению авторов, МУ происхождение. Это позволило дать качественное объяснение эксперимента.

Данный раздел посвящен изучению влияния МУ связи на спектр СВ кубического АФ, находящегося в спин-флоп состоянии [69]. Получены аналитические зависимости спектра АФМР от направления **H** в плоскостях типа (100) и (110). Наши теоретические результаты сходятся в хорошем согласии с экспериментальными исследованиями АФМР в гранатах с положительной и отрицательной константами анизотропии, которые были выполнены Соколовым и Шевалеевским [70].

В общем случае произвольного направления внешнего поля получить аналитические зависимости частот АФМР от ϑ и φ не удается. Поэтому ограничимся рассмотрением указанных наиболее интересных частных случаев, когда **H** лежит в плоскостях (001) и (110). Будем считать также, что $K \gg K_2$ (определение этих констант анизотропии см. в (2.2.2) и (2.2.6) применительно к АФ).

Приведем формулы частот АФМР для этих случаев при разных знаках константы K, оставляя в них лишь члены, усиленные обменным или внешним полем. В формулах будут введены следующие обозначения: $H_{A1} = 2K_1/M_0$ для K > 0 и $H_{A1} = -4K_1/3M_0$ для K < 0; $H_{A2} = 4K_2/M_0$; $H_{MY1} = 4B_1^2/M_0 (c_{11} - c_{12})$; $H_{MY4} = 2B_2^2/M_0c_{44}$; ξ — угол, определяющий положение вектора АФ I в спин-флоп плоскости. В связи с тем, что поле анизотропии H_{A1} , как принято в литературе, по-разному определяется для положительного и отрицательного значений K, вводится константа q: q = 2 для K > 0 и q = -3 для K < 0.

I. Константа K > 0

А. Поле **H** лежит в плоскости (001) ($\vartheta = 90^{\circ}$). а) в случае $\sin \xi = 0$ — устойчивое состояние:

$$(\omega_1/g)^2 = H^2 + qH_E H_{A1} + H_E H_{MY1}, \qquad (2.3.1)$$

$$(\omega_2/g)^2 = qH_E H_{A1} + H_E H_{MY1}; \qquad (2.3.2)$$

б) в случае $\cos \xi = 0$ — метастабильное состояние:

$$(\omega_{1}/g)^{2} = H^{2} + qH_{E}H_{A1}\cos 4\varphi + \frac{1}{2}H_{E}(H_{MY1} + H_{MY4}) + \frac{1}{2}H_{E}(H_{MY1} - H_{MY4})\cos 4\varphi + \frac{5}{2}HH_{D}|\sin 2\varphi|, \quad (2.3.3)$$
$$(\omega_{2}/g)^{2} = \frac{1}{4}qH_{E}H_{A1}(3 + \cos 4\varphi) + \frac{1}{8}H_{E}H_{A2}(1 - \cos 4\varphi) + \frac{1}{2}H_{E}(H_{MY1} + H_{MY4}) + \frac{1}{4}H_{E}(H_{MY1} - H_{MY4})(1 + \cos 4\varphi). \quad (2.3.4)$$

Б. Поле **H** лежит в плоскости (110) ($\vartheta = 45^{\circ}$)¹). а) в случае $0^{\circ} \leq \vartheta \leq 54,7^{\circ}$ ($\vartheta = 54,7^{\circ}$ соответствует оси [111]) $\sin^2 \xi = (1 + \sin^2 \vartheta) / (2 + \sin^2 \vartheta)$ и имеем:

$$(\omega_{1}/g)^{2} = H^{2} + qH_{E}H_{A1}\cos^{2}\xi(1-3\sin\vartheta)\left(2-\sin^{2}\vartheta\right) + \\ + \frac{1}{2}H_{E}\left(H_{MY1} + H_{MY4}\right) + \frac{1}{2}H_{E}\left(H_{MY1} - H_{MY4}\right) \times \\ \times \cos^{2}\xi\left(2-7\sin^{2}\vartheta + 2\sin^{4}\vartheta\right) + \\ + HH_{D}|\sin\xi|\cos^{2}\xi\sin\vartheta\left[14\left(1-\sin^{2}\vartheta\right) - 5\sin^{4}\vartheta\right], \quad (2.3.5)$$

$$(\omega_{2}/g)^{2} = qH_{E}H_{A1}\cos^{2}\xi\left(2-3\sin^{2}\vartheta\right)\left(1+\sin^{2}\vartheta\right) + \\ + \frac{1}{2}H_{E}\left(H_{MY1} + H_{MY4}\right) + \frac{1}{2}H_{E}\left(H_{MY1} - H_{MY4}\right) \times \\ \times \left(1-2\sin^{2}\vartheta\right) + HH_{D}|\sin\xi|\cos^{2}\xi\sin\vartheta \times \\ \times \left(14-8\sin^{2}\vartheta - 3\sin^{4}\vartheta\right). \qquad (2.3.6)$$

6) при 54,7°
$$\leqslant \vartheta \leqslant 90°$$
 в случае $\sin \xi = 0$ устойчивое состояние:
 $(\omega_1/g)^2 = H^2 + \frac{1}{2}qH_EH_{A1}(1-11\sin^2\vartheta+12\sin^4\vartheta) + \frac{1}{2}H_E(H_{MY1}+H_{MY4}) + \frac{1}{2}H_E(H_{MY1}-H_{MY4}) \times \sin^2\vartheta$ (6 sin² ϑ - 5), (2.3.7)
 $(\omega_2/g)^2 = \frac{1}{2}qH_EH_{A1}(3\sin^2\vartheta-2)(1+\sin^2\vartheta) + \frac{1}{2}H_E(H_{MY1}-H_{MY4}) \times (-7+11\sin^2\vartheta-3\sin^4\vartheta).$ (2.3.8)

в) в случае $\cos \xi = 0$ — метастабильное состояние:

$$(\omega_{1}/g)^{2} = H^{2} + \frac{1}{2}qH_{E}H_{A1} (1 - \sin^{2}\vartheta) + + \frac{1}{2}H_{E} (H_{MY1} + H_{MY4}) - \frac{1}{2}H_{E} (H_{MY1} - H_{MY4}) \times \times \sin^{2}\vartheta + \frac{1}{2}HH_{D} \sin\vartheta (1 - 6\sin^{2}\vartheta),$$
(2.3.9)
$$(\omega_{2}/g)^{2} = \frac{1}{2}qH_{E}H_{A1} (3\sin^{2}\vartheta - 2) + \frac{1}{2}H_{E} (H_{MY1} + H_{MY4}) + + \frac{1}{2}H_{E} (H_{MY1} - H_{MY4}) (\sin^{2}\vartheta - 1) + + \frac{1}{2}HH_{D} \sin\vartheta (6\sin^{2}\vartheta - 13).$$
(2.3.10)

¹⁾ В данном случае мы вообще пренебрегли второй константой анизотропии K_2 , так как при **H** [[111] несправедливо разложение по степеням (K_2/K), которым мы пользовались в предыдущем случае (**H** в в плоскости (001)). Учет K_2 дает здесь поправки порядка $H_E H_{A2}$ в ($\omega_{1,2}/g$)²; точные формулы слишком громоздки и здесь не приведены.

II. Константа K < 0

А. Поле **H** лежит в плоскости (001) ($\vartheta = 90^\circ$). При этом $\sin^2 \xi = 4/(7 + \cos 4\varphi)$ и имеем

$$(\omega_{1}/g)^{2} = H^{2} + qH_{E}H_{A1}\sin^{2}\xi\cos 4\varphi + + \frac{1}{8}H_{E}H_{A2}\sin^{6}\xi(11 + 5\cos 4\varphi) + \frac{1}{2}H_{E}(H_{MY1} + H_{MY4}) + + \frac{3}{2}H_{E}(H_{MY1} - H_{MY4})\sin^{2}\xi(\cos 4\varphi - 1) + + \frac{1}{2}HH_{D}\sin^{3/2}\xi|\sin 2\varphi|(\cos 4\varphi - 2),$$
(2.3.11)
$$(\omega_{2}/g)^{2} = -\frac{q}{2}H_{E}H_{A1}\sin^{2}\xi(3 + 2\cos 4\varphi) - - \frac{1}{128}H_{E}H_{A2}\sin^{6}\xi(1 - \cos^{4}\varphi) \times \times (43 + 16\cos 4\varphi + 5\cos^{2}4\varphi) + H_{E}H_{MY4} + + \frac{1}{2}HH_{D}\sin^{3/2}\xi|\sin 2\varphi|(13 + 4\cos 4\varphi).$$
(2.3.12)

Б. Поле **H** лежит в плоскости (110) ($\vartheta = 45^{\circ}$).

1) Область 0° $\leq \vartheta \leq 54,7^{\circ}$. Частоты для устойчивого и метастабильного состояний определяются соответственно формулами (2.3.7), (2.3.8) и (2.3.9), (2.3.10) с q = -3.

2) Область 54,7° $\leqslant \vartheta \leqslant$ 90°. Частоты определяются формулами (2.3.5), (2.3.6) с q = -3.

Из приведенных результатов видно, что МУ вклад в частоту АФМР состоит из изотропной и анизотропной частей, последняя при переходе к изотропному магнетику исчезает (вместе с членами, обусловленными кристалломагнитной анизотропией).

Как отмечалось выше, Соколов и Шевалеевский [70] провели экспериментальное исследование высокочастотной ветви (ω_1) АФМР в гранатах CrGeG (K > 0) и FeGeG (K < 0). Измерения проведены для всех разобранных выше случаев ориентации **H** и **l**. Хорошее, в пределах точности эксперимента, согласие теории с экспериментом получается при следующих значениях эффективных полей обмена, анизотропии и магнитострикции. Для CrGeG ($H_E = 250$ кЭ): $H_{A1} = 38,1$ Э, $H_{MY1} = 15$ Э, $H_{MY4} = 11,2$ Э; для FeGeG ($H_E = 404$ кЭ); $H_{A1} = 15,3$ Э, $H_{MY1} = 3,6$ Э, $H_{MY4} = 1,3$ Э. В отличие от одноосных АФ, например, гематита, где поле магнитострикции $H_{MY} \approx 0,7$ Э, а $H_A \approx 10^3$ Э, в гранатах поля анизотропии и магнитострикции почти соизмеримы по величине.

Вклад в спектр AФMP от взаимодействия Дзялошинского имеет специфическую угловую зависимость, что дает принципиальную возможность экспериментального определения величины этого взаимодействия. Однако точность эксперимента в [70] была недостаточной, чтобы сделать определенное заключение о наличии или отсутствии слабого ферромагнетизма в исследованных кубических кристаллах.

Низкочастотная ветвь АФМР (ω_2) не зависит от величины **H** (при $H > \sqrt{|q|H_EH_{A1}}$), но зависит от его направления. Отметим, что если **H** направлено вдоль осей типа [111], то при любом знаке K (в пренебрежении K_2) без учета магнитострикции $\omega_2 = 0$. Наличие МУ взаимодействия в этом случае может привести к изменению закона дисперсии упругих колебаний и к резкому уменьшению вблизи этого состояния скорости звука.

Глава З

СВЯЗАННЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В КУБИЧЕСКИХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ В ОБЛАСТИ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

Известно, что в магнитоупорядоченных кристаллах закон дисперсии связанных МУ волн вблизи точек ОФП изменяется кардинальным образом [8, 11]. В законе дисперсии квазиспиновых волн появляется активация МУ происхождения, а закон дисперсии квазиупругих колебаний меняется с линейной зависимости от волнового числа на квадратичную зависимость в самой точке перехода. Очевидно, что взаимодействие между МУ и ЭМ волнами в ферромагнетиках также должно привести к появлению новых особенностей в спектре связанных колебаний в области ОФП.

Связанные МУ и ЭМ волны уже изучались в ряде работ (см., например, [101]). В [101] исследовались связанные колебания одноосных ФМ диэлектриков и проводников. В [385, 403] изучался спектр связанных волн в гексагональных ФМ металлах. В указанных работах было отмечено, что квазиспиновая ветвь в точке ОФП имеет активацию, которая определяется как МУ, так и электромагнитноспиновым (ЭМС) взаимодействием. В ФМ диэлектриках в точке ОФП закон дисперсии квазиупругих волн квадратично зависит от волнового числа, а ЭМ волны имеют линейный закон дисперсии, с фазовой скоростью, значительно меньшей, чем вдали от ОФП. В ФМ металлах из-за наличия скин-слоя квазиупругие волны в точке ОФП сохраняют свой линейный закон дисперсии, а на зависимости квазиспиновых волн от волнового числа появляется область, где эти волны становятся нераспространяющимися.

Вместе с тем, в указанных работах не проводился полный анализ особенностей законов дисперсии связанных МУ и ЭМ волн в области ОФП. Это относится как к ФМ диэлектрикам, так и к ФМ металлам. Более того, в ФМ металлах, находящихся в магнитном поле, кроме затухающих в скин-слое ЭМ волн могут существовать и распространяющиеся слабозатухающие спиральные ЭМ волны (геликоны) [137, 138]. Эти волны также могут взаимодействовать с упругими и спиновыми волнами [144, 145].

Взаимодействие геликонов с упругими и спиновыми волнами вдали от ОФП в одноосном ферромагнитном металле изучалось в работах [146, 147]. В них было показано, что при определенных условиях в ферромагнетике может наблюдаться тройной резонанс, при котором возбуждаются все три типа волн. Однако вблизи ОФП законы дисперсии связанных МУ волн и геликонов еще не исследовались.

3.1. Энергия и основное состояние ферромагнетика

Для кубического ферромагнитного кристалла плотность свободной энергии *F* можно записать в виде

$$F = F_M + F_{MY} + F_Y - \mathbf{H}\mathbf{M} - \frac{1}{2}\mathbf{H}_m\mathbf{M} + \frac{1}{2}\Lambda\left(\mathbf{M}^2 - \mathbf{M}_0^2\right).$$
 (3.1.1)

Здесь F_M — плотность магнитной энергии,

$$F_M = \frac{1}{2}\alpha M_0^2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_k}\right)^2 + K_1 \left(m_x^x m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2\right) + K_2 m_x^2 m_y^2 m_z^2,$$
(3.1.2a)

плотность магнитоупругой энергии

$$F_{MY} = B_1 \left(m_x^2 u_{xx} + m_y^2 u_{yy} + m_z^2 u_{zz} \right) + + 2B_2 \left(m_x m_y u_{xy} + m_x m_z u_{xz} + m_y m_z u_{yz} \right), \quad (3.1.26)$$

плотность упругой энергии

$$F_{\rm Y} = \frac{1}{2}c_{11}\left(u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2\right) + c_{12}\left(u_{xx}u_{yy} + u_{yy}u_{zz} + u_{xx}u_{zz}\right) + 2c_{44}\left(u_{xy}^2 + u_{zy}^2 + u_{zx}^2\right), \quad (3.1.2\text{B})$$

 α , K, B, c — постоянные неоднородного обмена, анизотропии, упругости; $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$, M_0 — намагниченность насыщения, \mathbf{M} — вектор намагниченности, u_{ij} — тензор деформаций. Четвертое и пятое слагаемые в (3.1.1) описывают энергию взаимодействия намагниченности с внешним магнитным полем и однородным размагничивающим полем соответственно (для бесконечного образца $\mathbf{H}_m = 0$). Последнее слагаемое в (3.1.1) введено для выполнения условия $\mathbf{M}^2 = \mathbf{M}_0^2$, Λ — множитель Лагранжа.

Рассмотрим бесконечный кубический ферромагнетик, находящийся во внешнем постоянном магнитном поле $\mathbf{H} \| \mathbf{M}_0 \| \mathbf{z}$, ось \mathbf{z} направлена вдоль кристаллографической оси [001]. Решение уравнений Эйлера для каждой из подсистем ферромагнетика дает его основное состояние

в виде:

$$m_{x}^{0} = m_{y}^{0} = 0, \quad m_{z}^{0} = 1,$$

$$u_{xx}^{0} = u_{yy}^{0} = B_{1}c_{12}/\Delta_{1},$$

$$u_{zz}^{0} = -B_{1}c_{11}/\Delta_{1} - u_{xx}^{0}, \quad u_{ij}^{0} = 0 \quad (i \neq j),$$

$$\Delta_{1} = (c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12}),$$

$$\mathbf{H}_{0} = \mathbf{H},$$

$$\Lambda = H_{0}/M_{0} - 2B_{1}u_{zz}^{0}/M_{0}^{2}.$$
(3.1.3)

Исследуем ферромагнетик, магнитную анизотропию которого можно описать с помощью первой константы кубической анизотропии $K_1 < 0$. В этом случае, при уменьшении величины внешнего магнитного поля H, при $H = H_A = 2|K|/M_0$ в ферромагнетике будет иметь место ОФП 2-го рода из коллинеарного состояния с $\mathbf{M}_0 \| \mathbf{z}$ в угловую фазу с намагниченностью в плоскости типа (110).

3.2. Спектр взаимодействующих колебаний ферромагнетика

Для получения законов дисперсии связанных волн воспользуемся системой уравнений Ландау–Лифшица, теории упругости и Максвелла:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = g \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{eff} \right] + \mathbf{R}; \qquad (3.2.1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{B}]_i, \qquad (3.2.2)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \qquad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$
(3.2.3)

Здесь g — гиромагнитное отношение, $\mathbf{H}_{eff} = -\delta F/\delta \mathbf{M}$ — эффективное магнитное поле внутри ферромагнетика, \mathbf{R} — слагаемое, учитывающее релаксацию в магнитной подсистеме, \mathbf{E} , \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей соответственно, c — скорость света в вакууме, $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{cM} + \mathbf{j}_{np}$, $\mathbf{j}_{cM} = (\partial \mathbf{D}/\partial t)/4\pi$ — плотность тока смещения, $\mathbf{D} = \widehat{c} (\mathbf{E} + [\partial \mathbf{u}/\partial t, \mathbf{B}]/c)$ — индукция электрического поля, \widehat{c} — тензор диэлектрической проницаемости (для кристалла кубической симметрии $\widehat{c} = \varepsilon \delta_{ij}$), $\mathbf{j}_{np} = \widehat{\sigma} (\mathbf{E} + [\partial \mathbf{u}/\partial t, \mathbf{B}]/c)$ — плотность тока проводимости, $\widehat{\sigma}$ — тензор электропроводности, $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$ — магнитная индукция, ρ — плотность $\Phi \mathbf{M}$ кристалла, \mathbf{u} — вектор смещения, $\sigma_{ij} = \frac{1}{2}(\delta_{ik} + 1)\partial F/\partial u_{ik}$ — тензор напряжений. В данной главе не будем учитывать релаксацию в магнитной подсистеме, то есть положим $\mathbf{R} = 0$. Рассмотрим случай распространения волн вдоль оси \mathbf{z} , $\mathbf{k} \parallel \mathbf{z}$, \mathbf{k} — волновой вектор.

При наличии магнитного поля в ферромагнитном металле в тензоре электропроводности $\hat{\sigma}$ следует учитывать недиагональные (холловские)

компоненты [138]. В случае сильных магнитных полей при замкнутой поверхности Ферми недиагональные компоненты тензора $\hat{\sigma}$ превосходят диагональные (диссипативные) компоненты:

$$\widehat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0\\ -\sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix},$$

$$\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}, \ \sigma_{yy}; \quad \sigma_{yx} = \frac{(n_e - n_d) ec}{B_0} = -\sigma_{xy},$$
(3.2.4)

где n_e , n_d — плотности электронов и дырок в металле, e — заряд электрона. Выражение (3.2.4) справедливо при условии пренебрежения пространственным изменением функции распределения электронов и при условии, когда циклотронная частота $\Omega = eB_0/m_0c~(m_0 -$ эффективная масса электрона) превосходит частоту столкновений электронов ν и частоту связанных колебаний ω

$$kr_L \ll 1, \quad \Omega \gg \nu, \, \omega,$$
 (3.2.5)

где $r_L \approx v_F/\Omega$ — циклотронный радиус, v_F — скорость электронов на поверхности Ферми.

Будем искать решение уравнений (3.2.1)–(3.2.3) в виде плоских волн, распространяющихся вдоль оси z (пропорциональное $\exp(-i\omega t + ikz)$). Дисперсионное уравнение связанных МУ и ЭМ волн имеет вид

$$(\omega \pm \omega_{e\pm}) (\omega_{sk} \pm \omega) (\omega^2 - \omega_t^2) + \omega_{me} \omega^2 (\omega \pm \omega_{e\pm}) + \omega \omega_M (\omega - \omega_t^2) - \omega \omega_{ea}^2 (\omega_{sk} \pm \omega) - \omega \omega_{ea}^2 \omega_{me} = 0. \quad (3.2.6)$$

Здесь $\omega_{e\pm} = c^2 k^2 / 4\pi \sigma_{\pm}$ — закон дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн правой и левой круговой поляризации соответственно, $\sigma_{\pm} = \sigma_{yx} \mp (i\sigma_{xx} + \varepsilon \omega / 4\pi)$ — эффективная проводимость ферромагнетика, $\omega_{sk} = gM_0\alpha k^2 + g(H - H_A)$ — закон дисперсии невзаимодействующих спиновых волн, $\omega_t = s_t k$ — закон дисперсии невзаимодействующих поперечных упругих волн, $s_t = (c_{44}/\rho)^{1/2}$ — скорость поперечного звука, c_{44} — модуль упругости, $\omega_{me} = gM_0\zeta_{me}$ — частота МУ щели, $\zeta_{me} = B_2^2/M_0c_{44}$ — безразмерный параметр МУ связи, B_2 — постоянная магнитострикции, $\omega_M = gM_0\zeta_{es}$ — магнитостатическая частота, $\zeta_{es} = 4\pi$ — безразмерный параметр ЭМС взаимодействия (или дипольного взаимодействия, т.е. взаимодействия переменной намагниченности ферромагнетика с магнитной компонентой переменного ЭМ поля), $\omega_{ea}^2 = \zeta_{ea}\omega_t^2$, $\zeta_{ea} = B_0^2/4\pi\rho s_t^2$ — безразмерный параметр акусто-электромагнитного (АЭМ) взаимодействия. В точке ОФП $H = H_A$ закон дисперсии невзаимодействующих спиновых волн имеет квадратичный характер: $\omega_{sk} = qM_0\alpha k^2$.

Часто для изучения других динамических свойств ферромагнетиков, например, при исследовании отражения ЭМ и упругих волн от поверхности ферромагнетика, необходимо знание тензора динамической магнитной проницаемости. Тензор динамической магнитной проницаемости получается из решения системы связанных уравнений (3.2.1)– (3.2.3) при учете МУ, ЭМС и АЭМ взаимодействий, он приведен в приложении 3.

Дисперсионное уравнение (3.2.6) позволяет получить законы дисперсии связанных МУ и ЭМ волн как в ФМ диэлектриках, так и в ФМ проводниках. Рассмотрим случаи диэлектрика и проводника в отдельности.

3.3. Ферромагнитный диэлектрик

Для ферромагнитного диэлектрика можно положить $\sigma_{xx}=\sigma_{yx}=0,$ и тогда частота $\omega_{e\pm}$ примет вид

$$\omega_{e\pm} = \mp \frac{c^2 k^2}{\varepsilon \omega}.\tag{3.3.1}$$

Подставляя это выражение в (3.2.6), получим следующее дисперсионное уравнение связанных МУ и ЭМ волн для ФМ диэлектрика кубической симметрии:

$$(\omega^2 - \omega_e^2) (\omega_{sk} \pm \omega) (\omega^2 - \omega_t^2) + \omega_{me} \omega^2 (\omega^2 - \omega_e^2) + \omega_M \omega^2 (\omega - \omega_t^2) - \omega_{ea}^2 \omega^2 (\omega_{sk} \pm \omega) - \omega_{ea}^2 \omega_{me} \omega^2 = 0.$$
 (3.3.2)

Здесь $\omega_e = ck/\sqrt{\varepsilon}$ — закон дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн в диэлектрике.

В точке ОФП $H = H_A$ и в длинноволновой области $\omega_e \ll \omega_M$ дисперсионное уравнение (3.3.2) имеет решения:

$$\omega_{1} = \omega_{M} + \omega_{me},$$

$$\omega_{2,3} = \left(\frac{\omega_{me}\left(\omega_{e}^{2} + \omega_{ea}^{2}\right) + \omega_{M}\omega_{t}^{2}}{\omega_{me} + \omega_{M}}\right)^{1/2},$$

$$\omega_{4,5} = \frac{1}{2} \frac{\omega_{e}^{2}\omega_{t}^{2}}{\omega_{me}\left(\omega_{e}^{2} + \omega_{ea}^{2}\right) + \omega_{M}\omega_{t}^{2}} \times \left[\left(1 + \frac{4\omega_{sk}\left[\omega_{me}^{2}\left(\omega_{e}^{2} + \omega_{ea}^{2}\right) + \omega_{M}\omega_{t}^{t}\right]}{\omega_{e}^{2}\omega_{t}^{2}}\right)^{1/2} \pm 1\right].$$
(3.3.3)

Видно, что спектр связанных колебаний состоит из пяти ветвей (рис. 3.1). Одна из ветвей — квазиспиновая (ω_1) имеет активацию, определяемую взаимодействием спиновых волн с ЭМ волнами (слагаемое ω_M), а также с упругими волнами (слагаемое ω_{me}). Ветви ω_2 и ω_3 имеют линейный закон дисперсии. В случае $\omega_{me}\omega_e^2 \ll \omega_M\omega_t^2$ эти решения описывают квазиупругие волны, а в обратном случае — квазиэлектромагнитные. Последние две ветви имеют квадратичный



Рис. 3.1. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферродиэлектрике в точке ОФП ($H_0 = H_A$). Здесь и на рис. 3.2 пунктиром обозначены невзаимодействующие ветви электромагнитных (ω_e), упругих (ω_t) и спиновых (ω_{sk}) волн; сплошные кривые — ветви связанных электромагнитных и магнитоупругих волн ($\omega_1-\omega_5$)



Рис. 3.2. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном диэлектрике вдали от точки ОФП

закон дисперсии. При $\omega_{me}\omega_e^2 \ll \omega_M \omega_t^2$ эти ветви являются квазиэлектромагнитными, а при обратном неравенстве — квазиупругими. Таким образом, из (3.3.3) следует, что в ферромагнитных диэлектриках при учете взаимодействия МУ и ЭМ волн в области малых волновых чисел квадратичный закон дисперсии могут иметь не только квазиупругие

волны, но и квазиэлектромагнитные. Однако условие, при котором такая ситуация в ФМ диэлектриках может иметь место, является очень жестким. Для этого необходимо, чтобы между характеристиками магнетика выполнялось соотношение

$$\zeta_{me}c^2/4\pi\varepsilon < s_t^2. \tag{3.3.4}$$

Например, при типичных значениях постоянных $B_2 = 1 \cdot 10^6$ эрг/см³ и $M_0 = 2 \cdot 10^3$ Гс, $s_t = 3 \cdot 10^5$ см/с условие (3.3.4) может выполниться лишь при $\varepsilon \sim 1 \cdot 10^3$. Такие большие значения диэлектрическая проницаемость может принимать либо в сегнетоферромагнетиках, либо в области частот ее аномальной дисперсии. Из (3.3.3) также следует, что влияние АЭМ взаимодействия на спектр связанных волн в ФМ диэлектриках является очень незначительным, поскольку отношение $(\omega_{ea}/\omega_e)^2 = B_0^2/4\pi\rho c^2 \ll 1$ даже в сверхсильных магнитных полях вплоть до 200 кЭ и более.

В области волновых чисел $\omega_t \ll \omega_{me} \ll \omega_M \ll \omega_e$ решения дисперсионного уравнения (3.3.2) можно записать в виде

$$\begin{aligned}
\omega_{1,2} &= \omega_e \left(1 \pm \omega_M / \omega_e \right), \\
\omega_3 &= \omega_{me}, \\
\omega_{4,5} &= \frac{1}{2} \frac{\omega_t^2}{\omega_{me}} \left[\left(1 + \frac{4\omega_{sk}\omega_{me}}{\omega\omega_t^2} \right)^{1/2} \pm 1 \right].
\end{aligned}$$
(3.3.5)

Отсюда следует, что в области волновых чисел $k \gg \omega_M(\varepsilon)^{1/2}/c$ (при типичных значениях постоянных $g \approx 10^7 \ \Im^{-1} c^{-1}$, $M_0 \approx 10^3 \ \Gamma c$, $c = 3 \times 10^{10} \ cm/c$ это неравенство соответствует области $k \ll 10 \ cm^{-1}$) взаимодействием МУ волн с ЭМ волнами можно пренебречь и рассматривать МУ волны (ветви $\omega_{3,4,5}$) в отдельности от ЭМ волн (ветви $\omega_{1,2}$). Таким образом, в области волновых чисел $\omega_M \ll \omega_e$ закон дисперсии квазиспиновых волн определяется МУ связью, а квадратичный закон дисперсии могут иметь только квазиупругие ветви. Закон дисперсии квазиэлектромагнитных волн слабо отличается от закона дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн. Зависимость частот связанных МУ и ЭМ волн от волнового числа вдали от точки ОФП схематически представлена на рис. 3.2.

3.4. Ферромагнитный металл в слабом магнитном поле

В этом случае можно положить $\varepsilon=0$ и $\sigma_{xx}\gg\sigma_{yx}.$ Тогда частота $\omega_{e\pm}$ запишется как

$$\omega_{e\pm} = \omega_e = \pm ic^2 k^2 / 4\pi \sigma_{xx}, \qquad (3.4.1)$$

а дисперсионное уравнение (3.2.6) примет вид

$$(\omega \pm \omega_e) (\omega_{sk} \pm \omega) (\omega^2 - \omega_t^2) + \omega_{me} \omega^2 (\omega \pm \omega_e) + \omega \omega_M (\omega^2 - \omega_t^2) - \omega \omega_{ea}^2 (\omega_{sk} \pm \omega) - \omega \omega_{ea}^2 \omega_{me} = 0.$$
(3.4.2)

В отсутствие взаимодействия между подсистемами ($\omega_{me} = 0, \omega_{ea} = 0, \omega_M = 0$) уравнение (3.4.2) описывает распространение в магнитном металле спиновых, упругих и ЭМ волн. Согласно (3.4.1) ЭМ волны являются сильнозатухающими — для них имеет место скин-эффект. При учете взаимодействия между подсистемами наличие скин-эффекта для ЭМ волн будет обусловливать появление затухания и у МУ волн.

В точке ОФП $H = H_A$ и при малых волновых числах спектр связанных колебаний ферромагнитного металла приближенно может быть записан как

$$\omega_{1} = \omega_{M} + \omega_{me} + \omega_{sk} + \frac{\omega_{e}\omega_{M}}{\omega_{M} + \omega_{me}} + \frac{\omega_{t}^{2} \left(\omega_{M}\zeta_{ea} + \omega_{me}\right)}{\left(\omega_{M} + \omega_{me}\right)^{2}};$$

$$\omega_{2,5} = \mp \frac{\omega_{e}\omega_{sk}}{\omega_{M} + \zeta_{ea}\omega_{me}};$$

$$\omega_{3,4} = \omega_{t} \left(1 - \frac{\omega_{me}\left(1 - \zeta_{ea}\right)}{\omega_{M} + \omega_{me}}\right)^{1/2} \mp \frac{\omega_{e}\omega_{me}\left(\omega_{M} + \omega_{me}\right) - \omega_{t}^{2} \left(\zeta_{ea}\omega_{M} + \omega_{me}\right)}{2 \left(\omega_{M} + \omega_{me}\right)^{2}}.$$
(3.4.3)

Отсюда видно, что, действительно, учет взаимодействия МУ волн с нераспространяющимися ЭМ волнами приводит к тому, что квазиупругие и квазиспиновые волны становятся затухающими (слагаемые в (3.4.3) пропорциональные ω_e (3.4.1)). Закон дисперсии квазиупругих ветвей $\omega_{3,4}$ в металле при $k \to 0$ остается линейным относительно волнового числа, причем он слабо отличается от закона дисперсии упругих волн из-за малости отношения ω_{me}/ω_M в ФМ (рис. 3.3–3.4). Активация квазиспиновой ветви ω_1 , как и в ФМ диэлектрике, определяется взаимодействием спиновых волн с ЭМ и упругими волнами. В отличие от квазиупругих волн закон дисперсии нераспространяющихся квазиэлектромагнитных волн $\omega_{2,5}$ изменяется кардинальным образом. В точке ОФП $H = H_A$ он зависит от волнового числа как k^4 . Это приводит к уменьшению толщины скин-слоя в ФМ металле на несколько порядков. Действительно, из (3.4.3) получаем для эффективной толщины скин-слоя в ФМ металле в точке ОФП следующее выражение:

$$\delta_{eff} = \left(c^2 \alpha / 16\pi^2 \sigma_{xx} \omega\right)^{1/4}.$$

Например, при $\alpha \sim 10^{-12}$ см², $\sigma_{xx} \sim 10^{17}$ с⁻¹ и $\omega \sim 10^8$ с⁻¹ эффективная толщина скин-слоя $\delta_{eff} \sim 3 \cdot 10^{-4}$ см, в то время как в немагнитном металле она будет равна $\delta \sim 3 \cdot 10^{-3}$ см, т.е. на порядок больше.

Анализ дисперсионного уравнения (3.4.3) при других значениях волновых чисел приводит к следующим результатам. При волновых числах $k \sim k_{ea} = 4\pi \sigma_{xx} s_t/c^2$ (т. е. в области пересечения законов дисперсии



Рис. 3.3. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном металле в слабых магнитных полях в точке ОФП при $k_{ea} < k_{mea}$. Здесь и на рис. 3.4 пунктиром обозначены невзаимодействующие ветви электромагнитных ($|\omega_e|$), упругих (ω_t) и спиновых (ω_{sk}) волн; сплошные кривые — ветви связанных электромагнитных и магнитоупругих волн ($\omega_1-\omega_5$). Штрих-пунктирные кривые — области сильного затухания ветвей связанных электромагнитных и упругих волн. Волновые числа k_{ea} , k_{mea} , k_{es} и k_1 отвечают точкам пересечения частот $|\omega_e|$ и ω_t , $|\omega_e|$ и ω_{me} , $|\omega_e|$ и ω_M , ω_{me} и ω_t соответственно



Рис. 3.4. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном металле в слабых магнитных полях в точке ОФП при $k_{ea} > k_{mea}$

нераспространяющейся ЭМ и упругой волн $|\omega_e| = \omega_t$; при типичных значениях постоянных $\sigma_{xx} \approx 10^{17} \text{ c}^{-1}$, $s_t \approx 3 \cdot 10^5 \text{ см/c}$ значение k_{ea} составляет $\approx 10^3 \text{ см}^{-1}$), правополяризованные квазиупругие волны ω_3 становятся сильнозатухающими (область, соответствующая штрих-пунктирному участку на рис. 3.3-3.4). Для них имеет место скин-эффект. Если в ФМ металле выполняется соотношение $k_{ea} < k_{mea} = (4\pi\sigma_{xx}\omega_{me}/c^2)^{1/2}$ (это возможно, например, при $B_2 \approx 5 \times 10^7$ эрг/см³, $c_{44} \approx 10^{11}$ эрг/см³, $M_0 \approx 100$ Гс, когда волновое число $k_{mea} \approx 2 \cdot 10^3$ см⁻¹), то при $k > k_{mea}$ ветвь ω_3 становится квазиспиновой, а при $k = k_1 > \omega_{me}/s_t$ она вновь превращается в правополяризованную квазиупругую ветвь (рис. 3.3). В противоположном случае она всегда является квазиупругой (рис. 3.4). В области волновых чисел $|\omega_e| > \omega_M$ (или $k > k_{es} = (4\pi \sigma_{xx} \omega_M / c^2)^{1/2})$ нераспространяющейся становится ветвь ω_1 . В этом диапазоне волновых чисел распространяющейся является ветвь ω_5 с законом дисперсии $\omega_5 \approx \omega_{sk}$ (рис. 3.3–3.4). Законы дисперсии ветвей ω_3 , ω_4 и ω_5 описывают связанные МУ волны. Если опять же в ФМ металле выполняется соотношение $k_{ea} < k_{mea} = \left(4\pi\sigma_{xx}\omega_{me}/c^2\right)^{1/2}$ (рис. 3.3), то ветвь ω_5 при $k_1 > k > k_{mea}$ описывает квазиупругие волны, а при $k > k_1$ она имеет квазиспиновый характер (рис. 3.3). В противоположном случае ее характер всегда является квазиспиновым (рис. 3.4). Таким образом, в области волновых чисел $k > k_{ea}$ можно пренебрегать АЭМ и ЭМС взаимодействиями и рассматривать связанные волны как МУ. В таком случае при $k_{ea} < k_{mea}$ в области волновых чисел $k_1 > k > k_{mea}$ закон дисперсии правополяризованных квазиупругих волн будет квадратично зависеть от k.

3.5. Ферромагнитный металл в сильном магнитном поле

В сильном магнитном поле главный вклад в частоту $\omega_{e\pm}$ вносит недиагональная компонента тензора электропроводности σ_{yx} . В этом случае частота $\omega_{e\pm}$ примет вид

$$\omega_{e\pm} = \omega_e = c^2 k^2 / 4\pi \sigma_{yx}, \qquad (3.5.1)$$

а дисперсионное уравнение для связанных волн будет совпадать с уравнением (3.4.2). Выражение (3.5.1) описывает распространение в ФМ металле невзаимодействующих слабозатухающих спиральных ЭМ волн — геликонов.

В точке ОФП $H = H_A$ и при малых волновых числах $(k \to 0)$ решения дисперсионного уравнения (3.4.2) выражаются формулами (3.4.3). Как и в предыдущем случае при $k \to 0$ закон дисперсии квазиупругих колебаний $\omega_{3,4}$ линейно зависит от волнового числа (рис. 3.5). Квазиспиновая ветвь ω_1 по-прежнему имеет активацию, определяемую дипольным и МУ взаимодействиями. Поскольку геликоны правой поляризации

являются распространяющимися, то взаимодействие упругих и спиновых волн с ЭМ волнами не приводит к их затуханию в больших магнитных полях. В точке ОФП $H = H_A$ наиболее существенно изменяется закон дисперсии квазигеликонов ω_5 . Из (3.4.3) следует, что он зависит от волнового числа как k^4 .

Кроме пересечения невзаимодействующих ветвей в точке k = 0 может иметь место и пересечение ветвей при $k \neq 0$. Геликонная и упругая ветви пересекаются в точке $k_{ea} = s_t/D_h$, где $D_h = cB_0/(4\pi Ne)$, $N = n_e - n_d$. Законы дисперсии спиновых и упругих ветвей пересекаются в точке $k_{me} = s_t/D_m$, где $D_m = gM_0\alpha$. В точке $O\Phi\Pi$ при $k \neq 0$ взаимодействие между геликонами и спиновыми волнами отсутствует. При типичных значениях постоянных ΦM [13, 131] $M_0 \sim 10^3$ Гс, $N \sim 6 \cdot 10^{22}$ см⁻³, $g = 2 \cdot 10^7$ с⁻¹ $Э^{-1}$, $\alpha \sim 10^{-12}$ см², $s_t \sim 3 \cdot 10^5$ см/с получаем для точек пересечения невзаимодействующих ветвей следующие значения волновых чисел: $k_{ea} \simeq 4 \cdot 10^9/B_0$ см⁻¹, $k_{me} \sim 10^7$ см⁻¹. Отсюда следует, что в точке $O\Phi\Pi$ имеет смысл рассматривать только акусто-геликонный резонанс, поскольку магнитоакустический резонанс имеет место на границе применимости макроскопического подхода. Акусто-геликонный резонанс при $B_0 \sim 4 \cdot 10^4$ Гс должен наблюдаться при $k_{ea} \sim 4 \cdot 10^5$ см⁻¹, что соответствует частотам $\sim 10^{10}$ с⁻¹.

Для акусто-геликонного резонанса (т.е. при $\omega = \omega_e = \omega_t$) из дисперсионного уравнения (3.4.2) получаются следующие решения. При $\omega_M \gg \omega_e (k_{ea})$ (рис. 3.5)

$$\omega_{1} = \omega_{e} + \omega_{M} + \omega_{me},$$

$$\omega_{3} = \omega_{e} \left[1 + \frac{\zeta_{ea} \left(\omega_{me} - \omega_{e} \right)}{2\omega_{M} + \omega_{me}} \right],$$

$$\omega_{4} = \omega_{e} \left[1 - \frac{\omega_{me} \left(1 - \zeta_{ea}/2 \right)}{\omega_{M}} + \frac{\omega_{e} \zeta_{ea}}{2\omega_{M}} \right].$$
(3.5.2a)

В случае выполнения обратного неравенства $\omega_M \ll \omega_e (k_{ea})$ (рис. 3.6)

$$\omega_1 = \omega_e \left[1 - \frac{\omega_{me}}{2\omega_e} + \frac{\zeta_{ea}}{4} \right],$$

$$\omega_{3,4} = \omega_e \left[1 + \frac{\omega_M + \omega_{me}/2}{\omega_e} \pm \frac{1}{2} \left[\frac{(\omega_M + \omega_{me}/2)^2}{\omega_e^2} + 4\zeta_{ea} \right]^{1/2} \right]. \quad (3.5.26)$$

Нижняя ветвь связанных колебаний (ω_5) здесь не приведена. Из (3.5.2) следует, что при акусто-геликонном резонансе наиболее сильно взаимодействуют геликоны и упругие волны одинаковой (правой) поляризации. Сдвиг резонансных частот для них составляет порядка $\omega_M \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$. Упругие волны левой поляризации слабо взаимодействуют с геликонами. Их закон дисперсии слабо отличается от закона дисперсии невзаимодействующих волн в силу малости параметра АЭМ взаимодействия ζ_{ea} .



Рис. 3.5. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном металле в сильных магнитных полях в точке ОФП при $\omega_M \ll \omega_e(k_{ea})$. Здесь и на рис. 3.6 пунктиром обозначены невзаимодействующие ветви электромагнитных (ω_e), упругих (ω_t) и спиновых (ω_{sk}) волн; сплошные кривые — ветви связанных электромагнитных и магнитоупругих волн (ω_1 - ω_5). Волновое число k_{ea} соответствует точке пересечения частот ω_e и ω_t



Рис. 3.6. Схематический спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в кубическом ферромагнитном металле в сильных магнитных полях в точке ОФП при $\omega_M \gg \omega_e(k_{ea})$

Характер законов дисперсии связанных волн в зависимости от волнового числа изменяется следующим образом (рис. 3.5–3.6). В случае $\omega_e(k_{ea}) < \omega_M$ ветвь ω_1 сначала является квазиспиновой, а затем квазигеликонной. Ветвь ω_3 при малых волновых числах является квазиупругой с линейным законом дисперсии, затем ее характер изменяется на квазигеликонный с квадратичной зависимостью от волнового числа. При дальнейшем увеличении волнового числа эта ветвь приобретает квазиспиновый характер с законом дисперсии практически не зависящим от k и определяемым МУ связью, а затем она вновь приобретает квазиупругий характер. Ветвь ω_5 при малых волновых числах является квазигеликонной с законом дисперсии $\sim k^4$. Далее она носит сначала квазиупругий характер, а затем — квазиспиновый с изменением зависимости закона дисперсии от волнового числа с k^4 на k^2 . Ветвь ω_4 при всех волновых числах является квазиупругой. Таким образом, в данном случае при волновых числах, определяемых из неравенства $\omega_e > \omega_{me}$, ветви ω_3 , ω_4 и ω_5 описывают связанные МУ волны и влиянием ЭМ волн на них в этой области волновых чисел можно пренебречь. Изменение характера связанных волн при $\omega_e(k_{ea}) > \omega_M$ легко проследить по рис. 3.6.

Представляет интерес исследовать поведение законов дисперсии связанных волн в сильных полях вдали от точки $O\Phi\Pi$ ($H = H_A$). Вдали от точки ОФП упругая ветвь колебаний имеет одну точку пересечения с геликонной ветвью (при $k \neq 0$) и две точки пересечения со спиновой ветвью в случае $s_t^2 > 4\omega_{s0}D_m$, где $\omega_{s0} = g(H - H_A)$, и не имеет пересечения при выполнении обратного неравенства. Вторая точка пересечения упругой ветви со спиновой ветвью при $s_t^2 > 4\omega_{s0}D_m$ попрежнему лежит в области границы применимости макроскопического описания и может быть здесь исключена из рассмотрения. В случае $s_t^2 > 4\omega_{s0}D_m$ при $D_h < D_m$ может иметь место только акусто-геликонный резонанс. Для стандартных значений характеристик ФМ металла последнее условие будет выполняться при $B_0 < 100 \ \Gamma c$. При $D_b > D_m$, т.е. в области магнитных полей $B_0 > 100$ Гс имеют место три резонанса: акусто-геликонный, спин-геликонный и магнитоакустический. Волновые числа, отвечающие данным резонансам, определяются следующими формулами: 1 10

$$k_{ea} = s_t / D_h, \quad k_{es} = \left(\frac{\omega_{s0}}{(D_h - D_m)}\right)^{1/2},$$

$$k_{me} = \frac{s_t}{2D_m} \left[1 - \left(1 - \frac{4\omega_{s0}D_m}{s_t^2}\right)^{1/2}\right].$$
(3.5.3)

Все резонансные волновые числа (3.5.3) зависят от внешнего магнитного поля, входящего в величины D_h и ω_{s0} . Вследствие этого в ΦM металле может иметь место тройной резонанс [146,147], когда совпадут частоты упругих, спиновых и ЭМ волн. Условие совпадения частот можно записать в виде:

$$\omega_H D_h^2 + \omega_A D_h^2 - D_h s_t^2 + D_m s_t^2 = 0.$$
(3.5.4)

Данное уравнение является уравнением третьей степени относительно напряженности магнитного поля. При первой константе анизотропии кубического $\Phi M |K| \sim 10^5$ эрг/см³ и стандартных значениях других параметров ΦM , которые были приведены выше, для величины магнитного поля, при котором должен наблюдаться тройной резонанс из (3.5.4) получаем следующее выражение

$$H_r \approx \left[\frac{4\pi N e s_t^2}{g c}\right]^{1/2} \simeq 7 \text{ k} \mathfrak{S}. \tag{3.5.5}$$

Данному полю соответствует волновое число $k\sim 10^5~{\rm cm}^{-1}$ или частота $\omega\sim 10^{10}~{\rm c}^{-1}.$

При $H_0 < H_r$ волновое число k_{me} , отвечающее магнитоакустическому резонансу, лежит левее волнового числа k_{es} , отвечающего спингеликонному резонансу. Соотношение между волновыми числами k_{me} и k_{ea} в этом случае противоположное. При $H_0 > H_r$ соотношения между волновыми числами (3.5.3) изменяются на обратные к вышеприведенным условиям.

При $s_t^2 < 4\omega_{s0}D_m$ и $D_h < D_m$ может иметь место только акустогеликонный резонанс, а при $D_h > D_m$ — акусто-геликонный и спингеликонный резонансы. В этом случае тройной резонанс в ФМ металле невозможен.

Отметим, что здесь не рассматривалось влияние флуктуаций на спектр связанных колебаний вблизи ОФП. Известно, что в случае ОФП область вблизи перехода, в которой флуктуации могут существенно влиять на распространение волн, ничтожно мала и в экспериментах не наблюдается [190].

3.6. Вращение плоскости поляризации звуковых и электромагнитных волн в ферромагнитном диэлектрике

Дисперсионное уравнение (3.3.2) (в случае $\omega_{ea} = 0$) имеет относительно волнового числа k при заданной частоте ω несколько корней. В случае частот $\omega \ll \omega_{s0}$ таких корней будет четыре. Два из них соответствуют лево- и правополяризованным ЭМ волнам:

$$k_{em}^{\pm} = \frac{\omega}{c} \left[\varepsilon \frac{\omega_{s0} + \omega_{me} + \omega_M \pm \omega}{\omega_{s0} + \omega_{me} \pm \omega} \right]^{1/2}, \qquad (3.6.1)$$

остальные два — лево- и правополяризованным квазиупругим волнам:

$$k_{ke}^{+} = \frac{\omega}{s} \left[\frac{\omega_{s0} + \omega_{me} + \omega}{\omega_{s0} + \omega} \right]^{1/2}, \quad s^{2} = c_{44}/\rho,$$

$$k_{ke}^{-} = \begin{cases} \frac{\omega}{s} \left[\frac{\omega_{s0} + \omega_{me} - \omega}{\omega_{s0} - \omega} \right]^{1/2}, \quad \omega_{s0} \gg \omega, \\ \left[\frac{\omega - \omega_{s0}}{g\alpha M_{0}} \right]^{1/2}, \quad \omega_{s0} \ll \omega. \end{cases}$$
(3.6.2)

1 10

Полученные формулы указывают на то, что скорость лево- и правополяризованных ЭМ и МУ волн в кубическом ФМ различаются. Из-за этого различия скоростей возникает вращение плоскости поляризации ЭМ и МУ волн. Для удельного угла поворота плоскости поляризации справедлива формула [16]

$$\chi = \varphi/L = \frac{1}{2} \left| k^{-} - k^{+} \right|, \qquad (3.6.3)$$

где L — длина образца. Величина угла поворота плоскости поляризации резонансно зависит от частоты ω . Наибольшее вращение наблюдается для ЭМ волн на частоте $\omega \sim \omega_{s0} + \omega_{me}$, а для МУ волн — на частоте $\omega \sim \omega_{s0}$. Отметим, что при приближении к ОФП резонансная частота как для ЭМ, так и для МУ волн уменьшается. В самой точке перехода резонансная частота для ЭМ волн равна МУ щели в спектре спиновых волн, а для МУ волн равна нулю. Угол поворота для обоих типов волн вблизи ОФП резко возрастает.

3.7. Особенности связанных электромагнитных и магнитоупругих волн в ограниченных средах

В ограниченных образцах при $\omega_{ea} = 0$ дисперсионное уравнение связанных МУ и ЭМ волн в ФМ диэлектрике (3.3.2) практически не изменится. Изменяются в основном частоты невзаимодействующих волн. Теперь волновое число k будет принимать дискретный ряд значений и, следовательно, частоты ω_e , ω_{sk} , ω_t также будут принимать дискретные значения [16]. Разрешенные значения k определяются размерами образца. Например, в случае, когда образец имеет форму шара, волновое число для низших волн приближенно выражается формулой

$$k = 2\pi/R,\tag{3.7.1}$$

где R — радиус шара. ЭМ волны будут взаимодействовать с МУ волнами только в случае, когда $\omega_e \leq \omega_{sk}$. Это неравенство совместно с условием (3.7.1) позволяет оценить размеры образца, при которых ЭМ волны не влияют на спектр МУ колебаний:

$$R \ll 2\pi c / \sqrt{\varepsilon} \,\omega_{s0}.\tag{3.7.2}$$

Например, при $\varepsilon \sim 10$, $\omega_{s0}/2\pi \sim 10^{10}$ с⁻¹, $R \leq 0.6$ см. Полученная оценка хорошо согласуется с результатами экспериментальной работы [441].

3.8. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в гексагональных магнитных металлах

Система уравнений (3.2.1)-(3.2.3) позволяет рассчитать спектр связанных ЭМ, упругих и спиновых колебаний в проводящих ферромагнетиках. Такие расчеты проводились для изотропных по упругим и магнитоупругим свойствам магнитных металлов [101] и гексагональных металлов [384,385]. В [371] решена задача для кубического проводника без учета спонтанных деформаций, возникающих в основном состоянии любого ферромагнетика. В данной главе рассмотрена задача для кубического ферромагнетика с учетом упругих и магнитоупругих свойств проводника. В данном разделе рассматривается спектр связанных ЭМ и МУ волн в гексагональных проводниках.

Плотность свободной энергии гексагонального магнетика представим в виде

$$F = \frac{1}{2} \alpha \left(\partial \mathbf{M} / \partial x_i \right)^2 - \frac{1}{2} K_1 m_z^2 - \frac{1}{2} K_6 \left(m_+^6 + m_-^6 \right) - \mathbf{M} \mathbf{H} - \frac{1}{2} \Lambda \left(\mathbf{m}^2 - 1 \right) + (B_{11} - B_{12}) \left(m_x^2 u_{xx} + m_y^2 u_{yy} + 2m_x m_y u_{xy} \right) + (B_{13} - B_{12}) m_z^2 \left(u_{xx} + u_{yy} \right) + (B_{33} - B_{31}) m_z^2 u_{zz} + 2B_{44} \left(m_y m_z u_{yz} + m_x m_z u_{xz} \right) + B_{123} \left(3m_x^4 + 3m_y^4 + m_x^2 m_y^2 \right) u_{zz} + B_{233} m_z^2 \left(m_x^2 + m_y^2 \right) u_{zz} + B_{333} m_z^4 u_{zz} + \frac{1}{2} c_{11} \left(u_{xx}^2 + u_{yy}^2 \right) + \frac{1}{2} c_{33} u_{zz}^2 + c_{12} u_{xx} u_{yy} + c_{13} \left(u_{xx} + u_{yy} \right) u_{zz} + 2c_{44} \left(u_{yz}^2 + u_{xz}^2 \right) + (c_{11} - c_{12}) u_{xy}^2. \quad (3.8.1)$$

Здесь K, B — постоянные анизотропии и магнитострикции, Λ — множитель Лагранжа, учитывающий условие $\mathbf{M}^2 = \mathbf{M}_0^2$, $\mathbf{m} = \mathbf{M}/\mathbf{M}_0$, $m_{\pm} = m_x \pm i m_y$. В МУ части свободной энергии учтены слагаемые, пропорциональные четвертой степени m_i . Данные слагаемые (B_{123} , B_{233} , B_{333}) описывают магнитострикцию более высокого («четвертого») порядка и будут нами учитываться в следующем разделе. В редкоземельных металлах с гигантской магнитострикцией (Тb и Dy) магнитострикция четвертого порядка может быть сравнима по величине с магнитострикцией второго порядка (слагаемые в (3.8.1), пропорциональные m_i^2) [11].

Рассмотрим проводящий ферромагнетик, помещенный в магнитное поле $\mathbf{H} \| \mathbf{c} \| \mathbf{z}$ (\mathbf{c} — кристаллографическая ось симметрии шестого порядка) с основным состоянием $\mathbf{M} \| \mathbf{c}$. Эта фаза устойчива при $H + \widetilde{K}_1/M_0 > 0$, где \widetilde{K}_1 — перенормированная магнитострикцией константа анизотропии: $\widetilde{K}_1 = \widetilde{\beta}_1 M_0^2$, а $\widetilde{\beta}_1$ определяется формулой (10.1.3а) главы 10. Такой случай можно реализовать, например, для гадолиния [4]. Линеаризованная система связанных уравнений движения для циклических переменных $A_{\pm} = A_x \pm i A_y \sim e^{-i\omega t}$ выглядит следующим образом

$$(\pm\omega - \omega_{S0} + gM_0\alpha D^2) m_{\pm} = gB_{44}Du_{\pm} - gM_0h_{\pm}, (\omega^2 + S_4^2D^2) u_{\pm} = -(B_{44}/\rho M_0) Dm_{\pm}, (1 - \frac{1}{2}i\delta^2D^2) h_{\pm} = -4\pi m_{\pm},$$
(3.8.2)

где $D = \partial/\partial z$, $\omega_{S0} = \omega_0 + \omega_{ma}$, $\omega_0 = g(H + \tilde{K}_1/M_0)$, $\omega_{ma} = gB_{44}/M_0c_{44}$, $S^2 = c_{44}/\rho$, $\delta = c(2\pi\sigma\omega)^{-1/2}$ — толщина скин-слоя для немагнитного

металла, c — скорость света в вакууме, σ — проводимость металла. Знаки \pm в (3.8.2) соответствуют право- и левополяризованным колебаниям. Далее эти волны будут рассматриваться вместе. Для этого надо отбросить знаки \pm , формально полагая, что при $\omega > 0$ имеются правополяризованные, а при $\omega < 0$ — левополяризованные волны.

Ищем решение системы уравнений (3.8.2) в виде плоских волн: $A_{\pm} \simeq e^{ikz}$. В этом случае дисперсионное уравнение связанных колебаний имеет вид

$$(k^{2} - k_{m}^{2}) (k^{2} - k_{a}^{2}) (k^{2} - k_{e}^{2}) - k_{me}^{2} k_{e}^{2} (k^{2} - k_{a}^{2}) - k_{ma}^{2} k_{a}^{2} (k^{2} - k_{e}^{2}) = 0,$$
(3.8.3)

где

$$k_m^2 = (\omega - \omega_0) / g M_0 \alpha, \quad k_a^2 = \omega^2 / S_4^2, \quad k_e^2 = 2i/\delta^2$$
 (3.8.4)

- значения волновых чисел невзаимодействующих волн;

$$k_{me}^2 = \omega_M / g M_0 \alpha, \quad k_{ma}^2 = \omega_{ma} / g M_0 \alpha \tag{3.8.5}$$

— волновые числа, отвечающие за взаимодействие ЭМ и упругой подсистем с магнитной подсистемой; $\omega_M = 4\pi g M_0$.

При исследовании спектра связанных колебаний иногда удобно записывать дисперсионное уравнение относительно частоты. В этом случае вместо (3.3.2) имеем

$$(\omega_c + \omega) (\omega_4^2 - \omega^2) (\omega_k - \omega) + \omega_M \omega (\omega_4^2 - \omega^2) - \omega_{ma} \omega^2 (\omega_c + \omega) = 0,$$
(3.8.6)

где $\omega_4 = S_4 k, \, \omega_c = i D_c k^2, \, D_c = c^2/4\pi\sigma, \, \omega_k = \omega_0 + D k^2, \, D = g M_0 \alpha.$

Приближенное решение дисперсионного уравнения (3.8.6) может быть записано следующим образом. В области частот $\omega < \omega_{ae} = S_4^2/D_c$ (частота ω_{ae} отвечает точке пересечения невзаимодействующих упругой и электромагнитной ветвей колебаний) имеется одно «распространяющееся» решение, которое соответствует квазиупругой ветви колебаний,

$$\omega_1 = S_4 k \left(\frac{\omega_0 + \omega_M}{\omega_{S0} + \omega_M}\right)^{1/2} \left[1 - \frac{i D_c \widetilde{\omega}}{S_4^2} \cdot \frac{\omega_M \omega_{ma} \omega_{S0}}{(\omega_{S0} + \omega_M) (\omega_0 + \omega_M) (\omega_k - \widetilde{\omega})} \right].$$
(3.8.7)

Здесь в качестве $\tilde{\omega}$ выступает действительная часть частоты ω_1 . Отсюда видно, что вблизи точки пересечения ЭМ и упругой волн ($\omega \sim \omega_{ae}$) квазиупругая волна становится сильно затухающей. Затухание квазиупругой волны также резко возрастает вблизи точки ОФП $\omega_0 \rightarrow 0$.

При частотах $\omega > \omega_{ae}$ корни дисперсионного уравнения (3.8.6) имеют вид:

$$\omega_1 = \frac{\omega_4}{2\omega_{sk}} \left[\sqrt{\omega_4^2 + 4\omega_{sk}^2(1-\zeta)} - \omega_4 \right], \tag{3.8.8}$$

$$\omega_{2,3} = \frac{1}{2} \left\{ \omega_{sk} + \omega_M - \omega_c \pm \sqrt{\left(\omega_{sk} + \omega_M + \omega_c\right)^2 - 4\omega_c \omega_M} \right\}, \quad (3.8.9)$$

$$\omega_4 = \omega_{sk} + \omega_4^2 \zeta / \omega_{sk}, \tag{3.8.10}$$

где $\zeta = \omega_{ma}/\omega_{sk}$ — параметр МУ взаимодействия $\omega_{sk} = \omega_{S0} + Dk^2$. Первое решение отвечает квазиупрурой, второе и четвертое — квазиспиновой, а третье — квазиэлектромагнитной ветвям связанных колебаний. Из (3.8.9) видно, что при частотах $\omega \simeq \omega_M + \omega_{S0}$ корни являются нераспространяющимися, так как мнимые части этих корней при данных частотах становятся сравнимы с их действительными частями.

Спектр связанных колебаний проводящего ферромагнетика вдали и в точке ОФП схематически показан на рис. 3.7 и 3.8. Штриховыми линиями показаны невзаимодействующие ветви, а сплошными ветви связанных колебаний. Отметим, что, как это следует из (3.8.6), (3.8.7) и (3.8.9), в областях точек пересечения невзаимодействующих упругих и спиновых волн с ЭМ волнами резко возрастает затухание связанных колебаний. При этом они практически не распространяются за пределами скин-слоя. При малых волновых числах щель в спектре квазиспиновых колебаний определяется магнитостатическим (ω_M)



Рис. 3.7. Спектр связанных колебаний ферромагнитного металла в поляризации + вдали от ориентационного фазового перехода



Рис. 3.8. Спектр связанных колебаний ферромагнитного металла в поляризации + в точке ориентационного фазового перехода $\omega_0 = 0$

и МУ (ω_{ma}) вкладами (см. (3.8.9)). За точкой пересечения спиновой и ЭМ волн щель определяется только МV вкладом (см. (3.8.9) и (3.8.10)). В отличие от ферродиэлектриков в проводящих магнетиках закон дисперсии квазиупругих волн в области малых k в точке ОФП является линейным (3.8.7).

3.9. Особенности излучения Вавилова-Черенкова в анизотропном ферромагнитном диэлектрике в области ориентационного фазового перехода

Излучению Вавилова-Черенкова в различных твердых телах посвящено достаточно большое количество работ. Исследования по данному вопросу обобщены в обзорах и монографиях [442-445]. Излучение Вавилова-Черенкова рассматривалось в диэлектрических и магнитоупорядоченных изотропных и анизотропных средах. Первоначально теоретически было описано излучение в изотропных диэлектрических средах. В частности, было сформулировано условие существования излучения и получено выражение для энергии излучения движущегося заряда. Оказалось, что для изотропных сред условие существования излучения является довольно жестким — скорость движения заряда vдолжна быть больше фазовой скорости света в среде. В анизотропной диэлектрической среде излучение Вавилова-Черенкова возможно и при нерелятивистском движении заряда ($v \rightarrow 0$) [446]. В работе [447] было показано, что излучение Вавилова-Черенкова в анизотропной среде имеет более сложный характер по сравнению с излучением в изотропной среде, поскольку в первой имеется два некруговых конуса лучей и интенсивность излучения неодинакова на образующих этих конических поверхностей.

Исследование излучения Вавилова-Черенкова в изотропном магнитном диэлектрике [448] показало, что энергия, теряемая зарядом на излучение ЭМ волн, отнесенная к интервалу частот, пропорциональна магнитной проницаемости магнетика. В работе [449] было показано, что в ФМ средах излучение Вавилова-Черенкова должно наблюдаться в области низких частот ($\omega \sim 10^{10} - 10^{11}$ с⁻¹), соответствующих частотам ФМР. Таким образом, излучение Вавилова-Черенкова в изотропных и анизотропных диэлектрических и магнитоупорядоченных средах достаточно хорошо изучено. Однако до сих пор не изучен вопрос об особенностях излучения Вавилова-Черенкова в среде в области ориентационного фазового перехода. При движении заряда в веществе, в котором происходит ориентационный фазовый переход 1-го рода, возможно как излучение Вавилова-Черенкова, так и переходное излучение, поскольку фазовый переход 1-го рода происходит не сразу во всем объеме. Ориентационный фазовый переход 2-го рода, наоборот, происходит сразу во всем объеме вещества. Магнитный ОФП 2-го рода в ФМ сопровождается резким увеличением динамической магнитной проницаемости и, как следствие, существенным уменьшением скорости ЭМ волн [450]. В связи с этим, следует ожидать, что излучение Вавилова-Черенкова будет иметь особенности в области указанного фазового перехода.

В данном разделе теоретически исследуется излучение Вавилова-Черенкова в магнитогиротропной среде вблизи точки магнитного ориентационного фазового перехода 2-го рода. Так как объектом изучения является магнитная среда, то рассматривается диапазон частот $0 < \omega < 10^{12} \text{ c}^{-1}$. В области частот $\omega > 10^{12} \text{ c}^{-1}$ магнитная проницаемость в ФМД $\mu = 1$, а диэлектрическая проницаемость ε является функцией частоты. При этом проблема сводится к уже исследованной задаче об излучении Вавилова-Черенкова в диэлектрической среде.

Рассмотрим движение точечной частицы с зарядом e в безграничной ΦM диэлектрической среде кубической симметрии. Предположим, что частица движется равномерно со скоростью **v** вдоль внешнего постоянного магнитного поля **H**, направленного вдоль оси **z** (**v**||**z**||**H**). Тензор магнитной проницаемости кубического $\Phi M Д$ в указанной геометрии выглядит следующим образом [16]:

$$\widehat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0\\ -i\mu_a & \mu & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (3.9.1)

Диэлектрическая проницаемость в рассматриваемом интервале частот может быть представлена в виде: $\hat{\varepsilon} = \varepsilon \delta_{ij}$, причем $\varepsilon = \text{const.}$ Конкретные выражения для компонент тензора магнитной проницаемости будут приведены ниже.

ЭМ поле, возникающее в ФМД при движении точечного заряда, определяется системой уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{e}, \qquad (3.9.2)$$
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \mathbf{0}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho_{e},$$

где $\mathbf{j}_e = \rho_e \mathbf{v}, \ \rho_e = e\delta(z - vt)\delta(x)\delta(y).$

Решение системы (3.9.2) будем искать с помощью преобразования Фурье для напряженностей и индукций ЭМ поля E, H, B, D в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \int \mathbf{E}(\mathbf{k},\omega) e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k} d\omega, \qquad (3.9.3)$$

с использованием уравнений связи между компонентами Фурье индукций и напряженностей полей:

$$\mathbf{D}(\mathbf{k},\omega) = \widehat{\varepsilon}(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega), \quad \mathbf{B}(\mathbf{k},\omega) = \widehat{\mu}(\omega)\mathbf{H}(\mathbf{k},\omega).$$
(3.9.4)

Решая систему уравнений (3.9.2) с учетом соотношений (3.9.3) и (3.9.4), получим Фурье компоненты ЭМ поля в ФМД в виде

$$E_x(\mathbf{k},\omega) = i\frac{4\pi}{c}j_z k_0 k_z \left[\varepsilon k_0^2 \left(\mu k_x - i\mu_a k_y\right) - k_x \left(\mu k_\perp^2 + k_z^2\right)\right] / \Delta,$$

$$\begin{split} E_{y}(\mathbf{k},\omega) &= i\frac{4\pi}{c}j_{z}k_{0}k_{z}\left[\varepsilon k_{0}^{2}\left(\mu k_{y}+i\mu_{a}k_{x}\right)-k_{y}\left(\mu k_{\perp}^{2}+k_{z}^{2}\right)\right]/\Delta,\\ E_{z}(\mathbf{k},\omega) &= -i\frac{4\pi}{c}j_{z}k_{0}\left[k_{z}^{2}\left(k_{z}^{2}-\varepsilon\mu k_{0}^{2}\right)+\right.\\ &\left.+\left(k_{z}^{2}\mu-k_{0}^{2}\varepsilon\left(\mu^{2}-\mu_{a}^{2}\right)\right)\left(k_{\perp}^{2}-\varepsilon k_{0}^{2}\right)\right]/\Delta, \end{split}$$
(3.9.5)
$$\begin{aligned} H_{x}(\mathbf{k},\omega) &= i\frac{4\pi}{c}j_{z}\varepsilon k_{0}^{2}\left[\left(k_{\perp}^{2}-\varepsilon k_{0}^{2}\right)\left(\mu k_{y}+i\mu_{a}k_{x}\right)+k_{y}k_{z}^{2}\right]/\Delta,\\ H_{y}(\mathbf{k},\omega) &= -i\frac{4\pi}{c}j_{z}\varepsilon k_{0}^{2}\left[\left(k_{\perp}^{2}-\varepsilon k_{0}^{2}\right)\left(\mu k_{x}-i\mu_{a}k_{y}\right)+k_{x}k_{z}^{2}\right]/\Delta,\\ H_{z}(\mathbf{k},\omega) &= -\frac{4\pi}{c}j_{z}\varepsilon \mu_{a}\varepsilon k_{0}^{2}k_{z}k_{\perp}^{2}/\Delta, \end{split}$$

где

$$j_{z} = \frac{ev}{(2\pi)^{3}} \delta(\omega - k_{z}v), \qquad (3.9.6)$$

$$\Delta = \varepsilon k_{0}^{2} \left[k_{z}^{2} \left(k^{2} - \varepsilon \mu k_{0}^{2} \right) + \left(\mu k^{2} - \varepsilon \left(\mu^{2} - \mu_{a}^{2} \right) k_{0}^{2} \right) \left(k_{\perp}^{2} - \varepsilon k_{0}^{2} \right) \right], \qquad k_{\perp}^{2} = k_{x}^{2} + k_{y}^{2}, \quad k_{0} = \omega/c, \quad k^{2} = k_{\perp}^{2} + k_{z}^{2}.$$

Из условия равенства нулю знаменателя фурье-компонент ЭМ поля ($\Delta = 0$) (3.9.5) получаем дисперсионное уравнение ЭМ волн в магнитогиротропной среде. Разрешая это уравнение относительно k^2 и вводя обозначения $k_z^2 = k^2 \cos^2 \theta$, $k_\perp^2 = k^2 \sin^2 \theta$, $\mu_\perp = \mu - \mu_a^2/\mu$, получим квадраты показателей преломления нормальных волн, распространяющихся в ФМД,

$$n_{1,2}^{2}(\theta) = \frac{k_{1,2}^{2}c^{2}}{\omega^{2}} = \varepsilon \mu \frac{2 + (\mu_{\perp} - 1)\sin^{2}\theta \pm \left[(\mu_{\perp} - 1)^{2}\sin^{4}\theta + 4\frac{\mu_{a}^{2}}{\mu^{2}}\cos^{2}\theta\right]^{1/2}}{2\left(\cos^{2}\theta + \mu\sin^{2}\theta\right)}.$$
(3.9.7)

Из (3.9.7) следует, что показатель преломления волн зависит от угла θ , а также частоты ω в случае, если $\hat{\mu}$ и $\hat{\varepsilon}$ являются функциями частоты. Первая нормальная волна (знак «+») в пределе $\theta = 0$ превращается в правополяризованную волну, а вторая нормальная волна (знак «-») — в левополяризованную.

Потери энергии движущегося заряда на единице пути можно найти двумя методами: использовать теорему Пойтинга или вычислить прямые потери энергии заряда

$$\frac{dW_{\text{потери}}}{dz} = -evE_z|_{z=vt}.$$
(3.9.8)

В случае потерь энергии на излучение оба метода приводят к одному и тому же результату.

Рассмотрим далее только потери энергии частицы на излучение ЭМ волн. Подставляя E_z из (3.9.5) в (3.9.8), где значение поля берется

в точке нахождения заряда, получим

$$\frac{dW_{\scriptscriptstyle H33,I}}{dz} = -\frac{e^2}{v^2} \operatorname{Re} \left[\int_{I} \frac{1}{\varepsilon\mu} \frac{(1-\varepsilon\mu\beta^2) + \mu(1-\varepsilon\mu_{\perp}\beta^2)(q_1^2-\varepsilon\beta^2)}{q_1^2-q_2^2} \omega d\omega + \int_{II} \frac{1}{\varepsilon\mu} \frac{(1-\varepsilon\mu\beta^2) + \mu(1-\varepsilon\mu_{\perp}\beta^2)(q_2^2-\varepsilon\beta^2)}{q_2^2-q_1^2} \omega d\omega \right]. \quad (3.9.9)$$

Здесь

$$q_{1,2}^{2} = \xi \pm \sqrt{\xi^{2} - \zeta}, \quad \zeta = \frac{(\varepsilon \mu \beta^{2} - 1)^{2} - \varepsilon^{2} \mu_{a}^{2} \beta^{4}}{\mu},$$

$$\xi = \frac{(1 + \mu)(\varepsilon \mu \beta^{2} - 1) - \varepsilon \mu_{a}^{2} \beta^{2}}{2\mu}, \quad \beta^{2} = \frac{v^{2}}{c^{2}}.$$
 (3.9.10)

Интегрирование в (3.9.9) производится по областям частот, определяемым следующими неравенствами:

I)
$$q_1^2 > 0,$$
 (3.9.11)

II)
$$q_2^2 > 0.$$
 (3.9.12)

Эти неравенства являются условиями излучения двух нормальных ЭМ волн в ФМД. Неравенство (3.9.11) соответствует условию излучения первой нормальной волны, а неравенство (3.9.12) — условию излучения второй волны.

Если в тензоре магнитной проницаемости компоненту μ_a положить равной нулю, то формула (3.9.9) приводит к результату Ситенко [448], а условие излучения ЭМ волны в этом (изотропном) случае переходит в хорошо известное неравенство $\beta^2 \varepsilon \mu \ge 1$.

Угол θ , под которым должно происходить излучение каждой из волн относительно оси **z**, определяется из условия

$$\cos^2 \theta_{1,2} = \frac{1}{\beta^2 n_{1,2}^2(\theta,\omega)}.$$
(3.9.13)

Данное уравнение связывает между собой три независимые переменные θ , ω , v. Совместное решение уравнений (3.9.10)–(3.9.13) позволяет определить скорость частицы v, частоту ω и угол θ , при которых будут наблюдаться максимумы излучения нормальных ЭМ волн.

Условия излучения (3.9.11) и (3.9.12), определяющие пределы интегрирования в (3.9.9) по частоте, сами зависят от скорости движения частицы v (или параметра β). Определим из них частотные области, в которых возможно излучение ЭМ волн в ФМД. Для этого компоненты тензора магнитной проницаемости в пренебрежении пространственной дисперсией и затухания магнитных колебаний, а также при учете МУ взаимодействия можно записать в виде [16,450]:

$$\mu = 1 + \frac{\omega_M \omega_s}{\omega_s^2 - \omega^2},\tag{3.9.14}$$

$$\mu_a = \frac{\omega_M \omega}{\omega_s^2 - \omega^2},\tag{3.9.15}$$

где $\omega_M = 4\pi g M_0$, $\omega_s = \omega_0 + \omega_{me}$, $\omega_0 = g (2K/M_0 + H)$, $\omega_{me} = g B_2^2/M_0 c_{44}$, g — гиромагнитное отношение, M_0 — намагниченность насыщения, K — константа анизотропии, H — внешнее магнитное поле. B_2 — постоянная МУ взаимодействия, c_{44} — упругая постоянная.

После подстановки компонент тензора магнитной проницаемости (3.9.14) и (3.9.15) в условия излучения (3.9.11), (3.9.12) из них можно получить значения скоростей и частоты, при которых будет иметь место излучение волн.

Излучение первой нормальной волны при скоростях $\varepsilon \beta^2 < < \omega_s/(\omega_M+\omega_s)$ возможно в области частот

$$\frac{\omega_s - \beta^2 \varepsilon(\omega_s + \omega_M)}{1 - \beta^2 \varepsilon} \leqslant \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}, \qquad (3.9.16a)$$

в случае $\varepsilon \beta^2 \ge \omega_s / (\omega_s + \omega_M) -$ при частотах $0 \le \omega < \sqrt{\omega_s (\omega_s + \omega_M)},$

 $0 \leqslant \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}, \qquad (3.9.166)$

и, наконец, при $\varepsilon\beta^2\geqslant 1$ — в интервале частот

$$p > \frac{\beta^2 \varepsilon(\omega_s + \omega_M) - \omega_s}{\beta^2 \varepsilon - 1}.$$
 (3.9.16b)

Излучение второй нормальной волны при скоростях $\omega_s/(\omega_s+\omega_M)<<arepsiloneta^2<\sqrt{\omega_s/(\omega_s+\omega_M)}$ возможно в области частот

$$0 \leqslant \omega < \frac{\beta^2 \varepsilon (\omega_s + \omega_M) - \omega_s}{1 - \beta^2 \varepsilon}, \qquad (3.9.17a)$$

в случае $\varepsilon \beta^2 \ge \sqrt{\omega_s/(\omega_s + \omega_M)}$ — при частотах

$$0 \le \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}, \qquad (3.9.176)$$

а при $arepsiloneta^2 \geqslant 1$ — в интервале частот

$$\sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)} < \omega. \tag{3.9.17b}$$

Из (3.9.16) следует, что первая нормальная волна излучается при любых скоростях частицы. При малых β (вплоть до нуля) ее излучение возможно только в узком частотном диапазоне, который при $\beta \to 0$ переходит в интервал $\omega_s < \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}$. Вторая нормальная волна (3.9.17) излучается только при $\beta > \sqrt{\omega_s/\varepsilon(\omega_s + \omega_M)}$. При малых β частотный интервал излучения данной волны также является узким (3.9.17а).

В связи с тем, что частота ω_s зависит от величины внешнего магнитного поля, следует полагать, что и энергия частицы, расходуемая на излучение ЭМ волн, также будет зависеть от магнитного поля.

Расчеты энергии излучения ЭМ волн в ФМД для различных значений магнитного поля, при характерных значениях постоянных магнетика: $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $c_{44} = 1 \cdot 10^{12}$ эрг/см³, $K = -10^5$ эрг/см³, $M_0 = 500$ Гс, $\varepsilon = 10$, приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Энергия излучения электромагнитных волн на единицу длины W (эрг/см) и относительная скорость заряда β при различных значениях внешнего магнитного поля H (Э)

Условия излучения, β , W	Н				
	400	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
(3.9.16a), β	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	0,1	0,1	0,1
W	$5,5 \cdot 10^{-17}$	$7,8 \cdot 10^{-17}$	$1,\!97\cdot10^{-16}$	$1,\!25\cdot10^{-15}$	$1,01 \cdot 10^{-14}$
(3.9.166), β	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
W	$6,11 \cdot 10^{-17}$	$8,5 \cdot 10^{-17}$	$2,18 \cdot 10^{-16}$	$1,6 \cdot 10^{-15}$	$2,48 \cdot 10^{-14}$
(3.9.17a), β	0,02	0,12	0,26	0,31	0,3155
W	$4,25 \cdot 10^{-27}$	$1{,}96\cdot10^{-22}$	$1,\!36\cdot10^{-20}$	$8,49 \cdot 10^{-19}$	$3,13 \cdot 10^{-18}$
(3.9.176), β	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
W	$1{,}68\cdot10^{-26}$	$1,\!35\cdot10^{-20}$	$1,66 \cdot 10^{-18}$	$9 \cdot 10^{-17}$	$7,83 \cdot 10^{-15}$

Анализ расчетов показывает, что в частотных диапазонах (3.9.16), (3.9.17) энергия излучения слабо зависит от скорости частицы, но достаточно сильно отличается для двух типов излучаемых нормальных волн. Из таблицы видно, что в магнитных полях, больших по сравнению с полем фазового перехода ($H = |2K/M_0| = 400$ Э), и одинаковых скоростях заряда энергия излучения первой нормальной ЭМ волны на одинчетыре порядка больше энергии излучения второй волны. В точке ориентационного фазового перехода энергия излучения первой нормальной волны превосходит энергию излучения второй волны почти на десять порядков. Также необходимо отметить, что увеличение магнитного поля ведет к повышению энергии излучения ЭМ волн, к уменьшению интервала скоростей, при которых возможно излучение второй нормальной волны (3.9.17а), и к сужению частотного диапазона, в котором происходит излучение первой нормальной волны при малых скоростях (3.9.16а).

Хорошо известно, что интенсивность излучения можно резко увеличивать, если использовать электронные сгустки. В результате излучаемая энергия будет пропорциональна квадрату числа электронов в сгустке. Так при $N = 1 \cdot 10^{12}$ электронов в сгустке можно достичь энергии излучения (при малых скоростях и поле $H = 1 \cdot 10^3$ Э) $W_{\text{изл}} = 8 \cdot 10^7$ эрг/см.

Таким образом, в анизотропном ФМД возможно излучение Вавилова-Черенкова в широком частотном диапазоне и при малых скоростях частицы. В области ориентационного фазового перехода, энергия излучения сильновзаимодействующей с МУ волнами ЭМ волны на несколько порядков превосходит интенсивность излучения слабовзаимодействующей с магнитной и упругой подсистемами ЭМ волны.

При увеличении магнитного поля (при отходе от точки ориентационного фазового перехода) интенсивность излучения волн возрастает на несколько порядков.

С практической точки зрения проведенное исследование показывает, что при использовании частиц с малыми скоростями принципиально возможно создание генератора СВЧ-излучения в интервале частот $\omega_s < \omega < \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}$. При характерных значениях параметров ФМД данный интервал лежит в области частот $\sim (1-10) \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$.

Таким образом, в данной главе теоретически исследованы особенности связанных МУ и ЭМ волн в кубических ФМ, находящихся в магнитном поле вдали и в области ОФП. Определены спектры связанных волн для ФМ диэлектрика и металла вдали и вблизи ОФП.

Показано, что в области малых волновых чисел в ΦM диэлектриках, при учете взаимодействия MY и $\Im M$ волн, квадратичный закон дисперсии могут иметь не только квазиупругие волны, но и квазиэлектромагнитные. Однако такая ситуация может наблюдаться только при больших значениях диэлектрической проницаемости магнетика, порядка 10^3 . В другом случае, квазиэлектромагнитные волны имеют линейный закон дисперсии. Учет $A\Im M$ взаимодействия не оказывает особого влияния на спектр связанных волн даже в сверхсильных полях. В области больших волновых чисел можно пренебрегать взаимодействием MY волн с $\Im M$, а квадратичный закон дисперсии в данном диапазоне могут иметь только квазиупругие волны.

В металлах в точке ОФП при наличии слабых магнитных полей учет взаимодействия МУ волн с нераспространяющимися ЭМ волнами приводит к тому, что в спектре колебаний квазиспиновых и квазиупругих волн появляются участки, в которых эти волны становятся сильно затухающими, а закон дисперсии квазиэлектромагнитных волн изменяется с квадратичного на k^4 , что приводит к значительному уменьшению скин-слоя в ФМ металле.

В больших магнитных полях квазиспиновые и квазиупругие волны взаимодействуют с распространяющимися геликонами правой поляризации. Из-за этого взаимодействия в точке ОФП закон дисперсии квазигеликонных волн становится пропорциональным четвертой степени волнового числа.

Величина угла поворота плоскости поляризации в ФМ диэлектрике резонансно зависит от частоты. Наибольшее вращение наблюдается для ЭМ волн на частоте $\sim \omega_{s0}$, а для МУ волн — на частотах $\sim \omega_{s0} + \omega_{me}$. При приближении к ОФП резонансная частота как для ЭМ, так и для МУ волн уменьшается. В точке перехода резонансная частота для ЭМ волн равна МУ щели, а для МУ волн равна нулю. Угол поворота для обоих типов волн вблизи ОФП резко возрастает.

ЭМ волны будут взаимодействовать с МУ волнами только в случае, когда $\omega_e \leqslant \omega_{sk}$. Это неравенство позволяет оценить размеры образца, при которых ЭМ волны не влияют на спектр МУ колебаний, для типичных ФМ линейный размер образца составляет несколько миллиметров.

Глава 4

ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ ПОВЕРХНОСТИ ФЕРРОМАГНИТНОГО ДИЭЛЕКТРИКА

В настоящее время по-прежнему остается актуальным вопрос об управлении коэффициентом отражения (КО) электромагнитных волн (ЭМВ) от поверхностей твердых тел. Интерес к этой проблеме обусловлен тем, что в промышленности, науке и технике имеется потребность как в высокоотражающих, так и в неотражающих неметаллических поверхностях. Известно [152], что при падении ЭМ волны из вакуума на поверхность среды с диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями, КО ЭМВ зависит от ε и μ . В наиболее интересном с практической точки зрения СВЧ-диапазоне диэлектрическая проницаемость многих твердых тел не зависит от частоты и ее можно считать постоянной. Магнитная проницаемость сред с магнитными свойствами в данном частотном диапазоне зависит от частоты, и сильно возрастает в области резонансов и магнитных фазовых переходах, как типа «порядок-порядок» (ОФП), так и типа «порядок-беспорядок». Например, в ФМ диэлектриках (ФМД) наблюдается три резонанса ферромагнитный (ФМР), магнитоакустический (МАР) и магнитостатический (МСР), следовательно, вблизи этих резонансов должны наблюдаться аномалии магнитной проницаемости и КО ЭМВ. Вдали от ОФП эти аномалии невелики. Кроме того, вдали от ОФП три перечисленных резонанса сливаются в один из-за большой величины эффективного поля анизотропии по сравнению с эффективными полями магнитострикции и намагниченности. Такое поведение КО ЭМВ как раз и наблюдалось в экспериментальной работе [156]. Однако в области ОФП магнитная анизотропия стремится к нулю, и вышеуказанные резонансы будут раздвинуты по частоте, кроме того, сильно возрастет влияние МУ взаимодействия на динамические свойства ФМ. Также известно, что на поведение магнитной проницаемости магнетиков существенное влияние оказывает релаксация намагниченности [16, 409, 451]. Поэтому представляет интерес исследование влияния МУ взаимодействия и релаксации намагниченности на КО ЭМВ от поверхности магнитоупорядоченных веществ.

Данная глава посвящена аналитическому и численному исследованию КО ЭМВ от поверхности ФМД кубической симметрии вблизи и в точке ОФП, при учете МУ взаимодействия и релаксации в магнитной подсистеме в случаях, когда ФМД занимает полупространство, ФМД имеет форму пластины и слой ФМД находится на немагнитном металле, занимающем полупространство (структура ФМД-металл).

В данной главе получены частотные и полевые зависимости КО при различных значениях параметра затухания, постоянных анизотропии и магнитострикции ФМД вблизи и в точке ОФП.

4.1. Основные уравнения

Во всех трех вышеперечисленных случаях мы рассматриваем $\Phi M \mathcal{A}$ кубической симметрии. Предположим, что $\Phi M \mathcal{A}$ находится в основном состоянии с намагниченностью $\mathbf{M} \| \mathbf{z} \| \mathbf{H}_0$ (\mathbf{H}_0 – постоянное внешнее магнитное поле) и из вакуума на него, нормально к его поверхности, падает ЭМ волна

$$h_x = h_0 \exp(ikz - i\omega t), \quad e_y = -h_0 \exp(ikz - i\omega t), \quad (4.1.1)$$

где h_0 — амплитуда падающей ЭМ волны, а k и ω — ее волновой вектор и частота соответственно; $\mathbf{k} \| \mathbf{z}$.

Теоретическое исследование КО ЭМВ от поверхности ФМД кубической симметрии проводим на основе теории связанных ЭМ и МУ волн, что, в первую очередь, предполагает решение связанной системы уравнений, описывающей распространение и взаимодействие в ФМД ЭМ, спиновых и упругих колебаний. Такая система включает в себя уравнения упругости, уравнения Максвелла и уравнение Ландау–Лифшица для намагниченности с учетом релаксации в спиновой подсистеме (3.2.1)–(3.2.3).

Релаксационный член в уравнении Ландау–Лифшица (3.2.1) может быть записан в виде [16,409,451]

$$\mathbf{R} = \frac{1}{\tau_2} \mathbf{H}_{eff} - \frac{1}{\tau_1 \mathbf{M}^2} \left[\mathbf{M} \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{eff} \right] \right], \tag{4.1.2}$$

где $\tau_{1,2}$ — времена поперечной и продольной релаксаций, H_{eff} — эффективное магнитное поле.

Полагая в уравнениях Максвелла для $\Phi M \square j_{np} = 0$ и не учитывая в них, а также в уравнении теории упругости, слагаемое, обусловленное действием силы Лоренца, после линеаризации (3.2.1)–(3.2.3) и перехода к циклическим компонентам $a_{\pm} = a_x \pm i a_y$, система связанных уравнений, описывающая распространение возбуждений в $\Phi M \square$ примет вид

$$\begin{pmatrix} c^2 k^2 / \varepsilon \omega^2 - \mu_{\pm} \end{pmatrix} h_{\pm} = 0; m_{\pm} = \chi_{\pm} h_{\pm} / M_0; u_{\pm} = -ik B_2 \chi_{\pm} h_{\pm} / \rho M_0 \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right); e_{\pm} = \mp ick h_{\pm} / \varepsilon \omega;$$

$$(4.1.3)$$

где $\mu_{\pm} = 1 + 4\pi \chi_{\pm}$ — динамическая магнитная проницаемость, динамическая магнитная восприимчивость χ_{\pm} имеет вид

$$\chi_{\pm} = \frac{gM_0(\omega^2 - \omega_t^2)}{(\omega^2 - \omega_t^2)(\omega_{sk} \mp \omega/(1 \mp i\gamma)) + \omega_t^2 \omega_{me}},$$
(4.1.4)

 $\omega_{sk} = \omega_0 + \omega_{me} + g \alpha M_0 k^2$ — частота невзаимодействующих спиновых волн; $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g \left(2K/M_0 + H_i \right)$ — активация в спектре невзаимодействующих спиновых волн, $H_i = H_0 - 4\pi N M_0$ — внутреннее магнитное поле ФМД (в случае полубесконечного образца $H_i = H_0$); $\gamma = 1/g M_0 \tau$ — безразмерный параметр затухания спиновых волн, $1/\tau = 1/\tau_1 + 1/\tau_2$ [16]. Остальные параметры в выражениях соответствуют введенным в главе 3 обозначениям.

В результате решения системы (4.1.3) получаем дисперсионное уравнение, связывающее волновые векторы распространяющихся в ФМД волн с их частотой.

Дисперсионное уравнение системы (4.1.3) можно записать в виде

$$(k^2 - k_s^2) (k^2 - k_a^2) (k^2 - k_e^2) - \frac{\zeta_{me}}{\alpha} k_a^2 (k^2 - k_e^2) - \frac{\zeta_{es}}{\alpha} k_e^2 (k^2 - k_a^2) = 0,$$
(4.1.5)

где $k_s^2 = (\pm \omega - \omega_0(1 \mp i\gamma)) / [g\alpha M_0(1 \mp i\gamma)], k_e = \omega \sqrt{\varepsilon} / c, k_a = \omega / s_t - соответственно волновые числа невзаимодействующих спиновых, ЭМ и упругих волн. Безразмерные параметры <math>\zeta_{me}$, ζ_{es} и скорость поперечного звука s_t определяются выражениями, введенными в главе 3.

Решением дисперсионных уравнений (4.1.5) являются шесть значений волновых чисел, соответствующих шести связанным волнам, которые могут распространяться внутри ФМД. Значения амплитуд волн и их связь с амплитудой падающей ЭМ волны должны находиться из решения системы граничных условий.

Система граничных условий для ФМД включает в себя условия непрерывности нормальных компонент индукций магнитного и электрического полей, тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей, отсутствия напряжений и равенства нулю производной намагниченности на границах магнетика [16, 152]:

$$\mathbf{H}_{\tau}^{(e)} = \mathbf{H}_{\tau}^{(i)}, \quad \mathbf{E}_{\tau}^{(e)} = \mathbf{E}_{\tau}^{(i)}; \\
\mathbf{B}_{n}^{(e)} = \mathbf{B}_{n}^{(i)}, \quad \mathbf{D}_{n}^{(e)} = \mathbf{D}_{n}^{(i)}; \\
\sigma_{jk}^{(i)} n_{k} = 0; \\
\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_{k}} n_{k} = 0;$$
(4.1.6)

где индексами (e) и (i) обозначены величины вне и внутри $\Phi M Д$ соответственно; **п** — вектор нормали к поверхности образца.
4.2. Отражение электромагнитных волн от поверхности полубесконечного ферромагнитного диэлектрика

Пусть $\Phi M Д$ кубической симметрии занимает область полупространства z > 0. Принимая во внимание количество корней дисперсионного уравнения (4.1.5), систему граничных условий (4.1.6) на границе вакуум – полубесконечный $\Phi M Д$ в циклических компонентах можно записать как

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm};$$

$$e_{0\pm} + e_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} e_{i\pm};$$

$$ic_{44} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} u_{i\pm} + B_2 \sum_{i=1}^{3} m_{i\pm} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} m_{i\pm} = 0,$$
(4.2.1)

где поля $h_{R\pm}$, $e_{R\pm}$ определяют отраженную от поверхности магнетика ЭМ волну, $k_{i\pm}$ — решения дисперсионного уравнения (4.1.5).

Для нахождения КО ЭМВ систему уравнений (4.2.1) преобразуем таким образом, чтобы в ней остались только компоненты напряженности магнитного поля. После преобразования система граничных условий приобретает вид:

$$\sum_{i=1}^{3} h_{i\pm} = h_{0\pm} + h_{R\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} h_{i\pm} = \sqrt{\varepsilon} k_e (h_{0\pm} - h_{R\pm});$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^2 - k_e^2}{k_{i\pm}^2 - k_a^2} h_{i\pm} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(k_{i\pm}^2 - k_e^2\right) h_{i\pm} = 0.$$
(4.2.2)

КО ЭМВ правой и левой круговой поляризаций определяется формулой

$$R_{\pm} = \left| \frac{h_{R\pm}}{h_{0\pm}} \right|^2.$$
(4.2.3)

Из того факта, что любая линейно поляризованная гармоническая волна может быть представлена как суперпозиция двух волн круговой поляризации, вытекает следующее. Во-первых, коэффициент отражения плоской гармонической волны от поверхности ФМД в рассматриваемой геометрии не зависит от направления амплитуды падающей волны относительно осей x и y. Во-вторых, коэффициент отражения линейнополяризованных плоских волн может быть найден по формуле

$$R = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{h_{R+}}{h_0} \right|^2 + \left| \frac{h_{R-}}{h_0} \right|^2 \right).$$
(4.2.4)

Из условий (4.2.2) и исходной системы (4.1.3) можно получить выражение для КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ФМД

$$R = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{\Delta_{R+}}{\Delta_{0+}} \right|^2 + \left| \frac{\Delta_{R-}}{\Delta_{0-}} \right|^2 \right).$$
(4.2.5)

Здесь

$$\begin{aligned} \Delta_{R\pm} &= \left(\sqrt{\varepsilon} \, k_e + k_{1\pm}\right) \left(k_{3\pm} - k_{2\pm}\right) \left(k_a^2 - k_{3\pm}^2 - k_{2\pm}k_{3\pm} - k_{2\pm}^2\right) \times \\ &\times \left[\left(k_{1\pm}^2 - k_a^2\right) \left(k_{1\pm}^2 - k_s^2\right) - \frac{\varsigma}{\alpha} k_a^2 \right] + \text{циклическая перестановка.} \end{aligned}$$
(4.2.6)

Выражение для $\Delta_{0\pm}$ получается из (4.2.6) при замене в первых скобках суммы на разность.

Вдали от точки ОФП $\omega_0 \neq 0$ (то есть $2K/M_0 + H_0 \neq 0$) и вдали от частот ФМР ω_0 , МАР $\omega_0 + \omega_{me}$ и МСР $\omega_0 + \omega_{me} + \omega_M$ ($\omega_M = 4\pi g M_0$) выражение для КО значительно упрощается:

$$R = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_+}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_+}} \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_-}}{\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_-}} \right|^2 \right), \tag{4.2.7}$$

где магнитная проницаемость

$$\mu_{\pm} = 1 + \frac{\omega_M (1 + \gamma^2) [\omega_{s0} (1 + \gamma^2) \mp \omega + i\gamma\omega]}{(\omega_{s0} (1 + \gamma^2) \mp \omega)^2 + \gamma^2 \omega^2} = \mu'_{\pm} + i\mu''_{\pm}, \qquad (4.2.8)$$

где $\omega_{s0} = \omega_0 + \omega_{me}$. Отметим, что частоту МСР в металлах называют частотой антирезонанса [135]. Из (4.2.8) следует, что в области значений параметров ФМД

$$\omega_{s0} < \omega_M [\sqrt{\gamma^2 + 1} - \gamma]/2\gamma \tag{4.2.9}$$

и при частотах

$$\omega_1 < \omega < \omega_2, \tag{4.2.10}$$

где $\omega_{1,2} = \left[2\omega_{s0} + \omega_M \mp \sqrt{\omega_M^2 - 4\gamma^2\omega_{s0}(\omega_{s0} + \omega_M)}\right]/2$, действительная часть магнитной проницаемости μ'_+ отрицательна. Если выполняется обратное к (4.2.9) неравенство, то действительная часть магнитной

проницаемости μ'_+ положительна при любых частотах. Действительная часть магнитной проницаемости μ'_- положительна при любых значениях параметров ФМД и любых частотах. При выполнении неравенств (4.2.9) и (4.2.10) формулу (4.2.7) для КО ЭМ можно записать следующим образом:

$$R = (\varepsilon + \mu_{-})/(\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_{-}})^{2}.$$
(4.2.11)

В остальных случаях формула (4.2.7) принимает вид

144

$$R = \frac{(\varepsilon - \sqrt{\mu + \mu_{-}})^{2} + \varepsilon (\sqrt{\mu_{+}} - \sqrt{\mu_{-}})^{2}}{[\varepsilon + \sqrt{\varepsilon} (\sqrt{\mu_{+}} + \sqrt{\mu_{-}}) + \sqrt{\mu_{+}\mu_{-}}]^{2}}.$$
 (4.2.12)

Анализ поведения КО ЭМВ в зависимости от частоты, внешнего постоянного магнитного поля и параметров ФМД проведем с помощью численных расчетов. При этом воспользуемся значениями постоянных, типичными для ФМД:

$$M_0 = 500 \ \Gamma c, \quad g = 2 \cdot 10^7 \ \Gamma u/\Im, \quad \alpha = 10^{12} \ cm^2, \quad (4.2.13)$$
$$\varepsilon = 10, \quad s_t = 3 \cdot 10^5 \ cm/c, \quad \rho = 5 \ r/cm^3.$$

4.2.1. Частотная зависимость КО ЭМВ

На рис. 4.1 и 4.2 представлены зависимости КО ЭМВ от частоты вблизи (рис. 4.1) и в точке (рис. 4.2) ОФП.

Из рис. 4.1 следует, что КО ЭМВ вблизи ОФП проявляет аномалии только в области частот (4.2.10), в которой может быть отрицательной действительная часть магнитной проницаемости μ'_+ . При положительной константе анизотропии (рис. 4.1, *a*) из-за большого значения частоты ω_0 ($\omega_0 \approx \omega_M$) по сравнению с частотой ω_{me} вблизи ОФП пики, отвечающие ФМР, МАР и МСР не разрешаются. В области отрицательных μ'_{+} и малом коэффициенте затухания спиновых волн КО ЭМВ достаточно велик и практически постоянен. При увеличении затухания спиновых волн КО ЭМВ в области отрицательных μ'_{\perp} существенно уменьшается. В случае малого затухания спиновых волн перед существенным возрастанием коэффициент отражения уменьшается. Эта ситуация соответствует совпадению динамической магнитной проницаемости μ'_{+} и диэлектрической постоянной ε . При отрицательной константе анизотропии и выбранном значении магнитного поля (рис. 4.2, б) частота ω_0 меньше частоты ω_M . Это приводит к тому, что пики, отвечающие трем указанным выше резонансам, разрешаются. Величина пиков и значение КО ЭМВ в области между пиками резко уменьшаются при увеличении затухания спиновых волн. Анализ поведения коэффициента отражения в зависимости от величины постоянной магнитострикции В₂ показывает, что вблизи ОФП эта зависимость является слабой.

В точке ОФП величина КО ЭМВ имеет четко выраженные пики в области всех резонансов (рис. 4.2). В окрестности ФМР и МАР величина пиков значительно больше, чем при МСР, а в области частот



Рис. 4.1. Частотные зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика вблизи ОФП при $H_0 = 4050$ Э, $B_2 = 10^7$ эрг/см³. *a*) $K = 10^6$ эрг/см³, *б*) $K = -10^6$ эрг/см³ ($1 - \gamma = 0$; $2 - \gamma = 0,01$; $3 - \gamma = 0,1$; $4 - \gamma = 0,5$)

меньших MAP ($\omega < \omega_{me}$), значение коэффициента отражения может быть близко к единице.

Величина пика в области МСР существенно зависит от значения коэффициента затухания спиновых волн, в то время как в области первых двух резонансов эта зависимость незначительна. Из рис. 4.2, б видно, что КО ЭМВ сильно зависит от значения постоянной магнитострикции. При увеличении магнитострикции величина пика в области ФМР и МАР уменьшается. Таким образом, в точке ОФП при типичных значениях постоянной магнитострикции в большом интервале частот КО ЭМВ может быть близок к единице и практически не зависеть от коэффициента затухания спиновых волн.

Из (4.2.8) следует, что в области частот $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$ динамическая магнитная проницаемость $\mu_+ = \mu_- = \mu$, где

$$\mu = 1 + \frac{\omega_M (1 + \gamma^2) [\omega_{s0} (1 + \gamma^2) + i\gamma\omega]}{\omega_{s0}^2 (1 + \gamma^2) + \gamma^2 \omega^2} = \mu' + i\mu''.$$
(4.2.14)



Рис. 4.2. Частотные зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика в точке ОФП при $H_0 = 4000$ Э, $K = -10^6$ эрг/см³. *a*) $B_2 = 10^7$ эрг/см³, $1 - \gamma = 0$; $2 - \gamma = 0,01$; $3 - \gamma = 0,1$; $4 - \gamma = 0,5$; $5 - \gamma = 1,0$; *b*) $\gamma = 0,1$; $1 - B_2 = 10^6$ эрг/см³, $2 - B_2 = 10^7$ эрг/см³, $3 - B_2 = 10^8$ эрг/см³

В указанном приближении при $\varepsilon = \mu'$ КО ЭМВ достигает минимального значения, равного

$$R_{\min} = \frac{\mu''^2}{\left(\sqrt{\mu' + r} + \sqrt{2\mu'}\right)^2 (\mu' + r)},$$
(4.2.15)

где $r=\sqrt{\mu'^2+\mu''^2}$. Условие $arepsilon=\mu'$ при $\gamma\ll 1$ может быть записано как ω_M

$$\omega_A + \omega_H = \frac{\omega_M}{\varepsilon - 1} - \omega_{me}.$$
(4.2.16)

Отсюда следует, что коэффициент отражения может достичь минимального значения (4.2.15) только в тех веществах, в которых $\omega_M/(\varepsilon - 1) > \omega_{me}$. Это условие в ФМД выполняется практически всегда. Из (4.2.16) также видно, что управлять КО ЭМВ можно либо с помощью изменения магнитного поля (слагаемое ω_H), либо за счет изменения температуры (слагаемое ω_A). Если ФМД подвергнуть действию упругих напряжений, то тогда в (4.2.16) будет входить слагае

мое, содержащее эти напряжения. В таком случае появляется еще одна возможность управления КО ЭМВ — с помощью упругих напряжений.

Оценим, например, величину магнитного поля, при котором $R = R_{\min}$ (в приближении $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$) для типичных значений постоянных ФМД (см. выше) и $K = -10^6$ эрг/см³, $B_2 = 10^6$ эрг/см³. Подставив эти значения в (4.2.16) и выражая оттуда H_0 , получаем, что КО ЭМВ достигает минимального значения в поле $H_0 \approx 4$ кЭ. Это значение является вполне доступным с экспериментальной точки зрения. Из условия $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$ следует, что частоты, при которых может быть достигнуто существенное уменьшение КО лежат в интервале, включающем область СВЧ-диапазона ($\omega_0 + \omega_{me} \approx 10^{10}$ с⁻¹).

4.2.2. Полевая зависимость КО ЭМВ

Зависимости КО ЭМВ от величины магнитного поля при различных частотах и константах анизотропии представлены на рис. 4.3-4.5.



Рис. 4.3. Полевые зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика при различных значениях частоты падающей волны ω в с⁻¹ ($1 - 1 \cdot 10^8$; $2 - 1 \cdot 10^9$; $3 - 1 \cdot 10^{10}$; $4 - 1 \cdot 10^{11}$; $5 - 1 \cdot 10^{12}$). $K = 10^5$ эрг/см³, $B_2 = 10^7$ эрг/см³. a) $\gamma = 0.01$; б) $\gamma = 0.1$



Рис. 4.4. Полевые зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика. *a*) при различных значениях постоянной магнитострикции B_2 в эрг/см³ ($1 - 10^6$; $2 - 10^7$; $3 - 10^8$) $K = 10^5$ эрг/см³, $\omega = 1 \cdot 10^{10}$ с⁻¹, $\gamma = 0,01$; б) при различных значениях постоянной анизотропии K в эрг/см³ ($1 - 10^5$; $2 - 10^6$; $3 - 10^7$) $B_2 = 10^7$ эрг/см³, $\omega = 1 \cdot 10^{10}$ с⁻¹, $\gamma = 0,01$

Из рис. 4.3 видно, что при отрицательной константе анизотропии в интервале частот $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$ при типичных значениях постоянных магнитострикции имеет место аномальное уменьшение (вплоть до нуля) КО ЭМВ. Как следует из (4.2.15) в области полей $H_0 < \omega_A/g$ в данном интервале частот КО ЭМВ практически не зависит от величины постоянного магнитного поля. Из сравнения рис. 4.3, *a* и 4.3, *б* видно, что затухание спиновых волн при частотах $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$ слабо влияет на величину коэффициента отражения.

Анализ полевой зависимости КО ЭМВ R(H) при изменении величины постоянной магнитострикции показывает, что в области СВЧдиапазона отличие КО ЭМВ для магнитоупругих постоянных в интервале $B_2 \sim 1 \cdot 10^6 \div 1 \cdot 10^8$ эрг/см³ составляет 1–2 процента (рис. 4.4, *a*). Более сильной является зависимость R(H) от величины постоянной анизотропии (рис. 4.4, *б*).



Рис. 4.5. Полевые зависимости КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ферродиэлектрика при различных значениях частоты падающей волны ω в с⁻¹ $(1 - 1 \cdot 10^9; 2 - 1 \cdot 10^{10}; 3 - 1 \cdot 10^{11}; 4 - 1 \cdot 10^{12})$ и отрицательной константе анизотропии ($K = -10^5$ эрг/см³), $B_2 = 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0.01$

На рис. 4.5 представлена зависимость R(H) при отрицательной константе анизотропии. Видно, что в интервале частот $\omega \ll \omega_0 + \omega_{me}$ при уменьшении магнитного поля перед точкой ОФП КО ЭМВ существенно уменьшается, достигая своего минимального значения (4.2.15) при выполнении условия (4.2.16). В точке ОФП наоборот КО ЭМВ достигает максимальной величины.

4.3. Отражение электромагнитных волн от поверхности пластины ферромагнитного диэлектрика

Рассмотрим пластину $\Phi M \Pi$ кубической симметрии, занимающую область пространства 0 < z < d, основное состояние которой, как и прежде, характеризуется намагниченностью $\mathbf{M} \| \mathbf{z} \mathbf{I} \mathbf{H}_0$. Из вакуума на пластину нормально к ее поверхности z = 0 падает линейно поляризованная монохроматическая $\Im M$ волна вида (4.1.1).

Отличие данной задачи от рассмотренной в части 4.2 данной главы состоит в наличии второй границы раздела $\Phi M Д$ – вакуум (z = d). При этом внутри магнетика помимо волн, распространяющихся в одном направлении с падающей, будут распространяться волны в противоположном направлении. В ходе исследования для описания связанных волн, распространяющихся в $\Phi M Д$, были использованы материальные и дисперсионные уравнения, а также обозначения и приближения, введенные в главе 3 в части 3.2.

Пусть в области z < 0 распространяется отраженная волна \mathbf{h}_R , \mathbf{e}_R , а в области пространства z > d — прошедшая волна \mathbf{h}_d , \mathbf{e}_d . Обозначим

волны, распространяющиеся в пластине вдоль нормали к поверхности z = 0 через $h_{i\pm}$, а волны, распространяющиеся в противоположном направлении, через $h'_{i\pm}$. Тогда систему граничных условий на каждой границе пластины, с учетом (4.1.6) можно записать следующим образом.

При z = 0 (вакуум – ФМД)

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d));$$

$$e_{0\pm} + e_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} (e_{i\pm} + e'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d));$$
 (4.3.1)

$$iC_{44} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(u_{i\pm} - u'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) \right) + B_2 \sum_{i=1}^{3} \left(m_{i\pm} + m'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) \right) = 0;$$
$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(m_{i\pm} - m'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) \right) = 0.$$

При z = d (ФМД – вакуум)

$$h_{d\pm} = \sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + h'_{i\pm});$$

$$e_{d\pm} = \sum_{i=1}^{3} (e_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + e'_{i\pm});$$
(4.3.2)

$$iC_{44} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(u_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - u'_{i\pm} \right) + B_2 \sum_{i=1}^{3} \left(m_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) + m'_{i\pm} \right) = 0;$$
$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(m_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d) - m'_{i\pm} \right) = 0,$$

где k_i — корни дисперсионного уравнения (4.1.5).

Переходя в (4.3.1) и (4.3.2) к компонентам магнитного поля с помощью уравнений (4.1.3), получим следующую систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = h_{0\pm} + h_{R\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} (h_{i\pm} - h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = \sqrt{\varepsilon} k_e (h_{0\pm} - h_{R\pm});$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^2 - k_e^2}{k_{i\pm}^2 - k_a^2} (h_{i\pm} + h'_{i\pm} \exp(ik_{i\pm}d)) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(k_{i\pm}^{2} - k_{e}^{2} \right) (h_{i\pm} - h_{i\pm}' \exp\left(ik_{i\pm}d\right)) = 0; \quad (4.3.3)$$

$$\sum_{i=1}^{3} (h_{i\pm} \exp\left(ik_{i\pm}d\right) + h_{i\pm}') = h_{d\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(h_{i\pm} \exp\left(ik_{i\pm}d\right) - h_{i\pm}'\right) = \sqrt{\varepsilon} k_{e} h_{d\pm};$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^{2} - k_{e}^{2}}{k_{i\pm}^{2} - k_{a}^{2}} \left(h_{i\pm} \exp\left(ik_{i\pm}d\right) + h_{i\pm}'\right) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm} \left(k_{i\pm}^{2} - k_{e}^{2}\right) \left(h_{i\pm} \exp\left(ik_{i\pm}d\right) - h_{i\pm}'\right) = 0.$$

Система граничных условий (4.3.3) совместно с дисперсионным уравнением (4.1.5) позволяют определить КО ЭМВ от поверхности пластины ФМД (4.2.4)

$$R = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{h_{R+}}{h_{0+}} \right|^2 + \left| \frac{h_{R-}}{h_{0-}} \right|^2 \right) = (R_+ + R_-)/2, \tag{4.3.4}$$

где R_+ и R_- — коэффициенты отражения от пластины $\Phi M Д$ в случае, когда на ее поверхность падает право- или левополяризованная ЭМ волна соответственно.

В общем виде аналитическое выражение для коэффициента отражения (4.3.4), полученное из (4.1.5) и (4.3.3), громоздко и трудно для анализа. В связи с этим исследование КО ЭМВ проводилось численно.

При численном расчете КО ЭМВ от поверхности пластины $\Phi M Д$ сначала определялись из дисперсионного уравнения (4.1.5) волновые числа $k_{i\pm}$, возбуждаемых в магнетике волн правой и левой поляризаций. Полученные в результате расчета значения волновых чисел $k_{i\pm}$ подставлялись в систему линейных уравнений (4.3.3). Затем данная система решалась относительно амплитуд отраженных волн правой и левой поляризаций. Полученные значения амплитуд отраженных волн подставлялись в формулу (4.3.4), тем самым определялось значение КО ЭМВ от поверхности пластины $\Phi M Д$.

При численных расчетах использовались значения постоянных ФМД (4.2.13).

Результаты численного расчета КО ЭМВ представлены на рис. 4.6-4.17.

Прежде чем перейти к анализу полученных результатов отметим, что при распространении ЭМ волн в пластине ФМД в ней возникают стоячие волны. Поскольку ЭМ волна за счет ЭМ-спинового и МУ взаимодействий возбуждает спиновые и упругие волны, то кроме стоячих



Рис. 4.6. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0.01$. Толщина пластины d = 0.1 см. a) R_+ ; δ) R_- ; e) R. На вставках показаны размерные резонансы коэффициента отражения на упругих волнах



Рис. 4.7. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 1 см. a) R_+ ; b) R_- ; e) R. На вставках показаны размерные резонансы коэффициента отражения на упругих волнах



Рис. 4.8. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 100 см. a) R_+ ; δ) R_- ; e) R. На вставках показаны размерные резонансы коэффициента отражения на упругих волнах



Рис. 4.9. Частотная зависимость коэффициента отражения линейнополяризованной электромагнитной волны от поверхности пластины ферродиэлектрика вблизи ОФП при H = 4050 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³. Толщина пластины d = 0,1 см. $1 - \gamma = 0,01; 2 - \gamma = 0,1$

ЭМ волн в пластине могут возникать также стоячие спиновые и упругие волны. Условия установления стоячих ЭМ, спиновых и упругих волн можно определить исходя, например, из результатов главы 3. Как известно условие минимальной частоты стоячих волн определяется формулой

$$k_{i\pm}(\omega)d = \pi,\tag{4.3.5}$$

где $k_{i\pm}(\omega)$ — корни дисперсионного уравнения (4.1.5). На частотной зависимости КО ЭМВ при выполнении условий (4.3.5) могут проявляться размерные резонансы. Графический анализ решений дисперсионного уравнения (4.1.5) приводит к следующим результатам.

В области $\omega \gg \omega_M + \omega_{s0}$ первые размерные резонансы возможны при частотах

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\varepsilon \mu_{\pm}(\omega)} d, \quad \omega \approx \pi S_{\pm}(\omega) / d, \quad \omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2.$$
 (4.3.6)

В данной области можно приближенно считать, что $S_{\pm}(\omega) \approx S_t$, а $\mu_{\pm}(\omega) \approx 1$. Первое условие отвечает установлению в пластине стоячих ЭМ волн правой и левой поляризаций, второе — стоячих упругих волн таких же поляризаций, а третье — стоячих спиновых волн.

При $\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$ условия размерных резонансов имеют вид

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\varepsilon \mu_{-}(\omega)} d; \quad \omega \approx \pi S_{\pm}(\omega) / d; \quad \omega \approx g \alpha M_0 \pi^2 / d^2.$$
 (4.3.7)

Здесь также можно считать, что $S_{\pm}(\omega) \approx S_t$. Правополяризованные ЭМ волны в данном интервале частот являются нераспространяющимися, а магнитная проницаемость $\mu_{-}(\omega)$ существенно зависит от частоты (см. формулу (4.2.8)). Приближенно магнитную проницаемость $\mu_{-}(\omega)$ можно оценить по формуле: $\mu_{-}(\omega) \approx (\omega_M + 2\omega_{s0})/\omega$. Первое условие

в (4.3.7) соответствует установлению на толщине пластины левополяризованных стоячих ЭМ волн, второе — право- и левополяризованных упругих волн, а третье — стоячих спиновых волн. Таким образом, в данной области частот для правополяризованных ЭМ волн отсутствуют размерные резонансы.

Наконец, в области $\omega \ll \omega_{s0}$ частоты первых резонансов имеют вид:

$$\omega \approx \pi c / \sqrt{\varepsilon \mu_{\pm}(\omega)} d; \quad \omega \approx \pi S_{\pm}(\omega) / d.$$
 (4.3.8)

В этой области магнитная проницаемость практически не зависит от частоты: $\mu_{\pm}(\omega) \approx (\omega_{s0} + \omega_M)/\omega_{s0}$, а скорости право- и левополяризованных упругих волн $S_{\pm}(\omega)$, наоборот, могут существенно зависеть от частоты. Вдали и вблизи точки ОФП можно полагать, что $S_{\pm}(\omega) \approx S_t$, а в точке ОФП для оценки скоростей квазиупругих волн можно приближенно использовать следующие формулы: $S_+ \approx \sqrt{g\alpha M_0 \omega}$, $S_- \approx S_t \sqrt{\omega/\omega_{me}}$. В этом случае последние два условия в (4.3.8) запишутся как

$$\omega \approx g\alpha M_0 \pi^2/d^2; \quad \omega \approx S_t^2 \pi^2/\omega_{me} d^2. \tag{4.3.9}$$

Первое условие в (4.3.8) обусловливает появление в пластине стоячих право- и левополяризованных ЭМ волн, а вторые условия в (4.3.8) и условия (4.3.9) — стоячих право- и левополяризованных упругих волн, которые в точке ОФП следует рассматривать как квазиупругие (см. главу 3). При характерных значениях постоянных ФМД (4.2.13), а также, например, при $K = -10^6$ эрг/см³, $H_i \approx 4050$ Э магнитная проницаемость $\mu_{\pm}(\omega) \approx 1.2 \cdot 10^2$, а при $H_i = 4000$ Э (точка ОФП $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g (2K/M_0 + H_i) = 0) \ \mu_{\pm}(\omega) \approx 1.3 \cdot 10^4$.

В областях частот $\omega \approx \omega_M + \omega_{s0}$, $\omega \approx \omega_{s0}$, из-за сильного взаимодействия между волнами различных типов и искажения законов дисперсии связанных волн условия размерных резонансов значительно усложняются. В особенности это относится к правополяризованным волнам (см. рис. 3.2 и 3.3 в главе 3). В этих областях, а также в области $\omega \approx 0$ (в точке ОФП) волны следует рассматривать как связанные ЭМ и МУ волны, не разделяя их на ЭМ, спиновые и упругие.

Анализ проведенных численных расчетов (рис. 4.6–4.17), показывает, что при больших частотах (для значений постоянных $\Phi M \mathcal{A}$ (4.2.13) при частотах $\omega > 10^7 \div 10^9 \text{ c}^{-1}$) в выражении для магнитной восприимчивости (4.1.4) можно пренебречь слагаемым $\omega_{me}\omega_t^2$ в знаменателе, а в выражении для частоты ω_{sk} — пренебречь пространственной дисперсией. Такие приближения эквивалентны отказу от граничных условий на намагниченность и упругие напряжения. В этом случае вместо сложной задачи об исследовании связанной системы уравнений (3.2.1)–(3.2.3) можно ограничиться решением обычной электродинамической задачи с эффективной магнитной проницаемостью μ_{\pm} . Согласно части 4.2 эта проницаемость может быть записана в виде (4.2.8). Как уже было отмечено выше, в области частот (4.2.10) действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн является отрицательной. Отсюда и из главы 3 следует, что в данной области частот распространение в ФМД правополяризованных ЭМ волн невозможно.

В результате решения электродинамической задачи с учетом (4.2.8) для отношения амплитуд отраженных волн к амплитудам падающих волн получается следующее выражение:

$$\frac{h_{R\pm}}{h_{0\pm}} = \frac{(\varepsilon - \mu_{\pm})\sin(k_{\pm}d)}{(\varepsilon + \mu_{\pm})\sin(k_{\pm}d) - 2i\sqrt{\varepsilon\mu_{\pm}}\cos(k_{\pm}d)},$$
(4.3.10)

где $k_{\pm} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{\pm}} / c$. С помощью формулы (4.2.8) может быть легко получено аналитическое выражение для КО ЭМВ (4.3.4)

$$R_{\pm} = [(\varepsilon - \mu_{\pm}')^{2} + \mu_{\pm}''^{2}][4e^{-2k_{\pm}''d}\sin^{2}k_{\pm}'d + (1 - e^{-2k_{\pm}''d})^{2}] \times \\ \times \left\{ [(\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\mu_{1\pm}})^{2} + \mu_{2\pm}]^{2} + [(\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_{1\pm}})^{2} + \mu_{2\pm}]^{2}e^{-4k_{\pm}''d} - \\ - 2e^{-2k_{\pm}''d}\cos 2k_{\pm}'d[(\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\mu_{1\pm}})^{2} - 6\varepsilon\mu_{2\pm} + \mu_{2\pm}(\mu_{2\pm} + 2\mu_{1\pm})] - \\ - 8\sqrt{\mu_{2\pm}\varepsilon}e^{-2k_{\pm}''d}\sin k_{\pm}'d(\varepsilon - \mu_{2\pm}) \right\}^{-1}, \quad (4.3.11)$$

где $\mu_{1\pm} = \left(\sqrt{\mu_{\pm}^{\prime 2} + \mu_{\pm}^{\prime \prime 2}} + \mu_{\pm}^{\prime}\right) / 2, \quad \mu_{2\pm} = \left(\sqrt{\mu_{\pm}^{\prime 2} + \mu_{\pm}^{\prime \prime 2}} - \mu_{\pm}^{\prime}\right) / 2,$ $k_{\pm}^{\prime} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{1\pm}} / c, \quad k_{\pm}^{\prime \prime} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{2\pm}} / c.$

4.3.1. Частотная зависимость отражения

На рис. 4.6–4.13 приведены частотные зависимости коэффициента отражения для трех значений толщины пластины. Рис. 4.6–4.9 соответствуют случаю, когда ФМД находится вблизи точки ОФП, а рис. 4.10–4.13 — случаю, когда ФМД находится в точке ОФП.

Из рис. 4.6, *a*-4.8, *a* следует, что вблизи точки ОФП на частотной зависимости коэффициента отражения правополяризованных волн имеются три характерные области. В области высоких частот ($\omega > 10^{11} \text{ c}^{-1}$) наблюдается обычное поведение коэффициента отражения, характерное при наличии в пластине размерных резонансов ЭМ волн — «гребенка» чередующихся максимумов и минимумов (рис. 4.6, *a*-4.7, *a*). Частоту первого размерного резонанса можно оценить по формуле (4.3.6). При характерных значениях постоянных ФМД (4.2.13), а также при $K = -10^6$ эрг/см³, $H_i = 4050$ Э (при таких значениях константы анизотропии и магнитного поля построены рис. 4.6-4.8) частота $\omega_M + \omega_{s0} \approx 1.2 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, а частота $\omega_{s0} \approx 1 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$. Для пластины толщиной d = 0,1 см условия (4.3.6) выполняются при $\omega \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, а для пластины толщиной d = 1 см — при $\omega \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$. Поскольку в последнем случае частота первого резонанса приходится на область отрицательной магнитной проницаемости (4.2.10), где невозможно распространение правополяризованных волн, то размерные резонансы должны начинаться с частоты,

совпадающей с верхней границей в (4.2.10). Эти оценки хорошо согласуются с рис. 4.6, *a*, 4.7, *a*. При больших толщинах пластины размерные резонансы при высоких частотах отсутствуют (рис. 4.8, *a*) — для ЭМ волны такой частоты «толстые» пластины становятся «полубесконечными». Более точный анализ показывает, что и в толстых пластинах при высоких частотах коэффициент отражения осциллирует, однако амплитуда осцилляций является очень малой.

В области частот (4.2.10) ($\omega \sim 10^9 - 10^{11} \text{ c}^{-1}$) КО ЭМВ сильно зависит от толщины пластины. При малых толщинах пластины в числителе выражения (4.3.11) можно разложить в ряд синус и экспоненту и ограничиться первыми членами. В этом случае коэффициент отражения становится пропорционален квадрату толщины пластины. Зависимость коэффициента отражения от толщины пластины в области частот (4.2.10) хорошо прослеживается на рис. 4.6–4.8. Из (4.3.7) следует, что в области частот (4.2.10) для правополяризованных волн размерные резонансы отсутствуют. Это подтверждается численными расчетами (рис. 4.6–4.8). При малом затухании спиновых волн и больших толщинах пластины коэффициент отражения правополяризованных волн в области (4.2.10) близок к единице и практически не зависит от частоты (рис. 4.7, *a*).

При приближении к краям области (4.2.10) слева и справа коэффициент отражения правополяризованных волн резко возрастает. Это можно объяснить следующим образом. В области частот (4.2.10) действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн отрицательна. Левее нижней границы данной области действительная и мнимая части магнитной проницаемости правополяризованных волн положительны и сильно возрастают при приближении к частоте $\omega_{s0} = \omega_0 + \omega_{me}$. Согласно (4.3.11) в этом случае коэффициент отражения правополяризованных волн резко увеличивается — вплоть до единицы при малом затухании спиновых волн.

Наоборот, при подходе к правой границе (4.2.10) действительная и мнимая части магнитной проницаемости правополяризованных волн значительно уменьшаются. Из (4.3.11) следует, что это также приводит к резкому возрастанию коэффициента отражения правополяризованных волн.

На еще более низких частотах ($\omega < 10^9 \text{ c}^{-1}$) пластина является «прозрачной» для ЭМ волн, поскольку длина волны $\lambda \simeq c/\omega$ на этих частотах превосходит толщину пластины (рис. 4.6–4.8). С возрастанием толщины пластины область «прозрачности» смещается в сторону все более низких частот (см. рис. 4.6 и 4.8).

При увеличении толщины пластины левее области (4.2.10) могут выполниться условия размерного резонанса правополяризованных ЭМ волн. Для пластины толщиной d = 1 см из (4.3.8) следует, что первый размерный резонанс правополяризованных волн должен иметь место при $\omega \approx 1 \cdot 10^9$ с⁻¹. Это действительно согласуется с численными результатами на рис. 4.6, *a*-4.8, *a*.

Из (4.2.8) видно, что магнитная проницаемость левополяризованных волн всегда положительна и вблизи точки ОФП намного превосходит единицу. Она уменьшается при увеличении частоты. При некоторой частоте магнитная проницаемость левополяризованных волн сравнивается по величине с диэлектрической проницаемостью. Это приводит к уменьшению коэффициента отражения левополяризованных волн на данной частоте (4.3.11). Такой ситуации отвечает первый широкий минимум (после первого максимума) на рис. 4.6, 6-4.7, б и последний широкий минимум на рис. 4.8, б на коэффициенте отражения левополяризованных волн. Дальнейшие минимумы на коэффициенте отражения левополяризованных волн (рис. 4.6, 6-4.7, 6) отвечают размерным резонансам ЭМ волн. Частота первого резонанса согласуется с оценкой по формуле (4.3.6): для пластины толщиной d = 0,1 см условия (4.3.6) выполняются при $\omega \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, а для пластины толщиной d = 1 см - 1при $\omega \approx 3 \cdot 10^{10}$ с⁻¹. При больших толщинах пластины размерные резонансы левополяризованных ЭМ волн проявляются на все меньших частотах, исчезая при высоких частотах (рис. 4.8, б). Это также согласуется с оценкой первого размерного резонанса по формуле (4.3.8): для пластины d = 100 см условия (4.3.8) выполняются при $\omega \approx 3 \cdot 10^7$ с⁻¹. Величина первого максимума коэффициента отражения левополяризованных волн растет с увеличением толщины пластины (см. рис. 4.6, б-4.8, б). С увеличением толщины пластины уменьшается также интервал частот, при которых пластина является прозрачной для левополяризованных ЭМ волн.

В коэффициенте отражения линейнополяризованной волны в области частот (4.2.10) на особенности, обусловленные вкладом от коэффициента отражения правополяризованных волн, накладываются особенности от коэффициента отражения левополяризованных волн (рис. 4.6, *в*-4.8, *в*). Из-за несовпадения частот размерных резонансов для право- и левополяризованных волн коэффициент отражения линейнополяризованной волны осциллирует с существенно меньшей амплитудой, чем коэффициенты отражения право- и левополяризованных волн.

При увеличении магнитного поля (при отходе от точки ОФП) увеличивается частота спиновых волн ω_0 . Это приводит к сужению области (4.2.10) и к сглаживанию описанных выше особенностей в поведении КО ЭМВ. Увеличение коэффициента затухания спиновых волн приводит к уменьшению величины пиков коэффициентов отражения право-, лево- и линейнополяризованных волн (рис. 4.9).

Как следует из вставок на рис. 4.6–4.8 на частотной зависимости КО при низких частотах имеется еще целый ряд очень узких пиков. Согласно приведенным выше оценкам частоты первого размерного резонанса по формуле (4.3.8) эти пики обусловлены резонансным поведением магнитной восприимчивости на упругих волнах. Действительно, в случаях толщины пластины d = 0,1;1;100 см условия первых размерных резонансов упругих волн при низких частотах вблизи точки ОФП

 $(K = -10^6$ эрг/см³, $H_i = 4050$ Э) будут выполняться при $\omega \approx 9 \cdot 10^6$; $9 \cdot 10^5$; $9 \cdot 10^3$ с⁻¹ соответственно.

Из рис. 4.6-4.8 следует, что данные пики проявляются именно только при низких частотах (в области пересечения невзаимодействующих ветвей колебаний), где взаимодействие между ЭМ, спиновыми и упругими колебаниями максимально (см. главу 3). Справа и слева от этой частотной области величина пиков размерных акустических резонансов резко уменьшается и практически равна нулю вдали от нее. Поскольку взаимодействие между левополяризованными ЭМ и упругими волнами со спиновыми волнами вблизи ОФП слабее, чем между правополяризованными ЭМ и упругими волнами со спиновыми волнами, то величина размерных акустических резонансов на коэффициенте отражения левополяризованных волн меньше, чем на коэффициенте отражения правополяризованных волн. Величина акустических резонансов также сильно зависит от коэффициента затухания спиновых волн: при увеличении коэффициента затухания амплитуда пиков уменьшается. При отходе от точки ОФП уменьшается динамический параметр МУ связи, что приводит практически к исчезновению размерных резонансов на акустических волнах.

В точке ОФП частотная зависимость КО ЭМВ несколько иная (рис. 4.10-4.12). В области высоких частот изменение в поведении коэффициента отражения практически незаметно. В области же низких частот это изменение является значительным. Во-первых, ФМД становится непрозрачным в широкой области низких частот ($\omega < 10^9 \ {
m c}^{-1}$), при которых он был прозрачным вблизи и вдали от точки ОФП. Это объясняется тем, что в точке ОФП существенно уменьшаются скорости упругих и ЭМ волн, а значит и длина этих волн (см. главу 3). Вовторых, в области низких частот имеется ряд острых пиков, которые обусловлены размерными акустическими резонансами (рис. 4.10-4.12). Положение этих резонансов зависит от толщины пластины: при уменьшении толщины пластины частота первых резонансов увеличивается (см. рис. 4.10-4.12). Оценки по формулам (4.3.7), (4.3.8) приводят к следующим значениям частот первых размерных акустических резонансов. При значениях параметров $\Phi M Д$ (4.2.13) и $K = -10^6$ эрг/см³, $H = 4000 \ \Im$ в случаях пластин толщиной d = 0,1; 1; 100 см в области частот $\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$ условия размерных акустических резонансов будут выполняться, начиная с частот $\omega \approx 1 \cdot 10^7$ с⁻¹, а в области частот $\omega \ll \omega_{s0}$ — с частот $\omega \approx 10^7$; 10⁵; 10 с⁻¹ для левополяризованных акустических волн, соответственно. Данные оценки хорошо подтверждаются результатами численных расчетов (рис. 4.10-4.12). Отсутствие акустических резонансов на коэффициенте отражения правополяризованных волн в области сверхнизких частот $\omega \ll \omega_{s0}$, повидимому, можно объяснить тем, что условия их установления выполняются для аномально низких частот, и в масштабах рис. 4.10-4.12 они не проявляются. Следует отметить также, что правополяризованные акустические волны в точке ОФП становятся сильнозатухающими, что

160



Рис. 4.10. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 0,1 см. a) R_+ ; δ) R_- ; e) R



Рис. 4.11. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 1 см. a) R_+ ; b) R_- ; e) R



Рис. 4.12. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 100 см. a) R_+ ; δ) R_- ; e) R

также может привести к отсутствию резонансов акустических волн при сверхнизких частотах [452].

Размерные резонансы право- и левополяризованных ЭМ волн в точке ОФП также проявляются на частотных зависимостях КО. В области высоких частот условия первых размерных резонансов ЭМ волн практически совпадают с аналогичными условиями размерных резонансов для случая вблизи точки ОФП, определенных выше по формулам (4.3.6), (4.3.7). При более низких частотах формула (4.3.8), примененная к точке ОФП, приводит к следующим оценкам частот первых размерных резонансов ЭМ волн. Для пластин толщиной d = 0,1 и 1 см данные резонансы отсутствуют, а для пластины толщиной d = 100 см условия первых резонансов должны выполняться при $\omega \approx 3 \cdot 10^6$ с⁻¹. Эти оценки совпадают с результатами численных расчетов, представленных на рис. 4.10–4.12.

Согласно (4.1.4) особенности восприимчивости для право- и левополяризованных волн имеют место на разных частотах. В связи с этим пики акустических резонансов для этих волн на кривых зависимости коэффициента отражения разнесены по частоте (рис. 4.10, a и 4.10, b). Амплитуда первых акустических резонансов максимальна, амплитуда же следующих резонансов резко убывает с увеличением номера резонанса.

Расстояние между резонансами уменьшается с увеличением частоты. В интервале частот между акустическими резонансами право- и левополяризованных волн коэффициент отражения линейнополяризованных волн может принимать аномально малые значения (рис. 4.10, *в*-4.11, *в*).

Из рис. 4.10-4.12 следует, что перед первым размерным резонансом на коэффициенте отражения правополяризованных волн и после первого максимума на коэффициенте отражения левополяризованных волн имеется широкий минимум. Его положение зависит от толщины пластины: при увеличении толщины пластины он смещается в область низких частот. Такое поведение коэффициента отражения правои левополяризованных волн может быть объяснено формулой (4.1.4). Из (4.1.4) следует, что в области низких частот в точке ОФП восприимчивость ФМД намного превосходит единицу. В числителе (4.1.4) имеется множитель $\omega^2 - \omega_t^2$, который может при некоторой частоте привести к существенному уменьшению динамической магнитной проницаемости, вплоть до нуля. При этом может выполниться условие равенства магнитной и диэлектрических проницаемостей ФМД. В этом случае КО ЭМВ существенно уменьшается (в идеальном случае до нуля). Поскольку из рис. 4.10-4.12 следует, что указанный минимум имеет место на частотах вблизи размерных резонансов, то для оценки частоты этого минимума можно воспользоваться приближенной формулой: $\omega = \omega_t = S_t k \approx S_t \pi/d$. При толщинах пластины d = 0,1; 1;100 см и учете (4.2.13) получается, что рассматриваемый минимум коэффициента отражения должен наблюдаться на частотах $\omega \approx 10^7$; 106; 104 с-1. Эти оценки хорошо согласуются с положением первых



Рис. 4.13. Частотная зависимость коэффициента отражения линейнополяризованной электромагнитной волны от поверхности пластины ферродиэлектрика в точке ОФП при H = 4000 Э, $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³. Толщина пластины d = 0,1 см. $1 - \gamma = 0,01; 2 - \gamma = 0,1$

широких минимумов на коэффициенте отражения право- и левополяризованных волн на рис. 4.10–4.12. Из-за большей ширины минимума коэффициента отражения правополяризованных волн в нем имеют место несколько резонансов коэффициента отражения левополяризованных волн (ср., например, рис. 4.11, *а* и 4.11, *б*). Это проявляется и на частотной зависимости коэффициента отражения линейнополяризованной волны (рис. 4.11, *в*).

При увеличении толщины пластины возрастает величина КО ЭМВ в области сверхнизких частот — $\Phi M Д$ для таких частот становится все более непрозрачным. Согласно (4.3.8) размерные резонансы на квазиупругих волнах при больших толщинах пластины могут проявиться и на сверхнизких частотах. Это подтверждается численными расчетами при толщинах пластины $d \ge 100$ см. Увеличение коэффициента затухания приводит к уменьшению величины пиков, в то время как в области между пиками это увеличение не приводит к существенному изменению КО ЭМВ (рис. 4.13).

4.3.2. Полевые зависимости отражения

Полевые зависимости КО ЭМВ приведены на рис. 4.14-4.17.

Анализ представленных полевых зависимостей показывает, что все особенности на них также обусловлены аномальным поведением динамической магнитной восприимчивости (4.1.4) и размерными резонансами.

Как отмечалось выше, в области высоких частот при анализе поведения коэффициента отражения можно пользоваться выражениями (4.2.8) и (4.3.11). Из (4.2.8) следует, что магнитная проницаемость правополяризованных ЭМ волн резонансно возрастает при значении магнитного поля, определяемого формулой

$$H_r = \frac{\omega - (1 + \gamma^2)(\omega_A + \omega_{me})}{g(1 + \gamma^2)}.$$
 (4.3.12)

Отсюда следует, что резонанс коэффициента отражения правополяризованных ЭМ волн возможен только при частотах

$$\omega \ge \omega_3 = (1 + \gamma^2)(\omega_A + \omega_{me}). \tag{4.3.13}$$

Из (4.2.8) также следует, что в области магнитных полей

$$H_2 < H < H_1, \tag{4.3.14}$$

где

$$H_{1,2} = \left[2\omega - (2\omega_A + 2\omega_{me} + \omega_M)(1 + \gamma^2) \pm \sqrt{\omega_M^2 (1 + \gamma^2)^2 - 4\omega^2 \gamma^2} \right] / 2g(1 + \gamma^2),$$

действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных ЭМ волн отрицательна. В данном интервале магнитных полей правополяризованные ЭМ волны являются нераспространяющимися.

Значения магнитных полей, при которых возникают размерные резонансы ЭМ волн, следуют из формулы (4.3.5), которую можно записать в виде

$$\mu_n(H) = \frac{\pi^2 c^2 n^2}{\omega^2 \varepsilon d^2}.$$
(4.3.15)

Формулы (4.3.12)-(4.3.15) позволяют объяснить численно рассчитанные полевые зависимости КО ЭМВ (рис. 4.14-4.17).

На рис. 4.14-4.15 представлены полевые зависимости КО ЭМВ при $K = 1 \cdot 10^5$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³ для нескольких значений частоты. Из (4.3.13) с учетом (4.2.13) следует, что при низких частотах $(\omega < 10^9 \text{ c}^{-1})$ при любых магнитных полях не выполняется условие резонанса магнитной проницаемости правополяризованных волн (4.3.12). Из (4.2.8) и (4.3.14) также следует, что при низких частотах действительная часть магнитной проницаемости правополяризованных волн монотонна и всегда положительна. Магнитная проницаемость левополяризованных волн при любых частотах положительна, не имеет резонансных особенностей и монотонна. При низких частотах значения магнитной проницаемости μ_{\pm} могут превосходить значения диэлектрической проницаемости ε . Таким образом, при низких частотах на полевой зависимости коэффициента отражения не должно наблюдаться резких особенностей. В этом случае единственный минимум на полевых зависимостях коэффициента отражения право- и левополяризованных волн $R_+(H)$ должен отвечать выполнению условия $\varepsilon = \mu_+$.



Рис. 4.14. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при $K = 1 \cdot 10^5$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 0,1 см. a) R_+ ; b) R_- ; b) R. Частота ЭМВ ω в с⁻¹: $1 - 1 \cdot 10^9$, $2 - 1 \cdot 10^{10}$, $3 - 1 \cdot 10^{11}$, $4 - 1 \cdot 10^{12}$



Рис. 4.15. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при $K = 1 \cdot 10^5$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 1 см. a) R_+ ; b) R_- ; b) R. Частота ЭМВ ω в с⁻¹: $1 - 1 \cdot 10^9$, $2 - 1 \cdot 10^{10}$, $3 - 1 \cdot 10^{11}$, $4 - 1 \cdot 10^{12}$



Рис. 4.16. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при $K = -1 \cdot 10^5$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 0,1 см. a) R_+ ; b) R_- ; e) R. Частота ЭМВ ω в с⁻¹: $1 - 1 \cdot 10^9$, $2 - 1 \cdot 10^{10}$, $3 - 1 \cdot 10^{11}$, $4 - 1 \cdot 10^{12}$



Рис. 4.17. Полевая зависимость КО ЭМВ от поверхности пластины ферродиэлектрика при $K = -1 \cdot 10^5$ эрг/см³, $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³, $\gamma = 0,01$. Толщина пластины d = 0,1 см. Частота ЭМВ $\omega = 1,79 \cdot 10^7$ с⁻¹. $1 - R_+$; $2 - R_-$; 3 - R

При выполнении последнего условия КО ЭМВ практически обращается в нуль. Этому соответствуют минимумы на рис. 4.14, *a*-4.14, *б* и 4.15, *a*-4.15, *б* при низких частотах. Как показывают численные расчеты, при частотах $\omega < \omega_3 \approx 8 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ КО ЭМВ аномально мал для всех значений магнитного поля.

При высоких частотах ($\omega > 1 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$) условие (4.3.12) выполняется. Резонансное возрастание правополяризованной магнитной проницаемости при $H = H_r$ (4.3.12) проявляется на $R_+(H)$ в виде либо неглубокого минимума при $\omega = 1 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ и d = 0,1 см на рис. 4.14, *a*, либо в виде резкого уменьшения коэффициента отражения в остальных случаях на рис. 4.14, а и 4.15, а. Широкий и глубокий минимум на кривой $R_{+}(H)$ по-прежнему отвечает равенству $\varepsilon = \mu_{+}$. Для левополяризованных ЭМ волн магнитная проницаемость на высоких частотах близка к единице. В связи с этим для них не может выполниться условие равенства магнитной и диэлектрической проницаемостей. При больших частотах выполняются условия размерных резонансов (4.3.15). Это проявляется на кривых коэффициента отражения правополяризованных волн в виде нескольких узких минимумов (рис. 4.14, *a*-4.16, *a*), а на кривых коэффициента отражения левополяризованных волн в виде нескольких широких минимумов (рис. 4.15, б). Резкое возрастание коэффициента отражения правополяризованных волн при $\omega = 1\cdot 10^{10}~{
m c}^{-1}$ и $\omega = 1 \cdot 10^{11}$ с⁻¹ (кривые 2 и 3 на рис. 4.14, a) в области малых полей обусловлено отрицательностью действительной части магнитной проницаемости (4.3.15). При высоких частотах ($\omega = 1 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$) увеличение коэффициента отражения вне резонансных значений обусловлено уменьшением длины ЭМ волны — пластина становится все менее прозрачной для таких длин волн.

При отрицательной константе анизотропии условие (4.3.12) может выполняться и при низких частотах. В этом случае на кривых $R_+(H)$ вблизи точки ОФП при низких частотах появляются резонансные особенности в виде резких пиков (рис. 4.16, *a*). При низких частотах на полевых зависимостях КО ЭМВ могут проявиться особенности, обусловленные размерными резонансами магнитной восприимчивости (4.1.4) на звуковых волнах. Этим резонансам отвечают пики КО ЭМВ на рис. 4.17.

4.4. Отражение электромагнитных волн от структуры ферромагнитный диэлектрик-металл

Рассмотрим двухслойную структуру, состоящую из плоского слоя $\Phi M \mathcal{A}$ кубической симметрии толщиной d, расположенного на полупространстве ($d < z < \infty$) из немагнитного металла. Структура помещена в магнитное поле $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{z}$. В основном состоянии в $\Phi M \mathcal{A}$ намагниченность $\mathbf{M} \| \mathbf{z}$. Как и ранее предположим, что из вакуума на данную структуру нормально падает линейно поляризованная ЭМ волна вида (4.1.1).

4.4.1. Спектры связанных колебаний и граничные условия

При исследовании КО ЭМВ от двухслойной структуры как и прежде воспользуемся связанной системой уравнений Максвелла, Ландау– Лифшица и теории упругости для каждого отдельного слоя совместно с граничными условиями для векторов ЭМ поля, намагниченности и тензора упругих напряжений на свободных поверхностях слоев и границе раздела между слоями. Данная система связанных уравнений и граничных условий позволяет получить в каждом слое спектр элементарных возбуждений, скорости распространения этих возбуждений, тензор динамической магнитной проницаемости и КО ЭМВ.

Линеаризованная система уравнений Ландау–Лифшица, Максвелла и теории упругости для ФМД имеет вид (3.2.1)–(3.2.3), а для немагнитного металла она может быть записана как

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$
$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0;$$
$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{c} \left[\mathbf{j}, \mathbf{B}_0 \right]_i.$$
(4.4.1)

Здесь **H**, **E** — напряженности магнитного и электрического полей соответственно; c — скорость света в вакууме; $\mathbf{j}=\mathbf{j}_{cM}+\mathbf{j}_n$, $\mathbf{j}_{cM}=(\partial \mathbf{D}/\partial t)/4\pi$ — плотность тока смещения, $\mathbf{D}=\widehat{\varepsilon}_m (\mathbf{E}+[\partial \mathbf{u}/\partial t,B_0]/c)$ — индукция электрического поля, $\widehat{\varepsilon}_m$ — тензор диэлектрической проницаемости металла (для металла полагаем, что $\widehat{\varepsilon}_m = \varepsilon_m \delta_{ij}$), $\mathbf{j}_n = \widehat{\sigma} (\mathbf{E} + [\partial \mathbf{u}/\partial t, \mathbf{B}_0]/c)$ — плотность тока проводимости, $\widehat{\sigma}$ — тензор электропроводности (при наличии магнитного поля в немагнитном металле в тензоре электропроводности $\widehat{\sigma}$ учитываются как диагональные (диссипативные), так и недиагональные (холловские)

компоненты [138]), **B**₀ — постоянная индукция магнитного поля; ρ — плотность вещества; **u** — вектор смещения; $\sigma_{ik} = \partial F / \partial u_{ik}$ тензор напряжений; F — плотность свободной энергии немагнитного металла ((3.1.1) при $F_m = F_{me} = 0$, а также **M** = 0).

Решения систем (3.2.1)-(3.2.3) и (4.4.1) находим в виде плоских волн. Системы уравнений (3.2.1)-(3.2.3) и (4.4.1), после линеаризации и перехода к циклическим переменным, запишутся для ФМД как (4.1.3), а для металла примут вид:

$$u_{\pm} = \mp i \frac{\xi_{ea}\omega_t^2 \omega}{[\omega_{e\pm}(\omega^2 - \omega_t^2) \pm \xi_{ea}\omega_t^2 \omega]} \frac{1}{B_0 k} h_{\pm};$$

$$h_{\pm} = i \frac{\omega}{\omega \mp \omega_{e\pm}} B_0 k u_{\pm},$$
(4.4.2)

где $\omega_t = S_t k$ — закон дисперсии невзаимодействующих поперечных упругих волн, $S_t = (c_{44}/\rho)^{1/2}$ — скорость поперечного звука, c_{44} — модуль упругости; $\omega_{e\pm} = c^2 k^2/4\pi\sigma_{\pm}$ — закон дисперсии невзаимодействующих ЭМ волн, $\sigma_{\pm} = \sigma_{xy} \pm i\sigma_{xx}$ — эффективная проводимость, $\sigma_{xx} = \gamma_{el} (\sigma_0 - i\varepsilon_m/4\pi), \sigma_{xy} = \gamma_{el}\sigma_0\tau_{el}\omega_B, \sigma_0 = e^2\tau_{el}N_e/m_e$ — проводимость металла в отсутствие внешнего магнитного поля, $\gamma_{el} = (1 + \tau_{el}^2\omega_B^2)^{-1}$ — коэффициент затухания ЭМ волн в металле, τ_{el} — время релаксации электронов, $\omega_B = eB_0/m_ec$ — циклотронная (ларморовская) частота, e — заряд электрона, m_e — масса электрона, N_e — плотность числа электронов в зоне проводимости; $\xi_{ea} = H_0^2/4\pi S_t^2\rho$ — безразмерный параметр акусто-ЭМ взаимодействия.

Решая системы уравнений (3.2.1)–(3.2.3) и (4.4.1), можно получить дисперсионные уравнения связанных колебаний для каждого слоя. Для ФМД его можно записать как (4.1.5), а для металла в виде

$$(k^{2} - k_{a}^{2}) (k^{2} \mp k_{e\pm}^{2}) \mp \xi_{ea} k_{e\pm}^{2} k^{2} = 0, \qquad (4.4.3)$$

где $k_a = \omega/S_t$, $k_{e\pm} = (4\pi\omega\sigma_{\pm})^{1/2}/c$ — волновые числа невзаимодействующих упругих и ЭМ волн, соответственно.

Значение амплитуд связанных волн, распространяющихся внутри ФМД и немагнитного металла, и их связь с амплитудой падающей ЭМ волны находятся из решения системы граничных условий.

Граничные условия, для слоистой структуры типа ФМД-немагнитный металл представляют собой условия непрерывности тангенциальных составляющих векторов напряженности и нормальных компонент векторов индукции электрического и магнитного полей на границах раздела, отсутствия напряжений на поверхности вакуум-ФМД, а на жестко связанной между собой поверхности раздела ФМД-металл — непрерывности механических напряжений в каждой точке границы, равенства нулю производной намагниченности на поверхности вакуум-ФМД и на границе раздела ФМД-металл.

При прохождении слоя $\Phi M \square$ фаза всех волн будет изменяться на величину $\exp(ik_{i\pm}d)$. Будем полагать на границе z = 0 фазу волн, распространяющихся по оси z, равной нулю, а на границе z = d поло-

жим равной нулю фазу волн, распространяющихся в противоположном направлении.

Решением дисперсионных уравнений (4.1.5), (4.4.3) являются шесть значений волновых чисел $k_{i\pm}^I$ (i = 1...6), соответствующих шести связанным волнам, которые могут распространяться внутри ФМД (здесь и далее по тексту индекс I соответствует ФМД, а II немагнитному металлу), и четыре значения волновых чисел $k_{i\pm}^{II}$ (i = 1...4), соответствующих четырем связанным волнам, которые могут распространяться внутри немагнитного металла. При этом граничные условия для систем уравнений (3.2.1)–(3.2.3) и (4.4.1) после перехода к компонентам переменного магнитного поля с помощью уравнений (4.1.3) и (4.4.2), примут следующий вид.

Граница вакуум-ФМД:

$$h_{0\pm} + h_{R\pm} = \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{I} + \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{I'} e^{ik_{i\pm}^{I}d};$$

$$k_{e}\sqrt{\varepsilon_{2}} (h_{0\pm} - h_{R\pm}) = \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}^{I} \left(h_{i\pm}^{I} - h_{i\pm}^{I'} e^{ik_{i\pm}^{I}d}\right);$$

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^{I^{2}} - k_{e}^{I^{2}}}{k_{i\pm}^{I^{2}} - k_{a}^{I^{2}}} \left(h_{i\pm}^{I} + h_{i\pm}^{I'} e^{ik_{i\pm}^{I}d}\right) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}^{I} \left(k_{i\pm}^{I^{2}} - k_{e}^{I^{2}}\right) \left(h_{i\pm}^{I} - h_{i\pm}^{I'} e^{ik_{i\pm}^{I}d}\right) = 0.$$
(4.4.4)

Граница ФМД-металл:

$$\sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{I} e^{ik_{i\pm}^{I}d} + \sum_{i=1}^{3} h_{i\pm}^{I}' = \sum_{i=1}^{2} h_{i\pm}^{II};$$

$$\frac{1}{k_{e}^{I}\sqrt{\varepsilon_{2}}} \sum_{i=1}^{3} k_{i\pm}^{I} \left(h_{i\pm}^{I} e^{ik_{i\pm}^{I}d} - h_{i\pm}^{I}'\right) = \frac{ck_{e\pm}^{II\,2}}{4\pi\sigma_{\pm}} \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{k_{i\pm}^{II}} h_{i\pm}^{II};$$

$$\frac{k_{a}^{I2}}{k_{e}^{I2}} \sum_{i=1}^{3} \frac{k_{i\pm}^{I\,2} - k_{e}^{I2}}{k_{i\pm}^{I\,2} - k_{a}^{I2}} \left(h_{i\pm}^{I} e^{ik_{i\pm}^{I}d} + h_{i\pm}^{I}'\right) =$$

$$= \pm \xi k_{e\pm}^{2} \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{k_{i\pm}^{II\,2} - k_{a}^{I2}} \left(h_{i\pm}^{I} e^{ik_{i\pm}^{I}d} - h_{i\pm}^{I}'\right) =$$

$$= \pm \xi \Theta k_{e\pm}^{2} \left(k_{i\pm}^{I\,2} - k_{a}^{I2}\right) \left(h_{i\pm}^{I} e^{ik_{i\pm}^{I}d} - h_{i\pm}^{I}'\right) =$$

$$= \pm \xi \Theta k_{e\pm}^{2} \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{k_{i\pm}^{II}} \left(k_{i\pm}^{II\,2} - k_{a}^{II\,2} + \xi_{ea}k_{e\pm}^{II\,2}\right) h_{i\pm}^{II},$$

где компоненты $h_{R\pm}$ определяют отраженную от поверхности структуры ЭМ волну; волны, распространяющиеся по нормали к поверхностям сред, образующих слоистую структуру, и в противоположном направлении обозначены через $h_{i\pm}^{I,II}$ и $h_{i\pm}^{I,II'}$ соответственно, $\xi = B_0 M_0/B_2$, $\Theta = c_{44}^{I}/c_{44}^{II}$.

Коэффициент отражения ЭМ волны правой или левой поляризации определяется формулой (4.2.3). Поскольку любая линейнополяризованная волна может быть представлена как суперпозиция двух волн круговой поляризации, то коэффициент отражения линейнополяризованных ЭМ волн в данной геометрии может быть найден по формуле (4.2.4).

Как уже было отмечено выше, формула (4.2.4) является сложной для аналитического анализа, поэтому расчет КО ЭМВ проводился численно.

Численный расчет КО ЭМВ от поверхности рассматриваемой слоистой структуры $\Phi M \square$ -металл был проведен путем последовательного вычисления из дисперсионных уравнений (4.1.5) и (4.4.3) волновых векторов $k_{i\pm}^I$ и $k_{i\pm}^{II}$ возбуждаемых в $\Phi M \square$ и металле волн правой и левой поляризации. Дисперсионные уравнения (4.1.5) и (4.4.3) представляют собой, в случае $\Phi M \square$, полином шестой степени, а в случае металла — полином четвертой степени относительно волновых векторов распространяющихся связанных волн. При расчете предполагалось, что направление падающих ЭМ волн и волн, возбуждаемых в средах, является всегда нормальным к поверхностям образцов, образующих слоистую структуру. Исходя из этого, задачу о КО ЭМВ удобно решать по отдельности для волн каждой поляризации.

Полученные в результате расчета значения волновых векторов $k_{i\pm}^I$ и $k_{i\pm}^{II}$ подставлялись в системы линейных уравнений (4.4.4)–(4.4.5), вытекающих из граничных условий на границах раздела рассматриваемых сред. Переменными в этом случае являются амплитуды волн $(h_{i\pm}^I, h_{i\pm}^{II}, h_{i\pm}^{II})$, возбуждаемых в $\Phi M Д$ и металле, а также амплитуды отраженной волны $h_{R\pm}$. Решая системы линейных уравнений (4.4.4)–(4.4.5) относительно амплитуд отраженных волн правой и левой поляризаций можно вычислить по формулам (4.2.3)–(4.2.4) КО ЭМВ.

При численном расчете использовались следующие значения констант, входящих в уравнения (4.2.3)–(4.2.4): для ФМД были выбраны параметры, определяемые выражением (4.2.13), для металла

$$\rho = 7 \text{ } \text{r/cm}^3, \quad S_t = 6 \cdot 10^5 \text{ } \text{cm/c}, \quad \varepsilon_m = 1,$$

$$\tau_{el} = 10^{-10} \text{ } \text{c}, \quad N_e = 10^{22} \text{ } \text{cm}^{-3}.$$
 (4.4.6)

4.4.2. Частотная зависимость отражения

Результаты численного расчета частотных зависимостей КО ЭМВ приведены на рис. 4.18–4.21. Рисунки 4.18–4.19 соответствуют случаю, когда ФМД находится вблизи точки ОФП, а рис. 4.20–4.21 — случаю, когда ФМД находится в точке ОФП, которая определяется равенством $\omega_0 = \omega_A + \omega_H = g (2K/M_0 + H) = 0.$

Из рис. 4.18 видно, что вблизи ОФП при больших частотах КО ЭМВ имеет минимумы, которые отвечают размерным резонансам ЭМ волн (4.3.6). Одиночный широкий минимум коэффициента отражения на частоте $\omega \sim 10^9~{
m c}^{-1}$ отвечает равенству динамической магнитной и диэлектрической проницаемостей $\mu_+ = \varepsilon$, где μ_+ определяется формулой (4.2.8). При увеличении толщины слоя ФМД условия размерных резонансов ЭМ волн выполняются для более низких частот (рис. 4.19). Размерные резонансы коэффициента отражения правополяризованных ЭМ волн разделяются интервалом частот ($\omega_M + \omega_{s0} \gg \omega \gg \omega_{s0}$), в котором распространение этих волн невозможно (рис. 4.19). Из рис. 4.19 следует, что при увеличении толщины слоя ФМД условие равенства $\mu_+ = \varepsilon$ может не выполняться. Это приводит к отсутствию одиночного широкого минимума при низких частотах (ср. рис. 4.18 и 4.19). Поскольку в ФМД слое из-за наличия МУ взаимодействия под действием падающей ЭМ волны могут возбуждаться и распространяться упругие волны, то в нем должны образовываться также и стоячие упругие волны. В связи с этим на частотной зависимости КО ЭМВ должны наблюдаться особенности, обусловленные наличием в слое размерных акустических резонансов (4.3.6)-(4.3.8). Эти резонансы действительно имеют место при низких частотах (вставка на рис. 4.18).

В точке ОФП при высоких частотах поведение коэффициента отражение такое же как и вблизи ОФП — наблюдаются минимумы коэффициента отражения на размерных резонансах ЭМ волн (4.3.6)–(4.3.8)



Рис. 4.18. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл вблизи ОФП. H = 4050 Э; $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³; $\gamma = 0.01$; d = 0.1 см. 1 - R; $2 - R_+$; $3 - R_-$. На вставке показаны в увеличенном масштабе акустические резонансы



Рис. 4.19. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл вблизи ОФП. H = 4050 Э; $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³; $\gamma = 0,01$; d = 1 см. I - R; $2 - R_+$; $3 - R_-$. На верхней вставке показаны в увеличенном масштабе акустические резонансы, а на нижней — электромагнитные резонансы



Рис. 4.20. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик – металл в точке ОФП. H = 4000 Э; $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³; $\gamma = 0,01$; d = 0,1 см. 1 - R; $2 - R_+$; $3 - R_-$

(рис. 4.20–4.21). При низких частотах КО ЭМВ также имеет особенности в виде чередующихся максимумов и минимумов. Эти особенности обусловлены размерными резонансами акустических волн. Первые широкие минимумы коэффициента отражения при низких частотах вновь



Рис. 4.21. Частотная зависимость КО ЭМВ от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл в точке ОФП. H = 4000 Э; $K = -1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^7$ эрг/см³; $\gamma = 0,01$; d = 1 см. 1 - R; $2 - R_+$; $3 - R_-$

соответствуют выполнению равенства $\mu_{\pm} = \varepsilon$. Сравнение рис. 4.20 и 4.21 показывает, что с увеличением толщины ФМД слоя глубина минимумов коэффициента отражения правополяризованных волн при низких частотах уменьшается. Аналогично ведет себя и коэффициент отражения левополяризованных ЭМ волн в первом минимуме, отвечающем условию $\mu_{\pm} = \varepsilon$. Наоборот, при размерных резонансах акустических волн минимумы коэффициента отражения левополяризованных отражения левополяризованных резонансах акустических волн проявляются сильнее, а число размерных акустических резонансов возрастает.

4.4.3. Полевые зависимости отражения

На рис. 4.22 приведена полевая зависимость КО ЭМВ при отрицательной константе кубической анизотропии в ФМД слое. Видно, что при низких частотах коэффициент отражения правополяризованных ЭМ волн имеет одиночный минимум (кривые 1–3 на рис. 4.22). Глубина минимума зависит от частоты — при увеличении частоты она также увеличивается. Данный минимум обусловлен возрастанием магнитной проницаемости в области ФМР в слое и, как следствие, выполнением условия $\mu_+ = \varepsilon$. При высоких частотах на коэффициенте отражения наблюдается ряд минимумов, обусловленных размерными резонансами ЭМ волн (кривая 4 на рис. 4.22).

Анализ полевой зависимости коэффициента отражения левополяризованных ЭМ волн (рис. 4.23) показывает, что при всех частотах на нем наблюдается лишь один широкий неглубокий минимум (до 0,94


Рис. 4.22. Полевая зависимость коэффициента отражения правополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный ди-электрик – металл. $K = -1 \cdot 10^5$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $\gamma = 0.01$; d = 0.1 см. Частота ω в с⁻¹: $I - 1 \cdot 10^9$; $2 - 1 \cdot 10^{10}$, $3 - 1 \cdot 10^{11}$; $4 - 1 \cdot 10^{12}$



Рис. 4.23. Полевая зависимость коэффициента отражения левополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик-металл. $K = -1 \cdot 10^5$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $\gamma = 0.01$; d = 0.1 см. Частота ω в с⁻¹: $1 - 1 \cdot 10^9$; $2 - 1 \cdot 10^{10}$, $3 - 1 \cdot 10^{11}$; $4 - 1 \cdot 10^{12}$

при высоких частотах) в области магнитных полей, близких к полю ОФП (H = 400 Э).

На рис. 4.24 приведена полевая зависимость коэффициента отражения для линейнополяризованной ЭМ волн при отрицательной константе анизотропии.

Полевая зависимость КО ЭМВ при положительной константе кубической анизотропии ведет себя таким же образом, за исключением



Рис. 4.24. Полевая зависимость коэффициента отражения линейнополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик – металл. $K = -1 \cdot 10^5$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $\gamma = 0.01$; d = 0.1 см. Частота ω в с⁻¹: $I - 1 \cdot 10^9$; $2 - 1 \cdot 10^{10}$, $3 - 1 \cdot 10^{11}$; $4 - 1 \cdot 10^{12}$



Рис. 4.25. Полевая зависимость коэффициента отражения линейнополяризованных электромагнитных волн от поверхности структуры ферромагнитный диэлектрик – металл. $K = 1 \cdot 10^5$ эрг/см³; $B_2 = 1 \cdot 10^6$ эрг/см³; $\gamma = 0,01$; d = 0,1 см. Частота ω в с⁻¹: $I - 1 \cdot 10^9$; $2 - 1 \cdot 10^{10}$, $3 - 1 \cdot 10^{11}$; $4 - 1 \cdot 10^{12}$ низких частот ($\omega < 10^9$ с⁻¹), при которых минимума коэффициента

отражения не наблюдается (рис. 4.25). В настоящей главе теоретически продемонстрирован простой способ возможности существенного увеличения и уменьшения КО ЭМВ от поверхности полубесконечного ФМД для экспериментально достижимых значений частот, температур и магнитных полей.

Коэффициент отражения принимает аномально малые (вплоть до нуля) и аномально большие (вплоть до единицы) значения в области

частот ФМР, МАР и МСР, а также на частотах, меньших МУ щели. Величина пиков уменьшается при увеличении затухания спиновых волн. Показано, что учет затухания спиновых волн может не оказывать существенного влияния на аномальное изменение КО ЭМВ в области низких частот.

Проведенное исследование КО ЭМВ от пластины непроводящего ФМД позволяет сделать следующие выводы.

Из анализа частотных зависимостей КО ЭМВ следует, что при учете МУ взаимодействия КО ЭМВ имеет особенности не только на размерных резонансах ЭМВ, но и на размерных резонансах упругих волн. КО правополяризованных ЭМВ может принимать аномально большие значения (вплоть до единицы) в области частот, в которой магнитная проницаемость этих волн отрицательна. Коэффициент отражения принимает аномально малые значения (вплоть до нуля) при совпадении динамической магнитной проницаемости с диэлектрической проницаемостью. В точке ОФП резонансы КО ЭМВ на упругих волнах выражены значительно сильнее, чем вдали ОФП. В точке ОФП КО ЭМВ может принимать аномально большие значения в области низких частот.

Из анализа полевых зависимостей КО ЭМВ следует, что в области низких частот он может быть аномально мал при всех значениях магнитного поля. Эти частоты могут лежать в СВЧ-диапазоне. При более высоких частотах на полевых зависимостях КО правополяризованных ЭМВ принимает аномально малые значения, если $\varepsilon = \mu_+$. Данное условие выполняется в области экспериментально доступных значений магнитного поля.

Таким образом, с помощью внешнего магнитного поля можно изменять КО ЭМВ от пластины непроводящего ФМ от единицы до нуля в широком диапазоне частот.

Из анализа частотных и полевых зависимостей КО ЭМВ от двухслойной структуры пластина ФМД-немагнитный металл следует, что из-за резонансного возрастания динамической магнитной проницаемости ФМД слоя при определенных частоте и магнитном поле можно добиться выполнения условия $\mu = \varepsilon$ и, тем самым, существенно уменьшить коэффициент отражения от такой структуры при данных значениях частоты и поля. В точке ОФП при низких частотах, а также при магнитных полях, отвечающих ФМР в слое, коэффициент отражения можно уменьшить до аномально малых значений.

Полученные результаты имеют важное значение с прикладной точки зрения — они могут быть использованы в устройствах, в которых требуется уменьшить отражение ЭМ волн от металлических поверхностей. Для этой цели необходимо на металл нанести слой ФМД и создать в нем условия, близкие к ОФП.

Глава 5

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛЕБАНИЙ В РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ОРТОФЕРРИТАХ

Экспериментальному и теоретическому исследованию связанных колебаний в редкоземельных ортоферритах (РЗОФ) посвящено большое число работ (см. [136, 173, 190-192, 453-456] и библиографию к ним). Работы [179, 184, 191, 192] посвящены определению величин щелей мягких мод в точках различных ОФП и исследованию связанных колебаний железной (d) и редкоземельной (f) подсистем в РЗОФ с некрамерсовскими и крамерсовскими редкоземельными ионами (соответственно с четным и нечетным числом 4f-электронов). В работах [75-77, 168-170, 428], посвященных исследованиям свойств РЗОФ вблизи ОФП, получены изменения скорости звука, затухания и модуля Юнга. Также в указанных выше работах были проведены количественные оценки частот связанных колебаний и магнитоупругих констант на основе развитых в них теорий. Последовательная теория связанных колебаний железной и упругой подсистем в РЗОФ (магнитоупругих (МУ) волн) была предложена в [79]. Полученные в [79] теоретические результаты, тем не менее, не позволяют объяснить полностью экспериментальные данные. В частности, в эксперименте в области высокотемпературных ОФП максимальное изменение скорости звука составляет всего ~ 3 % [77]. По теории же это изменение в идеальном случае может составлять 100%. Не согласуется с экспериментом и величина активации мягких мод в точках, рассмотренных в [79] высокотемпературных ОФП. Кроме того, в РЗОФ эрбия в области низкотемпературного ОФП, который не рассматривался в [79], был экспериментально получен новый результат — обнаружено аномально большое уменьшение скорости поперечного звука до 25% [83,84,170]. Все это говорит о том, что предложенная в [79] теория требует дальнейшего развития.

Известно, что редкоземельная подсистема играет важнейшую роль в статических и динамических свойствах РЗОФ [190, 456]. Влияние f-ионов на магнитные свойства РЗОФ является существенным даже в том случае, когда f-подсистема находится в парамагнитном состоянии (в эффективном магнитном поле d-подсистемы). В [156, 191, 192] теоретически и экспериментально исследовался спектр спиновых волн в РЗОФ. Было показано, что спектр колебаний состоит из четырех ветвей, две из которых описывают колебания d-подсистемы, а остальные две — колебания f-подсистемы. Взаимодействие d- и f-мод наиболее сильно проявляется вблизи точек их пересечения. Это взаимодействие приводит к тому, что мягкой модой в области ОФП может стать как *d*-, так и *f*-мода.

В связи с важностью роли *f*-подсистемы в формировании статических и динамических магнитных свойств РЗОФ представляет интерес задача о влиянии *f*-ионов на спектр МУ волн в этих магнетиках. В первых двух разделах данной главы теоретически исследуется спектр связанных колебаний *d*-, *f*-, упругой и дипольной (электромагнитные колебания) подсистем в области спонтанных ОФП (т. е. ОФП происходящих по температуре) в РЗОФ.

Отличительной особенностью антиферромагнетиков, к которым относятся РЗОФ, является резкая анизотропия магнитной восприимчивости монокристаллов [196]. Влиянии вклада продольной восприимчивости в резонансные частоты ортоферритов было доказано в работе [197] на примере РЗОФ YFeO₃ и DyFeO₃. В развитой авторами [197] теоретической модели показано, что наличие перехода типа «порядок-порядок» во внешнем магнитном поле является необходимым условием обнаружения вклада продольной магнитной восприимчивости в динамику магнетиков. Этот вклад приводит к появлению щели в спектре спиновых волн в точках индуцированных ОФП. В первом приближении щель в спектре наблюдаемой на опыте размягчающейся магниторезонансной моды $\nu_0 = g(\chi_{\parallel}/\chi_{\perp})^{1/2}H_{tr}/2\pi$, где $\chi_{\parallel}, \chi_{\perp}$ — продольная и поперечная восприимчивости, а H_{tr} — поле перехода. Отсюда следует, что активация мягкой моды возрастает как при повышении температуры T (так как $\chi_{\parallel}/\chi_{\perp} \propto T$), так и с ростом внешнего магнитного поля.

Теория развитая в [197] не учитывает механизмов неизбежного возникновения энергетической щели в результате динамического взаимодействия различных колебательных подсистем магнетика: упорядоченной спиновой, парамагнитной, упругой, дипольной, а также взаимодействия колебаний данных подсистем с продольными колебаниями намагниченностей подрешеток РЗОФ [454]. Без учета взаимодействия подсистем в модели [197] щель ν_0 должна обращаться в нуль при $H, T \rightarrow 0$. Однако в эксперименте щель ν_0 никогда не обращается в нуль. Можно задаться вопросом — какова роль продольной восприимчивости в формировании резонансной частоты при предельно малых значениях внешних параметров или, по крайней меры одного из них. Практический интерес представляет случай $H \rightarrow 0$, так как в упорядоченных магнетиках наряду с ОФП, индуцированными полем, не менее часто встречаются и спонтанные ОФП. Например, в РЗОФ одинаковые по структуре ОФП можно инициировать как полем, так и температурой при H = 0. Задача третьего раздела настоящей главы фактически сводится к выяснению роли продольной восприимчивости в формировании динамики РЗОФ в окрестности спонтанных и индуцированных полем ОФП.

В данной главе рассмотрены ОФП типа $\Gamma_4-\Gamma_{24}$, $\Gamma_2-\Gamma_{24}$, $\Gamma_2-\Gamma_{12}$. Все эти переходы имеют место в РЗОФ эрбия при $T_1 = 100$ К, $T_2 = 90$ К и $T_3 = 4$ К соответственно [75,83,84,170]. В РЗОФ иттербия и тулия осуществляются только первые два перехода, соответственно при температурах $T_1 = 8$ К, $T_2 = 7$ К и $T_1 = 92,5$ К, $T_2 = 81$ К [77]. В РЗОФ гольмия из указанных ОФП имеют место первый и последний при температурах $T_1 = 58$ К и $T_3 = 39$ К [191]. Магнетики ErFeO₃ и YbFeO₃ являются примером РЗОФ с крамерсовскими, а TmFeO₃, HoFeO₃ — с некрамерсовскими ионами. Проводится сравнение полученных теоретических результатов с имеющимися экспериментальными данными в этих РЗОФ [75, 76, 83, 84, 168–170].

5.1. Спектр колебаний в ортоферритах с крамерсовскими редкоземельными ионами

5.1.1. Энергия ортоферрита

Плотность свободной энергии РЗОФ запишем в виде суммы свободных энергий магнитной и упругой подсистем, а также их взаимодействия [79, 190–192, 456]:

$$F = F_M + F_{MY} + F_Y. (5.1.1)$$

Плотность энергии магнитной подсистемы состоит из энергий *d*-, *f*-подсистем и их взаимодействия:

$$F_M = F_d + F_{fd} + F_f, (5.1.2)$$

где

$$F_{d} = \frac{1}{2}A\mathbf{F}^{2} + \frac{1}{2}D(\mathbf{FG})^{2} - d\left(F_{x}G_{z} - F_{z}G_{x}\right) - 2M_{0}\mathbf{FH} + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\partial\mathbf{G}}{\partial x_{j}}\right)^{2} + \frac{1}{2}K_{ac}^{0}G_{z}^{2} + \frac{1}{2}K_{ab}^{0}G_{y}^{2} + \frac{1}{4}K_{20}G_{z}^{4} + \frac{1}{4}K_{20}^{\prime}G_{y}^{4} + \frac{1}{2}K_{20}^{\prime\prime}G_{y}^{2}G_{z}^{2},$$
(5.1.2a)

$$F_{fd} = -N \{ f_x [\mu_x (H_x + aF_x) + B'_z G_z] + f_y \mu_y (H_y + aF_y) + f_z [\mu_z (H_z + aF_z) + B_x G_x] + c_x \mu_{xy} (H_y + aF_y) + c_z B_y G_y + c_y [\mu_{xy} (H_x + aF_x) + B''_z G_z] \},$$
(5.1.26)

$$F_{f} = -\frac{1}{2}N\left(\lambda_{1}f_{x}^{2} + \lambda_{2}f_{y}^{2} + \lambda_{3}f_{z}^{2} + \lambda_{4}c_{x}^{2} + \lambda_{5}c_{y}^{2} + \lambda_{6}c_{z}^{2} + 2\lambda_{7}f_{x}c_{y} + 2\lambda_{8}f_{y}c_{x}\right) - \frac{1}{2}NT\left[S\left(\sigma_{1}\right) + S\left(\sigma_{2}\right)\right],$$
(5.1.2b)

A, *D*, α , *d*, *K* — константы, соответственно обмена, Дзялошинского и анизотропии в *d*-подсистеме; *H* — внешнее магнитное поле; *N* — число ионов в 1 см³; $\mu_{\alpha} = \mu_{\alpha\alpha}$, $\mu_{\alpha\beta} = 1/2\mu_B g_{\alpha\beta}$, μ_B — магнетон Бора; $\hat{g} - g$ -тензор; *a* и *B* — константы изотропного и анизотропного обменного взаимодействия между *f*- и *d*-подсистемами (*f*-*d* обмена);

0

 λ — константы взаимодействия внутри f-подсистемы; S — энтропия f-подсистемы,

$$S(\sigma) = \ln 2 - \frac{1}{2}(1+\sigma)\ln(1+\sigma) - \frac{1}{2}(1-\sigma)\ln(1-\sigma), \quad \sigma_{1,2} = |\mathbf{f} \pm \mathbf{c}|.$$
(5.1.3)

Энергия (5.1.2) записана в приближении двух d- и двух f-подрешеток. При этом векторы **F**, **G**, **f**, **c** имеют вид:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2) / 2M_0, \qquad \mathbf{G} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) / 2M_0, \mathbf{f} = (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) / 2, \qquad \mathbf{c} = (\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_2) / 2,$$
(5.1.4)

где M_i — намагниченности *d*-подрешеток, $M_0 = |\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = \mu_d N$, $\mu_{\alpha} = s\mu_B$; $\sigma_{1,2}$ — среднее значение матриц Паули подрешеток *f*-ионов. Подрешетки *d*-подсистемы будем считать насыщенными $(D \to \infty)$. В этом случае вектора **F** и **G** удовлетворяют дополнительным условиям: $\mathbf{F}^2 + \mathbf{C}^2 = 1$ **F C** = 0 (5.15)

$$\mathbf{F}^2 + \mathbf{G}^2 = 1, \quad \mathbf{F} \cdot \mathbf{G} = 0. \tag{5.1.5}$$

В связи с тем, что в работе рассматриваются только высокотемпературные свойства РЗОФ (т. е. когда *f*-подсистема находится в парамагнитном состоянии) в выражении для МУ энергии можно учесть только взаимодействие между упругой и *d*-подсистемами:

$$F_{MY} = 2 \left(B_{11}u_{xx} + B_{12}u_{yy} + B_{13}u_{zz} \right) G_x^2 + + 2 \left(B_{21}u_{xx} + B_{22}u_{yy} + B_{23}u_{zz} \right) G_y^2 + 2 \left(B_{31}u_{xx} + B_{32}u_{yy} + B_{33}u_{zz} \right) G_z^2 + + 2B_{44}u_{yz}G_yG_z + 2B_{55}u_{xz}G_xG_z + 2B_{66}u_{xy}G_xG_y, \quad (5.1.6)$$

где \hat{u} — тензор деформаций, а \hat{B} — тензор МУ постоянных. Плотность энергии упругой подсистемы запишем в стандартном виде:

$$F_{\rm y} = \frac{1}{2}\rho\dot{\mathbf{u}}^2 + \frac{1}{2}\left(c_{11}u_{xx}^2 + c_{22}u_{yy}^2 + c_{33}u_{zz}^2\right) + c_{12}u_{xx}u_{yy} + c_{13}u_{xx}u_{zz} + c_{23}u_{zz}u_{yy} + 2c_{44}u_{yz}^2 + 2c_{55}u_{xz}^2 + 2c_{66}u_{xy}^2, \quad (5.1.7)$$

где \widehat{c} — тензор упругих постоянных, \mathbf{u} — вектор упругих смещений, ρ — плотность вещества.

5.1.2. Основное состояние

Рассмотрим случай, когда переориентация векторов **G** и **F** происходит в плоскости xz и **H** = 0. Равновесные значения параметров подсистем в фазах Γ_2 , Γ_4 , Γ_{24} найдем, проминимизировав энергию (5.1.4) по **F**, **G**, **f**, **c** и u_{ij} при условиях (5.1.5). Результаты выглядят следующим образом:

$$F_{y} = f_{y} = G_{y} = c_{z} = c_{x} = u_{xy}^{0} = u_{yz}^{0} = 0; \quad F_{x} = F_{0}G_{z}, \quad F_{z} = -F_{0}G_{x};$$

$$f_{x} = \left[(a\mu_{x}F_{x} + B_{z}'G_{z}) \lambda_{5}' + (a\mu_{yx}F_{x} + B_{z}''G_{z}) \lambda_{7} \right] \left(\lambda_{1}'\lambda_{5}' - \lambda_{7}^{2} \right)^{-1};$$

$$f_{z} = (a\mu_{z}F_{z} + B_{x}G_{x}) / \lambda_{3}'; \quad u_{\alpha\alpha}^{0} = \Delta_{\alpha}/\Delta; \quad u_{xy}^{0} = -B_{55}G_{x}G_{z}/2c_{55};$$

$$c_{y} = \left[(a\mu_{xy}F_{x} + B_{z}''G_{z}) \lambda_{1}' + (a\mu_{x}F_{x} + B_{z}'G_{z}) \lambda_{7} \right] \left(\lambda_{1}'\lambda_{5}' - \lambda_{7}^{2} \right)^{-1}.$$
(5.1.8)

Здесь

$$F_{0} = \frac{1}{A} \left[d + Na \left(\mu_{x} f_{x} + \mu_{yx} c_{y} \right) G_{z} - Na \mu_{z} f_{z} G_{x} \right],$$

$$\lambda_{i}^{\prime} = -\lambda_{i} + T \operatorname{Arcth} \sigma / \sigma; \quad \sigma = \left(f_{x}^{2} + f_{z}^{2} + c_{y}^{2} \right)^{1/2}; \quad (5.1.8a)$$

$$\Delta = c_{11} c_{2233}^{2} + c_{12} c_{1323}^{2} + c_{13} c_{1232}^{2}, \quad \Delta_{\alpha} = \frac{1}{2} E_{\alpha} c_{\beta\beta\gamma\lambda}^{2} + E_{\beta} c_{\alpha\gamma\beta\gamma}^{2},$$

$$\alpha \neq \beta, \quad \beta \neq \gamma, \quad \alpha \neq \gamma; \quad (5.1.86)$$

$$c_{\alpha\beta\gamma\delta}^{2} = c_{\alpha\varphi} c_{\gamma\delta} - c_{\alpha\gamma} c_{\beta\delta}, \quad \alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu = 1, 2, 3.$$

Соотношения (5.1.8) совместно с (5.1.8а) являются уравнениями для определения σ , f_x , f_z и c_y . При $\sigma \ll 1$ эти уравнения переходят в тождества. Вектор антиферромагнетизма **G** *d*-подсистемы в коллинеарных фазах $\Gamma_{2,4}$: $G_{x,z} = 0$, $G_{z,x} = \pm 1$. Здесь и далее используется приближение $\mathbf{G}^2 = 1 - \mathbf{F}^2 \sim 1$. В угловой фазе Γ_{24} равновесное значение компонент **G** определяется формулами

$$G_x^2 = 1 - G_z^2, \quad G_z^2 = -K_{ac}/K_2,$$
 (5.1.9)

где *K*_{ac}, *K*₂ — эффективные константы анизотропии. Они имеют вид:

$$K_{ac} = K_{ac}^{0} + K_{ac}^{de} + K_{ac}^{fd}, (5.1.10)$$

$$K_2 = K_{20} + K_{20}^{de} + K_{20}^{fd}, (5.1.11)$$

где

$$\begin{split} K_{ac}^{de} &= -\frac{8}{\Delta} \left[B_{11} \left(B_{11} - B_{31} \right) c_{2233}^2 + B_{12} \left(B_{12} - B_{32} \right) c_{1133}^2 + \\ &+ B_{13} \left(B_{13} - B_{33} \right) c_{1122}^2 + \left(2B_{11}B_{13} - B_{11}B_{32} - B_{12}B_{31} \right) c_{1323}^2 + \\ &+ \left(2B_{11}B_{13} - B_{11}B_{33} - B_{31}B_{13} \right) c_{1232}^2 + \\ &+ \left(2B_{12}B_{13} - B_{12}B_{33} - B_{13}B_{32} \right) c_{1213}^2 \right] - B_{55}^2/c_{55}, \quad (5.1.10a) \\ K_{ac}^{fd} &= NB_x^2/\lambda_3' - \left(\lambda_5'B_z'^2 + 2\lambda_7B_z'B_z'' + \lambda_1'B_z''^2 \right) N/ \left(\lambda_1'\lambda_5' - \lambda_7^2 \right); \quad (5.1.106) \\ K_{20}^{fd} &= 0, \quad (5.1.11a) \\ K_{20}^{de} &= -\frac{8}{\Delta} \left[\left(B_{11} - B_{31} \right)^2 c_{2233}^3 + \left(B_{12} - B_{32} \right) c_{1133}^2 + \\ &+ \left(B_{13} - B_{33} \right)^2 c_{1122}^2 + 2 \left(B_{11} - B_{31} \right) \left(B_{12} - B_{32} \right) c_{1323}^2 + \\ &+ 2 \left(B_{11} - B_{31} \right) \left(B_{13} - B_{33} \right) c_{1232}^2 + \\ &+ 2 \left(B_{11} - B_{31} \right) \left(B_{13} - B_{33} \right) c_{1233}^2 \right] + 2B_{55}^2/c_{55}. \quad (5.1.116) \end{split}$$

Подчеркнем, что соотношения (5.1.9) также фактически являются уравнениями для определения G_x и G_z , так как величины λ'_i , входящие в (5.1.10), зависят от G_x и G_z . При $\sigma \ll 1$, уравнения (5.1.9) переходят в тождества.

Сформулируем условия устойчивости указанных фаз [79]. Рассмотрим случай, когда $K_2 > 0$. При $T > T_1$, когда $K_{ac} > 0$, устойчивой является фаза Γ_4 . С понижением температуры при $T = T_1$ (K_{ac} (T_1) = 0)

константа K_{ac} меняет знак, и фаза Γ_4 теряет устойчивость. Происходит ОФП второго рода: система переходит в угловую фазу Γ_{24} , в которой ориентация вектора **G** определяется уравнением (5.1.9). Переориентация заканчивается вторым ОФП второго рода при $T = T_2$ ($K_{ac}(T_2) + K_2(T_2) = 0$), когда система переходит в фазу Γ_2 .

В РЗОФ ЕгFeO₃ при дальнейшем понижении температуры происходит еще один ОФП второго рода $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ [83, 84, 170]. Этот переход имеет место при $T = T_3$, когда $K_{cb}(T_3) = 0$, где

$$K_{cb} = K_{ab}^{0} - K_{20} + K_{20}'' - K_{ac}^{0} + 4 (B_{21} - B_{31}) u_{xx}^{0} + + 4 (B_{22} - B_{32}) u_{yy}^{0} + 4 (B_{23} - B_{33}) u_{zz}^{0} - B_{44}^{2}/c_{44} - NB_{y}^{2}/\lambda_{6}' + + N (B_{z}'^{2} (\lambda_{5}'B_{z}' + 2B_{z}''\lambda_{7}) + B_{z}''^{2}\lambda_{1}') / (\lambda_{1}'\lambda_{5}' - \lambda_{7}^{2}).$$
(5.1.12)

Отметим, что формулы (5.1.9)-(5.1.12) приведены в приближениях:

$$K, B, d \ll A; \quad a = 0.$$

5.1.3. Уравнения движения

При описании динамических свойств *f*-подсистемы будем исходить из уравнений Ландау–Лифшица (их применимость для *f*-подсистемы обоснована в [191, 192])

$$M_B \dot{\mathbf{f}}/g = -[\mathbf{f}, \mathbf{F}_{\mathbf{f}}] - [\mathbf{c}, \mathbf{F}_{\mathbf{c}}] + M_B \mathbf{R}_{\mathbf{f}}/g,$$

$$M_B \dot{\mathbf{c}}/g = -[\mathbf{f}, \mathbf{F}_{\mathbf{c}}] - [\mathbf{c}, \mathbf{F}_{\mathbf{f}}] + M_B \mathbf{R}_{\mathbf{c}}/g,$$
(5.1.13)

где $g = 2\mu_B$, $M_B = \mu_B N$, $\mathbf{F_f} = \partial F / \partial \mathbf{f}$, \mathbf{R} — релаксационные слагаемые [79]:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{f}} = \Lambda_f \left\{ \left[\mathbf{f}, \mathbf{f} \right] + \left[\mathbf{c}, \dot{\mathbf{c}} \right] \right\},$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{c}} = \Lambda_f \left\{ \left[\mathbf{f}, \dot{\mathbf{c}} \right] + \left[\mathbf{c}, \dot{\mathbf{f}} \right] \right\},$$
(5.1.14)

где Λ_f — постоянная диссипации в f-подсистеме. Отметим, что выбор релаксационного члена в виде (5.1.14) позволяет наложить на векторы **f** и **c** дополнительные условия:

$$f^2 + c^2 = 1, \quad f \cdot c = 0,$$
 (5.1.15)

которые аналогичны условиям (5.1.5) для векторов \mathbf{F} и \mathbf{G} . Соотношения (5.1.5) и (5.1.15) автоматически исключают из рассмотрения продольные колебания f- и d-подсистем.

Динамика *d*-подсистемы описывается уравнениями (5.1.13)– (5.1.15), в которых необходимо заменить M_B на M_0 , **f** на **F**, **c** на **G**, Λ_f на Λ_d , где Λ_d — параметр диссипации в *d*-подсистеме; кроме того, у слагаемых в правых частях уравнений (5.1.13) следует изменить знаки.

Динамические свойства упругой подсистемы будем исследовать стандартным образом с помощью уравнений движения для смещений

$$\rho \ddot{u}_i = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k, \tag{5.1.16}$$

где $\sigma_{ik} = \partial F / \partial u_{ik}$ — тензор упругих напряжений. Диссипацией в упругой подсистеме пренебрегаем из-за ее малости.

При возбуждении спиновых и упругих волн электромагнитными волнами к системе уравнений (5.1.13)–(5.1.14) необходимо добавить уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \partial (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) / \partial t, \quad \operatorname{div}(\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \varepsilon \partial \mathbf{E} / \partial t, \qquad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0.$$
 (5.1.17)

Здесь **E**, **H** — соответственно напряженности электрического и магнитного полей, c — скорость света в вакууме, ε — диэлектрическая проницаемость РЗОФ (предполагается, что на рассматриваемых частотах тензор диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij} = \varepsilon \delta_{ij}$, а электропроводность отсутствует), **M** — полная намагниченность РЗОФ:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_d + \mathbf{M}_f, \quad \mathbf{M}_d = 2M_0F, \mathbf{M}_f = N\left(\mu_x f_x + \mu_{yx} c_y, \mu_y f_y + \mu_{xy} c_x, \mu_z f_z\right).$$
(5.1.18)

Приведенные уравнения полностью описывают связанные колебания редкоземельной, железной, упругой и дипольной подсистем РЗОФ.

5.1.4. Дисперсионные уравнения

Для получения дисперсионных уравнений связанных колебаний необходимо линеаризовать уравнения движения, приведенные в разделе 5.1.3 вблизи положения равновесия (5.1.8). В зависимости от рассматриваемой магнитной фазы дисперсионные уравнения для волн, распространяющихся вдоль оси **z**, имеют следующий вид:

1. Фаза Г₄:

$$(\omega^2 - \omega_{sk}^2) (\omega^2 - \widetilde{\omega}_{2k}^2) (\omega^2 - \widetilde{\omega}_{1f}^2) (\omega^2 - \widetilde{\omega}_{2f}^2) - \widetilde{\omega}_E \omega_{me5} \omega_{5k}^2 (\omega^2 - \omega_{1f}^2) (\omega^2 - \widetilde{\omega}_{2f}^2) - \omega^2 \widetilde{\omega}_E \widetilde{\omega}_{1fd}^3 (\omega^2 - \omega_{5k}^2) - \widetilde{\omega}_E \widetilde{\omega}_{1f}^2 \widetilde{\omega}_{2fd} \widetilde{\omega}_{2f}^2 (\omega^2 - \omega_{5k}^2) = 0.$$
 (5.1.19)

Здесь

$$\begin{split} \omega_{5k} &= s_5 k; \quad s_5 = (c_{55}/\rho)^{1/2}; \quad \widetilde{\omega}_{2k}^2 = \widetilde{\omega}_E \widetilde{\omega}_{ac}; \quad \widetilde{\omega}_{E,ac} = \omega_{E,ac} - i\omega \Lambda_d; \\ \omega_{ac} &= gk_{ac}/M_0 + \omega_{me5} + \omega_{2fd} + g\alpha k^2/M_0 + \omega_{dip} \left(1 - c^2 k^2/\varepsilon \omega^2\right)^{-1}; \\ \omega_E &= gA/M_0; \quad \omega_{me5} = gB_{55}^2/M_0 c_{55}; \quad \omega_{dip} = 16\pi gM_0 F_0^2; \\ \widetilde{\omega}_{1f,2f}^2 &= \frac{g^2 N^2}{2M_B^2} f_z^2 \left\{ \widetilde{\lambda}_1 \widetilde{\lambda}_2 + \widetilde{\lambda}_4 \widetilde{\lambda}_5 - 2\widetilde{\lambda}_7 \widetilde{\lambda}_8 \pm \left[\left(\widetilde{\lambda}_1 \widetilde{\lambda}_2 + \widetilde{\lambda}_4 \widetilde{\lambda}_5 - 2\widetilde{\lambda}_7 \widetilde{\lambda}_8 \right)^2 - \right. \\ \left. - 4 \left(\widetilde{\lambda}_1 \widetilde{\lambda}_5 - \widetilde{\lambda}_7^2 \right) \left(\widetilde{\lambda}_2 \widetilde{\lambda}_4 - \widetilde{\lambda}_8^2 \right) \right]^{1/2} \right\}; \\ \widetilde{\omega}_{1fd}^3 &= \frac{g^3 N^3}{M_0 M_B^2} f_z^2 \left(\widetilde{\lambda}_2 B_z'^2 + 2\widetilde{\lambda}_8 B_z' B_z'' + \widetilde{\lambda}_4 B_z''^2 \right); \quad (5.1.20) \end{split}$$

188 Гл. 5. Взаимодействие колебаний в редкоземельных ортоферритах

$$\begin{split} \widetilde{\omega}_{2fd} &= \frac{gN}{M_0} \left(\widetilde{\lambda}_5 B_z'^2 + 2\widetilde{\lambda}_7 B_z' B_z'' + \widetilde{\lambda}_1 B_z''^2 \right) \left(\widetilde{\lambda}_1 \widetilde{\lambda}_5 - \widetilde{\lambda}_7^2 \right)^{-1}; \\ \widetilde{\lambda}_i &= \lambda_i' - i\omega M_B \Lambda_f / gN + 4\pi N \mu_i^2 \left(1 - c^2 k^2 / \varepsilon \omega^2 \right)^{-1}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5; \\ \widetilde{\lambda}_{7,8} &= \lambda_{7,8} - 4\pi \mu_{1,2} \mu_{5,4} \left(1 - c^2 k^2 / \varepsilon \omega^2 \right)^{-1}; \\ \mu_1 &= \mu_x, \quad \mu_2 = \mu_y, \quad \mu_4 = \mu_{xy}, \quad \mu_5 = \mu_{yx}. \end{split}$$

Отметим, что здесь и далее будет использоваться приближение, в котором постоянная A превосходит все остальные постоянные в (5.1.1), то есть частота ω_E намного превосходит все остальные частоты, входящие в дисперсионные уравнения связанных колебаний. Ограничимся также случаем a = 0, поскольку слагаемые, содержащие a, входят в уравнения с малым множителем F_0 .

Приведем решение дисперсионного уравнения (5.1.19) для квазиспиновых и квазиакустических ветвей колебаний в области малых волновых чисел k (длинноволновое приближение) ck/ε , $\omega_{5k} \ll \omega_{20,1f,2f}$. Предположим, что $\tilde{\lambda}_7 = \tilde{\lambda}_8 = B'_z = 0$. В этом случае одна из редкоземельных мод (ω_{1f}) не взаимодействует с d- и упругой модами:

$$\omega_{\rm I}^{2} = \begin{cases}
\omega_{2k}^{2} + \omega_{2f}^{2} \omega_{E} \omega_{2fd} / \omega_{2k}^{2} + \omega_{E} \omega_{me5} \omega_{5k}^{2} / \omega_{2k}^{2}, & \omega_{2k} > \omega_{2f}, \\
\omega_{2k}^{2} + \omega_{E} \omega_{me5} \omega_{5k}^{2} / \omega_{2k}^{2} - \omega_{E} \omega_{2fd}, & \omega_{2k} < \omega_{2f}; \\
\omega_{{\rm II}}^{2} = \begin{cases}
\omega_{2f}^{2} - \omega_{E} \omega_{2fd} \omega_{2f}^{2} / \omega_{2k}^{2}, & \omega_{2k} > \omega_{2f}, \\
\omega_{2f}^{2} + \omega_{E} \omega_{2fd}, & \omega_{2k} < \omega_{2f}; \\
\omega_{2f}^{2} + \omega_{E} \omega_{2fd}, & \omega_{2k} < \omega_{2f}; \\
\omega_{1{\rm II}}^{2} = \omega_{5k}^{2} \left(1 - \omega_{E} \omega_{me5} / \left(\omega_{2k}^{2} - \omega_{E} \omega_{2fd}\right)\right).
\end{cases}$$
(5.1.21)

Приведем также коэффициент затухания $\gamma = {
m Im}\,k(\omega)$ квазиупругой волны $\omega_{
m III}$

$$\gamma_{\rm III} = \frac{\omega^2 \omega_{me5} \omega_E^2 \left(\Lambda_d + \Lambda_f \omega_{2fd} / \omega_f'\right)}{s_5 \left(\omega_{2k}^2 - \omega_E \omega_{2fd}\right)^{1/2} \left(\omega_{2k}^2 - \omega_E \omega_{2fd} - \omega_E \omega_{me5}\right)^{3/2}}, \qquad (5.1.22)$$

где $\omega_f' = gN\lambda_5/M_B.$

Отметим, что здесь и далее при записи частот квазиспиновых ветвей $\omega_{\rm I, \, II}$ выражение $\left(1 - c^2 k^2 / \varepsilon \omega^2\right)^{-1}$, входящее в формулы (5.1.20), следует полагать равным единице, а в формулах для частоты квазиупругой ветви $\omega_{\rm III}$ и для ее коэффициента затухания $\gamma_{\rm III}$ — равным нулю.

2. Фаза Г2

$$(\omega^2 - \omega_{4k,5k}^2) (\omega^2 - \widetilde{\omega}_{1k,2k}^2) (\omega^2 - \widetilde{\omega}_{1f,2f}^2) - \widetilde{\omega}_E \omega_{me4,me5} \omega_{4k,5k}^2 (\omega^2 - \widetilde{\omega}_{1f,2f}^2) - \widetilde{\omega}_E \widetilde{\omega}_{1fd,2fd} \widetilde{\omega}_{1f,2f}^2 (\omega^2 - \omega_{4k,5k}^2) = 0.$$
 (5.1.23a, 6)

В (5.1.23а, б), а соответствует первым индексам у $\omega,$ б — вторым. Введены обозначения

$$\begin{split} \omega_{4k} &= s_4 k, \quad s_4 = (c_{44}/\rho)^{1/2}, \quad \widetilde{\omega}_{1k,2k}^2 = \widetilde{\omega}_E \widetilde{\omega}_{cb,ca}, \\ \omega_{cb} &= g K_{cb}/M_0 + \omega_{me4} + \omega_{1fd} + g \alpha k^2/M_0, \\ \omega_{ca} &= -g \left(K_{ac} + K_2 \right)/M_0 + \omega_{me5} + \omega_{2fd} + \omega_{dip} + g \alpha k^2/M_0, \\ \widetilde{\omega}_{1fd,2fd} &= g N B_{y,x}^2/M_0 \widetilde{\lambda}_{6,3}, \quad \omega_{me4} = g B_{44}^2/M_0 c_{44}, \quad (5.1.23) \\ \widetilde{\omega}_{1f,2f} &= \frac{g^2 N^2}{M_B^2} \widetilde{\lambda}_{6,3} \left[\lambda_{1,4}' c_y^2 + \widetilde{\lambda}_{5,2} f_x^2 + 2\lambda_{7,8} c_y f_x \right] + \\ &+ 4\pi N \left(\mu_{1,4} c_y - \mu_{5,2} f_x \right)^2 / \left(1 - c^2 k^2 / \varepsilon \omega^2 \right), \\ \widetilde{\lambda}_i &= \lambda_i' - i \omega M_B \Lambda_f / g N + 4\pi N \mu_z^2 \delta_{i3}, \quad i = 2, 3, 5, 6. \end{split}$$

Решение дисперсионных уравнений (5.1.23а, б) для квазиспиновых и квазиакустических ветвей в длинноволновом приближении определяется формулами (5.1.21) и (5.1.22), в которых для уравнений (5.1.23а) $\omega'_f = gN\lambda_6/M_B$ индексы 2 и 5 нужно заменить соответственно на 1 и 4, а для уравнения (5.1.23б) $\omega'_f = gN(\lambda'_3 + 4\pi N\mu_z^2)/M_B$.

5.1.5. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом

Проанализируем поведение связанных колебаний вблизи рассматриваемых ОФП.

1. Фазовый переход Г₄-Г₂₄

Из (5.1.19) следует, что в фазе Γ_4 взаимодействуют между собой поперечная упругая, d- (квазиферромагнитная) и две f-ветви. Частота $\omega_{\rm III}$ (5.1.21), соответствующая поперечной упругой ветви колебаний (с поляризацией вдоль оси **x**), в самой точке перехода $K_{ac} = 0$ при $k \to 0$ квадратично зависит от k:

$$\omega_{\rm III} = s_5 \left(g \alpha / M_0 \omega_{me5} \right)^{1/2} k^2, \tag{5.1.24}$$

а фазовая скорость этой моды ω_{III}/k линейно зависит от k и стремится к нулю при $k \rightarrow 0$. Таким образом, редкоземельная подсистема не влияет на квадратичный закон дисперсии квазиупругих волн вблизи ОФП. Остальные ветви при k = 0 имеют активацию. В случае $\omega_{20} > \omega_{2f}$ активация квазижелезной ветви ω_{I} в точке ОФП определяется МУ взаимодействием (МУ щель), взаимодействием d- и f-подсистем и дипольным взаимодействием:

$$\omega_{\rm I}^2(0) = \omega_E \left(\omega_{me5} + \omega_{2fd} + \omega_{dip} \right), \tag{5.1.25a}$$

а в случае $\omega_{20} < \omega_{2f}$ только МУ и дипольным взаимодействиями:

$$\omega_{\rm I}^2(0) = \omega_E \,(\omega_{me5} + \omega_{dip}). \tag{5.1.256}$$

Активация квазиредкоземельной моды в точке ОФП в первом случае определяется МУ и дипольным взаимодействиями, а также взаимодействиями внутри f-подсистемы и между d- и f-подсистемами

$$\omega_{\rm II}^2(0) = \frac{\omega_{2f}^2}{\omega_{20}^2} \omega_E \left(\omega_{me5} + \omega_{dip} \right), \tag{5.1.25b}$$

а во втором случае — взаимодействиями внутри *f*-подсистемы, связью *d*- и *f*-подсистем и дипольным взаимодействием

$$\omega_{\rm II}^2(0) = \omega_{2f}^2 + \omega_E \omega_{2fd}.$$
 (5.1.25r)

Коэффициенты затухания Λ_d и Λ_f в области высоких температур $(T = 100^{\circ} \text{ K})$ по порядку величины составляют: $\Lambda_d \sim 10^{-4}$, $\Lambda_f \sim 0.1 \div 1$ [191, 192]. Однако, как известно [191, 192], при низких температурах коэффициенты затухания спиновых волн в d- и f-подсистемах могут уменьшиться как минимум на порядок. В области высоких температур столь большое значение коэффициента затухания в f-подсистеме может привести к тому, что при возбуждении d- и f-мод высокочастотным полем невозможно будет определить величину активации этих ветвей из-за слияния двух линий поглощения в одну. Отметим, что коэффициент затухания звука, в конечном счете, также определяется коэффициентом затухания спиновых волн в *f*-подсистеме (5.1.22). Большое поглощение звука при высоких температурах должно приводить к отсутствию эхо-сигналов в области ОФП. Оба указанных эффекта (невозможность определения активации квазиспиновых волн и отсутствие эхо-сигналов) действительно наблюдались в эксперименте [75, 77, 84, 186] (см. рис. 5.1, 5.2).



Рис. 5.1. Температурная зависимость частоты мягкой моды магнитного резонанса в области ориентационных фазовых переходов $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ и $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ в ErFeO₃ [84]



Рис. 5.2. Температурная зависимость относительного изменения скорости поперечного звука (**k**||**c**, поляризация вдоль оси **x**) в области ОФП Γ₂-Γ₂₄ и Γ₄-Γ₂₄ в ErFeO₃ [77]; о, Δ – эксперимент; — – теория

Используя данные [75, 76, 456–458] для РЗОФ эрбия $M_0 = 830$ Гс, $\rho = 8 \ r/cm^3$, $A = 9 \cdot 10^9 \ \text{эрг/cm}^3$, $B_x = 0,6$ К, $B_y = 1,3$ К, $B'_z = 2,4$ К (при $B''_z = 0$), $|\lambda_i| \approx 3,5$ К, $B_{55} = 2 \cdot 10^6 \ \text{эрг/cm}^3$, $B_{44} = 4 \cdot 10^6 \ \text{эрг/cm}^3$, $c_{55} = 8,9 \cdot 10^{11} \ \text{эрг/cm}^3$, $c_{44} = 1,2 \cdot 10^{12} \ \text{эрг/cm}^3$, $d = 2 \cdot 10^8 \ \text{эрг/cm}^3$, оценим величину частот, входящих в (5.1.19)–(5.1.21), в точке ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ ($T = T_1$, $K_{ac} (T_\perp) = 0$): $\omega_E \sim 4 \cdot 10^5 \ \Gamma\Gamma\mu$, $\omega_{2f} \sim 10^2 \ \Gamma\Gamma\mu$, $\omega_{20} \sim 10^3 \ \Gamma\Gamma\mu$, $\omega_{me5} \sim 10^{-4} \ \Gamma\Gamma\mu$, $\omega_{2fd} \sim 1 \ \Gamma\Gamma\mu$, $\omega_{dip} \sim 5 \cdot 10^{-2} \ \Gamma\Gamma\mu$.

Отсюда следует, что в области ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ в РЗОФ эрбия выполняется условие $\omega_{20} > \omega_{2f}$, и мягкой модой здесь является f-мода ω_{II} . Величина активации этой моды в точке ОФП определяется формулой (5.1.25в) $\omega_{II}(0)/2\pi \sim 21$ ГГц. Для более точной оценки необходимы дополнительные эксперименты по определению параметров f-d и f-f взаимодействий. В эксперименте [83, 84, 170] значение щели мягкой моды в РЗОФ эрбия не было определено — в точке ОФП наблюдался один сигнал поглощения [83,84,169,170] (рис. 5.1). Этот факт может быть объяснен, как уже говорилось выше, большим затуханием в f-подсистеме при высоких температурах (в ErFeO₃ при $T_1 = 100$ K).

2. Фазовый переход Г2-Г24

Из (5.1.236) следует, что вблизи этого ОФП взаимодействуют между собой квазиферромагнитная ветвь *d*-подсистемы, одна из ветвей *f*-подсистемы и поперечный звук с поляризацией вдоль оси **x**. В точке ОФП $K_{ac} + K_2 = 0$ проведение квазиупругой ветви ω_{III} (5.1.21) отличается от поведения данной ветви в точке перехода $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ из-за влияния дипольного взаимодействия [65]

$$\omega_{\rm III} = s_5 k \left[\omega_{dip} / \left(\omega_{me5} + \omega_{dip} \right) \right]^{1/2}.$$
 (5.1.26)

Фазовая скорость этой ветви $\omega_{\rm III}/k$ в точке перехода, хотя и уменьшается, но остается конечной.

В эксперименте вблизи T_1 и T_2 наблюдается уменьшение скорости поперечного звука s_5 с поляризацией вдоль оси **х**. Изменение скорости звука составляет от 0,5 % для YbFeO₃ (рис. 5.3) до 1,5 % для ErFeO₃ [75, 84, 168] (рис. 5.2).





Величина изменения s_5 в YbFeO₃ различна при T_1 и T_2 : уменьшение скорости звука при $T = T_2$ больше, чем при $T = T_1$. В ErFeO₃ величина изменения скорости звука вблизи T_1 и T_2 приблизительно одинакова. Такое малое изменение скорости звука и несовпадение ее величины в точках ОФП $\Gamma_4-\Gamma_{24}$ и $\Gamma_2-\Gamma_{24}$ в YbFeO₃ могут быть объяснены следующими причинами.

Малость изменения скорости звука при $T = T_1$, по-видимому, обусловлена большой величиной затухания звука (5.1.22) вблизи перехода $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$. В области ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ коэффициент затухания звука (5.1.22) уменьшается из-за наличия дипольного взаимодействия (5.1.23). Следовательно, изменение скорости звука s_5 вблизи данного перехода может быть больше, чем при $T = T_1$. Это действительно наблюдается на эксперименте для YbFeO₃ [168]. Ограничение изменения скорости и при $T = T_2$ объясняется влиянием дипольного взаимодействия непосредственно на величину скорости. В эксперименте также наблюдалось увеличение изменения скорости звука в области ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ в YbFeO₃ при наложении постоянного магнитного поля, параллельного оси **z** (рис. 5.4). При H = 35 кЭ величина этого изменения почти на порядок больше аналогичной величины при H = 0. Данный эффект может быть объяснен уменьшением коэффициента



Рис. 5.4. Температурные зависимости относительных изменений скорости (сплошная линия) и изменения затухания (пунктир) поперечного звука (**k**||**c**, поляризация вдоль оси **x**) в YbFeO₃ в магнитном поле: *1* — 5 кЭ, *2* — 35 кЭ. На вставке — полевая зависимость максимальных изменений скорости и затухания [168]

затухания Λ_f при упорядочении f-подсистемы в магнитном поле, так и увеличением частоты $\omega'_f(H)$ в (5.1.22).

Снова пользуясь данными [75, 76, 456–458], получим для частот, входящих в (5.1.236) для ErFeO₃, следующие оценки: $\omega_{2f} \simeq 5 \cdot 10^2 \ \Gamma \Gamma \mu$, $\omega_{20} \sim 10^2 \ \Gamma \Gamma \mu$, $\omega_{2fd} \sim 0,1 \ \Gamma \Gamma \mu$, $\omega_{dip} \sim 5 \cdot 10^{-2} \ \Gamma \Gamma \mu$, $\omega_{me5} \sim 10^{-4} \ \Gamma \Gamma \mu$. Видно, что в области перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ выполняется условие $\omega_{20} < \omega_{2f}$. Таким образом, вблизи перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ мягкой модой является квазиферромагнитная *d*-мода ω_I . Величина ее щели в точке ОФП $T = T_2$ определяется формулой (5.1.256), и для ErFeO₃ численная оценка дает $\omega_I(0) \simeq 140 \ \Gamma \Gamma \mu$. Это согласуется по порядку величины с экспериментальным значением [84] (рис. 5.1). Отсюда следует, что величина активации мягких мод различна в точках T_1 и T_2 (в $T = T_1$, как было показано выше, $\omega_{II}(0) \sim 21 \ \Gamma \Gamma \mu$). Такое различие и наблюдается на эксперименте [168] (рис. 5.5).

3. Фазовый переход Г₂-Г₁₂

Из уравнения (5.1.23а) следует, что вблизи данного перехода взаимодействуют квазиантиферромагнитная ветвь d-подсистемы, одна из f-мод и поперечная упругая ветвь с поляризацией вдоль оси **у**. В точке ОФП $K_{ab}(T_3) = 0$ при $k \to 0$ квазиупругая ветвь $\omega_{\rm III}$ (5.1.21) квадратично зависит от k:

$$\omega_{\rm III} = s_4 \left(g \alpha / M_0 \omega_{me4} \right)^{1/2} k^2. \tag{5.1.27}$$

Фазовая скорость этой ветви ω_{III}/k вблизи ОФП линейно зависит от k и стремится к нулю при $k \to 0$. Отметим, что в отличие



Рис. 5.5. Температурная зависимость частот мягкой моды магнитного резонанса в YbFeO₃ при спонтанном $\Gamma_2-\Gamma_4$ (•) и индуцированном полем H = 3 кЭ переходах: $\Gamma_2-\Gamma_{24}$ в поле $\mathbf{H} \| \mathbf{a}$ (∇) и $\Gamma_{24}-\Gamma_4$ в поле $\mathbf{H} \| \mathbf{c}$ (Δ) [168]

от перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ при $T = T_3$ дипольное взаимодействие не влияет на поведение квазиупругой ветви ω_{III} (см. (5.1.21) и (5.1.23)). Поскольку переход $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ наблюдается при низких температурах, то затухание в *f*-подсистеме, а с ним и затухание квазиупругой ветви ω_{III} (5.1.22), должно быть меньше, чем в области переходов $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ и $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$. Эти два фактора (отсутствие влияния дипольного взаимодействия при $T = T_3$ и уменьшение затухания при низких температурах) должны привести к тому, что изменение скорости поперечного звука *s*₄ вблизи ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ будет больше, чем при переходах $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ и $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$. В экспериментах [83,84,170] наблюдалось изменение скорости звука при $T = T_3$ до 25% (рис. 5.6). Такое большое изменение скорости в РЗОФ было обнаружено впервые.

В области перехода $\Gamma_2-\Gamma_{12}$ получаем из [75,169,456,458] следующие оценки частот в (5.1.23а) для РЗОФ эрбия (предполагая, что при низких температурах МУ постоянная B_{44} возрастает как минимум на порядок по сравнению с ее значением при высоких температурах): $\omega_{1f} \sim 500$ ГГц, $\omega_{me4} \sim 2 \cdot 10^{-2}$ ГГц, $\omega_{1fd} \sim 5$ ГГц, $\omega_{10} \sim 10^3$ ГГц. Таким образом, видно, что при $T = T_3$ имеем $\omega_{10} > \omega_{1f}$, и мягкой модой вблизи данного перехода является квазиредкоземельная мода, квадрат величины активации которой определяется формулой, аналогичной (5.1.25в)

$$\omega_{\mathrm{II}}^2(0) = \left(\frac{\omega_{1f}}{\omega_{10}}\right)^2 \omega_E \omega_{me4}.$$
(5.1.28)

Отсюда имеем оценку величины щели мягкой моды при $T = T_3$: $\nu(0) = \omega_{\rm II}(0)/2\pi \sim 23$ ГГц. Это значение хорошо согласуется с экспериментом [84] (рис. 5.7).



Рис. 5.6. Изменение скорости (*a*), затухания (*б*) поперечного звука ($\mathbf{k} \| \mathbf{c}$, поляризация вдоль оси \mathbf{y}) в области низкотемпературного ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ в ErFeO₃ [170]



Рис. 5.7. Изменение частоты мягкой моды магнитного резонанса в области низкотемпературного ОФП Г₂-Г₁₂ в ErFeO₃ [84]

В эксперименте в области перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ наблюдалась еще одна особенность — резкая асимметрия в поведении мягкой моды слева и справа от точки перехода (рис. 5.7). Эта асимметрия следует из разной температурной зависимости эффективных констант f-f взаимодействия

и анизотропии справа и слева от T_3 . Покажем, что зависимость указанных постоянных от температуры действительно различна в различных температурных интервалах. В области высокотемпературных переходов, когда f-подсистема находится в парамагнитном состоянии (это означает, что $f, c, \sigma \ll 1$) Arcth $\sigma \cong \sigma$ и, значит, согласно (5.1.8a), $\lambda'_i \cong T - \lambda_i \cong T$ (так как при высоких температурах $T \gg \lambda_i$ [191,192]). Из (5.1.12) следует, что

$$K_{ac} = \tilde{K}_{ac}(T) - N \left(B_z'^2 + B_z''^2 - B_x^2 \right) / T,$$

$$K_{ac} = \tilde{K}_{cb}(T) + N \left(B_z'^2 + B_z''^2 - B_y^2 \right) / T,$$
(5.1.29)

где зависимость от температуры констант анизотропии $K_{ac,cb}$ определяется зависимостью от температуры ван-флековского [156, 191, 192] и МУ вкладов в эти постоянные. В результате, с учетом экспериментальных данных [75, 156] для РЗОФ эрбия в области температур, где происходит спиновая переориентация $\Gamma_4-\Gamma_{24}-\Gamma_2$, константа анизотропии K_{ac} линейно зависит от температуры: $|K_{ac}| = = |0,214-2,42\cdot 10^{-3}T|$ К.

Вблизи ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{12}'$ (при $T \ge T_3$) f-подсистема близка к упорядоченному состоянию (согласно [457], в РЗОФ эрбия спиновая переориентация в f-подсистеме при $T = T_3$ сопровождается одновременным антиферромагнитным ($c_z \ne 0$) упорядочением в f-подсистеме). В этом случае $f, c, \sigma \sim 1$. Для выяснения температурной зависимости констант λ_i и K_{cb} при $T \sim T_3$ предположим для упрощения расчетов, что $a = B''_z = \lambda_{7,8} = 0$ и $B'_z \gg \lambda_i$. Тогда из (5.1.8) следует, что в фазе $\Gamma_2 f_z = c_y = 0, f_x = \sigma = B'_z / \lambda'_1$, а из (5.1.8а) — Arcth $\sigma \cong B'_z / T$, то есть $f_x = \text{th} (B'_z / T)$. Подставляя эти результаты в формулы для λ'_i (5.1.8a) и $K_{ac,cb}$ (5.1.10), (5.1.12), получим, что при $T \ge T_3$

$$\begin{aligned}
\lambda'_i &\cong B'_z/\operatorname{th}(B'_z/T),\\
K_{ac,cb} &\cong \widetilde{K}_{ac,cb}(T) \mp N\left(B'_z{}^2 - B^2_{x,y}\right) \cdot \operatorname{th}\left(B'_z/T\right)/B'_z.
\end{aligned}$$
(5.1.30)

Здесь постоянные $K_{ac,cb}$ могут зависеть от температуры только через МУ вклад, так как ван-флековский вклад при низких температурах практически постоянен [156]. Используя экспериментальные данные [84, 156, 170, 456], окончательно из (5.1.30) получим для константы K_{cb} в РЗОФ эрбия при $T \ge T_3$ следующее выражение: $K_{cb} = [3,37-6,42 \operatorname{th}(2,4/T)]$ К. При $T \leqslant T_3$ f-подсистема упорядочена. В этом случае температурная зависимость параметров f-f и f-d взаимодействий должна вновь измениться, что также приведет к иной температурной зависимости констант анизотропии в области температур $T \leqslant T_3$.

Таким образом, асимметрия в поведении мягкой моды в области ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ действительно может быть объяснена различной температурной зависимостью эффективных констант f - f, f - d взаимодействий и анизотропии справа и слева от T_3 .

Знание конкретной зависимости констант анизотропии от температуры позволяет определить величину МУ постоянных B_{55} и B_{44}

при различных температурах из экспериментальной зависимости скоростей квазизвуковых волн (5.1.21) $s(T) = \omega_{\rm III}/k$ [77, 83, 84, 170]. В РЗО эрбия в области высокотемпературных переходов для B_{55} и B_{44} в [77] были получены следующие значения: $B_{55} \cong 2, 2 \cdot 10^6$ эрг/см³, $B_{44} \cong 4 \times 10^6$ эрг/см³. Используя экспериментальную зависимость скорости поперечного звука с поляризацией вдоль оси \mathbf{y} [83, 84, 170] и приведенную выше зависимость от T константы анизотропии K_{cb} вблизи ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ при $T \ge T_3$, получаем, что МУ константа B_{44} в области низких температур возрастает почти на два порядка: $B_{44} \cong 2, 5 \cdot 10^8$ эрг/см³. Такое значительное возрастание МУ постоянной B_{44} в области ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ может быть, по-видимому, объяснено увеличением вклада в МУ энергию от f-подсистемы при низких температурах из-за близости f-подсистемы к упорядоченному состоянию.

Отметим, что различной величиной МУ постоянных B_{55} , B_{44} и разной зависимостью констант анизотропии от T вблизи переходов $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$, $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ может быть объяснена и разная степень изменения скорости звука при данных переходах. Действительно, предполагая, что в области переходов $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ и $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ справедлива зависимость (5.1.29), можно получить, что уменьшение скорости звука в два раза должно наблюдаться при приближении к ОФП на $\Delta T \cong M_0 \omega_{me5} / (g \partial K_{ac} / \partial T) \sim 10^{-4} \div 10^{-3}$ К, то есть для наблюдения больших изменений скорости звука вблизи высокотемпературных переходов необходимо чрезвычайно близко подойти к точке ОФП. В области же перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ такое же уменьшение скорости звука будет наблюдаться при приближении к точке ОФП на $\Delta T \cong M_0 \omega_{me4} / (g \partial K_{cb} / \partial T) \sim 10^{-2} \div 10^{-1}$ К. В низкотемпературном эксперименте приблизиться к точке ОФП на такой интервал вполне возможно.

Рассмотренный ОФП (Г₂-Г₁₂) в РЗОФ эрбия является единственным, а, следовательно, уникальным, переходом по температуре, при котором достигнуто столь значительное изменение скорости звука.

Итак, проведенные в данном разделе теоретические исследования связанных колебаний редкоземельной, железной, упругой и дипольной подсистем в РЗОФ с крамеровскими ионами и сравнение полученных результатов с экспериментом позволяют сделать следующие выводы.

В зависимости от соотношения между частотой колебаний f-подсистемы и частотой колебаний d-подсистемы, перенормированной взаимодействием с f-подсистемой и упругой подсистемой, мягкой модой в области ОФП может быть либо одна из квазижелезных мод, либо одна из квазиредкоземельных мод. Так, например, в РЗОФ эрбия вблизи переходов $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ и $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ мягкой является квазиредкоземельная мода, а в области перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ — квазиферромагнитная мода.

В области ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ малое изменение скорости поперечного звука, поляризованного вдоль оси **x**, объясняется большим коэффициентом затухания в парамагнитной *f*-подсистеме (ширина линии зависит от температуры и при высоких температурах порядка самой частоты [191, 192], через который выражается коэффициент затухания звука) (5.1.22). Величина коэффициента затухания может быть настолько большой, что вблизи точки перехода будет отсутствовать эхосигнал [77]. Незначительное изменение скорости звука объясняется также тем, что температурный интервал вблизи T_1 , в котором происходит существенное (в два и более раз) уменьшение скорости, чрезвычайно узок (~ $10^{-4} \div 10^{-3}$ K) и в эксперименте не разрешается.

Вблизи фазового перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ затухание звука слабее, чем вблизи перехода $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$, из-за влияния дипольного взаимодействия, обусловленного неколлинеарностью волнового вектора и вектора ферромагнетизма. Поэтому изменение скорости звука в YbFeO₃ в области этого перехода больше, чем при переходе $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$. Однако и здесь величина изменения скорости звука остается небольшой (0,5–3%) из-за ограничения самого этого изменения дипольным взаимодействием (5.1.26).

В области низкотемпературного фазового перехода $\Gamma_2-\Gamma_{12}$ в РЗОФ эрбия наблюдаемое экспериментально уменьшение скорости звука, поляризованного вдоль оси **у**, на 25 % может быть объяснено тем, что, во-первых, при низких температурах затухание в *f*-подсистеме, а, следовательно, и скорости звука, существенно уменьшается; во-вторых, вблизи данного перехода отсутствует ограничение изменения скорости звука дипольным взаимодействием (5.1.27). Наблюдаемая также слабая зависимость частоты мягкой моды вблизи перехода $\Gamma_2-\Gamma_{12}$ от температуры выше перехода объясняется тем, что при низких температурах может существенно измениться зависимость констант анизотропии от температуры (5.1.29), (5.1.30). Это в свою очередь, приводит к увеличению температурного интервала «близости» к точке ОФП до десятых долей градуса, что делает рассматриваемый переход уникальным, так как такой большой интервал близости к ОФП по температуре до сих пор не обнаружен ни в одном из магнетиков.

Оценки величины щелей мягких мод в области ОФП, полученные в данной работе, по порядку величины согласуются с экспериментальными значениями. Для подтверждения сделанных выводов и более точного сравнения теории и эксперимента необходимы новые эксперименты по определению температурного хода констант анизотропии, а также констант МУ, f-f и f-d взаимодействий.

5.2. Спектр связанных колебаний в ортоферритах с некрамерсовскими редкоземельными ионами

5.2.1. Основное состояние

К РЗОФ с некрамерсовскими f-ионами относятся, например, указанные выше ортоферриты тулия и гольмия — TmFeO₃ и HoFeO₃.

Плотность свободной энергии в РЗОФ с некрамерсовскими f-ионами определяется формулами (5.1.1)–(5.1.5). Плотность энергии d-подсистемы по-прежнему выражается формулой (5.1.2a), а для энергии взаимодействия f- и d-подсистем и энергии f-подсистемы

в РЗОФ с некрамерсовскими *f*-ионами вместо (5.1.26), (5.1.2в) следует использовать формулы [456]:

$$F_{fd} = -N \left[\mu_x \left(H_x + aF_x \right) f_{\xi} + BG_z f_{\xi} + \mu_y \left(H_y + aF_y \right) c_{\xi} \right], \quad (5.2.1)$$

$$F_f = -N \left\{ \frac{1}{2} \lambda_f f_{\xi}^2 + \frac{1}{2} \lambda_c c_{\xi}^2 + \frac{1}{2} T \left[s \left(\sigma_1 \right) + s \left(\sigma_2 \right) \right] + \Delta_{\kappa \Pi} f_{\zeta} \right\}.$$
 (5.2.2)

Здесь ξ , η , ζ — оси локальной системы координат, связанной с подрешетками f-ионов, $\Delta_{\kappa \pi}$ — расщепление квазидублета f-иона в кристаллическом поле. Остальные обозначения введены в разделе 5.1.

Вновь считаем, что переориентация **G** и **F** происходит в плоскости xz и H = 0. Равновесные значения параметров всех подсистем в фазах Γ_2 , Γ_4 , Γ_{24} имеют вид:

$$f_{\eta} = F_{y} = \mathbf{c} = u_{xy}^{0} = u_{yz}^{0} = 0, \quad f_{\xi} = f_{0} \sin \Psi \equiv \Delta_{ex}^{0} G_{z} / \left(\widetilde{T} - \lambda_{f}^{\prime} \right),$$

$$f_{\zeta} = f_{0} \cos \Psi, \quad F_{x} = F_{0} G_{z}, \quad F_{z} = -F_{0} G_{x};$$

$$u_{\alpha\alpha}^{0} = \Delta_{\alpha} / \Delta, \quad u_{xz}^{0} = -B_{55} G_{x} G_{z} / 2c_{55}, \quad (5.2.3)$$

где

$$F_{0} = (d + Na\mu_{x}f_{\xi}G_{z})/A, \quad \widetilde{T} = \Delta_{f}/f_{0}, \quad f_{0} = \operatorname{th}\left(\Delta_{f}/T\right),$$

$$\sin\Psi = \Delta_{ex}/\Delta_{f}, \quad \cos\Psi = \Delta_{\kappa\pi}/\Delta_{f}, \quad \Delta_{f}^{2} = \Delta_{\kappa\pi}^{2} + \Delta_{ex}^{2},$$

$$\Delta_{ex} = \Delta_{ex}^{0}G_{z} + \lambda_{f}'f_{\xi}, \quad \Delta_{ex}^{0} = B + \mu_{x}ad/A, \quad (5.2.4)$$

$$\lambda_{f}' = \lambda_{f} + \Delta\lambda_{f}G_{z}^{2}, \quad \Delta\lambda_{f} = N\left(a\mu_{x}\right)^{2}/A.$$

Остальные обозначения такие же, как в разделе 5.1.

В угловой фазе Г₂₄ равновесные компоненты вектора антиферромагнетизма **G** *d*-подсистемы по-прежнему выражаются формулами (5.1.9)– (5.1.11), в которых

$$K_{ac}^{fd} = -N\Delta_{ex}^{0\ 2}/\left(\widetilde{T} - \lambda_{f}'\right), \qquad (5.2.5a)$$

$$K_{20}^{fd} = -N\Delta\lambda_f \Delta_{ex}^{0\,2} / \left(\widetilde{T} - \lambda_f'\right)^2.$$
(5.2.56)

Условия устойчивости фаз и условия на точки ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ и $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ остаются такими же, как и для РЗОФ с крамерсовскими *f*-ионами, а условия, при которых осуществляется еще один интересующий нас фазовый переход $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$, будут приведены ниже.

5.2.2. Дисперсионные уравнения

Для нахождения дисперсионных уравнений связанных колебаний *f*-, *d*-, упругой и дипольной подсистем в РЗОФ с некрамерсовскими *f*-ионами используем систему исходных уравнений движения (5.1.13)– (5.1.18). В последней формуле для вклада *f*-ионов в суммарную намагниченность РЗОФ следует пользоваться выражением

$$\mathbf{M}_f = N\,(\mu_x f_{\xi}, \mu_y c_{\xi}, 0). \tag{5.2.6}$$

После линеаризации системы уравнений (5.1.13)-(5.1.18) вблизи положения равновесия (5.2.5), в зависимости от рассматриваемой магнитной фазы, дисперсионные уравнения для волн, распространяющих-ся вдоль оси **z**, примут вид:

1. Фаза Г₂₄

$$\begin{bmatrix} \left(\omega^{2}-\omega_{4k}^{2}\right)\left(\omega^{2}-\widetilde{\omega}_{1k}^{2}\right)-\widetilde{\omega}_{E}\omega_{me4}\omega_{4k}^{2}G_{z}^{2}\end{bmatrix}\times \\ \times\left\{ \left(\omega^{2}-\omega_{3k}^{2}\right)\left(\omega^{2}-\omega_{5k}^{2}\right)\left[\left(\omega^{2}-\widetilde{\omega}_{2f}^{2}\right)\left(\omega^{2}-\widetilde{\omega}_{2k}^{2}\right)-\widetilde{\omega}_{E}\widetilde{\omega}_{f}\omega_{ex}\omega_{ex}^{\prime}G_{x}^{2}\right]-\right. \\ \left.-\omega_{E}\omega_{5k}^{2}\omega_{me5}\left(G_{z}^{2}-G_{x}^{2}\right)^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{3k}^{2}\right)\left(\omega^{2}-\widetilde{\omega}_{2f}^{2}\right)-\right. \\ \left.-\widetilde{\omega}_{E}\omega_{3k}^{2}\omega_{me3}G_{x}^{2}G_{z}^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{5k}^{2}\right)\left(\omega^{2}-\widetilde{\omega}_{2f}^{2}\right)\right\}=0. \quad (5.2.7)$$

Здесь $\omega_{ik} = s_i k$ (i = 3, 4, 5) — частоты упругих ветвей колебаний (из них ω_{3k} является продольной), $s_i = (c_{ii}/\rho)^{1/2}$ — скорости упругих волн.

$$\begin{split} \widetilde{\omega}_{1k,2k}^{2} &= \widetilde{\omega}_{E}\widetilde{\omega}_{ab,ac}, \quad \widetilde{\omega}_{2f}^{2} = \widetilde{\omega}_{f}\widetilde{\omega}_{f}', \quad \omega_{E} = gA/M_{0}, \\ \widetilde{\omega}_{A} &= \omega_{A} - i\omega\Lambda_{d} \quad (A = E, ab, ac), \\ \omega_{ab} &= \frac{g}{M_{0}} \left[K_{ab}^{0} + d^{2}/A - K_{20}''G_{z}^{2} + 4 \left(B_{21} - B_{11} \right) u_{xx}^{0} + \right. \\ &+ 4 \left(B_{22} - B_{12} \right) u_{yy}^{0} + 4 \left(B_{23} - B_{13} \right) u_{zz}^{0} + B_{55}^{2}G_{z}^{2}/c_{55} + \alpha k^{2} \right], \\ \omega_{ac} &= \frac{g}{M_{0}} \left\{ G_{x}^{2}K_{ac} + \left[2K_{20} + K_{2} - B_{55}^{2}/c_{55} + \right. \\ &+ \Delta\lambda_{f}N\Delta_{ex}^{0}{}^{2} \left(\widetilde{T} - \lambda_{f}' \right)^{-2} \right] G_{z}^{2} \right\} + \omega_{me5} + gN\Delta_{ex}^{0}{}^{2}G_{x}^{2} \left(\widetilde{T} - \lambda_{f}' \right) + \\ &+ g\alpha k^{2}/M_{0} + \omega_{dip} \left(1 - c^{2}k^{2}/\varepsilon\omega^{2} \right)^{-1} G_{x}^{2} + \omega_{dip}G_{z}^{2}, \\ \widetilde{\omega}_{f,f'} &= \omega_{f,f'} - i\omega\Lambda_{f}, \quad \omega_{f} = 2\Delta_{f}, \quad \omega_{f'} = \omega_{f} - 2\widetilde{\lambda}_{f}f_{0}\cos^{2}\Psi, \quad (5.2.8) \\ \tilde{\lambda}_{f} &= \lambda_{f} - 4\pi N\mu_{x}^{2} \left(1 - c^{2}k^{2}/\varepsilon\omega^{2} \right)^{-1}, \quad \omega_{ex} = g\Delta_{ex}^{0}\cos\Psi/\mu_{Fe}, \\ \mu_{Fe} &= 5\mu_{B}, \quad \omega_{ex'} = g\Delta_{ex}^{0}f_{\zeta}/\mu_{B}, \quad \omega_{me3} = g \left(B_{33} - B_{31} \right)^{2}/M_{0}c_{33}. \end{split}$$

Остальные обозначения были введены ранее.

Приведем здесь решение дисперсионного уравнения (5.2.7) в длинноволновом приближении ck, $\omega_i k \ll \omega_{1f,10,20}$, а также интересующий нас коэффициент затухания квазиупругих волн.

Решение дисперсионного уравнения (5.2.7) выглядит следующим образом:

$$\omega_{\rm I}^2 = \begin{cases} \omega_{2k}^2 + \left[\omega_{2f}^2 \omega_{2fd}^2 G_x^2 + \omega_{5k}^2 \omega_{me5} \omega_E \left(G_z^2 - G_x^2\right)^2 + \right. \\ \left. + \omega_{3k}^2 \omega_{me3} \omega_E G_x^2 G_z^2 \right] / \omega_{2k}^2, \quad \omega_{2k} > \omega_{2f}, \\ \left. \omega_{2k}^2 - \omega_{2fd}^2 G_x^2 + \left[\omega_{5k}^2 \omega_{me5} \omega_E \left(G_z^2 - G_x^2\right)^2 + \right. \\ \left. + \omega_{3k}^2 \omega_{me3} \omega_E G_x^2 G_z^2 \right] / \omega_{2k}^2, \quad \omega_{2k} < \omega_{2f}, \end{cases}$$

$$\omega_{\mathrm{II}}^{2} = \begin{cases}
\omega_{2f}^{2} - \omega_{2fd}^{2} \omega_{2f}^{2} G_{x}^{2} / \omega_{2k}^{2}, & \omega_{2k} > \omega_{2f}, \\
\omega_{2f}^{2} + \omega_{2fd}^{2} G_{x}^{2}, & \omega_{2k} < \omega_{2f}, \\
\omega_{\mathrm{III}}^{2} = \omega_{1k}^{2} + \omega_{E} \omega_{me4} \omega_{4k}^{2} G_{z}^{2} / \omega_{1k}^{2}, \\
\omega_{\mathrm{IV}}^{2} = \omega_{4k}^{2} \left(1 - \omega_{E} \omega_{me4} G_{z}^{2} / \omega_{1k}^{2}\right), \\
\omega_{\mathrm{V,VI}}^{2} = \frac{1}{2} \left\{ \omega_{3k}^{2} \left(1 - \xi_{3k}\right) + \omega_{5k}^{2} \left(1 - \xi_{5k}\right) \pm \left(5.2.9\right) \\
\pm \left[\left(\omega_{5k}^{2} \left(1 - \xi_{3k}\right) - \omega_{5k}^{2} \left(1 - \xi_{5k}\right) \right)^{2} + 4\omega_{5k}^{2} \omega_{3k}^{2} \xi_{3k} \xi_{5k} \right]^{1/2} \right\},$$

где

$$\begin{aligned}
\omega_{2fd}^{2} &= \omega_{ex}\omega_{ex'}\omega_{E}/\omega_{f'}, \\
\xi_{3k} &= \omega_{E}\omega_{me3}G_{z}^{2}G_{x}^{2}/\left(\omega_{2k}^{2} - \omega_{2fd}^{2}G_{x}^{2}\right), \\
\xi_{5k} &= \omega_{E}\omega_{me5}\left(G_{z}^{2} - G_{x}^{2}\right)/\left(\omega_{2k}^{2} - \omega_{2fd}^{2}G_{x}^{2}\right).
\end{aligned}$$
(5.2.10)

Коэффициенты затухания квазиупругих волн имеют вид

$$\gamma_{\rm IV} = \frac{\omega_{me4}\omega^2 G_z^2}{s_4 \omega_{ab}^{1/2} \left(\omega_{ab} - \omega_{me4} G_z^2\right)^{3/2}},$$

$$\gamma_{\rm V} = \frac{\omega^2 \omega_{me3} \omega_E^2 G_x^2 G_z^2 \left(\Lambda_d + \Lambda_f G_x^2 \omega_{ex} \omega_{ex}' / \omega_{f'}^2\right)}{s_3 \left(\omega_{2k}^2 - \omega_{2fd}^2 G_x^2 - \omega_E \omega_{me3} G_z^2 G_x^2\right)^{3/2} \left(\omega_{2k}^2 - \omega_{2fd}^2 G_x^2\right)^{1/2}}.$$
(5.2.11)

Коэффициент затухания поперечной квазиупругой ветви $\gamma_{\rm VI}$ можно получить из выражения для γ_V (5.2.11), если в нем заменить $\omega_{me3}G_x^2G_z^2$ на $\omega_{me5}\left(G_z^2-G_x^2\right)^2$, а индекс 3 на 5. 2. Фаза Г₄.

Все результаты для фазы Г₄ можно получить из формул (5.2.7)-(5.2.11), в которых нужно положить $G_x = 1, G_z = 0, \cos \Psi = 1.$ 3. Фаза Г₂

$$\left\{ \left(\omega^{2} - \omega_{4k}^{2}\right) \left[\left(\omega^{2} - \widetilde{\omega}_{2f}^{2}\right) \left(\omega^{2} - \widetilde{\omega}_{2k}^{2}\right) - \widetilde{\omega}_{f}\widetilde{\omega}_{cb}\omega_{ax}\omega_{ax}'\right] - \\ -\omega_{4k}^{2}\omega_{me4} \left[\widetilde{\omega}_{E} \left(\omega^{2} - \widetilde{\omega}_{2f}^{2}\right) + \widetilde{\omega}_{f}\omega_{ax}\omega_{ax}'\right] \right\} \times \\ \times \left\{ \left[\left(\omega^{2} - \widetilde{\omega}_{1k}^{2}\right) \left(\omega^{2} - \widetilde{\omega}_{1f}^{2}\right) - \widetilde{\omega}_{f}\widetilde{\omega}_{ca}\omega_{ay}\omega_{ay}'\right] \left(\omega^{2} - \omega_{5k}^{2}\right) - \\ -\omega_{5k}^{2}\omega_{me5} \left[\widetilde{\omega}_{E} \left(\omega^{2} - \widetilde{\omega}_{1f}^{2}\right) + \widetilde{\omega}_{f}\omega_{ay}\omega_{ay}'\right] \right\} \left(\omega^{2} - \omega_{3k}^{2}\right) = 0. \quad (5.2.12)$$

Частоты $\widetilde{\omega}_A$ ($A \equiv E, f, f', f'', cb, ca$) выражаются такими же формулами, как и в (5.2.8). Остальные частоты имеют вид:

$$\widetilde{\omega}_{1f}^2 = \widetilde{\omega}_f \widetilde{\omega}_f'', \quad \widetilde{\omega}_{1k,2k}^2 = \widetilde{\omega}_E \widetilde{\omega}_{ca,cb}, \quad \omega_f'' = \omega_f - 2\widetilde{\lambda}_c f_0 \cos^2 \Psi,$$

$$\widetilde{\lambda}_c = \lambda_c - 4\pi \mu_y^2 N \left(1 - c^2 k^2 / \varepsilon \omega^2 \right)^{-1}, \quad \omega_{ax,y} = g \widetilde{a} \mu_{x,y} \cos \Psi / \mu_{Fe},$$

$$\omega_{ax,y}' = g \widetilde{a} \mu_{x,y} f_{\zeta} / \mu_B, \quad \widetilde{a} = a - 8\pi M_0 \left(1 - c^2 k^2 / \varepsilon \omega^2 \right)^{-1}, \quad (5.2.13)$$

$$\begin{split} \omega_{cb} &= g K_{cb} / M_0 + \omega_{me4} + g \alpha k^2 / M_0, \\ K_{cb} &= K_{ab}^0 + K_{20}'' - K_{ac}^0 - K_{20} + N \Delta_{ex}^{0\,2} \left(\widetilde{T} - \lambda_f' \right)^{-1} + 4 \left(B_{21} - B_{31} \right) u_{xx}^0 + \\ &+ 4 \left(B_{22} - B_{32} \right) u_{yy}^0 + 4 \left(B_{23} - B_{33} \right) u_{zz}^0 - B_{44}^2 / c_{44}, \\ \omega_{ca} &= -g \left(K_{ac} + K_2 \right) / M_0 + \omega_{me5} + \omega_{dip} + g \alpha k^2 / M_0. \end{split}$$

Отметим, что фаза Γ_2 устойчива при $K_{cb} > 0$ и $K_2 + K_{ac} < 0$. При температуре $T = T_3$ ($K_{cb}(T) = 0$) происходит ОФП второго рода из этой фазы в угловую фазу Γ_{12} , а при температуре $T = T_2$ ($K_{ac}(T_2) + K_2(T_2) = 0$) — в угловую фазу Γ_{24} .

Решения дисперсионного уравнения (5.2.12) и коэффициент затухания квазиупругой волны в длинноволновом приближении $\omega_{4k,5k} \ll \omega_{1f,2f,10,20}$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
\omega_{\rm I}^2 &= \omega_{4k}^2 \left(1 - \omega_E \omega_{me4} / \omega_{2k}^2 \right), \\
\omega_{\rm II}^2 &= \begin{cases} \omega_{2k}^2 + \omega_{2fd}^2 + \omega_{4k}^2 \omega_{me4} \omega_E / \omega_{2k}^2, & \omega_{2k} > \omega_{2f}, \\
\omega_{2k}^2 - \omega_{2fd}^2 \omega_{2k}^2 / \omega_{2f}^2 + \omega_{4k}^2 \omega_{me4} \omega_E / \omega_{2k}^2, & \omega_{2k} < \omega_{2f}, \\
\omega_{\rm III}^2 &= \begin{cases} \omega_{2f}^2 - \omega_{2fd}^2, & \omega_{2k} > \omega_{2f}, \\
\omega_{2f}^2 + \omega_{2fd}^2 \omega_{2k}^2 / \omega_{2f}^2, & \omega_{2k} < \omega_{2f}, \\
\omega_{2k}^2 + \omega_{2fd}^2 \omega_{2k}^2 / \omega_{2f}^2, & \omega_{2k} < \omega_{2f}, \\
\omega_{2k}^2 - \omega_{2fd}^2 \omega_{2k}^2 / \omega_{2f}^2, & \omega_{2k} < \omega_{2f}, \\
\gamma_{\rm I} &= \Lambda_d \frac{\omega_{me4} \omega_E \omega^2}{\omega_{2k}^2 \left(1 - \omega_{me4} \omega_E / \omega_{2k}^2 \right)^{3/2},
\end{aligned}$$
(5.2.14)

где

$$\omega_{2fd}^2 = \omega_{ax} \omega'_{ax} \omega_f / \omega_E. \tag{5.2.15}$$

Остальные три частоты ($\omega_{IV}-\omega_{VI}$) выражаются формулами (5.2.14), в которых нужно сделать замены индексов: I, II, III \rightarrow IV, V, VI; 2, 4 \rightarrow 1, 5; x, x' \rightarrow y, y'.

5.2.3. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом

Проведем анализ поведения связанных колебаний РЗОФ вблизи рассматриваемых ОФП.

1. Фазовый переход Г₄-Г₂₄

Из (5.2.9) следует, что в области данного ОФП МУ ветви ω_{III} , ω_{IV} , ω_{V} практически не отличаются от невзаимодействующих ветвей ω_{2k} , ω_{4k} , ω_{3k} , так как $G_z \cong 0$. Ветвь ω_{VI} , соответствующая поперечной квазиупругой ветви колебаний (с поляризацией вдоль оси **x**), сильно отличается от невзаимодействующей ветви ω_{5k} . В самой точке перехода при $T = T_1$, $G_z = 0$, $K_{ac} = 0$ при $k \to 0$ частота ω_{I} квадратично зависит от k (см. формулу (5.1.24)), а фазовая скорость этой моды ω_{VI}/k линейно зависит от k и стремится к нулю при $k \to 0$. Остальные две моды при k = 0 имеют активацию. В случае $\omega_{20} > \omega_{2f}$ активация

квазижелезной ветви $\omega_{\rm I}$ в точке ОФП определяется МУ связью (МУ щель), дипольной энергией и взаимодействием *f*-и *d*-подсистем

$$\omega_{\rm I}^2(0) = \omega_E \left(\omega_{me5} + \omega_{dip} \right) + \omega_{2fd}^2, \tag{5.2.16a}$$

а в случае $\omega_{20} < \omega_{2f}$ — только МУ и дипольным взаимодействиями

$$\omega_{\mathrm{I}}^2(0) = \omega_E \left(\omega_{me5} + \omega_{dip}\right). \tag{5.2.166}$$

Активация квазиредкоземельлной моды в точке ОФП в первом случае определяется МУ и дипольным взаимодействиями, связью d- и f-под-систем и взаимодействием внутри f-подсистемы

$$\omega_{\mathrm{II}}^2(0) = \left(\frac{\omega_{2f}}{\omega_{20}}\right)^2 \omega_E \left(\omega_{me5} + \omega_{dip}\right),\tag{5.2.16b}$$

а во втором случае — взаимодействиями внутри *f*-подсистемы и связью *d*- и *f*-подсистем

$$\omega_{\rm II}^2(0) = \omega_{2f}^2 + \omega_{2fd}^2. \tag{5.2.16r}$$

Из (5.2.16а-г) видно, что в точке ОФП $\Gamma_4-\Gamma_{24}$ при $\omega_{20} > \omega_{2f}$ мягкой модой является f-мода, а при $\omega_{20} < \omega_{2f} - d$ -мода. Этот результат согласуется с результатом работы [191]. Величина активации мягкой моды в первом случае может быть как больше, так и меньше величины МУ щели $\omega_E \omega_{me5}$ (5.2.16в), а во втором случае всегда больше ее (5.2.16б). Величина же активации квазижелезной ветви в обоих случаях больше величины МУ щели и квазиредкоземельной ветвей щель нельзя отождествлять с МУ щелью.

Приведем количественные оценки. Для этого воспользуемся значениями постоянных, входящих в энергию (5.1.1) и формулы (5.2.16) из работ [77, 191, 192]. Оценка величины частот в (5.2.7)–(5.2.9) для РЗОФ гольмия дает $\omega_E \sim 3 \cdot 10^5$ ГГц, $\omega_{2fd} \sim 2.4 \cdot 10^3$ ГГц, $\omega_{2f} \sim \omega_{f'} \sim 6.6 \cdot 10^2$ ГГц, $\omega_{me5} \sim 5 \cdot 10^{-2}$ ГГц, $\omega_{dip} \sim 0.2$ ГГц, $\omega_{20} \sim 2.4 \cdot 10^3$ ГГц.

Отсюда следует, что в РЗОФ гольмия в области перехода $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ выполняется условие $\omega_{20} > \omega_{2f}$, и мягкой модой является квазиредкоземельная мода. Величина активации этой моды согласно (5.2.16) в точке ОФП $\omega_{II}(0) \sim 70$ ГГц. Отметим, что точное значение величины активации мягкой моды в РЗОФ гольмия в области ОФП экспериментально не было определено. Так, в работах [191, 192] использовались частоты $\omega/2\pi > 70$ ГГц. Поэтому определение величины активации, которая, в принципе, может быть меньше этого значения, было ограничено возможностями эксперимента. В работе же [169] величина активации мягкой моды не могла быть измерена из-за наличия всего лишь одного сигнала поглощения, что по-видимому, обусловлено слиянием двух сигналов поглощения в один за счет большого затухания (порядка самой частоты [191] в парамагнитной *f*-подсистеме (рис. 5.8)). Большое затухание в *f*-подсистеме может быть причиной еще одного эффекта — уже



Рис. 5.8. Зависимость частоты резонансного поглощения от температуры в окрестности ОФП в HoFeO₃. *Т*₂ – температура ОФП Г₂-Г₂₄ [169]

в упругой подсистеме. Анализ формулы (5.1.22) показывает, что коэффициент затухания наиболее сильно взаимодействующего с *d*-подсистемой поперечного звука (с поляризацией вдоль оси **x**) $\gamma_{\rm VI}$ определяется как коэффициентом затухания спиновых волн в *d*-подсистеме Λ_d , так и коэффициентом затухания спиновых колебаний в *f*-подсистеме Λ_f . Так как *f*-подсистема вблизи данного ОФП обычно находится в парамагнитном состоянии, то коэффициент Λ_f должен значительно превосходить коэффициент затухания Λ_d (по данным [191] $\Lambda_d \sim 10^{-4}$, $\Lambda_f \sim 1$). Таким образом, в области ОФП $\Gamma_4-\Gamma_{24}$ затухание поперечного звука определяется коэффициентом затухания в *f*-подсистеме. Поскольку, величина последнего коэффициента велика, то велико будет и затухание поперечного звука. Кроме того, затухание поперечного звука вблизи рассматриваемого ОФП возрастает также из-за наличия в (5.2.11) резонансного члена.

В РЗОФ тулия не все постоянные в (5.1.1) и (5.2.16) известны. Однако экспериментально установлено, что в этом РЗОФ в области ОФП $\Gamma_4-\Gamma_{24}$ выполняется условие $\omega_{20} < \omega_{2f}$ [186,193]. Таким образом, в РЗОФ тулия при $T = T_1$ мягкой модой является квазижелезная ветвь $\omega_{\rm I}$.

Ее активация в точке ОФП определяется формулой (5.2.16б). Используя численные значения постоянных из [77], получаем, что в РЗОФ тулия частоты ω_E , ω_{dip} , ω_{me5} имеют приблизительно такую же величину, как и в РЗОФ гольмия. Тогда для активации мягкой моды в точке ОФП получаем $\omega_I(0) \simeq 300$ ГГц. Это значение находится в хорошем согласии с экспериментальным значением $\omega_I \sim 260$ ГГц (рис. 5.9).



Рис. 5.9. Температурная зависимость частот мягких мод магнитного резонанса при спонтанных ОФП Г₂-Г₂₄ и Г₄-Г₂₄ в TmFeO₃ [193]

2. Фазовый переход Г₂-Г₂₄

Данный ОФП имеется в РЗОФ TmFeO₃. В области этого перехода МУ ветви $\omega_{I}-\omega_{III}$ практически совпадают с невзаимодействующими ветвями ω_{2f} , ω_{2k} , ω_{4k} . Наиболее сильно с железной подсистемой взаимодействует поперечный звук с поляризацией вдоль оси **x**. В точке ОФП $T = T_2$ при $k \to 0$ уменьшение скорости этого звука (ветвь ω_{IV}) ограничено из-за наличия дипольного взаимодействия:

$$\widetilde{s}_{5} = \omega_{\rm IV}/k = s_{5} \left[\left(\omega_{dip} + g\alpha k^{2}/M_{0} \right) / \left(\omega_{me5} + \omega_{dip} \right) \right]^{1/2}.$$
(5.2.17)

1 10

Коэффициент затухания поперечного квазизвука $\gamma_{\rm IV}$, как это следует из (5.2.14), полностью определяется коэффициентом затухания Λ_d в *d*-подсистеме. Редкоземельная подсистема в области рассматриваемого ОФП не влияет на затухание звука. Отсюда следует, что коэффициент затухания $\gamma_{\rm IV}$ в окрестности ОФП $\Gamma_2-\Gamma_{24}$ должен быть значительно меньше коэффициента затухания этого же звука в области ОФП $\Gamma_4-\Gamma_{24}$, так как в последнем случае затухание звука определяется большим затуханием в *f*-подсистеме. Кроме того, разница в величине коэффициентов затухания поперечного звука с поляризацией вдоль оси **x** может быть обусловлена ограничением резонансного члена $(1 - \omega_{me5}/\omega_{1k})$ в выражении для $\gamma_{\rm IV}$ вблизи ОФП $\Gamma_2-\Gamma_{24}$ из-за дипольного взаимодействия. Такое различие в затухании звука в области переходов $\Gamma_2-\Gamma_{24}$ и $\Gamma_4-\Gamma_{24}$ может привести к тому, что в эксперименте при ОФП $\Gamma_2-\Gamma_{24}$, несмотря на ограничение этого изменения в первом



Рис. 5.10. Температурная зависимость относительного изменения скорости поперечного звука (**k**||**c**, поляризация вдоль оси **x**) в окрестности ОФП Г₂-Г₂₄ и Г₄-Г₂₄ в TmFeO₃: ● — эксперимент, — — теория [77]

случае дипольным взаимодействием, что действительно наблюдается в эксперименте [77] (рис. 5.10).

Ветви $\omega_{\rm V}$ и $\omega_{\rm VI}$ соответствуют квазижелезной и квазиредкоземельной модам колебаний. Обе являются активационными при k=0. Величина их активаций в случае $\omega_{10} > \omega_{1f}$ в точке ОФП равна

$$\omega_V^2(0) = \omega_E \left(\omega_{me5} + \omega_{dip} \right) + \omega_{1fd}^2, \qquad (5.2.18a)$$

$$\omega_{\rm VI}^2(0) = \omega_{1f}^2 - \omega_{1fd}^2, \tag{5.2.186}$$

а в случае $\omega_{10} < \omega_{1f}$

$$\omega_V^2(0) = \omega_E \left(\omega_{me5} + \omega_{dip}\right) \left(1 - \omega_{1fd}^2 / \omega_{1f}^2\right), \tag{5.2.18B}$$

$$\omega_{\rm VI}^2(0) = \omega_{1f}^2 + \omega_E \omega_{me5} \omega_{1fd}^2 / \omega_{1f}^2.$$
 (5.2.18r)

Экспериментально установлено, что мягкой модой в РЗОФ TmFeO₃ вблизи ОФП $\Gamma_2-\Gamma_{24}$ также является квазижелезная мода ω_V [186,193], то есть в TmFeO₃, $T = T_2$, выполняется условие $\omega_{10} < \omega_{1f}$. Тогда величина активации мягкой моды при $T = T_2$ определяется формулой (5.2.18в). Из сравнения (5.2.18в) и (5.2.16б) видно, что вблизи ОФП $\Gamma_2-\Gamma_{24}$ величина активации мягкой моды в РЗОФ тулия несколько меньше, чем при ОФП $\Gamma_4-\Gamma_{24}$. Это подтверждается в эксперименте, где измеренное значение активации при $T = T_2$ равно $\nu(0) = \omega_V(0)/2\pi = 40$ ГГц [186] (рис. 5.9).

3. Фазовый переход Г₂-Г₁₂

Этот переход имеет место в РЗОФ гольмия. Все результаты, которые были получены выше для ОФП $\Gamma_2-\Gamma_{24}$, остаются справедливыми и для данного ОФП, если в них (то есть в формулах (5.2.17), (5.2.18) заменить индексы IV, V, VI, на I, II, III; 1, 5

на 2, 4; y, y' на x, x' и положить везде $\omega_{dip} = 0$. Отсюда следует, что при $T = T_3$ уменьшение скорости поперечного звука с поляризацией вдоль оси у $\omega_{\rm I}/k$ будет значительно больше, чем при $T=T_{\rm I}$ или $T = T_2$ (в идеальном случае $\omega_I/k \to 0$ при $k \to 0$), так как, вопервых, здесь нет ограничения этого уменьшения дипольным взаимодействием (как при $\dot{T} = T_2$), и, во-вторых, затухание звука определяется затуханием только в d-подсистеме (при $T = T_1$ затухание звука определяется большим затуханием в f-подсистеме). Это различие действительно наблюдается в эксперименте [169] (рис. 5.11). Малость же экспериментального уменьшения скорости звука (~ 0.03 %), по нашему мнению, можно объяснить узостью ОФП: для того, чтобы добиться 50%-го уменьшения скорости необходимо «подойти» чрезвычайно близко к точке ОФП (на $\Delta T \sim 10^{-4}$ K) [79]. Отметим, что величина активации мягкой моды в области ОФП Г2-Г12 (согласно [191-193] мягкой модой вблизи этого ОФП является квазижелезная мода $\omega_{\rm II}$) определяется формулой (5.2.18в), в которой надо положить $\omega_{dip} = 0$. Таким образом, величина активации мягкой моды при $T = T_3$ определяется в основном МУ взаимодействием и по оценке [77, 191] равна $\omega_{\rm H}(0)/2\pi \sim 20$ ГГц. Экспериментально активация $\omega_{\rm H}(0)$ не была измерена из-за отсутствия звуковых сигналов поглощения [169] (рис. 5.8).

Исследование МУ колебаний в РЗОФ с некрамерсовскими редкоземельными ионами приводит к следующим результатам.

Как и в РЗОФ с крамерсовскими f-ионами мягкой модой вблизи ОФП может быть как мода d-, так и мода f-подсистем. Какая из мод является мягкой, зависит от соотношения частот этих мод.



Рис. 5.11. Температурная зависимость относительного изменения скорости поперечного звука (**k**||**c**, поляризация вдоль оси **y**) в области спиновой переориентации в HoFeO₃ [169]

Так, в РЗОФ гольмия в области перехода $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$ мягкой является *f*-мода, а в области перехода $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ — мода *d*-подсистемы. Частоты колебаний *d*-подсистемы перенормируются взаимодействием с *f*-подсистемой и упругой подсистемой. Величина активации мягких мод в точке ОФП, как правило, превышает величину МУ щели в спектре колебаний *d*-подсистемы. Эта активация может определяться, кроме МУ, еще и дипольным взаимодействием, а также взаимодействием внутри *f*-подсистемы и между *d*- и *f*-подсистемами (5.2.16), (5.2.18).

Наблюдаемое в эксперименте малое изменение скорости поперечного звука в РЗО с некрамерсовскими f-ионами в области ОФП может быть объяснено следующими причинами. В области перехода уменьшение скорости звука невелико из-за наличия большого коэффициента затухания в парамагнитной *f*-подсистеме (ширина линии поглощения порядка самой частоты [191]), через который выражается коэффициент затухания звука. Затухание может быть настолько большим, что в области перехода будет отсутствовать эхо-сигнал [77]. Вблизи ОФП $\Gamma_2 - \Gamma_{24}$ и $\Gamma_2 - \Gamma_{12}$ *f*-подсистема не дает вклада в затухание звука (5.2.14) поэтому изменение скорости звука в области указанных $O\Phi\Pi$ существенно больше, чем в области перехода $\Gamma_4 - \Gamma_{24}$. Однако, вблизи ОФП Г2-Г24 уменьшение скорости звука ограничено дипольным взаимодействием (5.2.17). Следует отметить, что малое изменение скорости звука в окрестности ОФП может быть обусловлено также узостью самой области ОФП [79]. Этой причиной может быть объяснено и небольшое изменение скорости звука вблизи ОФП Г2-Г12 в РЗОФ гольмия, хотя здесь дипольное взаимодействие и не влияет на поведение квазиупругих ветвей колебаний.

5.3. Влияние продольной восприимчивости на спектр связанных колебаний при индуцированных ОФП

Результаты, полученные в предыдущих разделах настоящей главы, применимы для описания спектра связанных колебаний РЗОФ вдали и в точке спонтанных ОФП. При наличии внешнего магнитного поля и индуцированных ОФП необходимо модифицировать ранее развитую теорию. В работах [196, 197, 454, 455] отмечалось, что при наличии внешнего магнитного поля для расчетов спектров колебаний и значений полей фазовых переходов необходим учет продольной восприимчивости. В связи с этим исследуем влияние продольной магнитной восприимчивости и продольных колебаний намагниченности на спектр связанных колебаний РЗОФ с некрамерсовскими ионами.

Для данных РЗОФ феноменологическая плотность свободной энергии выражается формулами (5.1.1)–(5.1.7). Так как необходимо учесть влияние продольной восприимчивости на спектр связанных колебаний, то при описании динамики РЗОФ в данной задаче необходимо отказаться от условия равенства и постоянства намагниченностей подрешеток *d*- и *f*-подсистем (5.1.5). Для этого необходимо в выражение для плотности свободной энергии добавить слагаемые

$$\frac{1}{2}A_1\mathbf{G}^2 + \frac{1}{4}A_2\mathbf{G}^4 + \frac{1}{2}D'\mathbf{G}^2\mathbf{F}^2.$$
 (5.3.1)

Для простоты рассмотрим РЗОФ только в фазе Г₄. Равновесные значения параметров РЗОФ в данной фазе находятся из минимизации свободной энергии. Результаты минимизации выглядят следующим образом:

$$F_x = F_y = f_x = f_y = G_y = G_z = c_x = c_y = c_z = u_{ik}^0 = 0, \dots (i \neq k),$$

$$F_z = F_0, \quad G_x = G_0, \quad f_z = f_0,$$

$$F_0 = \chi_{\perp} (2M_0H - dG_0), \quad f_0 = (\mu_z H + NB_x G_0) / \lambda'_3.$$

(5.3.2)

Модуль вектора антиферромагнетизма *d*-подсистемы определяется из совместного решения (5.3.2) и уравнения

$$\left[A_1 + A_2 G_0^2 + D' F_0^2 + 2(B_{11} u_{xx}^0 + B_{12} u_{yy}^0 + B_{13} u_{zz}^0)\right] G_0 = N B_x f_0 - dF_0,$$

а равновесные компоненты тензора деформаций u_{ii}^0 — формулами (5.1.8). В (5.3.2) $\chi_{\perp} = \left(A + D'G_0^2\right)^{-1}$ — поперечная восприимчивость ортоферрита. При записи основного состояния (5.3.2), в отличие от первых двух разделов данной главы, сразу же использовалось условие малости постоянной изотропного обменного взаимодействия (*a*) между *d*-и *f*-подсистемами.

Исследование матрицы вторых производных плотности свободной энергии на неотрицательность приводит в результате к следующему условию устойчивости фазы Г₄:

$$K_{ac}G_0^2 + \frac{NB_x G_0 \mu_z H}{\lambda'_3} + 2M_0 H \chi_\perp (2M_0 H \eta - dG_0) \ge 0, \qquad (5.3.3)$$

где $\eta = 1 - \chi_{\parallel}/\chi_{\perp}$, $\chi_{\parallel} = [A + (D + D')G_0^2]^{-1}$ — продольная магнитная восприимчивость РЗОФ. Знак равенства в (5.3.3) определяет точку ОФП из коллинеарной фазы Γ_4 в угловую фазу Γ_{24} .

Для описания динамики РЗОФ используем уравнения Ландау– Лифшица (5.1.13), упругости (5.1.16) и Максвелла (5.1.17). В уравнениях Ландау–Лифшица вместо релаксационных слагаемых в форме (5.1.14) будем использовать релаксационные слагаемые общего вида, которые описывают как поперечную, так и продольную релаксации в *f*- и *d*-подсистемах [156]:

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{F}_{\mathbf{x}}, \mathbf{F}_{\mathbf{y}}) = -\Lambda_0 \mathbf{F}_{\mathbf{x}} - \Lambda_{\perp} \{ (\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2) \mathbf{F}_{\mathbf{x}} + 2(\mathbf{x}\mathbf{y}) \mathbf{F}_{\mathbf{y}} \} - (\Lambda_{\perp} - \Lambda_{\parallel}) \{ \mathbf{x}(\mathbf{x}\mathbf{F}_{\mathbf{x}}) + \mathbf{x}(\mathbf{y}\mathbf{F}_{\mathbf{y}}) + \mathbf{y}(\mathbf{x}\mathbf{F}_{\mathbf{y}}) + \mathbf{y}(\mathbf{y}\mathbf{F}_{\mathbf{x}}) \}, \quad (5.3.4)$$

где $\Lambda_{f0,\perp,\parallel}$ — параметры релаксации ($\Lambda_{0,\perp,\parallel} = \Lambda_{f0,\perp,\parallel}$ для f-подсистемы и $\Lambda_{0,\perp,\parallel} = \Lambda_{d0,\perp,\parallel}$ для d-подсистемы). В (5.3.4) в случае f-подсистемы

 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{f}, \mathbf{c})$ в уравнении Ландау–Лифшица для вектора ферромагнетизма \mathbf{f} , и $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{c}, \mathbf{f})$ в уравнении Ландау–Лифшица для вектора антиферромагнетизма \mathbf{c} , $\mathbf{F}_{\mathbf{x}} = \partial F / \partial \mathbf{x}$. В случае d-подсистемы в выражении (5.3.4) следует заменить \mathbf{f} на \mathbf{F} , \mathbf{c} на \mathbf{G} .

В предположении, что волны в РЗОФ распространяются вдоль оси z, из решения системы связанных уравнений Ландау–Лифшица, упругости и Максвелла в линейном приближении и вблизи положения равновесия (5.3.2) получим дисперсионное уравнение связанных колебаний РЗОФ в фазе Γ_4 в длинноволновом приближении:

$$(1-\eta)i\omega^{5} + i[\Lambda_{f}(1-\eta)(\omega_{1f}+\omega_{2f}) + \Lambda_{d}\omega_{E}(2-\eta)]\omega^{4} - (\omega_{d}^{2}+\omega_{f}^{2})(1-\eta)i\omega^{3} - i[\Lambda_{f}(1-\eta)(\omega_{1f}+\omega_{2f})(\omega_{d}^{2}-\omega_{E}\omega_{3f}) - \Lambda_{d}\omega_{E}(2-\eta)\omega_{f}^{2}]\omega^{2} + (1-\eta)\omega_{f}^{2}(\omega_{d}^{2}-\omega_{E}\omega_{df})i\omega - (\Lambda_{d}\omega_{E}\omega_{f}^{2}[\omega_{d}^{2}-\omega_{E}\omega_{df} - \widetilde{\omega}_{H}\omega_{H}(1-\eta)] = 0, \quad (5.3.5)$$

где $\Lambda_f = \Lambda_{f0} + \Lambda_{f\perp} f_0^2, \ \Lambda_d = \Lambda_{d0} + \Lambda_{d\perp} G_0^2,$

$$\omega_{1,2f} = gN\lambda'_{1,2}/M_B, \quad \omega_E = g\chi_{\perp}^{-1}/M_0, \\ \omega_{3f} = gNB''_z{}^2G_0^2/\left[(\lambda'_1 + \lambda'_2)M_B\right],$$

1 10

$$\begin{split} \omega_{d} &= \left[\omega_{E} \left(\omega_{s0} + \omega_{me5} + \omega_{df} + \omega_{dip} \right) + \omega_{H}^{2} (1 - \eta) \right]^{1/2}, \\ \omega_{s0} &= g \left[K_{ac} G_{0}^{2} + N B_{x} \mu_{z} G_{0} H / \lambda_{3}' + 2 M_{0} H \chi_{\perp} \left(2 \eta M_{0} H - d G_{0} \right) \right] / M_{0}, \\ \omega_{H} &= 2 g H, \quad \omega_{me5} = g B_{55}^{2} G_{0}^{4} / M_{0} c_{55}, \quad \omega_{df} = g N B_{z}''^{2} G_{0}^{2} / \lambda_{1}' M_{B}, \\ \omega_{dip} &= \omega_{L} \left(\omega_{H} + \omega_{D} \right)^{2} / \omega_{E}^{2}, \\ \omega_{D} &= -g d G_{0} / M_{0}, \quad \omega_{L} = 16 \pi g M_{0}, \quad \omega_{f}^{2} = g^{2} N^{2} f_{0}^{2} \lambda_{1}' \lambda_{2}' / M_{B}^{2}, \\ \widetilde{\omega}_{H} &= \omega_{H} + \omega_{L} (\omega_{H} + \omega_{D}) / \omega_{E}. \end{split}$$

Для упрощения выражений при выводе дисперсионного уравнения, кроме предположений $\lambda_7 = \lambda_8 = B'_z = 0$, полагалось $\mu_{xy} = \mu_{yx} = \mu_y = \mu_x = 0$.

В точке индуцированного ОФП $\Gamma_4-\Gamma_{24}$ частота невзаимодействующих спиновых волн *d*-подсистемы $\omega_{s0} = 0$ (величина поля перехода определяется из данного равенства). В этом случае решение уравнения (5.3.5) для прецессионных ветвей колебаний можно приближенно записать следующим образом.

При $\omega_f \gg \omega_d$:

$$\omega_1^2 = \omega_E(\omega_{me5} + \omega_{dip}) + \omega_H^2(1 - \eta),$$

$$\omega_2^2 = \omega_f^2 + \omega_E \omega_{df}.$$
(5.3.6)

В обратном случае $\omega_f \ll \omega_d$:

$$\omega_1^2 = \omega_E(\omega_{me5} + \omega_{dip} + \omega_{df}) + \omega_H^2(1 - \eta), \omega_2^2 = \omega_f^2[\omega_E(\omega_{me5} + \omega_{dip}) + \omega_H^2(1 - \eta)]/\omega_d^2.$$
(5.3.7)

Релаксационная ветвь связанных колебаний имеет вид

$$\omega_3 = -i\Lambda_d \omega_E \frac{\omega_E \omega_{me5} + \omega_L (\omega_H + \omega_D) (\eta \omega_H + \omega_D) / \omega_E}{(1 - \eta) [\omega_E (\omega_{me5} + \omega_{dip}) + \omega_H^2 (1 - \eta)]}.$$
(5.3.8)

Из (5.3.6)-(5.3.8) следует, что все приведенные ветви связанных колебаний являются активационными и первые две ветви отвечают прецессионным, а третья — релаксационным колебаниям магнитных подсистем. Для простоты при записи решений (5.3.6), (5.3.7) пренебрегалось затуханием прецессионных колебаний. Из двух прецессионных ветвей колебаний в случае $\omega_f \gg \omega_d$ мягкой является квазижелезная ветвь ω_1 , а в обратном случае – квазиредкоземельная ветвь ω_2 . Видно, что активация мягких мод в точке индуцированного внешним полем ОФП определяется вкладами от взаимодействий магнитных подсистем с упругой и дипольной подсистемами, а также вкладом от продольной восприимчивости. Все три вклада аддитивно входят в величину активации. В отличие от результатов работы [197], релаксационная ветвь (5.3.8) в точке ОФП также имеет активацию, которая определяется взаимодействием магнитных подсистем с упругой и дипольной подсистемами, а также продольной восприимчивостью. В отличие от прецессионных ветвей продольная восприимчивость вносит вклад в релаксационную ветвь и при спонтанных $O\Phi\Pi$, т.е. при H = 0.

В некоторых РЗОФ (TmFeO₃, SmFeO₃) реализуется условие $\omega_d \ll \omega_f$ и мягкой модой вблизи ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{42}$ является квазижелезная мода. В таком случае в точке индуцированного ОФП $\Gamma_4 - \Gamma_{42}$ (величина поля перехода определяется из (5.3.3) при знаке равенства) частота мягкой моды (ω_1) (5.3.6) выражается следующей формулой

$$\nu_{d} = \frac{\omega_{1}}{2\pi} = \frac{\left[\omega_{E} \left(\omega_{me5} + \omega_{dip}\right) + \omega_{H}^{2} \frac{\chi_{||}}{\chi_{\perp}}\right]^{1/2}}{2\pi}.$$
 (5.3.9)

При индуцированных ОФП частота мягкой моды имеет также температурную зависимость. Эта зависимость согласно формуле (5.3.9) может быть объяснена зависимостями от температуры поля индуцированного ОФП H_{tr} (определяемого из (5.3.3)) и продольной восприимчивости. Из (5.3.9) также следует, что частота мягкой моды возрастает с увеличением величины поля перехода.

Полученные результаты позволяют качественно, а в некоторых случаях и количественно, объяснить экспериментальные результаты по исследованию величины активации мягких мод в РЗОФ в точках спонтанных и индуцированных ОФП. Так, на основе данных расчетов были объяснены экспериментальные данные по ортоферриту самария [455] и получено хорошее согласие теории с экспериментом.

Глава б

ЗАТУХАНИЕ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН В ОБЛАСТИ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

Как уже говорилось, в области ОФП в магнитных кристаллах роль МУ связи между фононной и магнонной подсистемами сильно возрастает [5–9, 459]. С одной стороны, это приводит к тому, что большинство МА эффектов вблизи ОФП проявляются значительно ярче, чем вдали от ОФП (см., например, [8,64,277–281,460–465]. С другой стороны, известно, что при приближении к ОФП возрастает и затухание МУ волн [104–106, 224]. Увеличение затухания должно ограничивать рост МА эффектов и область их проявления.

По этой причине представляется важным исследовать вопрос о затухании МУ волн вблизи ОФП. Знание величины затухания волн позволит сформулировать условия, при которых различные эффекты будут максимальны и интересны для практического применения.

Затухание спиновых и упругих волн в магнитных кристаллах обусловлено двумя механизмами: собственными ангармонизмами колебаний магнитной и упругой подсистем [16,198–204,207,212–222] и взаимодействием подсистем друг с другом (МУ ангармонизм) [16,95,105,106, 204–206,208–211,216,222–224,466,467]. Обычно МУ связь в магнетиках мала. Поэтому при теоретическом исследовании затухания спиновых и упругих волн перенормировкой спектра квазичастиц за счет МУ взаимодействия пренебрегали, и нормальными модами магнетика считали магноны и фононы.

Вблизи ОФП перенормировкой спектров фононов и магнонов пренебрегать нельзя, и нормальными модами кристалла будут связанные МУ волны. Следовательно, при вычислении спектра и затухания звука или магнонов необходимо сначала перейти к нормальным МУ модам кристалла. На языке метода вторичного квантования это означает переход от операторов рождения и уничтожения магнонов и фононов к операторам рождения и уничтожения связанных МУ волн. Если затем часть мод, у которых частота Ω_k стремится к нулю при $\mathbf{k} \to 0$, принять за фононоподобные — КФ, а часть мод, у которых $\Omega_k \neq 0$ при k = 0, за магноноподобные — КМ, то ясно, что в амплитуды трехили четырехчастичного взаимодействия как КФ, так и КМ войдут все три типа упомянутых выше ангармонизмов магнитного кристалла (эффективный МУ ангармонизм). Таким образом, в области ОФП затухание КФ или КМ будет определяться не обычными упругими или магнитными ангармонизмами, а всеми указанными ангармонизмами. Например, может создаться ситуация, когда для КФ затухание будет в основном определяться лишь магнонной подсистемой. Известно также, что спектр КФ в области ОФП становится нелинейным и анизотропным [6–9]. Вследствие этого, при приближении к точке перехода скорость звука для некоторых направлений распространения резко уменьшается, что наблюдалось экспериментально (см., например, [58–61, 75, 108]. Такое искажение спектра оказывает влияние и на величину затухания квазичастиц.

Наши теоретические исследования по затуханию звука и $\Phi\Pi$ вблизи [6–9, 79, 104–106, 224] представлены в сравнении с имеющимися экспериментальными данными. Поскольку окончательные результаты зависят от типа $\Phi\Pi$, изложение ведется на примере магнетиков типа ЛП, изотропных по упругим и МУ свойствам. В первом разделе определяется основное состояние и делается переход к нормальным модам колебаний. Изложение ведется параллельно для Φ ЛП и $A\Phi$ ЛП. Во втором и третьем и разделах приводятся теоретические результаты по затуханию КМ и К Φ в Φ ЛП и $A\Phi$ ЛП. Здесь же дается обзор экспериментальных результатов и сравнение теорий с экспериментом. В четвертом разделе даются выводы и обсуждаются возможные дальнейшие исследования по затуханию МУ волн в магнетиках.

6.1. Взаимодействие магнитоупругих волн в ФЛП и АФЛП

Гамильтониан ФЛП и АФЛП изотропных по упругим и МУ свойствам может быть представлен как

$$H = H_M + H_{MY} + H_Y. (6.1.1)$$

Гамильтониан спиновой системы для ФЛП

$$H_M = \int dV \left\{ \frac{1}{2} \alpha \left(\nabla \mathbf{M} \right)^2 + \frac{1}{2} \beta M_z^2 - M_x H \right\},$$
(6.1.2)

для АФЛП

$$H_{M} = \int dV \left\{ \delta \mathbf{M}_{1} \mathbf{M}_{2} + \frac{1}{2} \alpha \left[\left(\frac{\partial \mathbf{M}_{1}}{\partial x_{i}} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \mathbf{M}_{2}}{\partial x_{i}} \right)^{2} \right] + \alpha' \frac{\partial \mathbf{M}_{1}}{\partial x_{i}} \frac{\partial \mathbf{M}_{2}}{\partial x_{i}} - \frac{1}{2} \beta \left(M_{1z}^{2} + M_{2z}^{2} \right) - \beta' M_{1z} M_{2z} + d \left[\mathbf{M}_{1}, \mathbf{M}_{2} \right]_{z} - H \left(M_{1x} + M_{2x} \right) \right\}. \quad (6.1.3)$$
Гамильтониан спин-фононного взаимодействия для ФЛП

$$H_{MY} = B \int M_i M_k u_{ik} dV + \int dV \left\{ \Lambda_1 \frac{\partial M_n}{\partial x_i} \frac{\partial M_n}{\partial x_j} u_{ij} + \Lambda_2 \frac{\partial M_n}{\partial x_i} \frac{\partial M_n}{\partial x_i} u_{jj} \right\}, \quad (6.1.4)$$

для АФЛП соответствующее выражение $H_{\rm MV}$ получается заменой в (6.1.4) M_i на L_i . Гамильтониан упругой подсистемы

$$H_{\rm y} = \frac{1}{2} \int dV \left(\rho \dot{\mathbf{u}}^2 + \lambda u_{ll}^2 + 2\mu u_{ik}^2 \right). \tag{6.1.5}$$

Здесь приняты обозначения, несколько отличные от использованных ранее: α , α' ; δ ; β , β' ; d; B, Λ ; λ , μ — соответственно константы неоднородного и однородного обмена, анизотропии, Дзяошинского, релятивистской и обменной магнитострикции, упругости; \mathbf{M}_j — намагниченность j-й подрешетки (j = 1 для ФЛП, j = 1, 2 для АФЛП), V — объем вещества. В (6.1.2), (6.1.3) пренебрегается вкладом от дипольной энергии (условия, при которых это можно сделать, будут сформулированы ниже). Система координат выбрана таким образом, что ось \mathbf{z} совпадает с осью анизотропии, магнитное поле лежит в базисной плоскости ($\mathbf{H} \| \mathbf{x}$).

Учитывая, что модуль намагниченности подрешеток в области температур $T \ll \theta_c$ (θ_c — температура Кюри в ФЛП и Кееля в АФЛП) не меняется при их колебаниях, удобно перейти к полярным и азимутальным углам ϑ_i и φ_i , связанных с компонентами намагниченности подрешеток соотношениями:

$$M_{jx} = M_0 \sin \vartheta_i \cos \varphi_j; \quad M_{jy} = M_0 \sin \vartheta_i \sin \varphi_j; \quad M_{jz} = M_0 \cos \vartheta_i \quad (6.1.6)$$

(считаем, что в АФЛП $M_{10} = M_{20}$). Основному состоянию отвечают $\vartheta_0 = \pi/2$, $\varphi_0 = 0$ (ФЛП) и $\vartheta_{10} = \vartheta_{20} = \pi/2$, $\varphi_0 = \pi/2 - \psi$, $\varphi_{20} = 3\pi/2 - \psi$, $\sin \psi = (H + H_D)/H_E$, $H_D = dM_0$, $H_E = 2dM_0$ (АФЛП). Уравнения движения намагниченности в переменных ϑ_j , φ_j имеют вид:

$$\dot{\vartheta}_j = -\frac{g}{M_0 \sin \vartheta_j} \frac{\delta F}{\delta \varphi_j}, \quad \dot{\varphi}_j = \frac{g}{M_0 \sin \vartheta_j} \frac{\delta F}{\delta \vartheta_j},$$
 (6.1.7)

где F — плотность энергии магнетика ($H = \int dV \cdot F$), $\frac{\delta F}{\delta \vartheta} = \frac{\partial F}{\partial \vartheta} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial F}{\partial (\partial \vartheta / \partial x_i)} \right]$, g — гиромагнитное отношение. С введением новых переменных $q_j = \cos \vartheta_j$, $p_j = (M_0/g) (\varphi_j - \varphi_{j0})$ уравнения (6.1.7) принимают вид [219]: δF . δF

$$\dot{q}_j = \frac{\delta F}{\delta p_j}, \quad \dot{p}_j = -\frac{\delta F}{\delta q_j}.$$
 (6.1.8)

Уравнения (6.1.8) аналогичны уравнениям Гамильтона, причем q_j и p_j играют роль канонических переменных. Это обстоятельство позволяет

проквантовать классические гамильтониан (6.1.2), (6.1.3) и уравнения (6.1.8). Для этого следует предположить, что операторы $q_j(\mathbf{r})$ и $p_j(\mathbf{r})$ удовлетворяют соотношениям коммутации

$$[q_j(\mathbf{r}), p_j(\mathbf{r})] = i\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta_{jj'}.$$
(6.1.9)

Используя изложенный метод квантования намагниченности, предложенный [219], и стандартный метод квантования упругой подсистемы в виде

$$u_{\alpha\beta} = \frac{i}{2\sqrt{2\rho V}} \sum_{\mathbf{k},p} \frac{k_{\alpha} e_{p\mathbf{k}}^{\beta} + K_{\beta} e_{p\mathbf{k}}^{\alpha}}{\sqrt{\omega_{p\mathbf{k}}}} \left(b_{p\mathbf{k}} - b_{p-\mathbf{k}}^{+} \right) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \qquad (6.1.10)$$

где $\omega_{p\mathbf{k}}$ — энергия фононов, а $b_{p-\mathbf{k}}^+$, $b_{p\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения фононов поляризации $\mathbf{e}_{p\mathbf{k}}$; $p = 1, 2, 3 = t_1, t_2, l$ — индекс поляризации, легко преобразовать гамильтониан (6.1.1) к виду

$$H = H_0 + H_1 + H_2 + H_3 + \dots, (6.1.11)$$

 H_0 — энергия нулевых колебаний магнетика. Условие $H_1 = 0$ определяет равновесное состояние магнетика, а гамильтониан невзаимодействующих квазичастиц H_2 имеет вид

$$H_2 = \sum_{j,\mathbf{k}} \varepsilon_{j\mathbf{k}} a_{j\mathbf{k}}^+ a_{j\mathbf{k}} + \sum_{p,\mathbf{k}} \omega_{p\mathbf{k}} b_{p\mathbf{k}}^+ b_{p\mathbf{k}} + \sum_{j,p,\mathbf{k}} \left[\varphi_{j,p,\mathbf{k}} a_{j\mathbf{k}} \left(b_{p\mathbf{k}}^+ - b_{p-\mathbf{k}} \right) + \mathfrak{s.c.} \right].$$
(6.1.12)

Операторы рождения и уничтожения магнонов $a_{j\mathbf{k}}^+$ и $a_{j\mathbf{k}}$ связаны с исходными операторами $q_{j\mathbf{k}}$ и $p_{j\mathbf{k}}$ следующими соотношениями:

 $q_{j\mathbf{k}} = u_1^{(j)}(\mathbf{k}) \left(a_{j\mathbf{k}} + a_{j-\mathbf{k}}^+ \right), \quad p_{j\mathbf{k}} = -iu_2^{(j)}(\mathbf{k}) \left(a_{j\mathbf{k}} + a_{j-\mathbf{k}}^+ \right), \quad (6.1.13)$ где в приближении $H_A \gg H, H_{MY}, \alpha M_0 k^2$ для ФЛП и $H_E \gg H_A, H_D,$ $(\alpha \pm \alpha') M_0 k^2, H, H_{MY},$ для АФЛП величины $u_1^{(j)}$ и $u_2^{(j)}$ определяются формулами:

а) ФЛП

$$u_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}}{2H_A M_0}}, \quad u_2 = M_0 \sqrt{\frac{H_A}{2\varepsilon_{\mathbf{k}} M_0}}, \quad (6.1.14)$$

б) АФЛП

$$u_{1}^{(1)} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}}}{2H_{E}M_{0}}}, \qquad u_{1}^{(2)} = g\sqrt{\frac{H_{E}}{2\varepsilon_{2\mathbf{k}}M_{0}}}, u_{2}^{(1)} = M_{0}\sqrt{\frac{H_{E}}{2\varepsilon_{1\mathbf{k}}M_{0}}}, \qquad u_{2}^{(2)} = \frac{M_{0}}{g}\sqrt{\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}}}{2H_{E}M_{0}}}.$$
(6.1.15)

Энергию магнонов представим в виде $\varepsilon_{j\mathbf{k}} = \sqrt{\varepsilon_{j0}^2 + C^2 k^2}$; для ФЛП $\varepsilon_{10}^2 = \varepsilon_0^2 = g^2 H_A (H + H_{MY}), H_A = \beta M_0, c^2 = g^2 \alpha M_0 H_A,$ $H_{MY} = b^2 M_0^3 / \mu$; для АФЛП $\varepsilon_{10}^2 = g^2 [2H_E H_{MY} + H (H + H_D)], \varepsilon_{20}^2 =$ $= g^2 [H_E H_A + H_D (H + H_D)], c^2 = g^2 (\alpha - \alpha') M_0 H_E, H_A = |\beta - \beta'| M_0.$ Энергия фононов $\omega_{p\mathbf{k}} = S_p k, S_p$ — скорость звука поляризации $\mathbf{e}_{p\mathbf{k}}$. Эффективные параметры МУ взаимодействия, определяемые соотношением $\zeta_{jp\mathbf{k}} = 4 \left| \varphi_{jp\mathbf{k}} \right|^2 / \omega_{p\mathbf{k}} \varepsilon_{j\mathbf{k}}$, имеют вид:

$$\begin{aligned} \zeta_{1p\mathbf{k}} &= \frac{\varepsilon_{MV}^2}{\varepsilon_{1\mathbf{k}}^2} \frac{\omega_{t\mathbf{k}}^2}{\omega_{p\mathbf{k}}^2} \left(\kappa_x e_{p\mathbf{k}}^y + \kappa_y e_{p\mathbf{k}}^x \right)^2, \\ \zeta_{2p\mathbf{k}} &= \frac{\varepsilon_{MV}^2}{\varepsilon_{2\mathbf{k}}^2} \frac{\omega_{t\mathbf{k}}^2}{\omega_{p\mathbf{k}}^2} \left(\kappa_y e_{p\mathbf{k}}^z + \kappa_z e_{p\mathbf{k}}^y \right)^2. \end{aligned}$$
(6.1.16)

Здесь $\omega_{t\mathbf{k}} = S_t k$, $S_t = (\mu/\rho)^{1/2}$ — скорость поперечного звука; $\varepsilon_{MY} = g\sqrt{H_A H_{MY}}$ (ФЛП) и $\varepsilon_{MY} = g\sqrt{2H_E H_{MY}}$ (АФЛП); $\kappa_i = k_i/k$; $\varepsilon_{1\mathbf{k}} = (\kappa_x \mathbf{e}_z - \kappa_y \mathbf{e}_x) / (\kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{1/2}$, $\varepsilon_{2\mathbf{k}} = (\mathbf{e}_z - \kappa_z \kappa) / (\kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{1/2}$, $\varepsilon_{3\mathbf{k}} = \kappa$; \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z — единичные орты вдоль осей **х**, **у**, **z**.

При H = 0 как в ФЛП, так и в АФЛП происходит безгистерезисный фазовый переход первого рода: магнетик переходит из состояния с $\mathbf{M} \| \mathbf{x}$ ($\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ в АФЛП) при МФО в состояние безразличного положения М в плоскости базиса в случае *H* = 0. Это возможно при отсутствии анизотропии в базисной плоскости. При наличии анизотропии в плоскости базиса Н' ОФП будет иметь место при $H = -H_A'$. Близость системы к точке ОФП будем определять неравенством $H < \widetilde{H}_{MY}$ где $\widetilde{H}_{MY} = H_{MY}$ (ФЛП) и $\widetilde{H}_{\rm MY} = \sqrt{H_D^2/4 + 2H_E H_{\rm MY} - H_D/2}$ (АФЛП). Например, в гематите $\widetilde{H}_{MY} = 3$ кЭ [61]. Вдали от ОФП ($H \gg \widetilde{H}_{MY}$) $\varepsilon_{MY} \ll \varepsilon_{jk}$ и $\zeta_{jpk} \ll 1$. При этом можно пренебречь последним слагаемым в (6.1.12), т. е. связью между упругой и магнитной подсистемами и перенормировкой спектра магнонов и фононов за сет МУ взаимодействия. В такой ситуации затухание звука и СВ подробно исследовано, например, в [205, 209, 210, 219-222, 466]. Вблизи ОФП и в области малых волновых чисел ($\varepsilon_{i\mathbf{k}} \sim \varepsilon_{MV}$) последний член (6.1.12) не мал, перенормировкой спектра квазичастиц пренебречь нельзя, а фононы и магноны следует рассматривать как систему связанных МУ волн. В этом случае диагонализуем гамильтониан (6.1.12) с помощью преобразования

$$b_{p\mathbf{k}} = \sum_{\alpha=1}^{5} \left[u_{p\alpha}(\mathbf{k}) C_{\alpha\mathbf{k}} + v_{p\alpha}^{*}(\mathbf{k}) C_{\alpha-\mathbf{k}}^{+} \right],$$

$$a_{j\mathbf{k}} = \sum_{\alpha=1}^{5} \left[u_{j\alpha}(\mathbf{k}) C_{\alpha\mathbf{k}} + v_{j\alpha}^{*}(\mathbf{k}) C_{\alpha-\mathbf{k}}^{+} \right],$$
(6.1.17)

где C^+_{α} , C_{α} — соответственно операторы рождения и уничтожения МУ волн. Поскольку в АФЛП вблизи указанного ОФП энергия высокоактивационной ветви СВ $\varepsilon_{2\mathbf{k}}$ намного больше $\varepsilon_{1\mathbf{k}}$, то можно пренебречь в гармоническом приближении связью высокочастотных магнонов (ВЧМ) с фононами и с низкочастотными магнонами (НЧМ) и ограничиться здесь только учетом связи фононов с НЧМ $\varepsilon_{1\mathbf{k}}$. Энергия

216

МУ волн $\Omega_{\alpha \mathbf{k}}$ ($\alpha = 1 \div 4$, $\Omega_{5\mathbf{k}} = \varepsilon_{2\mathbf{k}}$) удовлетворяет дисперсионному уравнению [211]

$$\varepsilon_{1\mathbf{k}}^2 - \Omega_{\alpha\mathbf{k}}^2 = \sum_{p=1}^3 \frac{\omega_{p\mathbf{k}}^2 \varepsilon_{1\mathbf{k}}^2 \zeta_{1p\mathbf{k}}}{\omega_{p\mathbf{k}}^2 - \Omega_{\alpha\mathbf{k}}^2}.$$
(6.1.18)

Коэффициенты и-v преобразования (6.1.17) определяются формулами

$$u_{p\alpha}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}}\nu\left(\Omega_{\alpha\mathbf{k}}\right)}{\omega_{p\mathbf{k}} - \Omega_{\alpha\mathbf{k}}} \sqrt{\frac{\omega_{p\mathbf{k}}}{\Omega_{\alpha\mathbf{k}}}} \zeta_{1p\mathbf{k}},$$

$$v_{p\alpha}(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}}\nu\left(\Omega_{\alpha\mathbf{k}}\right)}{\omega_{p\mathbf{k}} + \Omega_{\alpha\mathbf{k}}} \sqrt{\frac{\omega_{p\mathbf{k}}}{\Omega_{\alpha\mathbf{k}}}} \zeta_{1p\mathbf{k}},$$
 (6.1.19)

$$u_{4\alpha}(\mathbf{k}) = \frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}} + \Omega_{\alpha\mathbf{k}}}{2\sqrt{\varepsilon_{1\mathbf{k}}\Omega_{\alpha\mathbf{k}}}} \nu\left(\Omega_{\alpha\mathbf{k}}\right), \quad v_{4\alpha}(\mathbf{k}) = -\frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}} - \Omega_{\alpha\mathbf{k}}}{2\sqrt{\varepsilon_{1\mathbf{k}}\Omega_{\alpha\mathbf{k}}}} \nu\left(\Omega_{\alpha\mathbf{k}}\right), \quad (6.1.20)$$
$$u_{55} = 1, \quad v_{55} = 0, \quad u_{5\alpha} = v_{5\alpha} = 0 \quad (\alpha = 1 \div 4),$$
$$\nu\left(\Omega_{\alpha\mathbf{k}}\right) = \left[1 + \varepsilon_{1\mathbf{k}}^2 \sum_{p=1}^3 \frac{\omega_{p\mathbf{k}}^2 \zeta_{1p\mathbf{k}}}{\left(\omega_{p\mathbf{k}}^2 - \Omega_{\alpha\mathbf{k}}^2\right)^2}\right]^{-1/2}. \quad (6.1.21)$$

В длинноволновой области $\omega_{p\mathbf{k}} \ll \varepsilon_{M\mathbf{y}}$ можно разделить МУ возбуждения на КФ с энергиями $\Omega_{\alpha\mathbf{k}} \ll \varepsilon_{1\mathbf{k}}$, которым соответствуют операторы $C^+_{\alpha\mathbf{k}}$, $C_{\alpha\mathbf{k}}$ и векторы поляризации $\mathbf{e}_{\alpha\mathbf{k}}$ ($\alpha = p = 1, 2, 3$) и КМ с энергией $\Omega_{4\mathbf{k}} = \varepsilon_{1\mathbf{k}}$, которым соответствуют операторы $C^+_{4\mathbf{k}}$, $C_{4\mathbf{k}}$. Именно эти колебания являются нормальными модами кристалла. В коротковолновой же области $\omega_{p\mathbf{k}} \gg \varepsilon_{M\mathbf{y}}$ можно считать, что спектр квазичастиц не изменяется, $\Omega_{p\mathbf{k}} = \omega_{p\mathbf{k}}$, $\Omega_{4\mathbf{k}} = \varepsilon_{1\mathbf{k}}$, так как в этой области параметры МУ связи (6.1.16) малы.

Гамильтониан взаимодействия МУ волн H_3 , выраженный через операторы $C^+_{\alpha \mathbf{k}}$, $C_{\alpha \mathbf{k}}$, в случае АФЛП можно записать как

$$H_{3} = \sum_{\substack{1,2,3\\\alpha,\beta,\gamma=1\div4}} \left(\psi_{1}C_{\alpha1}C_{\beta2}C_{\gamma3} + \psi_{2}C_{\alpha1}C_{\beta2}C_{\gamma-3}^{+} + \mathfrak{s.c.} \right) + \\ + \sum_{\substack{1,2,3\\\alpha,\beta=1\div4}} \left(\psi_{3}C_{\alpha1}C_{\beta2}C_{53} + \psi_{4}C_{\alpha1}C_{\beta2}C_{5-3} + \psi_{5}C_{\alpha1}C_{\beta-2}^{+}C_{53}^{+} + \mathfrak{s.c.} \right) + \\ + \sum_{\substack{1,2,3\\\alpha=1\div4}} \left(\psi_{6}C_{\alpha1}C_{52}C_{53} + \psi_{7}C_{\alpha1}C_{52}C_{5-3}^{+} + \psi_{8}C_{\alpha1}C_{5-2}^{+}C_{5-3}^{+} + \mathfrak{s.c.} \right),$$

$$(6.1.22)$$

где ψ_i — амплитуды взаимодействия квазичастиц; Здесь мы обозначим $1 = \mathbf{k}_1, 2 = \mathbf{k}_2, 3 = \mathbf{k}_3$. Первая сумма в (6.1.22) описывает процессы взаимодействия МУ волн друг с другом, вторая — процессы с участием двух МУ волн и одного ВЧМ, а третья — процессы с участием одной

МУ волны и двух ВЧМ. Амплитуды ψ_i определяются следующими формулами:

$$\psi_{1} = \frac{i}{12}g\varepsilon_{My}\sqrt{\frac{H_{E}}{VM_{0}}}\frac{\nu_{\alpha1}\nu_{\beta2}\nu_{\gamma3}}{\sqrt{\Omega_{\alpha1}\Omega_{\beta2}\Omega_{\gamma3}}}\Delta(1+2+3)\times$$

$$\times \left\{\omega_{t1}\left[\kappa_{1y}e_{\alpha1}^{y} - \kappa_{1x}e_{\alpha1}^{x} + f_{1}\left(\mathbf{e}_{\alpha1}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \omega_{t2}\left[\kappa_{2y}e_{\beta2}^{y} - \kappa_{2x}e_{\beta2}^{x} + f_{1}\left(\mathbf{e}_{\beta2}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \omega_{t3}\left[\kappa_{3y}e_{\gamma3}^{y} - \kappa_{3x}e_{\gamma3}^{x} + f_{1}\left(\mathbf{e}_{\gamma3}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{3\omega_{t1}\omega_{t2}\omega_{t3}}{\omega^{2}}f_{3}\left(\mathbf{e}_{\alpha1}, \mathbf{e}_{\beta2}, \mathbf{e}_{\gamma3}\right)\right\}, \qquad (6.1.23)$$

$$\psi_{2} = -3\psi_{1}, \qquad (6.1.24)$$

$$\psi_{3,4} = \frac{i}{2}g_{\Lambda} \sqrt{\frac{H_{E}}{M_{M}}} \frac{\nu_{\alpha 1}\nu_{\beta 2}}{\sqrt{2}} \Delta(1+2+3) \times$$

$$\begin{aligned}
\psi_{3,4} &= \frac{*}{8}g\sqrt{\frac{H_E}{VM_0}} \frac{\varphi_{\alpha1}\varphi_{\beta2}}{\sqrt{\Omega_{\alpha1}\Omega_{\beta2}\varepsilon_{23}}} \Delta(1+2+3) \times \\
&\times \{gH\left(\Omega_{\alpha1} + \Omega_{\beta2} \mp \varepsilon_{23}\right) - \\
&- 2gH_{MV}\sin\psi\left(\Omega_{\alpha1} + \Omega_{\beta2} \mp 2\varepsilon_{23}\right) - \\
&- \frac{2\alpha'c^2}{(\alpha - \alpha')\omega_E}\sin\psi\left[\Omega_{\alpha1}K_2^2 + \Omega_{\beta2}K_1^2 \pm \\
&\pm \varepsilon_{23}\left(K_1^2 + K_2^2 - K_3^2\right)\right] - f_2\left(\mathbf{e}_{\alpha1}, \mathbf{e}_{\beta2}\right)\}, \quad (6.1.25)
\end{aligned}$$

$$\psi_{5} = \frac{i}{4}g\sqrt{\frac{H_{E}}{VM_{0}}}\frac{\nu_{\alpha1}\nu_{\beta2}}{\sqrt{\Omega_{\alpha1}\Omega_{\beta2}\varepsilon_{23}}}\Delta(1+2+3)\times \times \{gH(-\Omega_{\alpha1}+\Omega_{\beta2}+\varepsilon_{23})+ + 2gH_{MY}\sin\psi(\Omega_{\alpha1}-\Omega_{\beta2}-2\varepsilon_{23})+ + \frac{2\alpha'c^{2}}{(\alpha-\alpha')\omega_{E}}\sin\psi\left[\Omega_{\alpha1}K_{2}^{2}-\Omega_{\beta2}K_{1}^{2}+ + \varepsilon_{23}\left(K_{1}^{2}+K_{2}^{2}-K_{3}^{2}\right)\right] + f_{2}\left(\mathbf{e}_{\alpha1},\mathbf{e}_{\beta2}\right)\}, \qquad (6.1.26)$$

$$\psi_{6} = -\frac{i}{4}g\varepsilon_{MY}\sqrt{\frac{H_{E}}{VM_{0}}}\frac{\nu_{\alpha1}\omega_{t1}}{\sqrt{\Omega_{\alpha1}\varepsilon_{22}\varepsilon_{23}}}\Delta(1+2+3)\times \\ \times [\kappa_{1y}e_{\alpha1}^{y} - \kappa_{1z}e_{\alpha1}^{z} + f_{1}(\mathbf{e}_{\alpha1})], \qquad (6.1.27)$$

$$\psi_7 = 2\psi_6, \quad \psi_8 = \psi_6. \tag{6.1.28}$$

В формулах (6.1.23)-(6.1.28) введены обозначения

$$f_{1}\left(\mathbf{e}_{\alpha1}\right) = n_{1}\frac{c^{2}K_{2}K_{3}}{\omega_{My}^{2}}\left(\mathbf{e}_{\alpha1}\left[\frac{2n_{2}}{n_{1}}\boldsymbol{\kappa}_{1}\left(\boldsymbol{\kappa}_{2}\boldsymbol{\kappa}_{3}\right) + \boldsymbol{\kappa}_{2}\left(\boldsymbol{\kappa}_{3}\boldsymbol{\kappa}_{1}\right) + \boldsymbol{\kappa}_{3}\left(\boldsymbol{\kappa}_{1}\boldsymbol{\kappa}_{2}\right)\right]\right),$$

$$f_{2}\left(\mathbf{e}_{\alpha1},\mathbf{e}_{\beta2}\right) = \varepsilon_{My}\left[\omega_{t1}\left(\kappa_{1x}e_{\alpha1}^{z} + \kappa_{1z}e_{\alpha1}^{x}\right) + \omega_{t2}\left(\kappa_{2x}e_{\beta2}^{z} + \kappa_{2z}e_{\beta2}^{x}\right)\right],$$

$$(6.1.29)$$

$$n_1 = \Lambda_1 / (\alpha - \alpha'), \quad n_2 = \Lambda_2 / (\alpha - \alpha'), \quad \omega_{MV}^2 = g^2 b M_0 H_E, \quad (6.1.30)$$

 f_3 описывает обычный упругий энгармонизм [468] (определение этой величины дано в приложении 4). Векторы поляризации МУ волн $\mathbf{e}_{\alpha \mathbf{k}}$ выражаются формулой

$$\mathbf{e}_{\alpha\mathbf{k}} = \sum_{p=1}^{3} \frac{\varepsilon_{1k} \omega_{p\mathbf{k}} \zeta_{1p\mathbf{k}}^{1/2}}{\omega_{p\mathbf{k}}^2 - \Omega_{\alpha\mathbf{k}}^2} \mathbf{e}_{p\mathbf{k}}.$$
(6.1.31)

В случае ФЛП $\psi_3 \div \psi_8 = 0$, а в амплитудах ψ_1 , ψ_2 нужно произвести замену $H_E \to 2H_A$.

При вычислении затухания звука следует отдельно рассматривать случаи $\Omega \tau > 1$ и $\Omega \tau < 1$, где τ — время жизни тепловых КФ. В первом случае можно рассчитывать коэффициент затухания КФ, ограничиваясь вторым порядком теории возмущений. Во втором — можно ограничиться феноменологическим расчетом. Для КМ практически всегда справедливо первое условие.

При $\Omega \tau \gg 1$ общие выражения для суммарных коэффициентов затухания квазичастиц, обусловленных процессами слияния и распада, имеют, соответственно, вид:

$$\gamma(\mathbf{k}) = 4\pi \sum_{i,\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2}} |\psi_{i}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2})|^{2} (n_{\mathbf{k}_{1}} - n_{\mathbf{k}_{2}}) \,\delta(\Omega_{\mathbf{k}} + \Omega_{\mathbf{k}_{1}} - \Omega_{\mathbf{k}_{2}}), \quad (6.1.32)$$

$$\gamma(\mathbf{k}) = 4\pi \sum_{i,\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2}} |\psi_{i}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2})|^{2} (1 + n_{\mathbf{k}_{1}} + n_{\mathbf{k}_{2}}) \,\delta(\Omega_{\mathbf{k}} - \Omega_{\mathbf{k}_{1}} - \Omega_{\mathbf{k}_{2}}), \quad (6.1.33)$$

где $n_{\mathbf{k}} = \left[\exp\left(\Omega_{\mathbf{k}}/T\right) - 1\right]^{-1}$.

6.2. Затухание спиновых волн

6.2.1. Коэффициент затухания квазимагнонов

Суммарный коэффициент затухания КМ представим в виде

$$\gamma_{\rm KM}^{\alpha}(\mathbf{k}) = \gamma_{1s}^{(\alpha)}(\mathbf{k}) + \gamma_{2s}^{(\alpha)}(\mathbf{k}) + \gamma_{sp}^{(\alpha)}(\mathbf{k}), \qquad (6.2.1)$$

где $\gamma_{1s}^{(\alpha)}$ и $\gamma_{2s}^{(\alpha)}$ — коэффициенты затухания КМ, обусловленные тройными и четвертными КМ-КМ процессами; $\gamma_{sp}^{(\alpha)}$ — коэффициент затухания КМ, обусловленный КМ-КФ процессами. В (6.2.1) $\alpha = 4$ для НЧМ и $\alpha = 5$ для ВЧМ.

Затухание магнонов в ФЛП и АФЛП подробно исследовано в [210, 219–222, 467]. Эти работы в основном посвящены изучению затухания магнонов вдали от точки ОФП. Рассматривались тройные магнон-магнонные процессы [220, 221, 467], четвертные — [219, 220, 467], а также магнон-фононные процессы от обменной [210, 222] и от релятивистской магнитострикции [466, 467]. Поскольку закон дисперсии магнонов вдали от ОФП по своему внешнему виду одинаков ($\varepsilon_{1\mathbf{k}} = \sqrt{\varepsilon_{10}^2 + c^2 k^2}$), то все полученные в этих работах результаты по затуханию магнонов

вдали от ОФП будут справедливы и вблизи ОФП, если за ε_{10}^2 в формулах для $\gamma(\mathbf{k})$ принимать выражение $g^2H(H+H_D) + 2g^2H_EH_{MY}$ (АФЛП) и $g^2H_A(H+H_{MY})$ (ФЛП), т.е. учитывать МУ щель. Кроме того, как это видно из выражений для амплитуд КМ-КМ процессов (6.1.25)–(6.1.27), необходимо учесть то обстоятельство, что эти амплитуды перенормируются за счет МУ взаимодействия (последние слагаемые в (6.1.25)–(6.1.27)). Следовательно, чтобы использовать результаты указанных работ при исследовании затухания КМ вблизи ОФП, необходимо учесть в них перенормировку амплитуд. Особенно это относится к затуханию НЧМ.

Как показывает анализ, учет перенормировки амплитуд за счет МУ взаимодействия приводит к следующим результатам. В числителях выражений для коэффициентов затухания $\gamma_{1s}^{(\alpha)}$ необходимо вместо g^2H^2 подставить $g^2H^2 + f\varepsilon_{\rm MY}^2$, где f — некоторая постоянная. В числителях выражений для $\gamma_{2s}^{(\alpha)}$ надо заменить ε_{j0}^2 на $\varepsilon_{j0}^2 + \beta \varepsilon_{\rm MY}^2$, где β — численное значение, порядка единицы.

Для иллюстрации этих положений приведем здесь для АФЛП коэффициенты затухания НЧМ от процессов слияния двух НЧМ в ВЧМ $\gamma_{1s}^{(4)}$ и столкновения двух НЧМ $\gamma_{2s}^{(4)}$ в области температур $\varepsilon_{1\mathbf{k}} \ll T \ll \varepsilon_{2\mathbf{k}}$. Коэффициент затухания $\gamma_{1s}^{(4)}$ имеет вид

$$\begin{split} \gamma_{1s}^{(4)}(\mathbf{k}) &= \frac{g^2 H_E T}{2^6 \pi M_0 c^3} \times \\ \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{20}}{T} \left(\frac{\varepsilon_{20}}{\varepsilon_{10}}\right)^2 \left(\frac{\varepsilon_{20}}{ck}\right) \left[A^2 + \frac{1}{4}B^2 + \beta \varepsilon_{10}^2 \left(\frac{\varepsilon_{MV}}{\varepsilon_{20}}\right)^4\right] \times \\ &\times \operatorname{sh}\left(\frac{ck}{2T} \frac{\varepsilon_{20}^2}{\varepsilon_{10}^2}\right) e^{-\frac{\varepsilon_{20}^2}{2T\varepsilon_{10}}}, \quad ck \ll \varepsilon_{10}, \\ \frac{1}{16} \left(\frac{\varepsilon_{20}}{ck}\right)^4 \left[A^2 + \frac{9}{16}B^2 + 16\beta(ck)^2 \left(\frac{\varepsilon_{MV}}{\varepsilon_{20}}\right)^4\right] \times \\ &\times e^{-\frac{\varepsilon_{20}^2}{4ckT}}, \quad \varepsilon_{10} \ll ck \ll \varepsilon_{20}^2/T, \\ A^2 \ln \left(\frac{4ckT}{\varepsilon_{20}^2}\right) + 2\zeta(3)B^2 \left(\frac{T}{\varepsilon_{20}}\right)^2 \left(\frac{ck}{\varepsilon_{20}}\right)^2 + \\ &+ 4\beta\varepsilon_{MV}^2 \left(\frac{\varepsilon_{MV}}{\varepsilon_{20}}\right)^2 \frac{T}{ck}, \quad \varepsilon_{20}^2/T \ll ck \ll \varepsilon_{20}^2/\varepsilon_{10}, \\ \left[A^2 + \frac{1}{16}B^2 \left(\frac{ck}{\varepsilon_{20}}\right)^4 \left(\frac{\varepsilon_{10}}{\varepsilon_{20}}\right)^4 + \beta\varepsilon_{MV}^2 \left(\frac{\varepsilon_{MV}}{ck}\right)^2\right] \times \\ &\times e^{-\frac{ck}{4T}\frac{\varepsilon_{10}^2}{\varepsilon_{20}^2}}, \quad T\varepsilon_{20}^2/\varepsilon_{10}^2 \ll ck, \\ A^2 \ln \left(\frac{4T\varepsilon_{20}^2}{ck\varepsilon_{10}^2}\right) + 2\zeta(3)B^2 \left(\frac{T}{\varepsilon_{20}}\right) \left(\frac{ck}{\varepsilon_{20}}\right)^2 + \\ &+ 4\beta\varepsilon_{MV}^2 \frac{T}{ck} \left(\frac{\varepsilon_{MV}}{\varepsilon_{20}}\right)^2, \quad \varepsilon_{20}^2/\varepsilon_{10} \ll ck \ll T\varepsilon_{20}^2/\varepsilon_{10}. \end{split}$$

Здесь $A = 2gH + 6g \sin \psi H_{MY}$, $B = (2\alpha'/(\alpha - \alpha')) \sin \psi \cdot \varepsilon_{20}^2/\omega_E$. Из анализа (6.2.2) видно, что коэффициент затухания $\gamma_{1s}^{(4)}(\mathbf{k})$ состоит из трех частей. Первая часть, пропорциональная A^2 , обусловлена релятивистским магнон-магнонным и МУ взаимодействиями. При приближении к ОФП $(H \to 0)$ эта часть уменьшается и в самой точке перехода обращается (при $H_D = 0$) в нуль. Вторая часть, пропорциональная B^2 , обусловлена обменным магнон-магнонным взаимодействием. Эта часть может давать заметный вклад в $\gamma_{1s}^{(4)}(\mathbf{k})$ только вблизи ОФП в АФ с $H_D \neq 0$. Если же $H_D = 0$, то и эта часть $\gamma_{1s}^{(4)}$ в точке ОФП равна нулю. Последние слагаемые в (6.2.2) обусловлены перенормировкой амплитуды магнон-магнонного взаимодействия МУ ангармонизмом. Они почти не зависят он H (зависимость от H только в ε_{10}^2) и, следовательно, будут давать (наряду с МУ членом в A при $H_D \neq 0$) основной вклад в $\gamma_{1s}^{(4)}$ вблизи ОФП. В самой точке ОФП эта часть обусловливает отличный от нуля коэффициент затухания KM, в отличие от результатов указанных выше работ. Данные слагаемые представляют собой для коэффициента затухания KM аналог MУ щели в спектре CB.

Подобным образом можно получить коэффициент затухания ВЧМ $\gamma_{1s}^{(5)}$. В области температур $T \ll \varepsilon_{20}$ имеем

$$\gamma_{1s}^{(5)} = \frac{g^2 H_E \varepsilon_{2\mathbf{k}}}{2^5 \pi M_0 c^3} \left[1 + \frac{2T}{ck} \ln \left(\frac{e^{\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}}}{2T}} - e^{-\frac{ck}{2T}}}{e^{\frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}}}{2T}} - e^{\frac{ck}{2T}}} \right) \right] \left[A^2 + \beta \varepsilon_{My}^2 \left(\frac{\varepsilon_{My}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}}} \right)^2 \right].$$
(6.2.3)

Здесь для простоты пренебрегается обменным магнон-магнонным взаимодействием. Как следует из (6.2.3) коэффициент затухания ВЧМ за счет тройных КМ-КМ процессов при $H \to 0$ стремится к конечному значению, также обусловленному МУ взаимодействием.

значению, также обусловленному МУ взаимодействием. Коэффициент затухания НЧМ $\gamma_{2s}^{(4)}$, связанный с рассеянием НЧМ друг на друге, в области температур $\varepsilon_{10} \ll T \ll \varepsilon_{20}$ выражается формулой

$$\gamma_{2s}^{(4)}(\mathbf{k}) = \frac{g^4 \left(\varepsilon_{10}^2 + 3\varepsilon_{My}^2\right)^2 H_E^2 T}{2^{10} \pi^3 M_0^2 c^6} \begin{cases} \left(\frac{T}{\varepsilon_{10}}\right)^2, & ck \ll \varepsilon_{10} \ll T, \\ \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{T}{ck}\right), & \varepsilon_{10} \ll ck \ll T, \\ 2\zeta(3) \left(\frac{T}{ck}\right)^2, & \varepsilon_{10} \ll T \ll ck \ll \omega_E. \end{cases}$$
(6.2.4)

Четверные процессы с участием двух НЧМ и двух ВЧМ в этой области температур не дают существенного вклада в $\gamma_{2s}^{(4)}$ [467]. При выводе (6.2.4) для простоты пренебрегалось вкладом от обменного магнонмагнонного взаимодействия. Если не учитывать МУ взаимодействие, то вместо $\varepsilon_{10}^2 + 3\varepsilon_{MY}^2$ в числителе (6.2.4) было бы g^2H^2 и $\gamma_{2s}^{(4)}(\mathbf{k})$ стремился бы к нулю при приближении к ОФП ($H \rightarrow 0$). МУ взаимодействие действие приводит к конечному значению в точке ОФП коэффициента

затухания $\gamma_{2s}^{(4)}$: во-первых, в ε_{10} появляется МУ щель, и, во-вторых, из-за перенормировки амплитуды четверных КМ-КМ процессов в числителе (6.2.4) появляется дополнительное слагаемое $3\varepsilon_{MY}^2$. В случае ФЛП $\gamma_{2s}^{(4)}$ выражается формулой, аналогичной (6.2.4).

В случае ФЛП $\gamma_{2s}^{(4)}$ выражается формулой, аналогичной (6.2.4). Отметим, что в области рассматриваемого ОФП на коэффициент затухания ВЧМ $\gamma_{2s}^{(5)}$ (по сравнению с $\gamma_{1s}^{(5)}$, $\gamma_{1,2s}^{(4)}$) МУ взаимодействие влияет очень слабо. Это обусловлено тем, что амплитуды коэффициента $\gamma_{2s}^{(5)}$ пропорциональны ε_{20}^2 , в то время как перенормировка амплитуд за счет МУ взаимодействия пропорциональна ε_{MV}^2 . Из-за малости ε_{MY} по сравнению с ε_{20} при данном ОФП МУ перенормировка не сказывается на коэффициенте затухания ВЧМ $\gamma_{2s}^{(5)}$. Поэтому в интересующем нас случае можно пользоваться выражениями для $\gamma_{2s}^{(5)}$, приведенными в [467].

Рассмотрим теперь последнее слагаемое в (6.2.1). Затухание магнонов, связанное с МУ взаимодействием, вдали от точки ОФП подробно исследовалось в [209–211,223,466,467]. В работах [209,223] вычислены коэффициенты затухания магнонов, обусловленные обменной магнитострикцией, при отсутствии активации в спектре НЧМ. В [211,466,467] исследованы коэффициенты затухания магнонов за счет релятивистской магнитострикции. Оказалось, что она дает основной вклад в коэффициенты затухания КМ в широком интервале волновых векторов.

Анализ КМ-КФ процессов показывает, что как вдали, так и вблизи ОФП основной вклад в затухание КМ вносят КФ с энергией ~ ε_{j0} , то есть КФ с линейным законом дисперсии $\Omega_{pk} \simeq \omega_{pk}$. Затухание КМ вблизи ОФП, обусловленное взаимодействием с КФ с нелинейным законом дисперсии, мало по сравнению с затуханием КМ от процессов взаимодействия КМ м КФ с линейным законом дисперсии. Это объясняется малостью объема фазового пространства, где имеет место существенное отклонение закона дисперсии от линейного.

Таким образом, коэффициенты затухания КМ от процессов взаимодействия КМ с КФ вблизи ОФП выражаются теми же формулами, что и вдали от ОФП. Ограничимся приведением коэффициента затухания КЧМ для АФЛП, обусловленного процессами взаимодействия с КФ в случае s < c [224], который нам понадобится в дальнейшем при сравнении теории с экспериментом:

$$\gamma_{sp}^{(4)}(\mathbf{k}) = \frac{g^2 \varepsilon_{MV}^2 H_E cT}{8\pi M_0 \left(c^2 - s^2\right)^2} \times$$

$$\times \begin{cases} \frac{ck}{s_{1\mathbf{k}}} \left[\frac{5}{4} + 8\left(\frac{\Lambda_1}{b}\right)^2 (\alpha - \alpha')^2 \left(\frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}}}{c}\right)^4\right], \quad \varepsilon_{10} \frac{s}{c} \ll ck \ll \varepsilon_{10}, \\ 2 + 8\left(\frac{\Lambda_2}{b}\right)^2 \frac{ck}{\varepsilon_{1\mathbf{k}}} (\alpha - \alpha')^2 k^4, \quad \varepsilon_{10} \ll ck \ll T. \end{cases}$$
(6.2.5)

В отличие от работ [210,466,467], здесь для НЧМ учтены одновременно вклады как от релятивистской, так и от обменной магнитострикции.

6.2.2. Сравнение с экспериментом

В последнее время появился ряд работ, посвященных экспериментальному изучению коэффициентов затухания магнонов в АФЛП [469–473]. В этих работах внешнее постоянное магнитное поле изменялось в широком интервале, включающем и область ОФП ($H \leq \tilde{H}_{\rm My}$). В [469] исследовался коэффициент затухания НЧМ в МпСО₃ в области полей $0 \leq H \leq 4$ кЭ при частоте накачки $\varepsilon_p/2\pi = 36$ ГГц и температурах $T = 1,2 \div 4,2$ К. Зависимость от поля данного коэффициента оказалась квадратичной (см. в [469] рис. 6.2а). Этот результат находится в хорошем качественном согласии с выводами работ [224, 467], где теоретически показано, что в области полей H > 1 кЭ затухание НЧМ в МпСО₃ обусловлено слиянием двух НЧМ в ВЧМ и растет с увеличением поля, как H^2 . Оценка $\gamma_{1s}^{(4)}$ по формуле (6.2.2) при $\varepsilon_{1K} = \varepsilon_p/2, \varepsilon_{20}/2\pi = 124$ ГГц, $M_0 = 200$ Э, $H_E = 320$ кЭ, $H_D = 4,4$ кЭ, $H_{\Delta}^2 = 5,6/T$ кЭ² (gH_{Δ} — щель за счет взаимодействия электронной и ядерной подсистем), $g/2\pi = 2,8$ ГГц/кЭ, $c = 3,5 \cdot 10^5$ см/с, $\varepsilon_{MY} = 14$ ГГц [469] дает, что с увеличением H от 1 кЭ до 5 кЭ $\gamma_{1s}^{(4)}$ изменяется от 0,1 до 1 МГц и согласуется с результатами [469].

В полях же H < 1 кЭ данный процесс (6.2.2) дает за счет обменного магнон-магнонного и МУ взаимодействий хотя и конечный вклад (при $H \to 0$) в затухание НЧМ, но меньший, чем в эксперименте. При $H \to 0$ (вблизи ОФП) затухание НЧМ может быть обусловлено и взаимодействием КМ с КФ (6.2.5). Для окончательного выяснения, какой из указанных процессов вносит основной вклад в $\gamma_{KM}^{(4)}$, нужны новые эксперименты при малых полях.

В [470, 471] изучалось затухание КМ в CsMnCl₃, в котором c > 5. В полях $H \leqslant 2$ к \Im наблюдался резкий рост коэффициента затухания НЧМ с уменьшением Н. Этот рост можно объяснить зависимостью (6.2.5) [224]. Как следует из данной формулы, $\gamma_{sp}^{(4)}$ растет линейно с увеличением $ck = \sqrt{(\varepsilon_p/2)^2 - \varepsilon_{10}}$ при $\varepsilon_{10}s/c < ck < \varepsilon_{10}$ и пропорционально $(ck)^5$ при $c\dot{k}>arepsilon_{10}$. Неравенство $ck>arepsilon_{10}s/c$ позволяет оценить значение поля Н*, с которого начинают играть заметную роль КМ-КФ процессы. Используя данные [470, 471] $H_D = 0$, $H_{\Delta}^2 = 11,4/T$ к \Im^2 , $\varepsilon_p/2\pi = 36$ ГГц находим, что при T = 2 К величина $H^* = \left[c^2 \varepsilon_{1K}^2/g^2 \left(c^2 - s^2\right) - H_{\Delta}^2\right]^{1/2} \sim 5,5$ к \Im (экспериментальное значение $H^* = 3,2$ к \Im [470]). Оценку $\gamma_{sp}^{(4)}$ проведем для постоянных, взятых из [470]: $M_0 \sim 100$ Э, $H_E = 700$ кЭ, $\alpha - \alpha' = \alpha_{\parallel}^2 / H_E M_0 \simeq 2 \times$ $imes 10^{-11}$ см 2 . МУ щель $arepsilon_{MY}$ для CsMnCl $_3$ будем считать равной МУ щели в MnCO₃ ($\varepsilon_{MY} = 14$ ГГц). Далее, полагая $\Lambda \sim b$, при T = 2 К и $\left(lpha_{\parallel} k
ight)^2 = 30$ к \Im^2 $\left(H \simeq 2$ к \Im) получим $\gamma_{sp}^{(4)} \sim 0,4$ МГц. Этот результат находится в хорошем согласии с экспериментом [470, 471]. Надо отметить, что согласно (6.2.5), рост затухания КМ будет наблюдаться только в том случае, когда постоянная релятивистской магнитострикции

не превосходит постоянную обменной магнитострикции ($b \leq \Lambda$). Следовательно, для определения главного механизма затухания, определяемого по (6.2.5), необходимо знать хотя бы оценочные значения этих постоянных.

В работах [472, 473] экспериментально изучалось затухание CB в FeBO₃ вдали от ОФП. Полученная там величина коэффициента затухания и его температурная зависимость в широкой области температур объясняется KM-KФ процессами (6.2.5).

В [470] представлены результаты по исследованию затухания магнонов в двухосном AФM RbMnCl₃. Температурную зависимость коэффициента затухания KM в RbMnCl₃ также можно объяснить KM-KФ процессами. Наблюдавшееся в RbMnCl₃ увеличение коэффициента затухания KM при приближении к ОФП типа спин-флоп согласуется с результатами (6.2.2) и (6.2.5), поскольку последние справедливы для любого ОФП (параметры, определяющие ОФП, входят в ε_{10}). Для более полного подтверждения выше полученных выражений необходимы новые эксперименты.

6.2.3. Средние коэффициенты затухания квазимагнонов

При изучении кинетических явлений в магнетиках нужно знать выражения для средних коэффициентов затухания КМ $\overline{\gamma}$ (или средние времена жизни $\overline{\tau} = \overline{\gamma}^{-1}$). Для их вычисления используется стандартная формула

$$\overline{r}^{-1} = \overline{\gamma} = \sum_{\mathbf{k}} \gamma(\mathbf{k}) n_{\mathbf{k}} / \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}}, \qquad (6.2.6)$$

где $\gamma(\mathbf{k})$ — коэффициент затухания, а $n_{\mathbf{k}} = \left(e^{\varepsilon_{\mathbf{k}}/T} - 1\right)^{-1}$ — числа заполнения квазичастиц.

В данном разделе рассмотрим случай АФЛП. Представим, согласно (6.2.6), среднее время жизни КМ в следующем виде:

$$\left(\overline{\tau}^{(\alpha)}\right)^{-1} = \left(\overline{\tau}^{(\alpha)}_{1s}\right)^{-1} + \left(\overline{\tau}^{(\alpha)}_{2s}\right)^{-1} + \left(\overline{\tau}^{(\alpha)}_{sp}\right)^{-1},$$
 (6.2.7)

где $\overline{\tau}_{1s}$ и $\overline{\tau}_{2s}$ — средние времена жизни КМ за счет тройных и четверных взаимодействий, $\overline{\tau}_{sp}$ — за счет КМ-КФ взаимодействий (α номер ветви спиновых волн).

Для $\overline{\tau}_{1s}^{(\alpha)}$ вычисления приводят к следующим результатам:

$$\left(\overline{\tau}_{1s}^{(4)}\right)^{-1} \propto \tag{6.2.8}$$

$$\propto \begin{cases} \frac{\varepsilon_{20}^{5/2}}{\theta_c^2 \varepsilon_{10}^{3/2}} \left[A^2 + B^2 + \varepsilon_{10}^2 \left(\frac{\varepsilon_{MY}}{\varepsilon_{20}}\right)^2 \left(\frac{S_t}{c}\right)^4 \right] e^{-\varepsilon_{20}/T}, \quad T \ll \varepsilon_{10}, \\ \frac{\varepsilon_{20}^{5/2}}{\theta_c^2 T^{3/2}} \left[A^2 + B^2 + \varepsilon_{MY}^2 \left(\frac{\varepsilon_{MY}}{\varepsilon_{20}}\right)^2 \left(\frac{S_t}{c}\right)^4 \right] e^{-\varepsilon_{20}/T}, \quad \varepsilon_{10} \ll T \ll \varepsilon_{20}, \\ \frac{T^{3/2}}{\theta_c^2 \varepsilon_{20}^{1/2}} \left[A^2 + B^2 \left(\frac{T}{\varepsilon_{20}}\right)^2 + \varepsilon_{MY}^2 \left(\frac{\varepsilon_{MY}}{T}\right)^2 \left(\frac{S_t}{c}\right)^4 \right], \quad T \gg \varepsilon_{20}; \end{cases}$$

$$\left(\overline{\tau}_{1s}^{(5)}\right)^{-1} \propto$$

$$\propto \begin{cases} \frac{\varepsilon_{20}}{\theta_c^2} \left[A^2 + B^2 + \varepsilon_{MY}^2 \left(\frac{\varepsilon_{MY}}{\varepsilon_{20}}\right)^2 \left(\frac{S_t}{c}\right)^4 \right], \quad T \ll \varepsilon_{20}, \\ \frac{T}{\theta_c^2} \left[A^2 + B^2 \left(\frac{T}{\varepsilon_{20}}\right)^4 + \varepsilon_{MY} \left(\frac{\varepsilon_{MY}}{T}\right)^2 \left(\frac{S_t}{c}\right)^4 \right], \quad T \gg \varepsilon_{20}. \end{cases}$$
(6.2.9)

При записи формул предполагалось, что $\omega_E = g H_E = \vartheta_c, \ M_0 \sim g/a^3, \ a$ — постоянная решетки.

Четверные процессы дают в среднее время жизни КМ следующий вклад

$$\left(\overline{\tau}_{2s}^{(4)}\right)^{-1} \propto T \cdot \begin{cases} \frac{\left(\varepsilon_{10}^{2} + 3\varepsilon_{My}^{2}\right)}{\theta_{c}^{4}} e^{-\varepsilon_{10}/T}, & T \ll \varepsilon_{10}, \\ \frac{\left(\varepsilon_{10}^{2} + 3\varepsilon_{My}^{2}\right)^{2}}{\theta_{c}^{4}} + \left(\frac{T}{\theta_{c}}\right)^{8}, & \varepsilon_{10} \ll T \ll \varepsilon_{20}, \\ \left(\frac{T}{\theta_{c}}\right)^{4}, & \varepsilon_{20} \ll T; \end{cases}$$

$$\left(\overline{\tau}_{2s}^{(5)}\right)^{-1} \propto T \cdot \begin{cases} \left(\frac{T}{\theta_{c}}\right)^{4} \left(\frac{T}{\varepsilon_{20}}\right)^{2}, & T \ll \varepsilon_{20}, \\ \left(\frac{T}{\theta_{c}}\right)^{4}, & T \gg \varepsilon_{20}. \end{cases}$$

$$(6.2.11)$$

Среднее время жизни КМ, обусловленное КМ-КФ процессами, имеет вид (для краткости только при $\theta_c > \theta_D$):

$$\left(\overline{\tau}_{sp}^{(4)}\right)^{-1} \propto T \cdot \begin{cases} \frac{\theta_D}{\theta_c} \left(\frac{\varepsilon_{My}}{\theta_c}\right)^2 + \Lambda^2 \left(\frac{\varepsilon_{10}}{\theta_c}\right)^4, & T \ll \varepsilon_{10}, \\ \left(\frac{\varepsilon_{My}}{\theta_c}\right)^2 + \Lambda^2 \frac{T}{\theta_D} \left(\frac{T}{\theta_c}\right)^3, & \varepsilon_{10} \ll T; \end{cases}$$

$$\left(\overline{\tau}_{sp}^{(5)}\right)^{-1} \propto T \cdot \begin{cases} \left(\frac{\varepsilon_{My}}{\theta_c}\right)^2 + \Lambda^2 \frac{T}{\theta_D} \left(\frac{T}{\theta_c}\right)^3, & \varepsilon_{20} \ll T, \\ \left(\frac{\varepsilon_{My}}{\theta_c}\right)^2 + \Lambda^2 \left(\frac{\varepsilon_{20}}{\theta_c}\right)^4, & \theta_D \varepsilon_{20}/\theta_c \ll T \ll \varepsilon_{20}, \end{cases}$$

$$\left(\frac{\theta_D}{\theta_c} \left(\frac{\varepsilon_{My}}{\theta_c}\right)^2 + \Lambda^2 \left(\frac{\varepsilon_{20}}{\theta_c}\right)^4, & T \ll \theta_D \varepsilon_{20}/\theta_c. \end{cases}$$

$$(6.2.12)$$

При выводе формул (6.2.12), (6.2.13) принималось, что $\theta_D = s/a \propto \left(\rho a^5\right)^{-1}$.

Анализ выражений (6.2.8)-(6.2.11) для средних коэффициентов затухания КМ за счет КМ-КМ процессов показывает, что вблизи ОФП они обусловлены МУ взаимодействием. Средние коэффициенты затухания КМ, обусловленные КМ-КФ процессами (6.2.12), (6.2.13), вблизи ОФП превосходят в широком интервале температур средние коэффициенты затухания КМ за счет КМ-КМ процессов (6.2.8)–(6.2.11).

Приведенные здесь результаты позволяют подойти к изучению релаксационных процессов в магнетиках в области ОФП, что является, безусловно, предметом специального исследования.

6.3. Затухание ультразвука

6.3.1. Затухание поперечных ультразвуковых волн в области $\Omega au\gg 1$

Коэффициент затухания КФ представим в виде

$$\gamma_{\mathrm{K}\Phi}^{(t)}(\mathbf{k}) = \gamma_{1p}^{(t)}(\mathbf{k}) + \gamma_{2p}^{(t)}(\mathbf{k}) + \gamma_{ps}^{(t)}(\mathbf{k}), \qquad (6.3.1)$$

где $\gamma_{1p}^{(t)}(\mathbf{k})$ — коэффициент затухания КФ, обусловленный упругим ангармонизмом (последнее слагаемое в амплитудах (6.1.23) и (6.1.24) при $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$), $\gamma_{2p}^{(t)}(\mathbf{k})$ — коэффициент затухания КФ, обусловленный МУ ангармонизмом (первые шесть слагаемых в (6.1.23) и (6.1.24) при тех же значениях индексов) и $\gamma_{ps}^{(t)}(\mathbf{k})$ — коэффициент затухания КФ, обусловленный взаимодействием КФ с КМ (амплитуды ψ_1 и ψ_2 при одном или двух индексах α, β, γ , равных 4, а при остальных равных 1, 2, 3 и амплитуды $\psi_3 \div \psi_8$ при α либо β , равных 1, 2, 3).

Затухание звука в АФЛП исследовалось теоретически и экспериментально как вблизи ОФП, так и вдали от него. В [210] вычислены коэффициенты затухания звука, обусловленные фонон-магнонными процессами от обменной магнитострикции. Более детальное теоретическое исследование затухания ультразвука вдали от ОФП проведено в [209, 211, 466]. В [211] показано, что коэффициент затухания γ_{2p} в АФЛП даже в этой области может превосходить затухание звука от обычного упругого ангармонизма γ_{1p} . Увеличение затухания звука в [211] связывалось с обменным усилением релятивистской магнитострикции в АФЛП. В [105, 106] исследовалось затухание ультразвука вблизи ОФП в ЛП магнетиках. В этом случае затухание звука возрастает не только из-за обменного усиления магнитострикции, но, главным образом, из-за сильного искажения спектра КФ.

Резкое увеличение поглощения ультразвука вблизи ОФП в магнитных кристаллах наблюдалось и в экспериментальных работах [89– 91, 474]. Величина затухания была настолько большой, что звуковые волны после прохождения через образец не наблюдались. Авторы работ [89–91] объясняли сильное затухание звука вблизи ОФП наличием доменов. Однако промежуточное состояние с доменной структурой в АФ существует в достаточно узком интервале магнитного поля вблизи ОФП, в то время, как ширина пика поглощения даже на половине высоты составляла от нескольких сотен эрстед до 1 кЭ. Таким образом, объяснение возрастания поглощения звука вблизи ОФП с помощью доменов не может быть принято. Домены могут давать вклад в затухание звука в узкой окрестности ОФП. Другой механизм поглощения звука — флуктационный, также должен давать вклад только в очень близкой окрестности ОФП [4].

Рассмотрим слагаемые в (6.3.1) в отдельности. Поскольку сильная связь между акустическими и спиновыми волнами осуществляются в области частот звуковых волн $\Omega \ll T_0$ ($T_0 = \varepsilon_{10}\theta_D/\theta_c$ при $\theta_D < \theta_c$ и $T_0 = \varepsilon_{10}$ при $\theta_D > \theta_c$, $T_0 \ge 1$ ГГц), то эта связь будет ярче сказываться на поведении ультразвука. В дальнейшем ограничимся рассмотрением именно этих частот.

При вычислении коэффициентов затухания поперечного ультразвука воспользуемся результатами работ [105, 106]. Так как экспериментально исследовались только АФЛП, то далее результаты приводится только для них. Затухание поперечного ультразвука вблизи ОФП рассмотрим на примере сильно взаимодействующей с низкочастотными спиновыми волнами поперечной звуковой волны поляризации $\mathbf{e}_{1\mathbf{k}}$, при этом параметр МУ взаимодействия $\zeta_{1\mathbf{k}} = \zeta_{1t\mathbf{k}} \in \zeta_{1t\mathbf{lk}}$ (6.1.16) существенно возрастает, стремясь в теоретическом пределе к единице по мере приближения к точке ОФП и при $k \to 0$.

Из анализа законов сохранения следует, что в рассматриваемой области частот при исследовании затухания квазифононов наиболее вероятны процессы слияния, а процессы распада дают незначительный вклад в коэффициент затухания. Из всех процессов слияния главный вклад в коэффициент затухания дают процессы с участием только поперечных КФ различной поляризации. Эти процессы можно описать диаграммами, изображенными на рис. 6.1, *а*. Отметим, что данные процессы вдали от ОФП запрещены. Главный вклад в $\gamma_{K\Phi}^{(t)}$ вдали от ОФП дает процесс, показанный на рис. 6.1, *б*. Вклад от этого процесса в $\gamma_{K\Phi}^{(t)}$ вблизи ОФП становится малым по сравнению с вкладами от процессов, показанных на рис. 6.1, *а*.



Рис. 6.1. Процессы КФ-НФ столкновений, дающие основной вклад в коэффициент затухания поперечных КФ $\gamma_{\mathrm{K}\Phi}^{(t_1)}(\mathbf{k})$ в области ОФП: a — процессы с участием поперечных КФ, 6 — процессы с участием продольных КФ

Для удобства сравнения теории с экспериментом будем далее приводить не коэффициент $\gamma_{K\Phi}(\mathbf{k})$, а коэффициент

$$\Gamma_{\mathrm{K}\Phi}(\mathbf{k}) = \gamma_{\mathrm{K}\Phi}(\mathbf{k}) / v_{\mathrm{rp}}, \qquad (6.3.2)$$

где $v_{\rm rp} = d\Omega/dk$ — групповая скорость КФ.

Суммарный коэффициент затухания поперечных КФ поляризации $\mathbf{e_{1k}}$ от упругого ангармонизма в области $T \ll \theta_D$ имеет вид

$$\Gamma_{1p}^{(t)}(\mathbf{k}) = \frac{3\pi^3}{20} \frac{A_2^2 T^4 \zeta_{1\mathbf{k}}}{\mu^3 S_t^4} \cdot \begin{cases} \frac{1}{2} T_0, & \Omega \gg (1 - \zeta_0) T_0, \\ \frac{\Omega}{1 - \zeta_0}, & \Omega \ll (1 - \zeta_0) T_0, \end{cases}$$
(6.3.3)

где $\zeta_0 = \varepsilon_{\rm My}^2 / \varepsilon_{10}^2$, $\Omega = \Omega_{1{\bf k}}$, A_2 — функция упругих постоянных второго и третьего порядков [468] (см. приложение 4). Видно, что вблизи ОФП коэффициент затухания поперечного ультразвука становится независимым от частоты Ω . Неравенство $\Omega > (1 - \zeta_0) T_0$ позволяет оценить область полей, при которых $\Gamma_{1p}^{(t)}({\bf k})$ не зависит от частоты. Выражая ζ_0 через $\varepsilon_{10}^2 = g^2 H (H + H_D) + \varepsilon_{\rm My}^2$, получаем, что при $H < H_1 = -H_D/2 + \sqrt{H_D^2/4 + \varepsilon_{\rm My}^2 \Omega / (g^2 T_0)}$ величина $\Gamma_{1p}^{(t)}$ не зависит от частоты. Для гематита при частоте ультразвука $\Omega = 500$ МГц $H_1 \simeq 10$ Э.

Коэффициент затухания ультразвука, обусловленный МУ ангармонизмом выглядит следующим образом ($T_0 \ll T \ll \theta_D$):

$$\Gamma_{2p}^{(t)}(\mathbf{k}) = \frac{\omega_{MY}^{4} \varepsilon_{MY} T \zeta_{1\mathbf{k}}^{4}}{2^{8} \varepsilon_{10}^{3} \mu S_{t} c^{3}} \cdot \begin{cases} \frac{1}{2} T_{0}, & \Omega \gg (1 - \zeta_{0}) T_{0}, \\ \frac{\Omega}{1 - \zeta_{0}}, & \Omega \ll (1 - \zeta_{0}) T_{0}. \end{cases}$$
(6.3.4)

При температурах $T \ll T_0$

$$\Gamma_{2p}^{(t)}(\mathbf{k}) = \frac{\pi^3 \omega_{MY}^4 \varepsilon_{MY}^2 T^4 \zeta_{1\mathbf{k}}^4}{15 \cdot 2^4 \varepsilon_{10}^6 \mu S_t^4} \cdot \begin{cases} \frac{1}{2} T_0, & \Omega \gg (1 - \zeta_0) T_0, \\ \frac{\Omega}{1 - \zeta_0}, & \Omega \ll (1 - \zeta_0) T_0. \end{cases}$$
(6.3.5)

Суммарный коэффициент затухания поперечных КФ поляризации е_{1k}, обусловленный процессами КФ-КМ столкновений, описывается формулами

$$\Gamma_{ps}^{(t)}(\mathbf{k}) = \frac{\omega_{\text{My}}^4 T S_t}{2^4 \pi c^3 \mu v_{\text{rp}}(\mathbf{k})} \cdot \frac{\kappa_x^2 \kappa_y^2}{\kappa_x^2 + \kappa_y^2} \cdot \begin{cases} \frac{\omega_{t\mathbf{k}}}{\varepsilon_{10}}, & \theta_D \gg T \gg \varepsilon_{10}, \\ \frac{\omega_{t\mathbf{k}}}{\Omega} \left(1 - e^{-\Omega/T}\right) e^{-\varepsilon_{10}/T}, & T \ll \varepsilon_{10}. \end{cases}$$
(6.3.6)

Эта формула имеет место при $\omega_{t\mathbf{k}} > \Omega S_t/c$.

Проведем сравнение полученных результатов. Во-первых, отметим, что формулы (6.3.3)–(6.3.5) получены при $\mathbf{k} \| \mathbf{x}$. В этом случае КФ-КМ

процессы (6.3.6) не вносят вклада в суммарный коэффициент затухания звука (6.3.1). При других направлениях $\mathbf{k} \Gamma_{ps}^{(t)}$ будет давать отличный от нуля вклад в (6.3.1). Зависимость $\Gamma_{K\Phi}^{(t)}$ от направления \mathbf{k} в общем случае определяется зависимостью от \mathbf{k} величин $\zeta_{1\mathbf{k}}$ и $\Omega_{1\mathbf{k}}$. При $\mathbf{k} \| \mathbf{x} \Gamma_{K\Phi}^{(t)}$ достигает максимального значения. Таким образом, вблизи ОФП и при $\mathbf{k} \| \mathbf{x}$ затухание поперечного звука определяется столкновениями КФ друг с другом за счет упругого и МУ ангармонизмов кристалла. Сравнение $\Gamma_{1p}^{(t)}$ и $\Gamma_{2p}^{(t)}$ показывает, что вблизи ОФП в области температур $T > T_1 \sim (\omega_{MY}S_t/c)^3 \sqrt{\omega_{MY}/\varepsilon_{10}} \Gamma_{1p}^{(t)} > \Gamma_{2p}^{(t)}$, а при $T < T_1 \Gamma_{1p}^{(t)} < \Gamma_{2p}^{(t)}$. Для гематита $T_1 \sim 100$ К.

Из (6.3.1)–(6.3.6) также следует, что при приближении к точке ОФП коэффициент затухания ультразвука резко возрастает и достигает максимального значения в самой точке перехода. Кроме того, затухание звука имеет характерную зависимость от магнитного поля, которое входит в величины $\zeta_{1\mathbf{k}}$, $\Omega_{1\mathbf{k}}$ и ε_{10} (рис. 6.2). Отношение коэффициента затухания в точке ОФП к коэффициенту затухания звука вдали от ОФП — Γ_0 [468]. Например, в области температур $T > T_1$ составляет

$$\frac{\Gamma_{\rm K\Phi}^{(t)}}{\Gamma_0}\Big|_{H=0} = (1-\zeta_0)^{-1} = \frac{T_0}{\Omega} \gg 1.$$
(6.3.7)

Для гематита при $\Omega = 500 \text{ M}$ Гц $T_0/\Omega \ge 10^2$. Представленная на рис. 6.2 зависимость качественно подтверждается выполненным недавно экспериментом по исследованию затухания звука в гематите [474].

Отметим, что коэффициенты затухания поперечного звука (6.3.1)– (6.3.6) сильно зависят от направления распространения звуковой волны. Аналогичные указанным выше особенности должны наблюдаться



Рис. 6.2. Зависимость коэффициента затухания поперечного звука поляризации \mathbf{e}_{t1} от H при различных частотах ($\Omega_1 > \Omega_2$); Γ_0 — коэффициент затухания звука вдали от ОФП

при распространении звуковой волны поляризации $\mathbf{e_{lk}}$ вдоль оси \mathbf{y} . В случае же $\mathbf{k} \parallel [110]$ увеличение затухания поперечного ультразвука должно быть минимальным, так как при этом $\zeta_{lk} = 0$. В таких ситуациях затухание ультразвука может возрастать только за счет либо КФ-КМ столкновений, либо КФ-КФ столкновений от эффективного МУ ангармонизма, обусловленного обменной магнитострикцией.

6.3.2. Затухание продольного ультразвука при $\Omega au\gg 1$

Суммарный коэффициент затухания продольного звука выражается (по аналогии с поперечным звуком) формулой (6.3.1) при замене



Рис. 6.3. Процесс, дающий основной вклад в коэффициент затухания продольных $K\Phi \gamma_{ps}^{(l)}(\mathbf{k})$ в области ОФП

индекса t на l. Анализ законов сохранения для процессов КФ-КФ столкновений с участием продольных КФ показывает, что главный вклад в коэффициент $\Gamma_{\rm K\Phi}^{(l)}$ вносит процесс, изображенный на рис. 6.3. Данный процесс для сред без дисперсии вдали от ОФП запрещен [468]. Здесь же этот процесс разрешен изза того, что МУ взаимодействие приводит к дисперсии скорости звука.

В области частот $\Omega \ll T_0$ ($T_0 = \varepsilon_{10}S_l/c$ при $\theta_c > \theta_D$ и $T_0 = \varepsilon_{10}$ при $\theta_c < \theta_D$) для коэффициентов затухания продольного ультразвука получаем

$$\Gamma_{1p}^{(l)}(\mathbf{k}) = \frac{3\pi^3}{20} \frac{T^4 \Omega A^2}{\mu^3 S_l^4 (1 - \zeta_{l\mathbf{k}})}, \quad T \ll \theta_D, \tag{6.3.8}$$

$$\Gamma_{2p}^{(l)}(\mathbf{k}) = \frac{\zeta_{l\mathbf{k}}^{2}\varepsilon_{My}^{2}\omega_{My}^{4}}{\varepsilon_{10}^{2}\mu S_{l}^{4}} \left(\frac{S_{t}}{S_{l}}\right)^{4} \Omega\left(1+\zeta_{l\mathbf{k}}+\frac{1}{8}\zeta_{l\mathbf{k}}^{2}\right) \times \qquad (6.3.9)$$
$$\times \begin{cases} \frac{T}{8\varepsilon_{10}} \left(\frac{S_{l}}{c}\right)^{3}, & T_{0} \ll T \ll \theta_{D}, \\ \frac{\pi^{3}}{30} \left(\frac{T}{\varepsilon_{10}}\right)^{4}, & T \ll T_{0}, \end{cases}$$

где $\zeta_{l\mathbf{k}}$ — параметр МУ взаимодействия для продольного звука (6.1.16), $A = 3A_1 + 6A_2 + 2A_3 + 3A_4 - 2(A_1 + 3A_2 + A_3 + A_4)\zeta_{l\mathbf{k}}$ (см. приложение 4). Параметр $\zeta_{l\mathbf{k}}$ при приближении к ОФП стремится к максимальному значению $(S_t/S_l)^2$ для продольного звука, распространяющегося вдоль направления [110].

Как и для поперечного звука, вблизи ОФП коэффициенты $\Gamma_{\rm K\Phi}^{(l)}$ возрастают, достигая своего максимального значения в самой точке перехода. Сравнение $\Gamma_{1p}^{(l)}$ и $\Gamma_{2p}^{(l)}$ показывает, что в области температур $T > \tilde{T}_1 = \omega_{\rm MY} \left(S_t^2 \omega_{\rm MY}/S_l c \varepsilon_{10}\right)^{1/3} \Gamma_{1p}^{(l)} > \Gamma_{2p}^{(l)}$, а при $T < \tilde{T}_1 \Gamma_{1p}^{(l)} < \Gamma_{2p}^{(l)}$.

Коэффициент затухания продольного звука, обусловленный КФ-КМ взаимодействиями, выражается формулой (6.3.6), если в ней сделать замены: $S_t \to S_l$; $v_{rp}^{(t)} \to v_{rp}^{(l)}$; $\kappa_x^2 \kappa_y^2 / (\kappa_x^2 + \kappa_y^2) \to (\kappa_x^2 - \kappa_y^2)^2$. При про-

дольном звуке, распространяющемся вдоль направления [110], КФ-КМ процессы в противовес КФ-КФ процессам не вносят вклад в суммарный коэффициент затухания.

6.3.3. Особенности затухания ультразвука при $\Omega au \ll 1$

Все полученные выше результаты для затухания ультразвука справедливы для случая $\Omega \tau \gg 1$. Из данных для средних коэффициентов затухания тепловых фононов, которые приведены ниже, следует, что этот случай реализуется при температурах $T \ll T_2 = \theta_D \left(\Omega/\theta_D\right)^{1/5}$. Для гематита $T_2 \sim 50$ К при частоте звука $\Omega = 500$ МГц. При $T \gg T_2$ справедливо обратное неравенство $\Omega \tau \ll 1$. В этом случае для выяснения зависимости коэффициента затухания от частоты достаточно воспользоваться феноменологической формулой, полученной в работах [6-8]. Если же интересоваться и температурной зависимостью коэффициента затухания ультразвука при $\Omega au \ll 1$, то следует вычислять $\Gamma_{K\Phi}$ по методу, предложенному [211], в котором учитывается время жизни промежуточных частиц. Ограничимся здесь выяснением частотной зависимости Гко вблизи ОФП. Феноменологический расчет показывает, что вблизи ОФП Гко выражается следующими формулами. Для поперечного ультразвука поляризации **е**_{1k}, распространяющегося вдоль оси х,

$$\Gamma_{K\Phi}^{(t)} \sim \begin{cases} \Omega^{1/2} T_0^{3/2}, & \Omega \gg (1 - \zeta_0) T_0, \\ \frac{\Omega^2}{(1 - \zeta_0)^{3/2}}, & \Omega \ll (1 - \zeta_0) T_0. \end{cases}$$
(6.3.10)

Для продольного звука, распространяющегося вдоль направления [110],

$$\Gamma_{K\Phi}^{(l)} \sim \frac{\Omega^2}{\left(1 - \zeta_{l\mathbf{k}}\right)^{3/2}}.$$
 (6.3.11)

Таким образом, в этом случае в окрестности ОФП коэффициент затухания
поперечного ультразвука, как и при $\Omega \tau \gg 1$, слабее зависит



Рис. 6.4. Зависимость коэффициента затухания поперечного звука поляризации \mathbf{e}_{t1} от частоты в случае $(1-\zeta_0) T_0 < \tau^{-1} < T_0$

от частоты ($\Gamma_{K\Phi} \sim \Omega^{1/2}$), чем вдали от ОФП ($\Gamma \sim \Omega^2$), и по-прежнему резко возрастает при приближении к ОФП. Зависимость $\Gamma_{K\Phi}$ для поперечного ультразвука от частоты схематически показана на рис. 6.4.

6.3.4. Учет дипольного взаимодействия

В работе [106] изучалось влияние дипольного взаимодействия в ФЛП на коэффициент затухания ультразвука. Было показано, что в ФЛП дипольное взаимодействие может уменьшить рост $\Gamma_{2p}^{(t)}$ вблизи ОФП. Приведем здесь для ФЛП выражения для $\Gamma_{2p}^{(t)}$ при наличии дипольного взаимодействия. Введем следующие обозначения: $\varepsilon_{10}^2 = g^2 H_A H + \varepsilon_{My}^2 + \varepsilon_d^2 \kappa_y^2$, $\varepsilon_{My}^2 = g^2 H_A H_{My}$, $\varepsilon_d^2 = 4\pi g^2 M_0 H_A$. В магнетиках, в которых $\varepsilon_{My} \gg \varepsilon_d$, коэффициент затухания ультразвука $\Gamma_{2p}^{(t)}$ существенно не изменится и будет определяться формулами (6.3.3)–(6.3.6), (6.3.8)–(6.3.11). При выполнении обратного неравенства, $\varepsilon_{My} < \varepsilon_d$, затухание звука будет выражаться иным образом. Влияние дипольной энергии на затухание КФ рассмотрим на примере поперечного звука поляризации $\mathbf{e_{1k}}$, распространяющегося вдоль оси \mathbf{x} , для случая $\Omega \tau \gg 1$.

В области температур $\theta_D \gg T \gg \varepsilon_d S_t/C$ имеем

$$\Gamma_{2p}^{(t)}(\mathbf{k}) = \beta_1 \frac{g^2 \varepsilon_{MV}^4 H_A \Omega \zeta_{l\mathbf{k}}^4}{2^7 \pi^2 M_0 \varepsilon_{10}^2 c^3 S_t} \frac{T}{\varepsilon_d},$$
(6.3.12)

а при температурах $T \ll \varepsilon_d S_t/C$

$$\Gamma_{2p}^{(t)}(\mathbf{k}) = \beta_2 \frac{g^2 \varepsilon_{\text{MV}}^4 H_A \Omega \zeta_{l\mathbf{k}}^2}{2^7 \pi^2 M_0 \varepsilon_{10}^2 S_t^4} \left(\frac{T}{\varepsilon_d}\right)^4.$$
(6.3.13)

В этих формулах β_1 и β_2 численные коэффициенты порядка единицы. Вблизи ОФП рост коэффициента затухания $\Gamma_{2p}^{(t)}$ уменьшается в $\varepsilon_d/\varepsilon_{MY}$ раз при $T \gg \varepsilon_d S_t/c$ или в $(\varepsilon_d/\varepsilon_{MY})^4$ раз при $T \ll \varepsilon_d S_t/c$ по сравнению с магнетиками, в которых дипольное взаимодействие незначительно.

В таком случае затухание ультразвука $\Gamma_{2p}^{(t)}$, обусловленное эффективным МУ взаимодействием, может быть меньше, чем затухание $\Gamma_{1p}^{(t)}$ от упругого ангармонизма. Тогда во всем интервале температур затухание ультразвука будет определяться коэффициентом $\Gamma_{1p}^{(t)}$. В случае волн, распространяющихся вдоль оси **у**, уменьшение $\Gamma_{2p}^{(t)}$ будет еще большим из-за того, что при этом вблизи ОФП $\varepsilon_{10}^2 = \varepsilon_d^2$, $\zeta_{1\mathbf{k}} = \varepsilon_{My}^2 / \varepsilon_d^2 \ll 1$.

6.3.5. Сравнение с экспериментом

Приведенные выше результаты по затуханию ультразвука не зависят от типа фазового перехода, поскольку определяющие его параметры входят лишь в величину ε_{10} . При вычислении $\Gamma_{K\Phi}$ величина активации в спектре КМ ε_{10} рассматривалась как постоянная и ее явное выражение через параметры фазового перехода не учитывалось. Поэтому увеличение затухания звука должно иметь место вблизи любого ориентационного фазового перехода для любых магнетиков.

В работе [90] экспериментально изучалось затухание ультразвука частоты 10-250 МГц в МпF2 вблизи ОФП типа спин-флоп при температуре T = 4,2 К. В МлF₂ L||[001] в полях $H < H_{sf}$ и L||[110] при $H > H_{sf}$, где H_{sf} — значение магнитного поля, при котором происходит спин-флоп переход. Вблизи такого ОФП, согласно формулам (6.3.3)-(6.3.5) и (6.3.8)-(6.3.11), должно наблюдаться сильное увеличение затухания для поперечных волн при $\mathbf{k} \| [110]; \mathbf{e}_{1\mathbf{k}} \| [110]$ и $\mathbf{k} \parallel [001]$, $\mathbf{e}_{1\mathbf{k}}$ — в плоскости xy и для продольных волн при $\mathbf{k} \parallel [100]$. Для остальных направлений распространения волн затухание не должно увеличиваться вблизи ОФП. В [110] именно указанные волны испытывали наибольшее затухание вблизи перехода типа спин-флоп. Увеличение затухания звука в точке ОФП было настолько большим, что авторы [110] но могли обнаружить волны после их прохождения через образец. Это также согласуется с развитой выше теорией, поскольку, согласно оценке (6.3.7), затухание звука в точке ОФП на несколько порядков превосходит затухание вдали от ОФП. Кроме того, что отмечалось и в [111], затухание звука вблизи ОФП слабо зависело от частоты. Этот факт тоже находится в согласии с теоретическими результатами.

Для более детального сравнения теории с экспериментом необходимо учитывать конкретную анизотропию МУ и упругих свойств кристаллов. Например, в [90] наблюдалось увеличение затухания продольного звука с $\mathbf{k} \parallel [001]$ и $\mathbf{k} \parallel [110]$, хотя по теории (6.3.8)–(6.3.11) этого не должно быть. При учете анизотропии свойств магнетика данный эффект может проявиться из-за того, что выражение для $\zeta_{l\mathbf{k}}$ будет иным образом зависеть от направления \mathbf{k} .

Отметим еще и качественное согласие теории и эксперимента [90, 91] в угловой зависимости затухания ультразвука вблизи ОФП. Согласно теории, поглощение звука резко анизотропно по углам, так как параметры $\zeta_{l\mathbf{k}}$ и $\zeta_{l\mathbf{k}}$ зависят от направления **k**. Эта анизотропия поглощения звука также наблюдалась в эксперименте.

6.3.6. Средние коэффициенты затухания квазифононов

Представим средний коэффициент затухания квазифононов в следующем виде

$$\overline{\gamma}_{\mathrm{K}\Phi} = \overline{\gamma}_{1p} + \overline{\gamma}_{2p} + \overline{\gamma}_{ps}, \qquad (6.3.14)$$

где $\overline{\gamma}_{1,2p}$ — средние коэффициенты затухания квазифононов, обусловленные упругим и МУ ангармонизмами кристалла, а $\overline{\gamma}_{ps}$ — взаимодействием КФ с КМ.

234

Сначала рассмотрим поперечные КФ поляризации e_{1k} . Для коэффициента $\overline{\gamma}_{1p}$ получаем следующие результаты:

$$\overline{\gamma}_{1p}^{(t)} \propto \frac{A_2^2}{\mu^3 S_t^3} \cdot \begin{cases} T^5, \quad T_0 \ll T \ll \theta_D, \\ T_0^{1/2} T^{9/2}, \quad T_0 \left(1 - \zeta_0\right) \ll T \ll T_0, \\ \frac{T^5}{\sqrt{1 - \zeta_0}}, \quad T \ll T_0 \left(1 - \zeta_0\right). \end{cases}$$
(6.3.15)

Средний коэффициент затухания, обусловленный МУ ангармонизмом, определяется формулами

$$\overline{\gamma}_{2p}^{(t)} \propto \frac{\omega_{\text{MV}}^4 \varepsilon_{\text{MV}}^2}{\mu S_t^3 \varepsilon_{10}^6} \cdot \begin{cases} \frac{S_t^2}{c^2} \frac{\varepsilon_{10}^6}{T} \zeta_0^4, & T_0 \ll T \ll \theta_D, \\ T_0^{1/2} T^{9/2}, & T_0 (1 - \zeta_0) \ll T \ll T_0, \\ \frac{T^5}{\sqrt{1 - \zeta_0}}, & T \ll T_0 (1 - \zeta_0). \end{cases}$$
(6.3.16)

Для коэффициента, обусловленного КФ-КМ процессами, в области температур $\theta_D \gg T \gg T_0$ имеем

$$\overline{\gamma}_{ps}^{(t)} \propto \left(\frac{\theta_D}{\theta_c}\right)^n T\left[\left(\frac{\varepsilon_{\text{My}}}{\theta_c}\right)^2 + \Lambda^2 \frac{T}{\theta_D} \left(\frac{T}{\theta_c}\right)^3\right], \quad (6.3.17)$$

где n = 4 в случае $\theta_D < \theta_c$ и n = 0 при $\theta_D > \theta_c$. При температурах $T \ll \ll T_0 - \overline{\gamma}_{ps}^{(t)} \propto e^{-\varepsilon_{10}/T}$.

Сравнение средних коэффициентов затухания показывает, что в области температур $T \ll T_0$ суммарный коэффициент затухания $\overline{\gamma}_{\mathrm{K}\Phi}^{(t)}$ обусловлен МУ ангармонизмом. При температурах $T \gg T_0$ в суммарный средний коэффициент затухания $\overline{\gamma}_{\mathrm{K}\Phi}^{(t)}$ могут давать вклад все три слагаемых. Выделить главный из них возможно только при известных оценках параметров, входящих в их выражения. Например, в случае

$$\frac{\omega_{\rm My}^4}{\varepsilon_{\rm My}\theta_D^3} \left(\frac{\theta_c}{\theta_D}\right)^{3+n} \ll 1 \tag{6.3.18}$$

получаем следующие результаты для суммарного среднего коэффициента затухания поперечных КФ поляризации $\mathbf{e}_{1\mathbf{k}}$. При температурах $T \ll T_1 \sim \left(\omega_{MY}^2 \varepsilon_{MY}\right)^{1/3}, \overline{\gamma}_{K\Phi}^{(t)} = \overline{\gamma}_{2p}^{(t)}$. При $T_1 \ll T \ll T_2 \sim \sqrt{\theta_D} \varepsilon_{MY}$ в $\overline{\gamma}_{K\Phi}^{(t)}$ вносят вклад все слагаемые, а в случае $T_2 \ll T \ll \theta_D$ $\overline{\gamma}_{K\Phi}^{(t)} = \overline{\gamma}_{1p}^{(t)} + \overline{\gamma}_{ps}^{(t)}$.

Для продольных КФ оценочные результаты для средних коэффициентов затухания можно получить из формул (6.3.15)–(6.3.17), если в них исключить случай $T_0 (1 - \zeta_0) \ll T \ll T_0$ и в величинах, зависящих от поляризации, произвести замену индекса t на l.

Из анализа результатов для средних коэффициентов затухания КМ и КФ можно сделать следующие выводы. Релаксация квазичастиц вблизи ОФП значительно изменяется по сравнению с релаксацией

вдали от ОФП [16]. Особенно заметно она будет изменяться в области $T \ll T_0$. Все это следует хотя бы из того, что средние времена жизни поперечных и продольных КФ вблизи ОФП отличаются друг от друга по температурной зависимости. Таким образом, вблизи ОФП релаксация продольных и поперечных КФ должна происходить различным образом. МУ взаимодействие вблизи ОФП играет основную роль в релаксации квазичастиц.

6.4. Заключительные замечания

Попытаемся сформулировать условия, при которых рост затухания МУ волн в области ОФП не будет препятствовать проявлению эффектов, интересных с практической точки зрения. Обсудим также план дальнейших возможных исследований по затуханию МУ волн в магнетиках.

Из-за обменного усиления релятивистской магнитострикции в АФЛП и уменьшения скорости звука вблизи ОФП магнетики, находящиеся вблизи ОФП, представляют большой интерес с практической точки зрения. Особенно ярко это проявляется при исследовании различных нелинейных акустических эффектов в магнетиках, таких, например, как генерация гармоник объемных и поверхностных акустических волн [64, 110, 272, 460–462, 475, 476]. Вблизи ОФП возрастают также теплоемкость и другие термодинамические величины [277–286].

В [64,460-462] было экспериментально показано, что вблизи ОФП сначала амплитуда вторых гармоник сильно возрастала при уменьшении *H*, т. е. при приближении к точке ОФП, а затем при дальнейшем уменьшении поля рост амплитуды гармоник замедлялся, и в конце концов амплитуда начинала падать. Уменьшение амплитуды гармоник в непосредственной близости к ОФП несомненно объясняется увеличением затухания МУ волн, т.е. приведенными выше результатами.

С практической точки зрения необходимо выяснить, до каких значений *H* будет продолжаться рост, например, амплитуд гармоник т.е. необходимо указать оптимальные значения полей, при которых происходит наиболее эффективная генерация гармоник.

Запишем звуковую волну в виде

$$u = u_0 e^{-k'' x} e^{i(\omega t - k' x)}, (6.4.1)$$

где k'' описывает затухание волн. Выражения для k'' ($k'' \equiv \gamma_{\kappa \varphi}$) получены выше. Чтобы увеличение затухания звука не сильно сказывалось на изучаемых явлениях, необходимо выполнение условия

$$k''L \leqslant 10, \tag{6.4.2}$$

где L — длина образца. Это условие позволяет оценить величину магнитного поля, до которого еще будет наблюдаться усиление интересных для практики явлений.

Исследуем неравенство (6.4.2) на примере поперечного звука в АФЛП. При температурах $T_1 < T \ll \theta_D$, используя результат (6.3.10), получаем, что неравенство (6.4.2) нарушается при

$$H < H_2 = \left[\left(\varepsilon_{\rm MV}^2 / g^2 \right) \left(\frac{\Omega^2 L}{10 S_t T} \right)^{2/3} + H_D^2 / 4 \right]^{1/2} - H_D / 2.$$
 (6.4.3)

Для гематита при длине образца L = 1 см, частоте $\Omega = 600$ МГц и температуре $T = 300^{\circ}$ К имеем следующую оценку: $H_2 \simeq 30$ Э. При выводе (6.4.3) предполагалось, что k'' выражается второй формулой в (6.3.10): $k'' \sim (\Omega^2/S_tT) (1-\zeta_0)^{-3/2}$. Таким образом, в полях $H > H_2$ будет наблюдаться увеличение изучаемых эффектов, а при меньших полях за счет увеличения затухания МУ волн эффекты будут заметно уменьшаться. Из (6.4.3) видно, что чтобы уменьшить величину H_2 и тем самым увеличить рост эффекта, необходимо уменьшать частоту МУ волн.

В области температур $T_0 \ll T \ll T_1$ и $T \ll T_0$ согласно (6.3.4) и (6.3.5), получаем следующие оценки для H_2 (при $H_D = 0$)

$$H_{2} = \frac{\omega_{MV}^{2}}{2^{4}g} \left(\frac{\hbar T \varepsilon_{MV} \Omega L}{\mu c^{3} S_{t}}\right)^{1/2}, \quad T_{0} \ll T \ll T_{1},$$

$$H_{2} = \frac{\omega_{MV}^{2} T^{2}}{4g \varepsilon_{MV} S_{t}^{2}} \left(\frac{\pi^{3} \hbar \Omega L}{15 \mu}\right)^{1/2}, \quad T \ll T_{0}.$$
(6.4.4)

Если окажется, что H_2 меньше поля H_1 (начиная с которого в области $0 \leq H \leq H_1$ величина k'', определяемая первой формулой (6.3.10), не зависит от частоты), то неравенство (6.4.2) перестанет выполняться в полях $H \leq H_1$.

С практической точки зрения выгоднее работать именно с АФЛП вблизи ОФП по магнитному полю, поскольку в них область ОФП определяется неравенством $H < \tilde{H}_{My}$, где для известных АФЛП $\tilde{H}_{My} \ge 1$ кЭ. Поле \tilde{H}_{My} превосходит во много раз поля H_2 или H_1 , при которых начинает сказываться затухание МУ волн. Рост же изучаемых эффектов начинается с полей \tilde{H}_{My} . Следовательно, такие эффекты, как уменьшение скорости звука или увеличение амплитуды гармоник в АФЛП, находящихся вблизи ОФП, будут наблюдаться и могут быть практически использованы в широком интервале полей $H_{1,2} \le H \le \tilde{H}_{My}$. Для гематита, например, этот интервал достаточно велик: от $H_{1,2} \sim 10$ Э до $\tilde{H}_{My} \sim 3 \cdot 10^3$ Э. В таком же магнитном соединении, как TbFe₂, он распространяется примерно от 1 кЭ до 25 кЭ [477, 478].

О дальнейших исследованиях по затуханию МУ волн вблизи ОФП можно сказать следующее. Во-первых, с теоретической точки зрения интересен вопрос о теплопроводностном вкладе в коэффициент погло-

щения звука γ_{κ} . Известно (см., например, [479]), что коэффициент поглощения звука состоит из двух слагаемых:

$$\gamma = \gamma_{\eta} + \gamma_{\kappa}, \tag{6.4.5}$$

где первое слагаемое описывает вклад в поглощение за счет вязкости, а второе — за счет теплопроводности. В данной работе исследовался только вязкостный вклад в γ . В [479] отмечено, что γ_{κ} в некоторых случаях будет давать главный вклад в суммарное поглощение звука. Так, например, это справедливо для поглошения продольного звука, который при $T \ll \theta_D$ и $\Omega L \ll 1$ должен поглощаться сильнее, чем поперечный звук. Коэффициент γ_{κ} зависит от теплопроводности вещества к и теплоемкости с. В [278, 280, 286] показано, что вблизи ОФП к и с возрастают (см. главу 9). Это может привести к тому, что вблизи ОФП поглощение продольного звука будет возрастать не только за счет роста γ_n , но и за счет роста κ и c. Поглощение γ_{κ} другим образом зависит от направления k, нежели параметр МУ связи Е11. Вследствие этого рост поглощения продольного звука может наблюдаться не только при \mathbf{k} [[110], когда \mathbf{M} [[100], но и для других направлений. Этим фактом может объясняться рост поглощения звука в работе [58] при **k**||[001], и [100].

При вычислении коэффициентов затухания звука вблизи ОФП выяснилось, что главный вклад в затухание КФ вносят КФ, сталкивающиеся в малой области фазового объема. Это должно приводить к своеобразной релаксации квазичастиц [479]. Процесс релаксации в газе квазифононов можно разделить на два этапа. Первый, это быстрый процесс релаксации КФ, распространяющийся вдоль данного направления в k-пространстве. Затем происходит обмен энергией и импульсом между КФ, распространяющимися вдоль разных направлений. Представляет безусловный интерес подробное исследование релаксации квазичастиц в области ОФП.

Глава 7

НОВЫЙ ТИП СДВИГОВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ МАГНИТОАКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПЬЕЗОМАГНЕТИКАХ

7.1. Поверхностные волны в кристаллах. Постановка задачи

В настоящее время проявляется значительный интерес к исследованиям различных типов поверхностных волн, как акустических, так и спиновых (ПАВ и ПСВ) [111–116]. Это обусловлено прежде всего тем, что на ПАВ и ПСВ создан и весьма интенсивно разрабатывается новый класс твердотельных приборов для обработки информации: линии задержки, фильтры, смесители, умножители частоты, акустоэлектронные усилители и другие функциональные устройства акустои магнитоэлектроники. С другой стороны, к этому имеется и общефизический интерес, связанный с выявлением других механизмов возникновения поверхностных волн и с особенностями их распространения в различных кристаллах и слоистых структурах, что в дальнейшем позволит решать новые научные и практические задачи.

Исторически первый тип ПАВ в твердом теле был предсказан Рэлеем [480]. Волна Рэлея представляет собой суперпозицию двух упругих волн с продольной поляризацией и поперечной поляризацией, нормальной к поверхности. Она сосредоточена в приповерхностном слое глубиной порядка ее длины волны. Такие волны хорошо возбуждаются, например клиновидным или встречно-штыревым преобразователем и широко используются во многих областях науки и техники [18, 111, 481, 482]. После открытия волн Рэлея был предсказан ряд других новых типов поверхностных волн — Лэмба, Лява, Стоунли. Эти волны не могут существовать в однородном упругом полупространстве и не являются в прямом смысле этого слова поверхностными, возникая либо в тонких пленках, либо в слоистых структурах [481–483].

В работах Гуляева [228] и Блюстейна [229] независимо было показано, что в пьезоэлектрическом кристалле вдоль свободной поверхности при определенных направлениях распространения помимо рэлеевской волны может распространяться чисто сдвиговая поверхностная акустическая волна (СПАВ), получившая впоследствии название волны Гуляева–Блюстейна (ВГБ). ВГБ является слабо затухающей вглубь материала волной (упругие смещения сосредоточены в слое порядка десятков-сотен ее длин волн для обычно используемых пьезоэлектриков) и, следовательно, перспективной для ее практического использования в высокочастотных устройствах акустоэлектроники [481]. ВГБ не являются чисто упругой, так как в пьезокристалле упругие колебания сопровождаются электрическими колебаниями и наоборот. При определенных симметрии кристалла и кристаллографическом срезе для свободной поверхности возникает ситуация, когда граничным условиям удовлетворяет только поперечная составляющая упругой волны совместно с сопровождающими ее электростатическими колебаниями.

Естественным образом мы приходим к следующей задаче: возможны ли новые волны типа ВГБ в кристаллах, в которых упругие колебания вызывают не электростатические (за счет пьезоэлектрического эффекта), а магнитостатические колебания или другие, например, через эффекты магнитострикции, пьезомагнетизма, магнитоэлектрический и т. п. Так как тензоры, описывающие различные взаимодействия двух полей, могут быть различны по своим симметричным свойствам, то для таких ПАЗ следует ожидать новых качественных особенностей.

СПАВ, обусловленные магнитострикцией и электрострикцией, были соответственно изучены Пареком [230, 231] и Гуляевым, Плесским [484]. Поскольку электрострикционные и магнитострикционные взаимодействия имеют ту же симметрию, что и пьезоэффект, структура этих СПАВ одинакова. Однако, в силу того, что оба взаимодействия, в отличие от пьезоэффекта, квадратичны по полю, возникает дополнительная возможность управления скоростью распространения и глубиной проникновения СПАВ в материал.

Заметим, что в магнитной подсистеме магнитоупорядоченного кристалла также возможны поверхностные волны. Впервые в магнитостатическом приближении (т. е. без учета обменного взаимодействия) такие волны были изучены Дэймоном и Эшбахом [485] и носят название этих авторов. Они являются, как и ВГБ, медленными волнами, а энергия их активации превышает соответствующую энергию активации объемных СВ [16]. Позднее ряд авторов учли влияние обменного взаимодействия на спектр ПСВ [486-489]. СПАВ, исследованная Пареком в безобменном приближении [230], аналогична ВГБ, но обладает эффектом невзаимности: при инверсии направления постоянного магнитного поля изменяются дисперсионные свойства волны. Поверхностные МА волны (ПМАВ) рэлеевского типа рассмотрены Булаевским [490] и Филипповым [487]. Изучению влияния обменного взаимодействия на распространение таких волн посвящены работы [487, 491], в которых показано, что обменное взаимодействие так же, как и МУ в области высоких частот приводит к разрушению поверхностного характера волн. Если в эксперименте используются тонкие магнитные пластинки, то возникают частотные осцилляции амплитуды ПМАВ [489,491], что привлекает большой интерес к этому явлению разработчиков фильтров СВЧ-сигналов [489, 492].

Интенсивное исследование МАВ в ИЖГ обусловлено чрезвычайно малыми акустическими (на порядок меньше, чем у кристаллического кварца) и магнитными потерями, а также отработанной технологией выращивания монокристаллов и высококачественных эпитаксиальных пленок.

Тем не менее, несмотря на все достоинства ИЖГ, он имеет один недостаток — весьма малые константы магнитострикции. Поэтому упругие и спиновые волны в нем будут сильно взаимодействовать только в непосредственной близости к МА резонансу. От этого недостатка свободны $A\Phi \alpha$ -Fe₂O₃, FeBO₃, CoF₂, Φ M Dy, Tb и их соединения, а также ряд других магнитных материалов [60, 61, 362, 407]. Несмотря на то, что потери в этих веществах в настоящее время превышают потери в ИЖГ, их преимущество состоит в возможной перспективе их использования в области ВЧ. Поскольку МАВ в таких кристаллах могут быть легко изменяемы по скоростям, глубине локализации и полосе пропускания (путем изменения близости системы к точке ОФП) [58-61, 462, 493-495], акусто-магнитоэлектронные устройства, использующие эти кристаллы в качестве волноводов, можно сделать перестраиваемыми в широких пределах. Поэтому изучение ПАВ и ПСВ в таких кристаллах, особенно в достаточно хорошо выращиваемых α-Fe₂O₃ и FeBO₃, имеет практическую направленность. Попытки создания конкретных устройств уже имеются [109].

Известно, что в АФ помимо магнитострикционного механизма существует еще один эффективный механизм МУ связи — пьезомагнитный [496–499]. Тензоры магнитострикции и пьезомагнетизма инвариантны относительно разных элементов симметрии кристалла. Это, очевидно, должно привести к разным физическим результатам для соответствующих ПМАВ. МУ часть свободной энергии АФ можно записать в виде

$$F_{MY} = A_{ijkl} M_i M_j u_{kl} + B_{ijkl} L_i L_j u_{kl} + c_{ijkl} M_i L_j u_{kl}.$$
(7.1.1)

Вообще говоря, такой вид $F_{\rm My}$ справедлив для любого двухподрешеточного магнетика, т.е. и для кристалла с неэквивалентными магнитными подрешетками — для ферримагнетика. В случае АФ первые два члена в (7.1.1), которые относятся к магнитострикции, инвариантны относительно перемены местами магнитных моментов подрешеток, в то время как последний — пьезомагнитный член при такой операции меняет знак.

Полная система уравнений, описывающая МАВ в магнитном диэлектрике в длинноволновом магнитостатическом приближении, состоит из уравнений теории упругости, магнитостатики и уравнений Ландау–Лифшица для колебаний магнитных моментов подрешеток:

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad \sigma_{ik} = \frac{\partial F}{\partial u_{ik}}, \tag{7.1.2}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}, \tag{7.1.3}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0},\tag{7.1.4}$$

$$\dot{\mathbf{M}}_i = g \left[\mathbf{M}_i, \mathbf{H}_i^{eff} \right], \quad \mathbf{H}_i^{eff} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}_i},$$
 (7.1.5)

где σ_{ik} — тензор упругих напряжений, $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$ — магнитная индукция, \mathbf{H} — переменное магнитостатическое поле, F — полная свободная энергия, содержащая магнитную, упругую, магнитострикционную и пьезомагнитную части; \mathbf{H}_i^{eff} — эффективное магнитное поле, действующее на магнитный момент *i*-подрешетки. Уравнение (7.1.4) позволяет ввести скалярный магнитный потенциал $\mathbf{H} = -\operatorname{grad} \psi$. ¹)

В случае АФ кристалла (со слабым ФМ или без него), находящегося вдали от точек резонансов, уравнение (7.1.5) допускает достаточно простую связь между возникающей суммарной намагниченностью М и переменным магнитостатическим полем **H** [16]:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H},\tag{7.1.6}$$

где магнитную восприимчивость χ для простоты считаем скаляром. Это позволяет записать систему уравнений для ПМАВ в виде [232]:

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \qquad (7.1.7)$$
$$\mu \Delta \psi + 4\pi \nabla \cdot \mathbf{M}_{\Pi \mathbf{M}} = \mathbf{0},$$

где $\mu = 1 + 4\pi\chi$ — магнитная проницаемость, $\mathbf{M}_{\Pi M}$ — пьезомагнитный момент, $\nabla^2 \equiv \Delta$. Здесь мы не учитываем магнитострикционный вклад, так как он приводит к результатам, полученным ранее Пареком [230,231].

Систему уравнений (7.1.7) нужно решать при граничных условиях, требующих отсутствия на границе механических напряжений, непрерывности нормальной составляющей магнитной индукции и тангенциальной составляющей магнитного поля:

$$\sigma_{ik} n_k |_{y=0} = 0, \tag{7.1.8}$$

$$\mathbf{B}_{n}^{(i)}\big|_{y=0} = \left.\mathbf{B}_{n}^{(\ell)}\right|_{y=0},\tag{7.1.9}$$

$$\mathbf{H}_{\tau}^{(i)}\big|_{y=0} = \left.\mathbf{H}_{\tau}^{(\ell)}\right|_{y=0},\tag{7.1.10}$$

где n — нормаль к границе y = 0 твердого тела, занимающего полупространство y > 0, граничащее с вакуумом (рис. 7.1); индексы (*i*) и (ℓ) относятся, соответственно, к материалу и вакууму; n и τ обозначают нормальную и тангенциальную составляющие векторов.

¹) Уравнение (7.1.4) при такой подстановке тождественно удовлетворяется. Приравнивание левой части в (7.1.4) нулю оправдано приближением магнитостатики. Возникающее индукционное электрическое поле мало: $\frac{E^2}{H^2} \sim \frac{v^2}{c^2} \ll 1$, так как нами рассматриваются медленные МАВ.



Рис. 7.1. Полупространство y > 0 кристалла, на поверхности которого (y = 0) возникают поверхностные волны

Если поверхность кристалла металлизирована высокопроводящим низкокоэрцитивным тонким слоем (например, пленкой пермаллоя) с толщиной намного меньшей длины волны, но все же достаточной, чтобы временное магнитное поле не проникало в вакуум, то при неизменном граничном условии (7.1.8), условия (7.1.9) и (7.1.10) приобретают вид:

$$\psi^{(i)}|_{y=0} = 0.$$
 (7.1.11)

7.2. Сдвиговые поверхностные магнитоакустические волны в гексагональных пьезомагнетиках

Рассмотрим гексагональные двухподрешеточные антиферромагнетик никель-арсенидного типа и ферримагнетик. Соответственно, их упругая и пьезомагнитные части свободной энергии запишутся как: ¹)

$$F_{y}^{(a,f)} = \frac{c_{11}}{2} \left(u_{xx}^{2} + u_{yy}^{2} \right) + c_{12}u_{xx}u_{yy} + c_{13} \left(u_{xx} + u_{yy} \right) u_{zz} + + \frac{c_{33}}{2} u_{zz}^{2} + 2c_{44} \left(u_{xz}^{2} + u_{yz}^{2} \right) + 2c_{66}u_{xy}^{2},$$
(7.2.1)
$$F_{\Pi M}^{(a)} = d_{15} \left(M_{x}L_{x}u_{yz} + M_{x}L_{y}u_{xz} + M_{y}L_{x}u_{xz} - M_{y}L_{y}u_{yz} \right) + + d_{81} \left(-M_{y}L_{z}u_{xx} + M_{y}L_{z}u_{yy} - 2M_{x}L_{z}u_{xy} \right) + + d_{51} \left(-M_{z}L_{y}u_{xx} + M_{z}L_{y}u_{yy} - 2M_{z}L_{x}u_{xy} \right),$$
(7.2.2)

¹) Второй магнетик рассматривается с целью сравнения полученных результатов, так как пьезомагнитный механизм, как будет показано, дает для ферримагнетика хорошо известное решение ВГБ (как и при магнитострикционном механизме).

Мы не учитываем доменную структуру материала, считая, что магнетик намагничен до насыщения.

$$F_{\Pi M}^{(f)} = d_{11} \left(M_x L_x u_{xx} + M_y L_y u_{yy} \right) + d_{12} \left(M_{xx} u_{yy} + M_y L_y u_{xx} \right) + + \left(d_{11} - d_{12} \right) \left(M_x L_y + M_y L_x \right) u_{xy} + + d_{13} \left(M_x L_x + M_y L_y \right) u_{zz} + d_{35} \left(M_x L_z u_{xx} + M_y L_z u_{yz} \right) + + d_{75} \left(M_z L_x u_{zx} + M_z L_y u_{yz} \right) + d_{91} M_z L_z \left(u_{xx} + u_{yy} \right) + + d_{93} M_z L_z u_{zz}.$$
(7.2.3)

Пусть в основном состоянии АФЛП $L \| y$, а в основном состоянии ферримагнетика $L \| z$. Тогда при направлении упругого смещения вдоль оси z для пьезомагнитных частей свободной энергии АФ и ферримагнетика соответственно имеем [496, 499]:

$$F_{\Pi\Pi}^{(a)} = -d \left(H_x u_{zx} - H_y u_{yz} \right), \tag{7.2.4}$$

$$F_{\Pi M}^{(f)} = -d \left(H_x u_{zx} + H_y u_{zy} \right). \tag{7.2.5}$$

В той же геометрии, что на рис. 7.1, ищем решение для СПМАВ, распространяющихся вдоль поверхности кристалла по оси **x**, в виде:

$$u_z, \psi^{(i)} \simeq \exp[-\alpha ky + i(kx - \omega t)], \quad \psi^{(\ell)} \simeq \exp[ky + i(kx - \omega t)], \quad (7.2.6)$$

где α — параметр, характеризующий глубину проникновения рассматриваемых волн в материал. Главная ось кристалла совпадает с направлением **z**. Как в первом, так и во втором случаях система (7.1.7) разделится на две системы, каждая из которых по отдельности описывает, соответственно, не связанную с МУ взаимодействием рэлеевскую волну (компоненты u_x , u_y) и СПМАВ (компонента смещения u_z и связанная с ней магнитостатическая волна ψ). Системы уравнений для АФ и ферримагнетика имеют соответственно вид:

$$\rho \ddot{u}^{(z)} = 2c_{44} \left(u_{xx}^{(z)} + u_{yy}^{(z)} \right) + d \left(\psi_{xx}^{(i)} - \psi_{yy}^{(i)} \right),
\mu \left(\psi_{xx}^{(i)} + \psi_{yy}^{(i)} \right) + 4\pi d \left(u_{xx}^{(z)} - u_{yy}^{(z)} \right) = 0;
\rho \ddot{u}^{(z)} = 2c_{44} \left(u_{xx}^{(z)} + u_{yy}^{(z)} \right) + d \left(\psi_{xx}^{(i)} + \psi_{yy}^{(i)} \right),$$
(7.2.7)

$$\mu\left(\psi_{xx}^{(i)} + \psi_{yy}^{(i)}\right) + 4\pi d\left(u_{xx}^{(z)} + u_{yy}^{(z)}\right) = 0.$$
(7.2.8)

В вакууме решение ищется, исходя из уравнения $\psi_{xx}^{(\ell)} + \psi_{yy}^{(\ell)} = 0.$

Подставляя (7.2.6) в (7.2.7) и (7.2.8), найдем дисперсионные уравнения для СПМАВ в АФ никель-арсенидного типа

$$\left[\frac{v^2}{v_t^2} + (\alpha^2 - 1)\right] (\alpha^2 - 1) - \eta (\alpha^2 + 1)^2 = 0,$$
(7.2.9)

и в ферримагнетике

$$\left[\frac{v^2}{v_t^2} + (\alpha^2 - 1)\right] (\alpha^2 - 1) - \eta (\alpha^2 - 1)^2 = 0,$$
 (7.2.10)

где все отличие заключается в знаке в последних скобках левой части. В (7.2.9), (7.2.10) v и v_t — скорости СПМАВ и объемной

неперенормированной МУ взаимодействием поперечной волны, $\eta = \frac{2\pi d^2}{\mu c_{44}}$ — константа магнитомеханической связи. ¹) Решаем системы (7.2.7) и (7.2.8) с учетом граничных условий (7.1.8)–(7.1.10), имеющих для данного случая более простой вид:

$$\psi^{(i)} = \psi^{(e)}, \quad \sigma_{zy} = 0, \quad B_y^{(i)} = -\frac{\partial \psi^{(e)}}{\partial y}$$
 при $y = 0.$ (7.2.11)

С точностью до постоянного множителя A получаем следующие результаты.

а) В случае гексагонального АФЛП никель-арсенидного типа:

$$u_{z} \simeq \left[-\frac{\eta}{2} \left(1 + \frac{1}{(1+\mu)^{2}} \right)^{1/2} e^{-\alpha_{1}ky} + e^{-\alpha_{2}ky} \right] Ae^{i(kx-\omega t)},$$

$$\psi^{(i)} \simeq \frac{4\pi d}{\mu} \left[\left(1 + \frac{1}{(1+\mu)^{2}} \right)^{1/2} e^{-\alpha_{1}ky} - e^{-\alpha_{2}ky} \right] Ae^{i(kx-\omega t)}, \quad (7.2.12)$$

$$\psi^{(\ell)} \simeq \frac{4\pi d}{\mu} \left[\left(1 + \frac{1}{(1+\mu)^{2}} \right)^{1/2} - 1 \right] Ae^{ky+i(kx-\omega t)}.$$

Скорость этой СПМАВ:

$$v \simeq v_t \cdot (1+\eta)^{1/2} \cdot \left[1 - \frac{9}{4} \cdot \frac{\eta^2}{(1+\mu)^2 \cdot (1+\eta)^3}\right]^{1/2},$$

$$\alpha_1 \simeq 1 - \frac{\eta}{2},$$

$$\alpha_2 \simeq \frac{3}{2} \cdot \frac{\eta}{(1+\mu) \cdot (1+\eta)} \cdot \left[1 + (1+\mu)^2 \cdot (1+\eta)^2\right]^{1/2}.$$

(7.2.13)

1 /0

б) В случае ферримагнетика:

$$u_{z} \simeq e^{-\alpha_{2}ky} A e^{i(kx-\omega t)},$$

$$\psi^{(i)} \simeq \frac{4\pi d}{\mu} \left[-\frac{1}{2+\mu} \cdot e^{-ky} + e^{-\alpha_{2}ky} \right] A e^{i(kx-\omega t)},$$

$$\psi^{(\ell)} \simeq \frac{4\pi d}{\mu} \cdot \frac{1+\mu}{2+\mu} \cdot A e^{ky+i(kx-\omega t)}.$$

(7.2.14)

Скорость этой СПМАВ:

$$v \simeq v_t \cdot (1+\eta)^{1/2} \cdot \left[1 - \frac{\eta^2}{(1+\mu)^2 \cdot (1+\eta)^2}\right]^{1/2},$$

$$\alpha_1 \simeq 1,$$

$$\alpha_2 \simeq \eta \left[(2+\mu)(1+\eta)\right]^{-1}.$$
(7.2.15)

Результаты показывают, что СПМАВ в АФ за счет пьезомагнитного эффекта, так же как и в известных уже случаях [228-231, 484],

¹) Название введено по аналогии с константой электромеханической связи для пьезоэлектриков.

является чисто сдвиговой волной со скоростью, несколько меньшей скорости соответствующей поперечной объемной волны с учетом ее перенормировки из-за пьезомагнитного эффекта [232-236]. Но из-за иной симметрии задачи система уравнений (7.2.7), а также ее решения (7.2.12), сушественным образом отличаются от исходных уравнений (7.2.8) и решений, описывающих СПМАВ в магнетиках за счет механизмов магнитострикции и в ферримагнетиках за счет пьезомагнетизма (7.2.14). Отличия прежде всего касаются характера распределения упругих смещений и переменного магнитостатического поля в кристалле. Так, в АФЛП в рассматриваемой нами волне в отличие от ВГБ помимо дальнодействующей компоненты $u_z \propto e^{-lpha_2 k y}$ возникает также короткодействующая компонента упругих смещений $u_z \propto \eta e^{-\alpha_1 ky}$, исчезающая при предельном переходе $\eta \to 0$ («выключение пьезомагнетика»). По сравнению с известными ранее СПАВ дальнодействующая компонента $(u_z, \psi \sim e^{-\alpha_2 ky})$ не так глубоко проникает в вещество, если константа электромеханической и магнитомеханической связи сравниваемых материалов одинаковы. Заметим, что при $\eta \to 0$ СПМАВ во всех случаях трансформируется в объемную поперечную волну.

Для случая металлизированной поверхности кристалла системы уравнений (7.2.7) и (7.2.8) решаются при граничных условиях (7.1.8), (7.1.11) с точностью до постоянного множителя *А* и имеют следующий вид.

а) В случае гексагонального АФЛП никель-арсенидного типа:

$$u_z \simeq \left[-\frac{\eta}{2} e^{-\alpha_1 k y} + e^{-\alpha_2 k y} \right] A e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\psi^{(i)} \simeq \frac{4\pi d}{\mu} \cdot \left[e^{-\alpha_1 k y} - e^{-\alpha_2 k y} \right] A e^{i(kx - \omega t)}.$$
(7.2.16)

Скорость этой СПМАВ:

$$v \simeq v_t \cdot (1+\eta)^{1/2} \cdot \left[1 - \frac{9}{4} \cdot \frac{\eta^2}{(1+\eta)^3}\right]^{1/2},$$

$$\alpha_1 \simeq 1 - \frac{\eta}{2}, \quad \alpha_2 \simeq \frac{3}{2} \cdot \frac{\eta}{1+\eta} \cdot \left[1 + (1+\eta)^2\right]^{1/2}.$$
(7.2.17)

б) В случае ферримагнетика:

$$u_{z} \simeq e^{-\alpha_{2}ky} A e^{i(kx-\omega t)},$$

$$\psi^{(i)} \simeq \frac{4\pi d}{\mu} \left[-e^{-ky} + e^{-\alpha_{2}ky} \right] A e^{i(kx-\omega t)}.$$
(7.2.18)

Скорость этой СПМАВ:

$$\upsilon \simeq \upsilon_t \cdot (1+\eta)^{1/2} \cdot \left[1 - \frac{\eta^2}{(1+\eta)^2}\right]^{1/2},$$

$$\alpha_1 \simeq 1,$$

$$\alpha_2 \simeq \frac{\eta}{1+\eta}.$$
(7.2.19)

246 Гл. 7. Новый тип сдвиговых поверхностных магнитоакустических волн



Рис. 7.2. Распределение упругих u_z и магнитостатических ψ колебаний в СПМАВ в АФЛП никель-арсенидного типа. Штриховой линией обозначено распределение парциальных колебаний СПМАВ, а штрихпунктирной — распределение колебаний в АФ с металлизированной поверхностью

Из-за металлизации поверхности кристалла СПМАВ не сопровождается в вакууме магнитостатической волной. Металлизация влияет на некоторые параметры СПМАВ: уменьшаются ее скорость распространения и глубина проникновения в материал по сравнению со СПМАВ в таких же магнетиках, но с металлизированной поверхностью. При этом структура волны, т.е. распределение упругих и магнитооптических колебаний в материале, остается прежней (сравните (7.2.12), (7.2.14) с (7.2.16), (7.2.18)).

На рис. 7.2, 7.3 показано распределение упругих и магнитостатических колебаний соответственно для АФЛП и ферримагнетика с гексагональной решеткой. Штрих-пунктиром показано распределение колебаний для кристаллов с металлизированной поверхностью.

7.3. Сдвиговые поверхностные магнитоакустические волны в тетрагональных пьезомагнетиках

Впервые пьезомагнитный эффект был обнаружен Боровиком-Романовым [497] в тетрагональных АФЛО ($\mathbf{L} \| \mathbf{z}$) MnF₂ и CoF₂. Для таких структур свободная энергия, описывающая пьезомагнетизм, имеет вид [496, 499]

$$F_{\Pi M} = -d_1 \left(H_y u_{zx} + H_x u_{yz} \right) - d_2 H_z u_{xy}. \tag{7.3.1}$$

Упругая часть свободной энергии определяется выражением (7.2.1) с условием, что $2c_{66} \neq c_{11} - c_{12}$.



Рис. 7.3. Распределение упругих u_z и магнитостатических ψ колебаний в СПМАВ вгексагональном ферримагнетике. Штриховой линией обозначено распределение парциальных колебаний СПМАВ, а штрихпунктирной — распределение колебаний в ферримагнетике с металлизированной поверхностью

Поворотом вокруг оси z на угол $\pi/4$ перейдем к новой системе координат x'y'z и сделаем так, чтобы поверхность образца совпадала с плоскостью (x'z) (см. рис. 7.1). Пусть поперечная МУ волна распространяется вдоль этой поверхности по оси x' с направлением смещения по оси z, которая является легкой осью АФ. В этом случае (7.3.1) преобразуется к виду:

$$F_{\Pi M} = -d_1 \left(H_{x'} u_{zx'} - H_{y'} u_{y'z} \right), \tag{7.3.2}$$

совпадающему с уже рассмотренным выражением свободной энергии для гексагонального АФ (7.2.4). Стало быть, при данной геометрии задачи тетрагональных пьезомагнетиков мы имеем уже и готовые уравнения (7.2.7), (7.2.9) и готовые решения (7.2.12), (7.2.13), (7.2.16), (7.2.17) (см. также рис. 7.2). Таким образом, свойства СПМАВ, распространяющихся в тетрагональных MnF_2 и CoF₂ вдоль оси x' оказываются такими же, как свойства СПМАВ в гексагональных АФЛП вдоль оси x, рассмотренных подробно в предыдущем разделе.

В качестве материала, где, по-видимому, возможно экспериментальное обнаружение предсказываемых типов СПМАВ, можно рекомендовать АФ CoF₂. Именно в нем наблюдается наибольшие значения пьезомагнитных модулей по сравнению с другими одноосными кристаллами. На основании результатов [497] можно оценить величину $d_1 \sim 10^4$. Стало быть, для константы магнитомеханической связи получаем $\eta \sim 10^{-3}$. Это значение близко к величине констант электромеханической связи обычных пьезоэлектриков [481]. Если же учесть,

что Мория [500] приводит оценку для d_1 в восемь раз большую, чем в [497], то значения пьезомагнитных модулей оказываются по порядку такими же, как и пьезоэлектрические модули в пьезоэлекгриках (~10⁵). Экспериментальному обнаружению предсказываемых волн будет способствовать и то обстоятельство, что СПМАВ всегда сопровождается переменной магнитостатической волной в вакууме вблизи поверхности твердого тела. Так как в [497] измерения проводились в статическом режиме, то рассмотренные здесь эффекты могут служить проявлением пьезомагнитного взаимодействия в динамике.

7.4. Сдвиговые поверхностные магнитоакустические волны вблизи ориентационных фазовых переходов

Как уже говорилось, объемные МАВ имеют существенные особенности вблизи ОФП. Скорость поперечной квазиакустической волны значительно уменьшается, а энергия активации одной из ветвей спиновых волн принимает минимальное конечное значение, обусловленное полностью МУ взаимодействием. В [225–227, 501] было показано, что МУ взаимодействие вблизи ОФП оказывает большое влияние и на распространение волн Рэлея и Лява. В частности, для волн Рэлея их скорость по мере приближения к точке ОФП значительно уменьшается [227], глубина проникновения в материал растет, а поляризация их из эллиптической стремится к поперечной.

Если ОФП осуществляется, например, по магнитному полю, то можно эффективно управлять скоростью звука в магнетике с помощью этого поля. Аналогичное поведение звука проявляется и при других фазовых переходах, вызывающих смягчение акустических колебаний, собственные сегнетоэластические переходы в сегнетоэлектриках; переходы, индуцированные кооперативным эффектом Яна-Теллара. Интересно выяснить, как скажется смягчение соответствующего упругого модуля на свойствах СПМАВ. Так как перенормировка упругого модуля, отвечающего за существование СПМАВ, является результатом квазиравновесного взаимодействия с магнонной подсистемой, то данное рассмотрение справедливо в области частот $\omega \ll \omega_{MY}$. Для многих магнетиков это достаточно широкий диапазон частот. Так, например, в гематите $\omega_{MY} = 34 \ \Gamma \Gamma \mu$. Будем считать, что для магнитного кристалла выполняются все принятые выше предположения, необходимые для возникновения на поверхности кристалла СПМАВ, а ОФП приводит к смягчению именно того упругого модуля, который отвечает за возникновение СПМАВ.

Данное рассмотрение длинноволновых СПМАВ проведем, как и раньше, исходя из уравнения теории упругости (7.1.2), но с эффективным упругим модулем:

$$\widetilde{c} = c(1-\zeta),\tag{7.4.1}$$

и из уравнения магнитостатики (7.1.3), не рассматривая в явном виде магнитную подсистему [237–239]. Если перенормировка упругого модуля, отвечающего за возникновение СПМАВ, является результатом квазиравновесного взаимодействия упругой и магнитной подсистем, то правомерность такого приближения оправдана. Из приведенных выше данных видно, что рассматриваемый диапазон частот является важным в практическом отношении для потребностей акусто- и магнитоэлектроники.

Исследуем в области ОФП поведение двух различных типов СПМАВ в двухподрешеточных магнетиках: 1) свойства СПМАВ в одноосном (гексагональном) ферримагнетике, где эта волна представляет собой ВГБ; 2) СПМАВ в одноосных АФ — в гексагональных АФЛП и тетрагональных АФЛО (в рассмотренных ранее геометриях); в этих СПМАВ, обусловленных пьезомагнитным эффектом, помимо дальнодействующей компоненты упругих смещений $u_z^{(2)}$ (с глубиной проникновения Λ_2 гораздо большей длины волны λ) присутствует также короткодействующая компонента $u_z^{(1)}$ (с Λ_1 порядка λ), исчезающая при предельном переходе $\eta \rightarrow 0$.

Для скорости v и глубины проникновения $\Lambda = (\alpha k)^{-1}$ СПМАВ в кристалл вблизи ОФП на основании (7.2.7) и (7.2.8) с учетом (7.4.1) получаем следующие результаты.

1) В ферримагнетике:

$$\upsilon = \upsilon_t (1 - \zeta + \eta)^{1/2} \cdot \left(1 - \frac{\eta^2}{(1 + \mu)^2 \cdot (1 - \zeta + \eta)^2} \right)^{1/2}, \quad (7.4.2)$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{(2+\mu) \cdot (1-\zeta+\eta)}{\eta}.$$
(7.4.3)

В случае металлизации поверхности кристалла тонким слоем толщины $\Delta \ll \lambda$, приводящим к пренебрежимо малому изменению граничных механических свойств, имеем:

$$\upsilon = \upsilon_t (1 - \zeta + \eta)^{1/2} \cdot \left(1 - \frac{\eta^2}{(1 - \zeta + \eta)^2} \right)^{1/2}, \tag{7.4.4}$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{1 - \zeta + \eta}{\eta}.$$
(7.4.5)

Для данного случая на рис. 7.4 представлена зависимость скорости СПМАВ от параметра $t = 1 - \zeta$, характеризующего близость к точке ОФП. Из рисунка видно, что по мере приближения к точке ОФП скорость СПМАВ значительно уменьшается, а разность скоростей СПМАВ и соответствующей сдвиговой объемной волны увеличивается. В точке ОФП скорость СПМАВ достигает значения $v = v_t \eta^{1/2} \left(1 - \frac{1}{(1+\mu)^2}\right)^{1/2}$, а глубина проникновения $\Lambda = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{1}{2+\mu}$ (при $k \to 0$). Если при этом поверхность


Рис. 7.4. Зависимость скорости СПМАВ в гексагональном ферримагнетике от степени близости к точке ОФП $t = 1 - \zeta$: 1 - для сравнения приведена скорость соответствующей сдвиговой объемной волны; 2 -скорость СПМАВ в магнетике с неметаллизпрованной поверхностью; 3 -скорость СПМАВ в магнетике с металлизированной поверхностью

металлизирована, то v = 0, $\Lambda = \frac{\lambda}{2\pi}$ (при $k \to 0$). Таким образом, по мере приближения к точке ОФП глубина проникновения СПМАВ уменьшается и в непосредственной окрестности ОФП становится сравнимой с глубиной проникновения рэлеевской волны в материал. Следовательно, изменением внешнего магнитного поля можно добиться управления параметрами СПМАВ, замедляя и локализуя ее вблизи поверхности.

Приведем выражение для разности скоростей СПМАВ и соответствующей сдвиговой объемной волны для случая ферримагнетика с металлизированной поверхностью:

$$\Delta v = -v_t \cdot \frac{\eta^2}{(1-\zeta+\eta)^{3/2}} \cdot \left[1 + \left(1 - \frac{\eta^2}{(1-\zeta+\eta)^2}\right)\right]^{-1/2}.$$
 (7.4.6)

Отметим, что увеличение разности скоростей СПМАВ и объемной сдвиговой волны при $\zeta \to 1$ приводит к уменьшению длины формирования СПМАВ при ее возбуждении. Это должно благоприятствовать ее экспериментальному наблюдению [238].

На рис. 7.5 показано распределение упругих и магнитостатических колебаний в СПМАВ в ферромагнетике с металлизированной поверхностью по мере приближения к точке ОФП. Для случая ферримагнети-



Рис. 7.5. Распределение упругих u_z и магнитостатических $\psi^{(i)}$ колебаний в СПМАВ в ферримагнетике с металлизированной поверхностью по мере приближения к точке ОТП (t = 0). Штриховой линией обозначенораспределение парциальных колебаний СПМАВ

ка с неметаллизированной поверхностью качественно результат будет таким же.

2) В случае исследованных гексагональных и тетрагональных АФ (при указанных выше геометриях) с металлизированной поверхностью можно найти точное решение для СПМАВ, в отличие от случая тех же материалов с неметаллизированной поверхностью. Для упругих и магнитостатических колебаний справедливы выражения:

$$u_{z} = A \left[-\frac{1 - \alpha_{1}^{2}}{1 + \alpha_{1}^{2}} \cdot \frac{1 + \alpha_{2}^{2}}{1 - \alpha_{2}^{2}} \cdot e^{-\alpha_{1}ky} + e^{-\alpha_{2}ky} \right] e^{i(kx - \omega t)},$$

$$\psi^{(i)} = -A \frac{4\pi d}{\mu} \cdot \frac{1 + \alpha_{2}^{2}}{1 - \alpha_{2}^{2}} \left[-e^{-\alpha_{1}ky} + e^{-\alpha_{2}ky} \right] e^{i(kx - \omega t)},$$
(7.4.7)

где A — некоторая константа, конкретная величина которой определяется условиями возбуждения рассматриваемых волн.

Дисперсионное уравнение для СПМАВ имеет вид:

$$1 - \frac{v^2}{v_t^2}(1 - \zeta) = \alpha_1 \alpha_2. \tag{7.4.8}$$

Параметры α_1 и α_2 , определяющие глубины проникновения компонент СПМАВ в материал, находятся из характеристического уравнения:

$$(1+\tilde{\eta})\alpha^4 - \left(2 - \frac{v_2}{v_t^2(1-\zeta)} - 2\tilde{\eta}\right)\alpha^2 + 1 + \tilde{\eta} - \frac{v_2}{v_t^2(1-\zeta)} = 0, \quad (7.4.9)$$

the $\tilde{\eta} = \frac{4\pi d^2}{2} = \frac{\eta}{1-\zeta}.$

где $\tilde{\eta} = \frac{4\pi d^2}{\mu c^2} = \frac{\eta}{1-\zeta}.$

Уравнение (7.4.9) является биквадратным относительно α и имеет вообще говоря, четыре корня. Физический смысл имеют лишь корни с положительной действительной частью (поверхностная волна должна затухать вглубь материала). Подставляя корни алгебраического уравнения (7.4.9):

$$\alpha_{1,2} = \left[\frac{2 - \frac{v^2}{v_t^2 (1-\zeta)} 2\tilde{\eta} \sqrt{\left(2 - \frac{v^2}{v_t^2 (1-\zeta)} - 2\tilde{\eta}\right)^2 - 4(1+\tilde{\eta}) \left(1 + \tilde{\eta} - \frac{v^2}{v_t^2 (1-\tilde{\zeta})}\right)}}{2(1+\tilde{\eta})} \right]^{1/2}$$
(7.4.10)

в дисперсионное уравнение (7.4.8), находим выражение для скорости СПМАВ вблизи ОФП:

$$\upsilon = \upsilon_t (1 - \zeta + \eta)^{1/2} \cdot \left[1 - \frac{\eta^2}{(1 - \zeta + \eta)^2} \right]^{1/2}.$$
 (7.4.11)

Скорость СПМАВ в данном случае по мере приближения к точке ОФП ведет себя таким же образом, как в случае гексагонального ферримагнетика (см. рис. 7.4). Для глубины же проникновения СПМАВ в материал возникают свои специфические особенности. Соответствующее выражение, полученное из (7.4.10) с учетом (7.4.11) имеет вид:

$$\Lambda_{1,2} = \frac{\lambda}{2\pi} \left[\frac{x^2 - 2x - 2 \pm \sqrt{x^2 - 4x - 4}}{2(1+x)^2} \right]^{1/2},$$
(7.4.12)

где $x = (1 - \xi)/\eta$. Анализ (7.4.12) показывает, что при x < 4,8 параметры α_1 и α_2 становятся комплексными. Это означает, что СПМАВ по глубине своего проникновения является осциллирующей. В самой точке ОФП скорость СПМАВ обращается в нуль (при $k \to 0$).

Приведем выражение для разности скоростей СПМАВ и соответствующей сдвиговой объемной волны в области ОФГТ:

$$\Delta v = -v_t \frac{\eta^2}{(1-\zeta+\eta)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\zeta+\eta)^2 - \eta^2} + 1 - \zeta + \eta}.$$
 (7.4.13)

Возрастание разности скоростей СПМАВ и сдвиговой объемной волны по мере приближения к точке ОФП благоприятно для эксперимен-

тального наблюдения СПМАВ, так как в эксперименте необходимо разделить две такие волны.

На рис. 7.6 приведена зависимость параметров α_1 и α_2 , характеризующих глубины проникновения парциальных колебаний СПМАВ в материал в зависимости от параметра близости к точке ОФП. Отметим, что компонента колебаний $u_z^{(2)}$, являющаяся дальнодействующей вдали от ОФП, по мере приближения к точке ОФП становится более поверхностной, а компонента $u_z^{(1)}$ (короткодействующая вдали от ОФП) при этом глубже проникает в материал.



Рис. 7.6. Зависимость параметров α_1 и α_2 , характеризующих глубину проникновения СПМАВ в материал, от *х*. Мнимая часть α обусловливает возникновение осцилляции СПМАВ по глубине проникновения

На рис. 7.7 показано распределение упругих и магнитостатических колебаний в СПМАВ в АФЛП никель-арсенидного типа либо в тетрагональных АФЛО по мере приближения к точке ОФП. В непосредственной окрестности ОФП СПМАВ является осциллирующей, что в случае достаточно тонких пластинок может привести к волновому резонансу по толщине пластины и перестройке спектра магнитоакустических волн. Это обстоятельство для различных волн отмечалось в ряде работ [227, 237–239, 491, 501, 502].

Заметим, что здесь везде рассматривались кристаллы с малыми константами магнитомеханической связи $\eta \ll 1$, какими они и являются в действительности. В противоположном случае СПМАВ может

254 Гл. 7. Новый тип сдвиговых поверхностных магнитоакустических волн



Рис. 7.7. Распределение упругих u_z и магнитостатических $\psi^{(i)}$ колебаний в СПМАВ в АФ никель-арсенидного типа с металлизированной поверхностью по мере приближения к точке ОФП (t = 0)

быть осциллирующей уже достаточно далеко от точки ОФП. Для случая неметаллизированной поверхности антиферромагнетика получение аналитических выражений для СПМАВ затруднительно и требует конкретного расчета с использованием ЭВМ. В области ОФП при $x \gg 1$ решение для такой СПМАВ приближенно определяется результатами раздела 7.2 с заменой в них η на $\tilde{\eta}$.

Отметим, что если в кристалле имеет место одновременно пьезомагнитный, пьезоэлектрический и магнитоэлектрический эффекты (это не запрещено симметрией кристалла), то СПМАВ может возникнуть как за счет пьезоэффекта, так и за счет пьезомагнетизма [238,503]. За счет магнитоэлектрического эффекта магнитостатические и электростатические колебания будут взаимодействовать друг с другом. С другой стороны, СПМАВ, возникнув за счет пьезоэффекта, может испытать влияние МУ взаимодействия. В этом случае имеет место аналогичный результат [238].

Мы не учитывали затухания волн, которое возрастает при приближении к точке ОФП. Кроме того, образец считался однородным, а вблизи ОФП, как правило, возникает промежуточная доменная структура, которая может повлиять на рассматриваемые эффекты. Тем не менее, для интересующих нас веществ, как уже отмечалось, существует большой диапазон полей, в которых полученные результаты справедливы.

Глава 8

НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ ЯВЛЕНИЯ

До сих пор рассматривались слабозатухающие (в идеальном случае незатухающие) связанные МУ волны. Такие волны являются волнами исчезающе малой амплитуды, поэтому при расчетах использовались линеаризованные уравнения движения магнитного момента. Однако в магнетиках могут существовать и нелинейные волны (HB), к которым относятся, например, так называемые уединенные волны конечной амплитуды, затухающие на бесконечности — движущиеся доменные границы и солитоны.¹) Поскольку в магнетиках магнитные и упругие колебания рассматривались как связанные МУ волны, то и уединенные волны конечной амплитуды следует рассматривать как уединенные МУ волны. Как уже отмечалось, связь между спиновыми и упругими колебаниями практически проявляется только в условиях резонанса. В этих резонансных случаях взаимодействие между упругой и магнитной подсистемами является эффективно сильным.

В ферромагнетиках скорость распространения упругих волн обычно превосходит минимальную фазовую скорость СВ. Следовательно, если не рассматривать взаимодействия упругих и спиновых волн, то движение уединенных волн конечной амплитуды со скоростью, близкой к скорости звука, невозможно. Однако в условиях резонансного взаимодействия упругой и магнитной подсистем спектр МУ волн искажается (особенно при приближении магнетика к ОФП), и появляется возможность существования уединенных волн, движущихся со скоростью, близкой к скорости звука. В антиферромагнетиках, где максимальная скорость распространения уединенных волн усилена межподрешеточным обменом, возможна и обратная ситуация, когда скорость распространения упругих волн меньше не только минимальной фазовой скорости СВ, но и максимальной скорости стационарного движения ДГ [250]. В этом случае взаимодействие упругой и магнитной подсистем может привести к существенному изменению структуры ДГ при достижении ею скорости звука, т. е. задолго до того, как ДГ достигнет своей предельной скорости.

¹) Здесь и далее, уединенную волну, разделяющую два состояния одинаковых на бесконечности в магнитном и упругом отношениях, мы будем называть солитоном. Уединенную волну, разделяющую два различных на бесконечности состояния, мы будем называть доменной границей.

В данной главе на основе методов качественной теории дифференциальных уравнений рассматриваются возможные виды уединенных МУ волн в ортоферритах.

Приводятся точные решения для такого типа HB в одноосных ФМ и AФ. Кроме того, исследуются такие вопросы, как образование магнитной сверхструктуры при прохождении продольного звука, генерация третьей акустической гармоники в магнитном кристалле в окрестности ОФП, образование, кроме уединенных, других типов HB — спиральных и периодических. Разделу, посвященному рассмотрению образования периодической доменной структуры за счет динамических неоднородностей (от звуковой волны), предшествует раздел, в котором исследуется граница между двумя магнитными фазами, возникшими из-за статической пространственной неоднородности анизотропии образца.

8.1. Неоднородное состояние магнетика в окрестности ОФП

Известно, что в одноосном магнетике при смене знака константы анизотропии β во всем образце происходит ОФП «легкая ось» (ЛО) – «легкая плоскость» (ЛП). В случае же, когда β зависит от координаты и при этом изменяет знак, в образце возникает неоднородное состояние с разными фазами. Если в области, где $\beta < 0$, осуществляется ЛО фаза, то в области $\beta > 0 - Л\Pi$ фаза. Межфазная граница определяется поверхностью $\beta = 0$. В данном разделе рассматривается неоднородное состояние одноосного ФМ в области ОФП, обусловленное не полями размагничивания, как обычно, а пространственной неоднородностью анизотропии [504]. Определены ширина и энергия границы между фазами различной спиновой ориентации. Неоднородностью температуры или упругих напряжений.

Плотность свободной энергии одноосного ФМ с учетом двух констант анизотропии и без учета магнитодипольного взаимодействия имеет вид

$$F = \frac{M_0^2}{2} \left\{ \alpha \left[(\nabla \theta)^2 + \sin^2 \theta (\nabla \theta)^2 \right] + \beta_1 \cos^2 \theta + \beta_2 \cos^4 \theta \right\}.$$
 (8.1.1)

Рассмотрим одномерный случай, когда все величины зависят только от одной координаты x. Тогда в интервале x, где $\beta_1(x) < -\beta_2(x)$ состояние магнетика будет близким к состоянию типа ЛО, а при x, $\beta_1(x) > -\beta_2(x)$ — близким к состоянию типа ЛП. Граница между фазами будет блоховской, так как в этом случае не возникает полей размагничивания. Минимизируя полную энергию, получим уравнение для θ :

$$\alpha \theta'' + \frac{1}{2} \left(\beta_1 + 2\beta_2 \cos^2 \theta \right) \sin 2\theta = 0. \tag{8.1.2}$$

Для решения уравнения (8.1.2) удобно сделать замену $\theta = \arctan(\exp V)$, в результате которой это уравнение преобразуется к виду:

$$V'' - (V'^2 + \beta_2) \operatorname{th} V + \beta_1 + \beta_2 = 0.$$
(8.1.3)

Здесь $V' = \frac{dV}{d\tilde{x}}$, $\tilde{x} = \frac{x}{\alpha^{1/2}}$. Уравнение (8.1.3), как и (8.1.2), нелинейное и в общем виде не решается. Поэтому рассмотрим частные случаи.

В области $V \gg 1$ ($\theta \to \pi/2$) уравнение (8.1.3) упрощается:

$$V'' - V'^2 + \beta_1 = 0. \tag{8.1.4}$$

Если β_1 постоянная, то $V \propto \tilde{x}$ и V'' = 0. Поэтому при небольших изменениях β_1 величина V'' будет мала. Будем считать, что V' пропорционально малому параметру ε , а решение (8.1.4) представим в виде ряда $V = V_0 + \varepsilon V_1 + \varepsilon^2 V_2 + \ldots$ Тогда в первом приближении, справедливом при условии $\frac{|\beta_1'|}{2\beta_1^{3/2}} \ll 1$, получим $V = \int \beta_1^{1/2} d\tilde{x} + \frac{1}{4} \ln \beta_1 + c$, где c

постоянная интегрирования.

Следовательно,

$$\theta = \arctan\left[c\beta_1^{1/4} \exp\left(\int \beta_1^{1/2} d\widetilde{x}\right)\right] \simeq \frac{\pi}{2} - c\beta_1^{1/4} \exp\left(-\int \beta_1^{1/2} d\widetilde{x}\right).$$
(8.1.5)

Данное соотношение имеет смысл в области x, где $\beta_1 > 0$.

В области $V \ll -1$ ($\theta \to 0$) (8.1.3) сводится к уравнению, подобному (8.1.4):

$$V'' + V'^2 + \beta_1 + 2\beta_2 = 0. \tag{8.1.6}$$

Решение данного уравнения аналогичным образом приводит к следующему результату:

$$V = -\int \left(-\beta_1 - 2\beta_2\right)^{1/2} d\tilde{x} - \frac{1}{4}\ln\left(-\beta_1 - 2\beta_2\right) + c$$

при условии

$$\frac{\left|\left(-\beta_{1}'-2\beta_{2}'\right)\right|}{2\left(-\beta_{1}-2\beta_{2}\right)^{3/2}}\ll1.$$

Соответственно:

$$\theta = \arctan\left\{ c \left(-\beta_1 - 2\beta_2\right)^{-1/4} \exp\left[-\int \left(-\beta_1 - 2\beta_2\right)^{1/2} d\tilde{x}\right] \right\} \approx c \left(-\beta_1 - 2\beta_2\right)^{-1/4} \exp\left[-\int \left(-\beta_1 - 2\beta_2\right)^{1/2} d\tilde{x}\right].$$
 (8.1.7)

Данное соотношение имеет смысл в области x, где $\beta_1 < -2\beta_2$. Если $\beta_2 > 0$, то области существования решений (8.1.5) и (8.1.7) разделены

областью существования угловой фазы, $-2\beta_2 \ll \beta_1 \ll 0$. Если же $\beta_2 < 0$, то эти области перекрываются. Константы в (8.1.5) и (8.1.7) определяются из условия сшивания решений на границах областей их применимости.

В области $|V| \ll 1$ ($\theta \approx \pi/4$) можно разложить th V в ряд и ограничиться линейным членом. Тогда (8.1.3) приобретает вид:

$$V'' + (V'^2 + \beta_2) V + \beta_1 + \beta_2 = 0.$$
(8.1.8)

Далее считаем β_2 постоянной, а $\beta_1(x)$ разлагаем в ряд по степеням x, ограничиваясь линейным членен: $\beta_1 = \beta_1' x$. В этом случае решение уравнения (8.1.8) можно записать в виде $V = A(\xi + b)$, где $\xi = x/\delta_0$, $\delta_0 = (\alpha/\beta_1')^{1/3}$, $b = \beta_2 \delta_0^2/\alpha$. Величина A определяется из уравнения $A^3 + bA - 1 = 0$. Это уравнение имеет один действительный корень при $b > (-3/4)^{1/3}$ и три действительных корня при $b < (-3/4)^{1/3}$, причем два из них отрицательные. Отрицательные корни дают неоднозначное (с гистерезисом) распределение $\theta(x)$, что не имеет физического смысла. Отсутствие гистерезиса в рассматриваемом неоднородном образце обусловлено тем, что граница между двумя фазами содержит зародыши обеих фаз. В частных случаях положительные корни уравнения имеют следующие значения: $A \simeq 1$ при $|b| \ll 1$, $A \simeq 1/b$ при $b \gg 1$, $A \simeq (-b)^{1/2}$ при $b \ll -1$.

Рассмотрим одиночную границу в случае, когда β_2 постоянная, а $\beta_1 = \beta'_1 x$ во всем интервале x (во всем образце). Тогда с учетом (8.1.5) и (8.1.7) получаем:

$$\theta = \begin{cases} \left[\frac{(-\xi - 2b)}{\xi_1} \right]^{1/4} \exp\left\{ -1 - \frac{2}{3} \left[(-\xi - 2b)^{3/2} - \xi_1^{3/2} \right] \right\}, & \xi < \xi_1; \\ \frac{\pi}{4} + \frac{A}{2}(\xi + b), & \xi_1 \leqslant \xi \leqslant \xi_2; \\ \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\xi}{\xi_2}\right)^{-1/4} \exp\left[-1 - \frac{2}{3} \left(\xi^{3/2} - \xi_2^{3/2} \right) \right], & \xi > \xi_2, \end{cases}$$

$$(8.1.9)$$

где $\xi_{1,2} = \mp A^{-1} - b$. Из (8.1.9) видно, что величина θ экспоненциально стремится к своим равновесным значениям 0 и $\pi/2$ соответственно при $x \to \mp\infty$. Центр границы расположен в точке -b, где $\beta_1 = -\beta_2$. Определим ширину границы δ , экстраполируя линейные зависимости $\theta(\xi)$ до $\pi/2$, т.е. из условия θ ($\xi = \delta/2\delta_0 - b$) = $\pi/2$. В результате получаем:

$$\delta = \begin{cases} \frac{\pi\beta_2}{\beta_1'}, & b \gg 1; \\ \pi \left(\frac{\alpha}{\beta'}\right)^{1/3}, & |b| \ll 1; \\ \pi \left(\frac{\alpha}{|\beta_2|}\right)^{1/2}, & b \ll -1. \end{cases}$$
(8.1.10)

При $b \gg 1$ величина δ не зависит от α и представляет собой область существования угловой фазы. Обмен в данном случае сказывается только вблизи точек 0 и -2b, где в случае однородного по образцу перехода $d\theta/d\beta_1 \to \infty$. Однако уширение переходной области в этих точках мало по сравнению с шириной самой области. При $|b| \ll -1$ величина δ , в отличие от обычной доменной границы, зависит от градиента β_1 и имеет другой показатель степени. Данную зависимость можно получить из простых оценок. Используя обычное соотношение $\delta^2 \sim \alpha/\beta_1$ и полагая $\beta_1 \sim \beta_1'\delta$, получим $\delta \sim (\alpha/\beta_1')^{1/3}$. При $b \ll -1$ величина δ определяется известным выражением. В этом случае в точке перехода значение $\beta_1 = -\beta_2$ велико и незначительно изменяется на ширине границы. Проведем численные оценки. Для $\beta_1' \sim 10^3$ см⁻¹ и $\alpha \sim 10^{-9}$ см⁻² получаем соответственно при $\beta_2 = 10^2$ значение $\delta \sim 3 \cdot 10^{-1}$ см. Используя (8.1.9) и (8.1.1), найдем энергию границы:

$$\sigma = \begin{cases} c_1 M_0^2 \left(\frac{\alpha \beta_1'}{\beta_2}\right), & b \gg 1; \\ c_2 M_0^2 \left(\alpha^2 \beta_1'\right)^{1/3}, & |b| \ll 1; \\ c_3 M_0^2 \left(\alpha \cdot |\beta_2|\right)^{1/2}, & b \ll -1, \end{cases}$$
(8.1.11)

где константы c_1, c_2, c_3 порядка единицы. Полагая $M_0 \sim 10^2 \, \Im$ и используя приведенные выше значения параметров, получим, соответственно, следующие оценки: $\sigma \left(\beta_2 = 10^2\right) \sim 10^{-4} \, {\rm spr/cm^2}, \ \sigma \left(|\beta_2| < 0,1\right) \sim 0.1 \, {\rm spr/cm^2}, \ \sigma \left(\beta_2 = -10\right) \sim 1 \, {\rm spr/cm^2}.$ Типичные зависимости $\theta(\xi)$ для различных значений b приведены на рис. 8.1.



Рис. 8.1. Распределение угла θ в межфазной границе при различных значениях b: 1 - b = 5, 2 - b = 0, 3 - b = -10. Пунктирные линии дают зависимость $\theta(\xi)$ без учета обменного взаимодействия

Направление вращения **M** в плоскости границы по часовой стрелке и против эквивалентны, а энергии соответствующих границ равны. Однако образование блоховской линии в 90-градусной границе энергетически невыгодно, так как вращение **M** в разных направлениях на $\pi/2$ приводит к состояниям с противоположным направлением M, между которыми должна существовать неелевская граница.

Учет анизотропии в плоскости базиса сводится к перенормировке констант $\beta_{1,2}$, если градиент β_1 перпендикулярен одной из легких осей в плоскости базиса. Например, для тетрагональной анизотропии с энергией $\omega_A = (\beta^*/4) M_0^2 \sin^4 \theta \cos^2 2\varphi$ константа β заменяется на $\beta_1 - \beta^*$, а β_2 — на $\beta_2 + \beta^*/2$. В противном случае граница становится не блоховской, что существенно усложняет задачу.

Пространственное изменение анизотропии может быть обусловлено различными факторами: неоднородным распределением температуры, [505–507], упругих напряжений [507], стехиометрического состава [506], магнитного поля [505], примесей [508] и т. д. В реальных кристаллах неоднородности распределены хаотически по образцу, что приводит к различным отрицательным эффектам, в частности к размытию фазового перехода. Однако магнетики с искусственно созданными регулярными неоднородностями рассматриваемого вида могут найти практическое применение, например, в системах обработки информации.

В общем случае подобное неоднородное состояние в ФМ и АФ может возникать в окрестности любого фазового перехода при неоднородном распределении внутренних параметров или в неоднородных внешних полях. Наряду со статическими возможны и динамические неоднородности, например при распространении волн вблизи ОФП. Об этом пойдет речь в следующем разделе данной главы.

8.2. Магнитная сверхструктура, индуцированная звуковой волной

В магнитоупорядоченном веществе звуковая волна будет создавать за счет магнитострикции дополнительную одноосную анизотропию. Величина и знак константы этой анизотропии определяются упругими напряжениями звуковой волны, которые наводят анизотропию типа ЛП в области сжатия и ЛО в области растяжения (при определенном знаке константы магнитострикции). По этой причине образец изотропного магнетика может разбиться на слои с чередующимися направлениями легкой оси — вдоль и поперек направления распространения звука. Слои, перемещаясь вместе со звуковой волной, будут иметь ширину порядка половины ее длины Λ . Помимо эффекта размагничивания это может привести к образованию своеобразной динамической сверхструктуры — полосовой доменной структуры с 90-градусными границами с периодом Λ (см. рис. 8.2).

В данном разделе рассматривается возможность индуцирования продольным звуком доменной структуры в ФЛП с базисной изотропией [509]. Уравнения Ландау–Лифшица (с учетом затухания) и упругости,



Рис. 8.2. Распределение намагниченности при упругих напряжениях: *а*) и *б*) при однородном растяжении и сжатии; *в*) и *г*) — при продольной звуковой волне соответственно большой и малой амплитуды

описывающие распространение продольной звуковой волны вдоль оси x в плоскости базиса (*xy*) рассматриваемого магнетика, имеют вид:

$$\begin{cases} \omega_0^{-1} \sin\left(\dot{\theta} + r\sin\theta \cdot \dot{\varphi}\right) = \alpha \left(\sin^2\theta \cdot \varphi'\right)' + \gamma u'_x \sin^2\theta \sin 2\varphi; \\ \omega_0^{-1} \left(\sin\theta \cdot \dot{\varphi} - r\dot{\theta}\right) = \alpha \left[\frac{1}{2}\sin 2\theta \cdot (\varphi')^2 - \theta'\right] - \left(\frac{1}{2}\beta_1 - \gamma u'_x \cos^2\varphi\right) \sin 2\theta; \\ (8.2.1)\end{cases}$$

$$\rho \ddot{u}_x = (\lambda + 2\mu)u''_x + \gamma M_0^2 \left(\sin^2\theta\cos^2\varphi\right)'. \tag{8.2.2}$$

Здесь $\omega_0 = gM_0$, r — безразмерный параметр затухания, α , β_1 и γ — константы неоднородного обмена, одноосной анизотропии и магнитострикции, **u** — упругое смещение, λ и μ — коэффициенты Ламе. Предположено, что u_x , θ и φ зависят только от x и что $u_y = u_z = 0$.

Будем искать решение системы (8.2.1)–(8.2.2) методом последовательных приближений по параметру магнитоупругой связи $\frac{\gamma M_0^2}{[(\lambda + 2\mu)u_0]}$, $u_0 = u_{ij}^{(0)}$ — амплитуда звуковой волны.

Установившееся решение уравнения (8.2.2) в нулевом приближении возьмем в виде продольной звуковой волны $u_{xx} = u_0 \sin \xi$, где $\xi = kx - \omega t$, $k = 2\pi/\Lambda$, $\omega = 2\pi/T$ — частота внешнего возбуждения, T — его период. Переменные θ и φ будем считать также функциями только ξ . Подставляя значение u_{xx} в (8.2.1) при условии $\beta_1 \gg \mu u_0 \cdot \alpha k^2$, когда $\theta \simeq \pi/2$, получим уравнение для $\varphi(\xi)$

$$\varphi'' + \beta \varphi' + \frac{A}{2} \sin \xi \sin 2\varphi = 0, \qquad (8.2.3)$$

где $A = \frac{2\beta\gamma u_0\omega_0^2v^2}{\left[\omega^2\left(s^2 - v^2\right)\right]}; B = \frac{r\beta\omega_0v^2}{\left[\omega\left(s^2 - v^2\right)\right]}; v = \frac{\omega}{k}$ — скорость звука, $s = \sqrt{\alpha\beta_1}\,\omega_0$ — скорость спиновой волны, $\varphi' = d\varphi/d\xi$. Уравнение (8.2.3) подобно уравнению, описывающему нелинейные параметрические колебания, и допускает решения с периодом, равным периоду звуковой волны. Подстановкой $\varphi = \operatorname{arctg}(\exp V)$ уравнение (8.2.3) сводится к следующему:

$$V'' + V'^{2} \operatorname{th} V + BV' + A \sin \xi = 0.$$
(8.2.4)

При $A \ll 1$ второй (нелинейный) член в (8.2.4) мал по сравнению с линейными. В этом случае общее решение уравнения (8.2.4) имеет вид:

$$V = c_1 + c_2 e^{-B\xi} + A \left(1 + B^2\right)^{-1/2} \sin(\xi + \delta),$$

где $\delta = \operatorname{arctg} B$. Поскольку нас интересует только периодическое (гармоническое) по ξ решение, то выбираем частное решение при значениях констант $c_1 = c_2 = 0$. Тогда для всех значений ξ

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left\{ \exp\left[\frac{A}{\left(1+B^2\right)^{1/2}}\sin(\xi+\delta)\right] \right\}.$$
(8.2.5)

В окрестности точек $\xi = (2n+1)\pi/2$ $(n = 0, \pm 1, ...)$ данное решение справедливо и при $A \gg 1$, так как здесь нелинейный член V'^2 th Vтакже мал. Вблизи указанных точек угол φ достигает максимального ($\varphi = \pi/2$), и минимального ($\varphi = 0$) значений. В окрестности точек $\xi = n\pi$ при $A \gg 1$ основным в (8.2.4) будет нелинейный член. В этом случае решение уравнения (8.2.4) можно представить в виде $V = (-1)^n A^{1/3}(\xi - n\pi)$. Поскольку найденные при $A \gg 1$ решения в (8.2.4), определим область их применимости. В результате имеем:

$$\begin{split} \varphi &= \arctan\left\{ \exp\left[(-1)^n A \left(1 - \frac{1}{2} \left[\xi - (2n+1) \frac{\pi}{2} \right]^2 \right) \right] \right\}, \\ &- A^{-1/2} < \xi - (2n+1) \frac{\pi}{2} < A^{-1/2}; \end{split} \tag{8.2.6} \\ \varphi &= \arctan\left\{ \exp\left[(-1)^n A^{1/3} (\xi - n\pi) \right] \right\}, \quad -A^{-1/3} < \xi - n\pi < A^{-1/3}. \\ (8.2.7) \end{split}$$

В случае, когда энергия наведенной звуком анизотропии превосходит обменную ($A \gg 1$), распределение намагниченности представляет собой полосовую доменную структуру с 90-градусными неелевскими ДГ, центры которых находятся в точках $\xi = n\pi$ (см. рис. 8.2 и 8.3).

Из (8.2.7) определим ширину доменной границы:

$$\Delta = \left(\frac{\alpha}{\gamma u_0} \Lambda \left| 1 - \frac{v^2}{s^2} \right| \right)^{1/3}.$$
(8.2.8)

Величина γu_0 представляет собой максимальное значение амплитуды эффективной константы анизотропии, наведенной звуковой волной. В отличие от обычной доменной структуры, обусловленной энергией размагничивания, в данном случае Δ имеет качественно другую зависимость от отношения $\alpha/\gamma u_0$. Кроме того, имеется зависимость от длины волны и скорости распространения звука. Ширина домена

 $D - \tilde{\Lambda}/2 - \Delta$, где $\tilde{\Lambda} = \Lambda / \left| 1 - v^2/s^2 \right|$. С уменьшением амплитуды звука u_0 величина Δ растет до $\tilde{\Lambda}/2$, а D, соответственно, уменьшается до нуля (кривые 2 и 3 на рис. 8.3). Полосовая доменная структура, однако, сохраняется. При этом максимальное изменение направления намагниченности $\Delta \varphi$ становится меньше $\pi/2$, причем при $u_0 \to 0$ величина $\Delta \varphi \to 2A \left(1 + B^2\right)^{-1/2} \sin(\xi + \delta) \to 0$, а $\varphi \to \pi/4$, что непосредственно видно из (8.2.5) (рис. 8.2, ε и кривая 3 на рис. 8.3).



Рис. 8.3. Распределение намагниченности (угла φ) в звуковой волне для разных амплитуд

Релаксация приводит к сдвигу по фазе распределения намагниченности относительно звуковой волны и к уменьшению амплитуды колебаний угла φ .

Оценим характерные времена релаксации. Рассмотрим для этого однородно растянутый образец. В этом случае (8.2.3) примет вид

$$\ddot{\varphi} + r\omega_A \dot{\varphi} + \omega_u = \omega_A \sin 2\varphi = 0, \qquad (8.2.9)$$

где $\omega_A = \beta \omega_0, \; \omega_u = \gamma u_0 \omega_0.$ Из (8.2.9) получаем

$$\tau_{\pm} = \begin{cases} (r\omega_A)^{-1}, & u_0 > \overline{u}_0, \\ \frac{r}{2\omega_u}, & u_0 < \overline{u}_0, \end{cases}$$
(8.2.10)

где $\overline{u}_0 = r^2 \beta_1 / 8 \gamma$. Полагая $r = \Delta H / \beta M_0$ ($\Delta H -$ ширина линии ферромагнитного резонанса), $\Delta H \simeq 50$ Э, $\gamma M_0^2 \simeq 10^7$ эрг/см³, $M_0 \simeq 10^3$ Э,

 $\beta_1 \simeq 10^2$, находим $\overline{u}_0 \simeq 3 \cdot 10^{-7}$, а $\tau_+ \simeq 10^{-8}$ с, $\tau_- \simeq 10^{-7}$ с при $u_0 \simeq \simeq 10^{-7}$. Таким образом, на частотах порядка нескольких МГц намагниченность будет успевать подстраиваться под упругие деформации в областях сжатия и растяжения, поскольку $T > \tau$. Это условие существования рассматриваемой динамической сверхструктуры можно также записать в виде неравенства $u_0T > \Delta H/2g\beta_1\gamma M_0^2$. Последнее определяет соотношение между параметрами звуковой волны и характеристиками материала.

Отметим, что в случае двух взаимно перпендикулярных стоячих упругих волн (в плоскости базиса — вдоль осей x и y) наведенная доменная структура будет иметь вид «шахматной доски». В полях одного цвета «доски» ось легкого намагничивания будет направлена по оси [11], а в полях другого цвета — вдоль [10] либо [01], в зависимости от четности номера полосы «доски».

Определим теперь обратное влияние магнитной подсистемы на звуковую волну. Подставляя (8.2.5) в (8.2.2), найдем изменение скорости звука в первом приближении при $A \ll 1$:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\gamma^2 M_0^2}{2(\lambda + 2\mu)\alpha k^2} \left[\left(1 - \frac{v^2}{s^2}\right)^2 + r \left(\frac{\omega_A}{\omega}\right)^2 \left(\frac{v}{s}\right)^4 \right]^{-1/2}.$$
 (8.2.11)

Максимального значения изменение скорости звука достигает при

$$\frac{v^2}{s^2} = \left(1 + \frac{\omega^2}{r\omega_A^2}\right)^{-1}.$$
 (8.2.12)

С уменьшением r изменение Δv растет, и его максимальное значение смещается в сторону малых v. Когда $v \to 0$, величина $\frac{\Delta v}{v} \to \frac{\gamma^2 M_0^2}{\left[2(\lambda + 2\mu)\alpha k^2\right]}$, а при $v \to \infty$ величина $\Delta v \to 0$. С увеличением

длины волны звука Δv растет.

Экспериментально наблюдать обсуждаемую в работе доменную структуру можно, например, с помощью магнитооптических эффектов. Отметим, что подобная доменная структура может возникать в окрестности любого магнитного ориентационного фазового перехода при распространении звуковой волны большой амплитуды. Рассмотренный эффект может быть практически использован в устройствах обработки информации.

8.3. Генерация третьей гармоники в магнетиках в области спиновой переориентации

Вблизи ОФП дополнительный вклад в модули упругости магнетиков третьего порядка Δc_3 , обусловленный МУ взаимодействием, резко возрастает [64]. Этот вклад может превосходить обычные упругие модули на несколько порядков. Следовательно, нелинейные акустические эффекты в магнетиках вблизи ОФП должны проявляться ярче, чем в немагнитных кристаллах.

Одним из многочисленных нелинейных акустических эффектов является генерация гармоник. Экспериментальному и теоретическому исследованию генерации второй акустической гармоники в магнетиках вблизи ОФП посвящены работы [64, 460, 461]. В них показано, что условия синхронизма для вторых гармоник в магнетиках выполняются лишь тогда, когда звук распространяется под некоторым углом к высокосимметричным направлениям. В этом случае взаимодействие звука с магнитной подсистемой не является сильным: чем больше угол, тем меньше как изменение (уменьшение) скорости звука, так и МУ вклад в Δc_3 вблизи ОФП [105]. Поэтому возрастание амплитуды второй гармоники в области ОФП имеет существенное ограничение.

В данном разделе теоретически исследуется генерация третьей акустической гармоники в магнетиках вблизи ОФП [272]. Показано, что условия синхронизма для третьей гармоники выполняются при распространении звука вдоль осей симметрии кристалла. Из-за отсутствия в этом случае второй гармоники амплитуда третьей гармоники может достигать по величине значений порядка амплитуды основной волны. Вблизи ОФП указанный эффект проявляется наиболее ярко.

Рассмотрим, для примера, в качестве объекта исследования ФЛО, изотропный по упругим и МУ свойствам. Ограничимся частотами звуковых волн $\omega \ll \omega_{s0}$, где ω_{s0} – частота однородных колебаний намагниченности **M**. Тогда в уравнениях Ландау–Лифшица можно пренебречь слагаемыми, содержащими производные $\partial m_i/\partial t$ и $\partial^2 m_i/\partial x_k^2$ $(m_i = M_i/M_0)$. Решая уравнения Ландау–Лифшица относительно m_x и m_y и учитывая, что m_x , m_y , $u_{ik} \ll 1$ (u_{ik} — неоднородная часть тензора деформаций: $\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ik}^0 + u_{ik}(\mathbf{r}, t)$), получим:

$$m_{y} = -\frac{4\mu^{2}}{B^{2}}\zeta^{2}u'_{y}u'_{z}\left(1 - \frac{4\mu}{B}\zeta u'_{x}\right);$$

$$m_{x} = -\frac{2\mu}{B}\zeta u'_{z}\left[1 - \frac{4\mu}{B}\zeta u'_{x} - \frac{2\mu^{2}}{B^{2}}\zeta^{2}\left(3 + \frac{4gK_{2}}{M_{0}\omega_{s0}}\right)u'_{z}{}^{2} + \frac{16\mu^{2}}{B^{2}}\zeta^{2}u'_{x}{}^{2} + \frac{4\mu^{2}}{B^{2}}\zeta^{2}u'_{y}{}^{2}\right];$$

$$m_{z}^{2} = 1 - m_{x}^{2} - m_{w}^{2}.$$
(8.3.1)
(8.3.1)

Здесь $\zeta = \omega_{MY}/\omega_{s0}, \omega_{MY} = gB^2/4\mu M_0, \omega_{s0} = (g/M_0) \cdot (|K_1+2K_2|+B^2/4\mu), u'_i = \partial u_i/\partial x; K_i, B, \mu$ — соответственно константы анизотропии, магнитоупругости и упругости; рассматривается звук, распространяющийся вдоль оси **x**.

Подставляя (8.3.1) и (8.3.2) в уравнения упругости, получаем следующие нелинейные уравнения для смещений:

$$\begin{split} \ddot{u}_{x} - S_{\ell}^{2} u_{x}^{\prime\prime} &= \frac{4\mu}{B} S_{t}^{2} \zeta^{2} \left[u_{z}^{\prime} u_{z}^{\prime\prime} - \frac{4\mu}{B} \zeta \left(2u_{x}^{\prime} u_{z}^{\prime} u_{z}^{\prime\prime} + u_{x}^{\prime\prime} u_{z}^{\prime 2} \right) \right]; \\ \ddot{u}_{y} - S_{t}^{2} u_{y}^{\prime\prime} &= \frac{4\mu^{2}}{B^{2}} S_{t}^{2} \zeta^{3} \left(2u_{z}^{\prime} u_{y}^{\prime} u_{z}^{\prime\prime} + u_{z}^{\prime 2} u_{y}^{\prime\prime} \right); \\ \ddot{u}_{z} - \widetilde{S}_{t}^{2} u_{z}^{\prime\prime} &= \frac{4\mu}{B} S_{t}^{2} \zeta^{2} \left(u_{z}^{\prime\prime} u_{x}^{\prime} + u_{z}^{\prime} u_{x}^{\prime\prime} \right) + \frac{24\mu^{2}}{B^{2}} \zeta^{3} S_{t}^{2} \left(1 + \frac{gK_{2}}{M_{0}\omega_{S0}} \right) u_{z}^{\prime 2} u_{z}^{\prime\prime} - \\ &- \frac{16\mu^{2}}{B^{2}} \zeta^{3} S_{t}^{2} \left(u_{x}^{\prime 2} u_{z}^{\prime\prime} + 2u_{z}^{\prime} u_{x}^{\prime\prime} u_{x}^{\prime\prime} \right) - \frac{4\mu^{2}}{B^{2}} S_{t}^{2} \zeta^{3} \left(u_{y}^{\prime 2} u_{z}^{\prime\prime} + 2u_{z}^{\prime} u_{y}^{\prime} u_{y}^{\prime\prime} \right), \end{split}$$

$$(8.3.3)$$

где S_ℓ^2 и S_t^2 — скорости продольного и поперечного звука, $\widetilde{S}_t^2 = S_t^2(1-\xi)$. Здесь опущен обычный упругий ангармонизм, так как он вблизи ОФП мал по сравнению с МУ ангармонизмом.

Систему уравнений (8.3.3) будем решать по методу медленно меняющихся амплитуд. Рассмотрим для простоты случай u_{2i} , $u_{3i} \ll u_{1i}$ (первый индекс обозначает номер гармоники). Пусть на магнетик падает поперечная звуковая волна, поляризованная вдоль оси \mathbf{z} : $u_z(0,t) = u_{0z} \cos \omega t$. Анализ системы уравнений (8.3.3) показывает, что в этом случае в магнетике возбуждаются только вторая гармоника продольной волны u_{2x} и третья гармоника поперечной волны u_{3z} . Амплитуда второй гармоники продольного звука u_{2x} из-за несинхронности процесса ($\omega_{1t} + \omega_{1t} = \omega_{2\ell}$), испытывает пространственные биения. Эту гармонику в дальнейшем не рассматриваем.

Для определения амплитуды третьей гармоники поперечного звука u_{3z} получаем из (8.3.3) следующее уравнение:

$$u'_{3z} = -i\left(\frac{S_t}{\tilde{S}_t}\right)^2 \frac{\mu^2}{B^2} \zeta^3 \left(1 + \frac{gK_2}{M_0\omega_{s0}}\right) k_1^3 u_{0z}^3,\tag{8.3.4}$$

где \mathbf{k}_1 — волновой вектор основной волны; $k_1 = \omega/\widetilde{S}_t$. При выводе уравнения (8.3.4) предполагалось, что между основной волной и третьей гармоникой выполняется условие точного синхронизма $k_3 = 3k_1$. Поэтому несинхронные процессы, имеющиеся в (8.3.3), не учитывались.

Решение уравнения (8.3.4) с граничным условием $u_{3z}|_{x=0} = 0$ имеет вид

$$u_{3z} = -i\left(\frac{S_t}{\tilde{S}_t}\right)^2 \frac{\mu^2}{B^2} \zeta^3 \left(1 + \frac{gK_2}{M_0\omega_{s0}}\right) k_1^3 u_{0z}^3 x.$$
(8.3.5)

При приближении к точке ОФП $(k_1 + 2k_2 = 0)$ параметр ζ возрастает $(\zeta \to 1)$, а $\tilde{S}_t = S_t (1 - \zeta)^{1/2}$ уменьшается. Таким образом, амплитуда u_{3z} возрастает вблизи ОФП. Отметим, что формулу (8.3.5) можно применять для оценок к любому магнетику и для любого ОФП. Оценим по порядку величины амплитуду u_{3z} для следующих значений

постоянных [461]:

$$\begin{split} \mu &\sim 10^{12} \; \text{эрг/см}^3, \quad B \sim 10^7 \; \text{эрг/см}^3, \quad S_t \sim 3 \cdot 10^5 \; \text{см/с}, \\ \omega &\sim 300 \; \text{МГц}, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{2} k_1 u_{0z} \sim 10^{-6}, \quad g \sim 2 \cdot 10^7 \; \text{Э}^{-1} \cdot \text{c}^{-1}, \\ K_2 &\sim 10^5 \; \text{эрг/см}^3, \quad M_0 \sim 10^2 \; \text{Гс}, \quad \omega_{s0} \sim 100 \; \text{ГГц}, \quad x \sim 1 \; \text{см}. \end{split}$$

Если скорость звука при подходе к точке ОФП уменьшается на 10%, то из этих данных и формулы (8.3.5) получаем:

$$u_{0z}\sim 2\cdot 10^{-9}$$
 см, $u_{3z}\sim 7\cdot 10^{-10}$ см.

Таким образом, на выходе из кристалла амплитуда третьей гармоники должна составлять $\sim 35\,\%$ от амплитуды основной волны.

При выводе уравнения (8.3.4) не учитывалось затухание волн. Вблизи ОФП затухание звука в магнетиках возрастает [105]. Это приводит к тому, что в некоторой окрестности ОФП амплитуда третьей гармоники достигнет максимума, а при дальнейшем приближении к точке перехода начинает убывать [230]. По-видимому, с практической точки зрения в области ОФП более интересно исследовать генерацию третьей гармоники (или вообще нечетных гармоник), а не второй (или четных).

Отметим, что наряду с рассмотренным выше МУ механизмом генерации гармоник вблизи фазовых переходов возможен и другой механизм — флуктуационный [510]. Однако при ОФП область, где становятся существенными флуктуации, является очень узкой по сравнению с аналогичными областями при структурных фазовых переходах и переходах в точке Кюри [4]. По этой причине флуктуационный вклад в третью гармонику вблизи ОФП в магнитных кристаллах также будет проявляться лишь в очень узкой, экспериментально не наблюдаемой области.

Это замечание имеет общий характер, оно фактически относится ко всем явлениям, происходящим вблизи ОФП и рассмотренным выше.

8.4. Уединенные магнитоупругие волны в ортоферритах (качественная теория)

Большинство работ по изучению нелинейных локализованных затухающих на бесконечности волн (уединенных волн) посвящено уединенным волнам магнитного момента (см., например, [241–244,511–514]). В ряде ситуаций (в области ОФП или при близости фазовых скоростей магнитных и упругих волн) МУ взаимодействие может существенно повлиять на структуру и динамику уединенной волны. МУ взаимодействием обусловлены, например, результаты экспериментальных работ [250, 251] по движению ДГ со скоростями, близкими к скоростям звуковых волн. Теоретическое исследование уединенных МУ волн началось с работ [253–255, 257, 259, 515, 516]. В этих работах рассматривались одноподрешеточные магнетики. Эксперименты же проводились на ортоферритах — АФ со слабым ФМ. В данном разделе методами качественном теории дифференциальных уравнений исследуются возможные типы МУ волн в ромбических 2-подрешеточных АФ с учетом как энергии магнитострикции, так и энергии пьезомагнетизма [256].

Плотность свободной энергии ортоферрита запишем в виде

$$F = \frac{1}{2} \left[A\mathbf{m}^{2} + B_{1}l_{x}^{2} + B_{3}l_{z}^{2} + \alpha \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + \alpha' \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_{i}}\right)^{2} \right] + d_{1}m_{x}l_{z} - d_{3}m_{z}l_{x} + \frac{1}{8\pi}\mathbf{h}_{dip}^{2} + \left(\gamma_{11}l_{x}^{2} + \gamma'_{11}m_{x}^{2}\right)u_{xx} + \dots + \left(\lambda_{xzxx}m_{x}l_{z} + \lambda_{zxxx}m_{z}l_{x}\right)u_{xx} + \dots + \frac{\rho}{2}\dot{u}^{2} + \frac{c_{11}}{2}u_{xx}^{2} + \dots \quad (8.4.1)$$

Полные выражения для энергий магнитострикции и упругой см. в разделе 1.3, а для пьезомагнитной — в приложении 4. Здесь приняты несколько отличные от тех, что в разделе 1.3, обозначения: A, α , B, d, γ и c — постоянные соответственно однородного и неоднородного обмена анизотропии, Дзялошинского, магнитострикции, пьезомагнетизма и упругости; \mathbf{h}_{dip} — поле размагничивания.

Уравнения Ландау-Лифшица и упругости имеют вид:

$$\frac{2}{\omega_0} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \left[\frac{\delta F}{\delta \mathbf{m}} \mathbf{m} \right] + \left[\frac{\delta F}{\delta \mathbf{l}} \mathbf{l} \right];$$
$$\frac{2}{\omega_0} \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} = \left[\frac{\delta F}{\delta \mathbf{l}} \mathbf{m} \right] + \left[\frac{\delta F}{\delta \mathbf{m}} \mathbf{l} \right]; \tag{8.4.2}$$

$$\rho \ddot{u}_i = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k, \tag{8.4.3}$$

где $\omega_0 = gM_0$. Равновесные значения \mathbf{m}_0 , \mathbf{l}_0 , $u_{ik}^{(0)}$ находятся из этих уравнений при $\partial \mathbf{m}/\partial t = \partial \mathbf{l}/\partial t = \ddot{u}_i = 0$ с граничным условием $\sigma_{ik} = 0$ на бесконечности. В рассматриваемом случае $B_3 - B_1 \ge 0$, $B_1 \le 0$ состояние равновесия выглядит следующим образом [79]:

$$\mathbf{m}_{0} \| \mathbf{z}; \quad \mathbf{l}_{0} \| \mathbf{x}; \quad m_{0} \simeq \frac{d_{3}}{A}; \quad l_{0} \simeq 1; \\ u_{ij}^{(0)} = \mathbf{0} \quad (i \neq j); \quad u_{ij}^{(0)} = \Delta_{i} / \Delta \quad (i = j),$$
(8.4.4)

где $\Delta = |c_{ij}|$, а Δ_i можно получить из определителя Δ , если в нем *i*-й столбец заменить на столбец, составленный из свободных членов неоднородной системы (8.4.3), и содержащий МУ постоянные f и λ .

Будем искать решения уравнений (8.4.2) и (8.4.3) в виде локализованных стационарных уединенных волн $\mathbf{m}_1 \mathbf{l}_1 u_{ik} = \mathbf{m}_1 \mathbf{l}_1 u_{ik}(\boldsymbol{\xi})$, $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{r} - \boldsymbol{v}t$ (\boldsymbol{v} — скорость распространения уединенной волны) с граничными условиями:

$$\mathbf{m} (\xi_i = \pm \infty) = \pm \mathbf{m}_0; \ \mathbf{l} (\xi_i = \pm \infty) = \pm \mathbf{l}_0; \ u_{ik} (\xi_i = \pm \infty) = \pm u_{ik}^{(0)}.$$
(8.4.5)

Размагничивающее поле при этом определяется как:

$$h_{dip} = -4\pi \begin{cases} m_x, \quad \boldsymbol{v} \| \mathbf{x}, \\ m_y, \quad \boldsymbol{v} \| \mathbf{y}, \\ m_z - m_0, \quad \boldsymbol{v} \| \mathbf{z}. \end{cases}$$
(8.4.6)

Для простоты ограничимся рассмотрением МУ волн, распространяющихся вдоль оси *у*.

Из (8.4.3), с учетом (8.4.5), получаем значения компонент тензора деформаций:

$$u_{yy} = u_{yy}^{(0)} - \frac{\kappa_2}{c_{22}} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\gamma_{i2} l_i^2 + \gamma_{i2}' m_i^2 \right) + \lambda_{xzyy} m_x l_z + \lambda_{zxyy} m_z l_x \right];$$

$$u_{zy} = -\frac{\kappa_4}{2c_{44}} \left(\gamma_{44} l_y l_z + \gamma_{44}' m_y m_z + \lambda_{xyyz} m_x l_y + \lambda_{yxyz} m_y l_x \right); \quad (8.4.7)$$

$$u_{xy} = -\frac{\kappa_6}{2c_6} \left(\gamma_{66} l_y l_x + \gamma_{66}' m_y m_x + \lambda_{yzxy} m_y l_z + \lambda_{zyxy} m_z l_y \right);$$

$$u_{xx} = u_{xx}^{(0)}, \quad u_{zz} = u_{zz}^{(0)}, \quad u_{xz} = u_{xz}^{(0)},$$

где $\kappa_p = \left(1 - \frac{v^2}{V_p^2}\right)^{-1}, V_p = \left(\frac{c_{pp}}{\rho}\right)^{1/2}$ — скорости звука $(p = 1, \dots, 6).$

Подставляя (8.4.6) и (8.4.7) в (8.4.2), получим уравнения, не содержащие тензор деформаций. Эти уравнения являются сложными нелинейными дифференциальными уравнениями, точные решения которых аналитически найти нельзя. Однако, чтобы исследовать вопрос о типах уединенных МУ волн в ортоферрите, достаточно воспользоваться асимптотическим методом теории дифференциальных уравнений. Необходимо найти характеристическое уравнение системы (8.4.2), линеаризованное около равновесных значений **m** и **l** (то есть при $\xi \to \pm \infty$). В зависимости от вида корней этого уравнения возможно существование следующих четырех типов МУ волн: стационарно движущейся доменной границы (ДДГ), стационарно движущегося МУ солитона (ДМУС), одновременное существование движущейся уединенной волны и незатухающей на бесконечности связанной МУ волны, то есть черенковски излучающей МУ уединенной волны (ЧИМУУВ) и, наконец, только связанной МУ волны, не затухающей на бесконечности (СМУВ).

Отметим, что указанные уединенные волны исчерпывают все возможные типы волн, которые могут существовать при данных граничных условиях (8.4.5). Ограниченность же асимптотического метода проявляется в том, что с его помощью нельзя исследовать структуру или амплитуду уединенной волны, которые могут существенно изменяться вблизи скоростей звука (см. следующий раздел этой главы и [260]).

Для исследования асимптотического поведения стационарных решений уравнения (8.4.2) представим m и l при $\xi \to \pm \infty$ в виде

$$\mathbf{m}, \mathbf{l} = \mathbf{m}_0^{(\pm)}, \quad \mathbf{l}_0^{(\pm)} + \widetilde{\mathbf{m}}^{\pm}, \widetilde{\mathbf{l}}^{\pm} \exp[\mp k(y - vt)].$$
(8.4.8)

Линеаризуя систему (8.4.2) вблизи положения равновесия, получаем следующее характеристическое уравнение:

$$\left[\alpha \alpha' k^4 - k^2 \left(c_1 - \frac{4v^2}{\omega_0^2}\right) - c_2\right] \left[\alpha \alpha' k^4 - k^2 \left(B_1 - \frac{4v^2}{\omega_0^2}\right) - B_2\right] = 0.$$
(8.4.9)

Здесь

$$c_{1} = \alpha \left(A - \kappa_{2}h_{21} - \kappa_{4}h_{44}\right);$$

$$c_{2} = \left[A - \kappa_{2}h_{22} - \kappa_{4}h_{44}\right] \left[B_{3} - B_{1} - \kappa_{2}h_{23}\right] + 2d_{3} \left(d_{3} - d_{1}\right) + \kappa_{2}^{2}h_{24}^{2};$$

$$B_{1} = \alpha A - \alpha \kappa_{2}h_{21} - \alpha' \kappa_{6}h_{66};$$

$$B_{2} = \left(A - \kappa_{2}h_{22}'\right) \left(|B_{1}| - \kappa_{2}h_{23}' - \kappa_{6}h_{66}\right) + \kappa_{2}^{2} \left(h_{24}'\right)^{2};$$

$$h_{i1} = h_{i2} + \frac{\alpha'}{\alpha}h_{i3}; \quad h_{i2} = f_{i} \left(\gamma_{2i}' - \gamma_{1i}\right);$$

$$h_{i3} = f_{i} \left(\gamma_{3i} - \gamma_{1i}\right); \quad h_{i4} = \frac{1}{2}f_{i}\sqrt{\lambda_{zxii} \left(\lambda_{xzii} + \lambda_{zxii}\right)};$$

$$h_{i1}' = h_{i2}' + \frac{\alpha'}{\alpha}h_{i3}'; \quad h_{i2}' = f_{i} \left(\gamma_{3i}' - \gamma_{1i}\right) + \lambda_{zxii}^{2}/c_{ii};$$

$$h_{i3}' = f_{i} \left(\gamma_{2i} - \gamma_{1i}\right); \quad h_{i4}' = f_{i}\lambda_{zxii};$$

$$h_{44} = \frac{\lambda_{yxyz}^{2}}{4c_{44}}; \quad h_{55} = \frac{\gamma_{55}^{2}}{4c_{55}}; \quad h_{66} = \frac{\gamma_{66}^{2}}{4c_{66}}; \quad f_{i} = \frac{2\gamma_{1i}}{c_{ii}}$$

$$(8.4.10)$$

(i = 1, 2, 3, кроме как в индексах у λ , где i принимает соответственно значения x, y, z).

Из (8.4.9) следует, что в ортоферрите могут существовать два типа уединенных волн (I, II), например, два типа ДДГ. Для ДДГІ характерно то, что вектор $\mathbf{m} \| \mathbf{z}$ изменяется только по величине, а вектор **l** вращается в плоскости (*xy*). В ДДГII оба вектора \mathbf{m} и **l** разворачиваются в плоскости (*xz*) [513].

Уравнение (8.4.9) имеет решения:

$$k_{1,2}^{(\mathrm{I},\mathrm{II})} = \frac{\pm 1}{2\omega_0 \sqrt{\alpha \alpha'}} \left[\sqrt{\alpha_+^{\mathrm{I},\mathrm{II}}} \pm \sqrt{\alpha_-^{\mathrm{I},\mathrm{II}}} \right], \tag{8.4.11}$$

где

$$\alpha_{\pm}^{\text{I,II}} = (v_{\pm}^{\text{I,II}})^2 - v^2;
(v_{\pm}^{\text{I}})^2 = \frac{\omega_0^2}{4} (B_1 \pm 2\sqrt{\alpha\alpha' B_2});
(v_{\pm}^{\text{II}})^2 = \frac{\omega_0^2}{4} (c_1 \pm 2\sqrt{\alpha\alpha' c_2}).$$
(8.4.12)

Здесь v_+ есть минимальная фазовая скорость квазиспиновых волн, а v_- предельная скорость ДДГ.

Исследования корней характеристического уравнения (8.4.9) проиллюстрируем на МУ волнах второго типа. Заметим, что для действительных v_{\pm} справедливо неравенство $v_{+} > v_{-}$. Поскольку в интервале

скоростей $0 < v \ll V_2$ величина $\kappa_2 \cdot h \ll A, B$, в этом случае $\left(v_{\pm}^{\text{II}}\right)^2 = \frac{\omega_0^2}{4} \left\{ \alpha A - \alpha \kappa_4 h_{44} \pm 2 \left\{ \alpha \alpha' \left[(A - \kappa_4 h_{44}) \left(B_3 - B_1 \right) + 2 d_3 \left(d_3 - d_1 \right) \right] \right\}^{1/2} \right\}.$ (8.4.13)

В интервале же $V_4 \ll \upsilon \ll V_2, \, \kappa_4 \cdot h \ll A, B$ и, следовательно,

$$\left(v_{\pm}^{\mathrm{II}} \right)^2 = \frac{\omega_0^2}{4} \left\{ \alpha A - \alpha \kappa_2 h_{21} \pm 2 \left\{ \alpha \alpha' \left[\left(A - \kappa_2 h_{22} \right) \left(B_3 - B_1 - \kappa_2 h_{23} \right) + \right. \right. \right. \\ \left. + 2d_3 \left(d_3 - d_1 \right) + \kappa_2^2 h_{24}^2 \right] \right\}^{1/2} \right\}.$$
 (8.4.14)

Из последних выражений находим, что величины α_{\pm} действительны, если выполняются неравенства $0 \leqslant v \leqslant v_0$; $V_4 \leqslant v \leqslant v_1$; $v \geqslant v_2$, где

$$\begin{aligned}
\upsilon_0 &= V_4 \left[1 - h_{44} / A \right]^{1/2}; \\
\upsilon_1 &= V_2 \left[1 - h_{23} / 2k \right]^{1/2}; \\
\upsilon_2 &= V_2 \left[1 - \left(h_{22} + h_{24}^2 / h_{23} \right) / A \right]^{1/2}.
\end{aligned}$$
(8.4.15)

где $K = B_3 - B_1 + 2d_3 (d_3 - d_1) / A$. График зависимости α_{\pm} от скорости стационарного движения уединенных волн представлен на рис. 8.4, где введены обозначения:

$$v_{3} = v_{0} - o_{1}(h); \qquad v_{4} = v_{0} - o_{2}(h); \qquad v_{5} = v_{2} - o_{3}(h); v_{6} = v_{2} - o_{4}(h); \qquad v_{7} = v_{D\Gamma} - o_{5}(h); \qquad v_{8} = v_{CB} - o_{6}(h).$$
(8.4.16)

 $v_{D\Gamma} = \omega_0^2 \left(\alpha A - 2\sqrt{\alpha \alpha' AK} \right) /4; v_{CB} = \omega_0^2 \left(\alpha A + 2\sqrt{\alpha \alpha' AK} \right) /4$ — соответственно, предельная скорость движения доменной границы и минимальная фазовая скорость спиновых волн в отсутствие МУ взаимодействия (в ортоферрите $v_{D\Gamma} > V_2$) [250, 251]. Скорости v_3 , v_5 и v_7 определяются из условия $\alpha_-(v) = 0$, а скорости v_4 , v_6 и v_8 — из условия $\alpha_+(v) = 0$. Результаты исследования корней характеристического уравнения для уединенных волн второго типа сведены в табл. 8.1.



Рис. 8.4. Схематическая зависимость величин $\alpha^{\rm II}_{\pm}$ от скорости стационарного движения уединенных МУ волн

Интервал скоростей	Корни характеристического уравнения	Возможный вид волн
$0 < v \leqslant v_3$	Все действительные	ДДГ
$v_3 < v < v_4$	Комплексные	ДМУС
$v_4 < v < v_0$	Мнимые	ЧИМУУВ ¹)
$\upsilon_0 < \upsilon < V_4$	Два действительных и два мнимых	ЧИМУУВ
$V_4 < \upsilon < \upsilon_1$	Действительные	ДДГ
$v_1 < v \leqslant v_2$	Два действительных и два мнимых	ЧИМУУВ
$v_2 < v \leqslant v_5$	Действительные	ДДГ
$v_5 < v \leqslant v_6$	Комплексные	ДМУС
$\upsilon_6 < \upsilon < V_2$	Мнимые	ЧИМУУВ
$V_2 < \upsilon \leqslant \upsilon_7$	Действительные	ДДГ
$v_7 < v \leqslant v_8$	Комплексные	ДМУС
$v > v_8$	Мнимые	СМУВ

Таблица 8.1.	Результаты исследования	корней характеристического	уравнения
	для уединенных волн	второго типа при v y	

Из табл. 8.1 следует, что в отсутствие затухания колебаний в спектре скоростей уединенных МУ волн вблизи скоростей звука имеются щели ($v_0 < v < V_4$; $v_1 < v < v_2$), в которых существуют уединенные МУ волны и незатухающие на бесконечности связанные МУ колебания, то есть ЧИМУУВ. Кроме того, в интервалах $v_4 < v < v_0$ и $v_6 < v < V_2$ асимптотики решений уравнений (8.4.2) и (8.4.3) имеют характер незатухающих на бесконечности осцилляций. Это, повидимому, соответствует также черенковски излучающей уединенной волне, так как анализ точных решений показывает, что при $v \rightarrow v_{4,6} - o$ амплитуда уединенной волны остается конечной [260]. По порядку величины ширина указанных щелей определяется величинами h/K или h/A. При движении доменной границы со скоростями $v \sim v_3$, v_1 , v_5 , v_7 должна существенно изменяться ее структура [260]. Результаты

¹⁾ Согласно качественной теории в данном интервале скоростей должна существовать СМУВ. Но из физических соображений здесь может существовать только ЧИМУУВ. Так, например, область $v_6 < v < V_2$ граничит с областями, где существуют уединенные волны конечной амплитуды вплоть до самых границ [260]. При переходе через границу $v = v_6$ ДМУС начинает черенковски излучать СМУВ. С увеличением v изменяется его форма до вида ДГ в точке $v = V_2$.

Направление распространения волны	Скорость звука	Величина щели для волн первого типа	Величина щели для волн второго типа
$v \ \mathbf{x}$	V_5	—	$h_{55}/2K$
	V_6	$h_{66}/\left B_{1}\right $	_
	V_1	${h_{13}^\prime / B_1 }$ и $\left({h_{12}^\prime + h_{14}^{\prime \ 2} / h_{13}^\prime } ight)/A$	${h_{13}/2K}$ н $\left({h_{12}+h_{14}^2/h_{13}} ight)/A$
$v \ \mathbf{y}$	V_4	—	h_{44}/A
	V_6	$h_{66}/\left B_{1}\right $	—
	V_2	$egin{array}{c} h_{23}'/ B_1 \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	${h_{23}/K}$ н $\left({h_{22}+h_{24}^4/h_{23}} ight)/A$
$v \ \mathbf{z}$	V_4	—	h_{44}/A
	V_5	_	h_{55}/K
	V_3	$egin{aligned} &h_{33}'/ B_1 \ & \ & \ & \ & \ & \ & \ & \ & \ & \ $	${h_{33}/2K}$ н $\left(h_{32}+h_{34}^2/h_{33} ight)/A$

Таблица 8.2. Величина щели в спектре скоростей магнитоупругих волн вблизи V_p , в которой существуют ЧИМУУВ

исследования решений при других направлениях распространения магнитоупругих волн имеют аналогичный вид.

В табл. 8.2 приводятся значения МУ щелей в спектре скорости уединенных волн $|v^2 - V_p^2|/V_p^2$ вблизи поперечных и продольных скоростей звука V_p для обоих типов волн при различных направлениях их распространения. В области некоторых скоростей звука МУ взаимодействие не проявляется, и данная цель отсутствует.

Отметим, что приведенные результаты получены без учета диссипации в магнитной и упругой подсистемах. Можно показать, что при наличии затухания, например, в упругой подсистеме, МУ щель в спектре скоростей уединенной МУ волны в ортоферритах будет наблюдаться, $h_{ij} > \eta g^3 M_0^3 \Delta_0^2 |B_1|^3 / cV_p^2 ~(\eta$ — параметр затухания, Δ_0 — ширина уединенной волны). При выполнении обратного неравенства этот эффект наблюдаться не будет, но на кривой зависимости скорости от внешнего магнитного поля в области скорости звука будут наблюдаться аномалии [253, 260, 517].

Отметим, что величина щели в спектре скоростей, в которой отсутствуют уединенные МУ волны, в области ОФП значительно увеличивается. В случае волн, распространяющихся вдоль оси **z**, при приближении к точке ОФП K = 0 [260], запрещенная зона для уединенной волны второго типа расширяется до интервала скоростей $0 \le v \le V_5$, т. е. такая волна вблизи ОФП может возникнуть лишь при $v > V_5$. Подобное увеличение щели в спектре скоростей при $v || \mathbf{x}$ и $v || \mathbf{y}$ в окрестности ОФП будет ограничено наличием дипольной энергии.

8.5. Точные решения для уединенных магнитоупругих волн в легкоплоскостных магнетиках

В работах [253-257, 259, 518], посвященных изучению нелинейных МУ волн, уравнения Ландау–Лифшица и упругости исследовались приближенными методами. Либо при рассмотрении АФЛП делалось предположение о невыходе вектора магнитного упорядочения из легкой плоскости [254, 255]¹), либо использовались методы качественной теории дифференциальных уравнений, которые дают правильную оценку предельной скорости стационарных уединенных МУ волн и объясняют наличие щели в спектре скоростей вблизи скорости звука, но не позволяют выяснить вопрос о поведении амплитуды уединенной волны в зависимости от скорости ее распространения [253, 256, 257]. Оставался невыясненным вопрос, будет ли меняться структура уединенной МУ волны при достижении ею скорости упругих колебаний, хотя наличие или отсутствие щели в спектре скоростей МУ волн вблизи скорости звука качественно объяснено в [253] учетом затухания магнитоакустических колебаний. В настоящем разделе излагаются результаты исследования уединенных МУ волн в ФЛП и АФЛП, распространяющихся вдоль оси анизотропии, без предположения о том, что векторы ФМ и АФМ при своем движении не выходят из плоскости базиса [260]. В данном случае удастся получить точные решения связанных уравнений Ландау-Лифшица и упругости, которые описывают стационарное движение уединенной МУ волны, являющейся волной поворота намагниченности (а не солитоном, как в случаях, рассмотренных в [254, 255]). Показано, что в спектре скоростей МУ волн вблизи скорости звука может существовать щель, в которой происходит смена типа колебаний, что подтверждает результаты качественного анализа [253, 256]. При достижении МУ волной скорости звука происходит существенная перестройка ее структуры.

Рассмотрим уединенные МУ волны на примере ФЛП. Плотность свободной энергии системы в этом случае имеет вид

$$F = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial M}{\partial x_i}\right)^2 + \frac{\beta}{2} \left(M_x^2 + M_y^2\right) + \frac{1}{8\pi} H_{dip}^2 + \gamma M_i M_k u_{ik} + \frac{\lambda}{2} u_{ii}^2 + \mu u_{ik}^2.$$
(8.5.1)

Основное состояние системы определяется следующими соотношениями:

$$M_{z} = 0; \quad M_{\perp} = M_{0}; \quad u_{yz}^{(0)} = u_{zx}^{(0)} = 0;$$

$$u_{xx}^{(0)} = -v - \frac{\gamma M_{0}^{2}}{4\mu} \cos 2\psi; \quad u_{yy}^{(0)} = -v + \frac{\gamma M_{0}^{2}}{4\mu} \cos 2\psi; \quad (8.5.2)$$

$$u_{zz}^{(0)} = \frac{\lambda \gamma M_{0}^{2}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}; \quad u_{xy}^{(0)} = -\frac{\gamma M_{0}^{2}}{4\mu} \sin 2\psi.$$
Здесь $M_{\perp} = \sqrt{M_{x}^{2} + M_{y}^{2}}; u = (\lambda + 2\mu)\gamma M_{0}^{2}/[4\mu(3\lambda + 3\mu)].$

¹) Это приближение является весьма грубым, что, в частности, уже отмечалось в работе [110] при рассмотрении пороговых эффектов.

При отсутствии анизотропии в плоскости базиса угол ψ между **М** и осью **х** может быть произвольным. Не ограничивая общности задачи, полагаем далее $\psi = 0$.

Для стационарных уединенных МУ волн, распространяющихся вдоль оси **z** со скоростью v, M = M(z - vt), $u_{ik} = u_{ik}(z - vt)$ и $H_{dip} = -4\pi M_z$. Из уравнений упругости получаем:

$$u_{zz} = u_{zz}^{(0)} - \frac{\gamma \kappa_2}{\mu} M_z^2;$$

$$u_{yz} = -\frac{\gamma \kappa_1}{\mu} M_y M_z; \quad u_{zx} = -\frac{\gamma \kappa_1}{\mu} M_z M_x;$$

$$u_{xx} = u_{xx}^{(0)}; \quad u_{yy} = u_{yy}^{(0)}; \quad u_{xy} = u_{xy}^{(0)},$$

(8.5.3)

где $\kappa_1 = (1 - v^2/v_t^2)^{-1}$; $\kappa_2 = (1 - v^2/v_l^2)^{-1} \cdot \mu/\lambda + 2\mu$; $v_t^2 = \mu/\rho$; $v_l^2 = \lambda + 2\mu/\rho$. Исходя из (8.5.1) и (8.5.3), находим выражение для лангранжиана системы L:

$$\widetilde{L} = \frac{2}{\beta M_0^2} L = -1 + \theta_{\zeta}^2 + \varphi_{\zeta}^2 \sin^2 \theta + \left[u_0^2 - h_s \kappa_1 - h_s \left(\kappa_2 - \kappa_1 \right) \cos^2 \theta \right] \cos^2 \theta - - 2u\varphi_{\zeta} \cos \theta - h_s \cos^2 \theta \sin^2 \varphi, \quad (8.5.4)$$

где $\zeta = (z - vt)/\Delta_0$, $\Delta_0 = \sqrt{\alpha/\beta}$, $\tilde{\beta} = |\beta| + \gamma^2 M^2/\mu$, $h_s = \gamma^2 M^2/\mu \tilde{\beta}$, $\sigma = 4\pi/\tilde{\beta}$, $u = v/gM\Delta_0\beta$, $A_\zeta = \partial A/\partial\zeta$, $u_0^2 = 1 + \sigma + h_s$ — предельная скорость стационарного движения уединенной волны (здесь u_0 является также минимальной фазовой скоростью спиновой волны). Поскольку обычно $h_s \ll 1$ и $h_s \ll \sigma$, то, пренебрегая последним членом в (8.5.4) ¹), получаем два первых интеграла задачи:

$$\theta_{\zeta}^{2} + \varphi_{\zeta}^{2} \sin^{2} \theta = \cos^{2} \theta \left[u_{0}^{2} - h_{s} \kappa_{1} - h_{s} \left(\kappa_{2} - \kappa_{1} \right) \cos^{2} \theta \right] + c_{1};$$

$$\varphi_{\zeta} \sin^{2} \theta = u \cos \theta + c_{2}.$$
(8.5.5)

Первый из них следует из закона сохранения энергии, второй — из аксиальной симметрии системы в принятом приближении. С помощью уравнений (8.5.5) и граничных условий ($\theta_{\zeta} = \varphi_{\zeta} = 0, \ \theta = \pi/2$ при $\zeta \to \pm \infty, \ \varphi = 0$ при $\zeta \to +\infty$) находим решение системы связанных уравнений Ландау–Лифшица и упругости в квадратурах:

$$\zeta = \int_{\theta_{\min}}^{0} \frac{\sin\theta}{\cos\theta \left\{ \sin^{2}\theta \left[u_{0}^{2} - h_{s}\kappa_{1} - h_{s} \left(\kappa_{2} - \kappa_{1}\right)\cos^{2}\theta \right] - u^{2} \right\}^{1/2}} d\theta, \quad (8.5.6)$$
$$\varphi(\zeta) = -u \int_{\zeta}^{\infty} \frac{\cos\theta}{\sin^{2}\theta} d\zeta. \quad (8.5.7)$$

¹) Этот член не оказывает существенного влияния на движение уединенной волны при любых скоростях ее распространения. Члены же типа $h_s \kappa_1 \cos^2 \theta$ в (8.5.4) становятся существенны при скорости уединенной волны близкой к скорости звука, поэтому их учет в лагранжиане необходим.

Нижний предел в (8.5.6) выбран из условия равенства нулю подкоренного выражения в подинтегральной функции, а верхний предел в (8.5.7) — из условия, что при $\zeta \to +\infty$ угол $\varphi = 0$.

Интеграл (8.5.6) берется в элементарных функциях, а интеграл (8.5.7) выражается через эллиптические интегралы 3-го рода. В итоге имеем:

$$\cos\theta = \sqrt{2\left(u_0^2 - h_s\kappa_1 - u^2\right)} \left\{ u_0^2 - h_s\left(2\kappa_1 - \kappa_2\right) + \left[\left(u_0^2 - h_s\kappa_2\right)^2 + 4h_s\left(\kappa_2 - \kappa_1\right)u^2\right]^{1/2} \operatorname{ch}\left(2\zeta\sqrt{u_0^2 - h_s\kappa_1 - u^2}\right) \right\}^{-1/2}; \quad (8.5.8)$$

$$\varphi = \frac{u(1+A)}{c^{1/4}(1-B)} \left\{ \prod\left(\frac{\pi}{2}, \frac{A+B}{1-B}, \sqrt{\frac{1-A}{2}}\right) - \prod\left[\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{2}{1+A}} \operatorname{sh}\left(\zeta\sqrt{u_0^2 - h_s\kappa_1 - u^2}\right)\right), \frac{A+B}{1-B}, \sqrt{\frac{1+A}{2}} \right] \right\}, \quad (8.5.9)$$

где

$$A = \left[u_0^2 - h_s \left(2\kappa_1 - \kappa_2\right)\right] / c^{1/4}; \quad B = \left[u_0^2 - h_s \kappa_2 - 2u^2\right] / c^{1/2};$$
$$c = \left(u_0^2 - h_s \kappa_2\right)^2 + 4h_s \left(\kappa_2 - \kappa_1\right) u^2.$$

Проанализируем полученные результаты. Из (8.5.6) следует, что область существования уединенной МУ волны (8.5.8), (8.5.9) определяется неравенством

$$\frac{\left(u^2 - u_1^2\right)\left(u^2 - u_2^2\right)}{u_t^2 - u^2} \ge 0,$$
(8.5.10)

где

$$u_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left\{ u_0^2 + u_t^2 \pm \sqrt{\left(u_t^2 - u_0^2\right)^2 + 4h_s u_t^2} \right\}.$$
 (8.5.11)

Рассмотрим сначала случай $u_0 > u_t$, когда $u_1 = u'_t = u_t \left(1 - h_s/u_0^2\right)^{1/2}$, $u_2 = u'_0 = u_0 \left(1 + h_s u_t^2/4u_0^4\right)^{1/2}$. В интервалах скоростей $0 < u < u'_t$ и $u_t < u < u'_0$ решения (8.5.8), (8.5.9) описывают уединенную МУ волну поворота намагниченности. После прохождения волны магнитный момент возвращается в ЛП, перпендикулярную оси анизотропии. Значение угла между направлениями магнитного момента при $\zeta \to +\infty$ и $\zeta \to -\infty$ зависит от скорости волны:

$$\varphi(-\infty) - \varphi(+\infty) = \left[2u(1+A)/c^{1/4}(1-B)\right] \times \prod \left[\pi/2, (A+B)/(1-B), \sqrt{(1-A)/2}\right].$$

Если при возрастании $u \to u'_t$, то решение (8.5.8), (8.5.9) переходит в решение, описывающее движущуюся доменную границу, в которой

намагниченность степенным образом зависит от ζ :

$$\cos\theta = \left(1 + a + b\zeta^2\right)^{1/2}; \quad \varphi(+\infty) - \varphi(-\infty) = \pi, \tag{8.5.12}$$

где $a = (u'_t)^2 / b, \ b = u_0^2 - 2 (u'_t)^2 - h_s \kappa_2$. Последний результат показывает, что при $u \to u'_t$ (в интервале $0 < u < u'_t$) происходит существенная перестройка структуры стационарно движущейся уединенной МУ волны. Если, далее, в интервале $u_t < u < u'_t$ скорость $u \to u'_0$, то амплитуда волны (8.5.8), (8.5.9) стремится к нулю, характерный параметр ширины движущейся уединенной волны $\Delta = (u_0^2 - h_s \kappa_1 - u^2)^{-1/2}$, а углы θ и φ стремятся к $\pi/2$. Это говорит о том, что при $u \ge u'_0$ существуют связанные МУ волны исчезающе малой амплитуды. Вопрос о том, какие волны существуют в интервале $u'_t < u \le u_t$, требует специального исследования.

Пусть теперь $u_0 < u_t$. В этом случае $u_1 = u_0'' = u_0 \left(1 - h_s/u_0^2\right)^{1/2}$, $u_2 = u_t'' = u_t \left(1 + h_s/u_t^2\right)^{1/2}$. Уединенная МУ волна (8.5.8), (8.5.9) существует в интервалах $0 \le u < u_0''$ и $u_t < u < u_t''$. Поскольку при $u \to u_0''$ и $u \to u_t''$ в данных интервалах амплитуда этой волны стремится к нулю, а $\Delta \to \infty$, то в областях $u_0'' \le u \le u_t$ и $u \ge u_t''$ существуют связанные МУ волны исчезающе малой амплитуды. Таким образом, в случае $u_0 < u_t$ возможно движение уединенной МУ волны со скоростью, близкой к звуковой, превышающей уокеровскую.

Отметим, что приведенные результаты получены без учета затухания в магнитной и упругой подсистемах. Можно показать, что при наличии затухания в упругой подсистеме МУ щель в спектре скоростей движущейся уединенной волны, когда $u_0 > u_t$, а также область существования такой волны вблизи скорости звука, когда $u_0 < u_t$, будут наблюдаться, если

$$h_s > \frac{\eta v_t}{\mu \Delta_0} \cdot \begin{cases} u_0^3, & u_0 > u_t, \\ u_t^3, & u_0 < u_t, \end{cases}$$
(8.5.13)

где η — параметр затухания. При выполнении обратных неравенств эти эффекты наблюдаться не будут, но на кривой зависимости υ от H в области скорости звука будут иметь место аномалии [253].

Отсутствие или наличие указанных особенностей вблизи u_t в случае акустического затухания можно наглядно пояснить по графику зависимости деформации u_{xz} от скорости МУ волны. На рис. 8.5 представлена зависимость $\tilde{u}_{xz} = u_{xz}M_c^2/M_xM_z$ от скорости u. Если u = 0, то, согласно (8.5.3) $\tilde{u}_{xz} = -\tilde{\beta}h_s/\gamma$, а при $u = u_t' (u_0 > u_t)$ или при $u = u_t'' (u_0 < u_t)$ соответственно $\tilde{u}_{xz} = \tilde{\beta}u_t^2/\gamma$ или $\tilde{u}_{xz} = -\tilde{\beta}u_0^2/\gamma$. В последних случаях константа эффективной динамической МУ анизотропии $\beta_{MV} = \gamma |\tilde{u}_{xz}|$ порядка (или больше) константы магнитной анизотропии $\tilde{\beta}$. Кривые 1 на рис. 8.5 описывают деформации при отсутствии затухания, а кривые 2 и 3 — соответственно при слабом и сильном акустическом затухании. Видно, что при слабом затухании в упругой



Рис. 8.5. Схематическая зависимость амплитуды деформации \tilde{u}_{xz} от скорости распространения магнитоупругой волны u; a) $u_0 > u_t$, b) $u_0 < u_t$. Кривые 1 - в отсутствие затухания, кривые 2 и 3 - при слабом и сильном акустическом затухании

подсистеме, т.е. при выполнении условий (8.5.13), эффективная МУ анизотропия превосходит магнитную анизотропию в интервалах скоростей $u_t^{(1)} < u < u_t^{(2)} (u_0 > u_t)$ и $u_t^{(3)} < u < u_t^{(4)} (u_0 < u_t)$. В первом случае в указанном интервале отсутствует решение типа движущейся уединенной волны, а во втором случае, наоборот, существует такое решение. Скорости $u_t^{(1),...,(4)}$ имеют вид:

$$u_t^{(1),(2)} = \begin{cases} u_t' \\ u_t \end{cases} \left[1 \pm \theta \left(\frac{\eta v_t u_0^3}{h_s \mu \Delta_0} \right) \right], \quad u_t^{(3),(4)} = \begin{cases} u_t \\ u_t'' \end{cases} \left[1 \pm \theta \left(\frac{\eta v_t u_t^3}{h_s \mu \Delta_0} \right) \right].$$

При сильном затухании в упругой подсистеме деформации с изменением *и* в окрестности скорости звука возрастают по абсолютной величине, но не настолько, чтобы эффективная МУ анизотропия превзошла магнитную. В этом случае рассматриваемые особенности в спектре скоростей МУ волн вблизи скорости звука будут отсутствовать (кривые 3). Отметим, что в АФЛП уединенные МУ волны вида $\theta_1 = \theta$, $\theta_2 = \pi - \theta$, $\varphi_1 = \varphi$, $\varphi_2 = \pi + \varphi$, распространяющиеся вдоль оси **z** описываются теми же формулами (8.5.8), (8.5.9) с заменой в них $\beta \to \beta - \beta'$, $\alpha \to \rightarrow \alpha + \alpha'$, $\sigma \to 0$. Точные решения получены для некоторых других случаев в [259].

8.6. Типы нелинейных магнитоупругих волн в легкоплоскостных магнетиках

Впервые МУ нелинейные волны (НВ) в АФЛП, находящемся в области спиновой переориентации, были рассмотрены в работе Ожогина и Преображенского [64], в которой нелинейность описывалась в рамках ангармонического разложения. Если энергия внешнего возбуждения по порядку величины сравнима с энергией анизотропии, то возможно возникновение сильной нелинейности в магнитной и упругой подсистемах, когда ангармоническое приближение неприменимо. В этом случае кроме уединенных МУ волн, исследованию которых посвящены, например, работы [253-256, 260, 519], могут иметь место и нелинейные МУ волны другого типа — спиральные и периодические. С уменьшением энергии возмущения (при неизменной анизотропии) НВ переходят в линейные. С уменьшением же энергии анизотропии, т. е. с приближением магнетика к ОФП, возбуждения становятся нелинейными при меньших внешних воздействиях. Кроме того, при этом эффективно возрастает МУ связь [6-8]. Поэтому в области ОФП существенными становятся возбуждения вида МУ НВ. Рассмотрение такого рода волн представляет интерес еще и потому, что при этом появляется возможность возбуждения нелинейных колебаний магнитной подсистемы переменными упругими напряжениями. В данном разделе рассматриваются нелинейные МУ волны в тетрагональном легкоплоскостном ферромагнетике при сравнительно небольшой анизотропии в плоскости базиса, т.е. находящемся вблизи ОФП. Полученные результаты легко обобщаются на ромбоэдрические и гексагональные магнетики типа ЛП.

8.6.1. Основные уравнения

Будем рассматривать плоские МУ волны, распространяющиеся вдоль оси симметрии кристалла (оси **z**). В этом случае плотность свободной энергии тетрагонального ФМ можно представить в виде

$$F = M_0^2 \left[\frac{\alpha}{2} \left(\theta'^2 + \sin^2 \theta \varphi'^2 \right) + \frac{\beta_1}{2} \cos^2 \theta + \frac{\beta_2}{2} \cos^4 \theta + \frac{\beta_2}{4} \sin^4 \theta \sin^2 2\varphi + (b_{33} - b_{31}) u'_z + \frac{b_{44}}{2} \sin 2\theta \left(u'_x \cos^2 \varphi + u'_y \sin \varphi \right) + \frac{c_{33}}{2} u'_z^2 + \frac{c_{44}}{2} \left(u'_x^2 + u'_y^2 \right) \right]. \quad (8.6.1)$$

Здесь α — константа неоднородного обмена, $\beta_{1,2}$ и β — константы одноосной и базисной анизотропии, b и c — МУ и упругие постоянные.

Уравнения, описывающие рассматриваемые МУ волны, на основании (8.6.1) имеют вид:

$$\begin{split} \omega_{0}^{-1} \sin \theta (\dot{\theta} + r \sin \theta \dot{\varphi}) &= \alpha \left(\sin^{2} \theta \varphi' \right)' - \frac{1}{2} \beta \sin^{4} \theta \sin 4\varphi + \\ &+ \frac{1}{2} b_{44} \sin 2\theta \left(u'_{x} \sin \varphi - u'_{y} \cos \varphi \right); \\ \omega_{0}^{-1} (\sin \theta \dot{\varphi} - r \dot{\theta}) &= \alpha \left(\theta'' - \frac{1}{2} \sin 2\theta \varphi'^{2} \right) - \\ &- \frac{1}{2} \sin 2\theta \left(\beta_{1} + 2\beta_{2} \cos^{2} \theta - \beta \sin^{2} \theta \sin^{2} 2\varphi \right) - \\ &- (b_{33} - b_{31}) u'_{z} \sin 2\theta + b_{44} \cos 2\theta \left(u'_{x} \cos \varphi + u'_{y} \sin \varphi \right); \quad (8.6.2a) \\ \rho \ddot{u}_{x} &= c_{44} u''_{x} + \frac{1}{2} b_{44} M_{0}^{2} (\sin 2\theta \cos \varphi)'; \\ \rho \ddot{u}_{y} &= c_{44} u''_{y} + \frac{1}{2} b_{44} M_{0}^{2} (\sin 2\theta \sin \varphi)'; \quad (8.6.26) \\ \rho \ddot{u}_{z} &= c_{33} u''_{z} + (b_{33} - b_{31}) M_{0}^{2} \left(\cos^{2} \theta \right)', \end{split}$$

где $\omega_0 = g M_0$, r — безразмерный параметр затухания.

Будем рассматривать решения вида θ , φ , $u = f(\zeta)$, где $\zeta = z - vt$, v - скорость МУ волны. В этом случае из уравнений упругости (8.6.26) получаем:

$$u'_{x} = \frac{1}{2}\kappa_{4}\sin 2\theta\cos\varphi; \quad u'_{y} = \frac{1}{2}\kappa_{4}\sin 2\theta\sin\varphi; \quad u'_{z} = \kappa_{3}\cos^{2}\theta, \quad (8.6.3)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_3 &= \left[\left(b_{33} - b_{31} \right) M_0^2 / c_{33} \right] \left(v^2 / v_l^2 - 1 \right)^{-1}; \\ \kappa_4 &= \left(b_{44} M_0^2 / c_{44} \right) \left(v^2 / v_t^2 - 1 \right)^{-1}, \end{aligned}$$

здесь и далее штрих означает дифференцирование по *ζ*. Уравнения для намагниченности (8.6.2a) преобразуется при этом к виду

$$\omega_0^{-1} \sin \theta (\theta' + r \sin \theta \varphi') = -\alpha \left(\sin^2 \theta \varphi' \right)' + \frac{\beta}{2} \sin^4 \theta \sin 4\varphi;$$

$$v \omega_0^{-1} (\sin \theta \varphi' - r\theta') = \alpha \theta'' - - -\frac{1}{2} \sin 2\theta \left(\alpha \varphi'^2 - \widetilde{\beta}_1 - 2\widetilde{\beta}_2 \cos^2 \theta + \beta \sin^2 \theta \sin^2 2\varphi \right), \quad (8.6.4)$$

где $\tilde{\beta}_1 = \beta_1 + b_{44}\kappa_4$; $\tilde{\beta}_2 = \beta_2 + (b_{33} - b_{31})\kappa_3 - b_{44}\kappa_4$. Таким образом, влияние упругой подсистемы на магнитную свелось к зависящей от скорости волны v перенормировке констант β_1 и β_2 . Перенормировка показывает, что проявление МУ связи наиболее существенно при vблизких к v_t или v_l . Из второго уравнения (8.6.4) при большой одноосной анизотропии и малом затухании получаем:

$$\cos\theta = v \left(\widetilde{\beta}_1 \omega_0\right)^{-1} \varphi'. \tag{8.6.5}$$

Учитывая, что в данном случае выход **M** из плоскости базиса мал $(|\pi/2 - \theta| \ll 1)$ и используя (8.6.5), первое уравнение (8.6.4) можно свести к уравнению sin-Гордона с затуханием:

$$\alpha \left(1 - \frac{v^2}{s^2}\right)\varphi'' + \frac{rv}{\omega_0}\varphi' - \frac{\beta}{2}\sin 4\varphi = 0, \qquad (8.6.6)$$

где $s^2=lpha\widetilde{eta}_1\omega_0^2.$ Интегрирование этого уравнения дает

$$-\frac{\alpha}{2}\left(1-\frac{v^2}{s^2}\right)\varphi'^2 + \frac{\beta}{4}\sin^2 2\varphi = c + \frac{rv}{\omega_0}\int\limits_{\zeta_0}^{\zeta}\varphi'^2d\zeta,$$
(8.6.7)

где c — константа. Стационарными точками уравнения (8.6.6) являются точки $\varphi = n\pi/4$, $\varphi = 0$, $\varphi' = 0$ ($n = 0, \pm 1, \ldots$). Без учета затухания фазовый портрет в области $0 < c < \beta/4$ ($\beta > 0$) имеет фокусы. Они находятся в точках $\varphi = n\pi/2$ при $\upsilon > s$ и $\varphi = \pi/4 + n\pi/2$ при $\upsilon < s$. В областях $c > \beta/4$ и c < 0 фазовые траектории имеют седловые точки: $\pi/4 + n\pi/2$ при $\upsilon > s$ и $n\pi/2$ при $\upsilon < s$. Траектории при $c = \beta/4$ ($\upsilon > s$) и c = 0 ($\upsilon < s$) являются соответствующими сепаратрисами. Отметим, что если φ — решение уравнения (8.6.6), то и $\varphi + n\pi/2$ тоже является решением. Однородные решения уравнения (8.6.6) существуют в области $0 \leqslant c \leqslant \beta/4$ и имеют вид

$$\varphi = \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{4c/\beta} + n\pi/2. \tag{8.6.8}$$

8.6.2. Типы нелинейных магнитоупругих волн

Проведем анализ неоднородных решений уравнения (8.6.6) в отсутствие затухания для различных соотношений между v и s, а также между константой интегрирования c константой β (рис. 8.6).

А. v > s. В этом случае решение уравнения (8.6.6) существует при c > 0.



Рис. 8.6. Области существования различных типов НВ: І ($c > \beta/4$) — спиральные НВ при v > s; II ($0 < c < \beta/4$) — периодические НВ при v < s, v > s; III (c < 0) — спиральные НВ при v < s; на граничных прямых $c = \beta/4$ (v > s) и c = 0 (v < s) — уединенные НВ

1) В области $c > \beta/4$ из (8.6.6), (8.6.5) и (8.6.3) получаем (ради простоты результаты приводим лишь для $\eta = 0$):

$$\varphi = \frac{\eta}{2} \arcsin\left[\sin\left(\frac{\zeta - \zeta_0}{k\Delta}, k\right) \right];$$

$$\theta = \arccos\left[\frac{\eta}{2} \frac{v\delta}{sk\Delta} dn\left(\frac{\zeta - \zeta_0}{k\Delta}, k\right) \right];$$

$$u'_{x,y} = \frac{\eta v \delta \kappa_4}{2\sqrt{2} sk\Delta} dn\left(\frac{\zeta - \zeta_0}{k\Delta}, k\right) \left[1 \pm cn\left(\frac{\zeta - \zeta_0}{k\Delta}, k\right) \right];$$

$$u'_z = \left(\frac{v\delta}{2sk\Delta}\right)^2 \kappa_3 dn^2 \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{k\Delta}, k\right).$$

(8.6.9)

Здесь $\Delta = \{(\alpha/2\beta) | 1 - v^2/s^2 | \}^{1/2}$ и $\delta = (\alpha/\tilde{\beta}_1)^{1/2}$ — характерные масштабы длины, $\eta = \pm 1$. Эллиптические функции Якоби $\operatorname{sn}(u, k)$, $\operatorname{cn}(u, k)$ и $\operatorname{dn}(u, k)$ имеют периоды по u, соответственно, $\Lambda_s = \Lambda_c = 4K$ и $\Lambda_d = 2K$, где $K = \int_0^{2\pi} (1 - k^2 \sin^2 \alpha)^{-1/2} d\alpha$ — полный эллиптический интеграл, k — модуль эллиптической функции (0 < k < 1). В рассматриваемом случае $k = (\beta/4c)^{1/2}$, а периоды по $\zeta \Lambda_{s,c} = 4Kk\Delta$, $\Lambda_d = 2Kk\Delta$. На основании выражения для θ в (8.6.9) условие малого отклонения θ от $\pi/2$ принимает вид

$$2k^2 \left| \left(1 - \upsilon^2 / s^2 \right) \frac{\widetilde{\beta}_1}{\beta} \right| \gg 1.$$
(8.6.10)

Зависимость $\varphi(\zeta)$ в (8.6.9) описывает неравномерное вращение **M** вокруг оси симметрии (спиральную волну) по часовой стрелке или против, соответственно, при $\eta = \pm 1$ (рис. 8.7, *a*). Угол θ и компоненты тензора дисторсии u'_i (i = x, y, z) изменяются периодически с периодом Λ , определяемым периодом эклиптических функций (рис. 8.7, б, в, г). Периодически изменяется и скорость вращения намагниченности φ' . Для φ' и $u'_{xy} \Lambda = \Lambda_s$, а для θ и $u'_z \Lambda = \Lambda_d$. Период и амплитуда этих переменных явно зависят от k. При $k \to 0$ $(c \to \infty)$ имеем $K \to \pi/2$ и $\Lambda \to 0$. Амплитуда колебаний φ', θ и u'_{xy} в этом случае уменьшается, а амплитуда колебаний u'z увеличивается. Среднее за период значение величин φ', θ и u'_i растет, но этот рост ограничен условием (8.6.10). Таким образом, вращение ${f M}$ с уменьшением k становится более равномерным. При $k \to 1$ $(c \to \beta/4)$ имеем $K \to \infty$ и $\Lambda \to \infty$. Масштаб неоднородности φ', θ и u'_i , определяемый величиной $k\Delta$, увеличивается, стремясь к значению Δ . Амплитуда изменения этих переменных растет, а их средние значения уменьшаются. Решения (8.6.9) трансформируются в последовательность доменных границ для φ' и последовательность солитонов одинаковых знаков для θ и u'_i .

Характерным свойством спиральной волны является наличие постоянных составляющих M_z и u'_z . Поэтому возбуждение такой волны переменным воздействием на упругие компоненты (например, звуком) должно приводить к намагничиванию образца в направлении распространения волны и, наоборот, воздействием на магнитные компоненты (электромагнитным полем) — к постоянному сжатию (растяжению).



Рис. 8.7. Зависимость $\varphi', \, \theta$ и u'_i от ζ при $c > \beta/4, \, \upsilon > s, \, \eta = +1$

 \sim

2) В ИНТЕРВАЛЕ
$$0 < c < \beta/4$$
 ИМЕЕМ:

$$\varphi = \frac{\eta}{2} \arcsin \left[k \operatorname{sn} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta}, k \right) \right];$$

$$\theta = \arccos \left[\frac{\eta v k \delta}{2s \Delta} \operatorname{cn} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta}, k \right) \right];$$

$$u'_{x,y} = \frac{\eta v k \delta \kappa_4}{2\sqrt{2} s \Delta} \operatorname{cn} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta}, k \right) \left[1 \pm \operatorname{dn} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta}, k \right) \right]^{1/2};$$

$$u'_z = \left(\frac{v k \delta}{2s \Delta} \right)^2 \kappa_3 \operatorname{cn}^2 \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta}, k \right),$$
(8.6.11)

где $k = (4c/\beta)^{1/2}$. Периоды эллиптических функций $\Lambda_s = 4K\Delta$ и $\Lambda_d = 2K\Delta$, т.е. зависят от k только через зависимость K(k). Все переменные, включая и φ (в отличие от предыдущего случая), являются периодическими функциями. Их амплитуды увеличиваются с ростом k,



Рис. 8.8. Зависимость φ , θ и u'_z от ζ при $0 < c < \beta/4$, v > s, $\eta = +1$

но изменение $|\varphi|$ не превышает $\pi/4$, а θ и u'_i ограничены условием $2k^{-2} \left| \left(1 - v^2/s^2 \right) \widetilde{\beta}_1 / \beta \right| \gg 1$. Выражения (8.6.11) представлены графически на рис. 8.8.

Для периодических HB (8.6.11) пространственный период $\Lambda_z = 2\pi/q = 4K\Delta$ связан с временным $T = 2\pi/\omega = 4K\Delta/\upsilon$ соотношением:

$$\omega_{1,2}^{2} = \frac{1}{2\left(2K\Delta_{0}/\pi\right)^{2}} \cdot \left(s_{0}^{2} + \left(s_{0}^{2} + v_{t}^{2}\right)\left(\widetilde{q}\Delta_{0}\right)^{2} \pm \left\{\left[s_{0}^{2} + \left(s_{0}^{2} - v_{t}^{2}\right)\left(\widetilde{q}\Delta_{0}\right)^{2}\right]^{2} + 4ps_{0}^{2}v_{t}^{2}\left(\widetilde{q}\Delta_{0}\right)\left[1 + \left(\widetilde{q}\Delta_{0}\right)^{2}\right]\right\}^{1/2}\right),$$

$$(8.6.12)$$

где $\tilde{q} = 2Kq/\pi$, $\Delta_0^2 = \alpha/2\beta$, $s_0^2 = \alpha\beta_1\omega_0^2$, $p = H_{\rm MY}/H_A$, $H_{\rm MY} = b_{44}^2 M_0^3/c_{44}$, $H_A = \beta_1 M_0$; ω и q — частота и волновое число периодических HB.

При $k \to 0$ ($c \to 0$) происходит переход к линейным (гармоническим) МУ волнам: $\varphi \to \frac{\eta}{2}k\sin\left[\left(\zeta - \zeta_0\right)/\Delta\right], \quad \theta \to \pi/2 - -\left[kv\cos\left(\left(\zeta - \zeta_0\right)/\Delta\right)/2\widetilde{\beta}_1\omega_0\Delta\right]^2$. Намагниченность колеблется отно-

сительно положения равновесия $\varphi_0 = n\pi/2$ практически в плоскости базиса (отклонение θ от $\pi/2$ квадратично по k). Дисперсионное соотношение для таких волн определяется выражением (8.6.12), в котором $\tilde{q} = q$, так как при $k \to 0$ величина $K \to \pi/2$. Отсюда видно, что в пределе слабых внешних воздействий периодические HB переходят в обычные линейные МУ волны, перенормированные скорости которых для квазимагнитной и квазифононной ветвей при малых q имеют известный вид [6, 260]:

$$\widetilde{s}_0 = s_0 \left(1 + p v_t^2 / s_0^2\right)^{1/2}, \quad \widetilde{v}_t = v_t (1 - p)^{1/2}.$$

Напомним, что в рассматриваемом случае система находится далеко от точки ОФП по выходу M из плоскости базиса ($H_A \gg H_{MY}$).

При $k \to 1$ ($c \to \beta/4$) период $\Lambda \to \infty$, а $\omega_{1,2} \to 0$. Зависимости $\varphi(\zeta)$ и $\theta(\zeta)$, $u'_{\alpha}(\zeta)$ трансформируются соответственно в периодическую доменную структуру и последовательность солитонов разных знаков.

3) В случае $c = \beta/4$ решение задачи описывает движущуюся уединенную волну (рис. 8.9):

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left\{ \exp\left[\eta\left(\zeta - \zeta_{0}\right)/\Delta\right]\right\} - \pi/4;$$

$$\theta = \operatorname{arccos} \left\{ \frac{\eta \upsilon \delta}{s\Delta} \cdot \frac{\exp\left[\eta\left(\zeta - \zeta_{0}\right)/\Delta\right]}{1 + \exp\left[2\eta\left(\zeta - \zeta_{0}\right)/\Delta\right]} \right\};$$

$$u'_{x,y} = \frac{\eta \upsilon \delta \kappa_{4}}{\sqrt{2} s\Delta} \cdot \frac{\exp\left[\eta\left(1 + \delta_{ix}\right)\left(\zeta - \zeta_{0}\right)/\Delta\right]}{\left\{1 + \exp\left[2\eta\left(\zeta - \zeta_{0}\right)/\Delta\right]\right\}^{3/2}};$$

$$u'_{z} = \left(\frac{\upsilon \delta}{s\Delta}\right)^{2} \kappa_{3} \cdot \frac{\exp\left[2\eta\left(\zeta - \zeta_{0}\right)/\Delta\right]}{\left\{1 + \exp\left[2\eta\left(\zeta - \zeta_{0}\right)/\Delta\right]\right\}^{2}}.$$

(8.6.13)

Данное решение является переходным по ζ от спиральной волны (8.6.9) при $c > \beta/4$ к периодической НВ (8.6.11) при $0 < c < \beta/4$.

Зависимость $\varphi(\zeta)$ в (8.6.13) описывает доменную границу с правым и левым вращением $\mathbf{M}(\eta = \pm 1)$ между состояниями с $\varphi = \pm \pi/4$, т.е. между состояниями \mathbf{M} , лежащими вдоль трудных осей. Функции $\theta(\zeta)$ и $u'_{\alpha}(\zeta)$ описывают солитон и антисолитон соответственно при $\eta = \pm 1$. С уменьшением скорости v ширина ДГ и солитона Δ уменьшаются, а амплитуда солитонов растет до величин, ограниченных неравенством (8.6.10) при k = 1.

Полученные результаты показывают, что смена типа HB с уменьшением c от спиральной к уединенной и далее — к периодической при $c = \beta/4$, а также от периодической HB к однородной фазе при c = 0происходит подобно фазовому переходу. При переходе от одного типа HB к другому изменяется симметрия, характеризующая динамику магнитного состояния. Так, если в однородной фазе существует непрерывная трансляционная симметрия, то в области периодической HB имеется определенный период трансляции по ζ . При приближении к области существования уединенной волны (к точке $c = \beta/4$) этот период $\Lambda \to \infty$. Для спиральной же HB появляется опять конечный период трансляции. Этот параметр порядка при данных $\Phi\Pi$ можно


Рис. 8.9. Зависимость φ , θ и u'_{α} от ζ при $c = \beta/4$, v > s, $\eta = +1$

принять, например, значение квадрата угла $\theta - \pi/2$ усредненное попериоду трансляции. Этот параметр отличен от нуля в областях существования спиральной и периодической НВ и обращается в нуль для уединенной волны и однородной фазы.

Б. v < s. В данном случае неоднородное решение уравнения (8.6.6) существует при $c < \beta/4$.

1) При c < 0 решение $\varphi(\zeta)$ уравнения (8.6.6) отличается от приведенного в (8.6.9) смещением на $\pi/4$. Остальные переменные определяются по (8.6.9) с заменой для $u'_{x,y}$ функции сп на sn. Модуль эллиптической функции $k = (1 - 4c/\beta)^{-1/2}$.

2) В интервале $0 < c < \beta/4$ решение $\varphi(\zeta)$ уравнения (8.6.6) отличается от (8.6.11) также смещением на $\pi/4$, а зависимости θ и u'_{α} от ζ определяются по (8.6.11). При этом модуль $k = (1 - 4c/\beta)^{1/2}$. Связь между ω и q определяется отношением (8.6.12) с заменой в нем β на $-\beta$. В этом случае квазиакустическая ветвь устойчива ($\omega^2 > 0$) для всех \tilde{q} , а квазимагнонная — в области $\tilde{q} > \Delta_0^{-1}$. НВ с колебаниями **М** относительно трудной оси с уменьшением \tilde{q} до значения $\tilde{q} = \Delta_0^{-1}$

переходят в уединенную волну типа доменной границы между однородными состояниями $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$.

3) При c = 0 переменные определяются формулами (8.6.13) с заменами в них $\varphi \to \varphi - \pi/4$ и $u'_x \rightleftharpoons u'_y$. В случае Б получаются те же типы решений, что и в случае А.

В случае Б получаются те же типы решений, что и в случае А. Отличие состоит лишь в том, что легкая и трудная оси меняются местами: в спиральной НВ вращение **M** замедляется около легкой, а не трудной оси, нелинейные колебания происходят относительно трудной оси, уединенная волна представляет доменную границу между состояниями $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$ (а не между состояниями $\varphi = \pm \pi/4$). Аналогичный результат получается при смене знака β без изменения соотношения между v и s.



Рис. 8.10. Области скоростей НВ, соответствующие условиям ($\upsilon < s, \ \upsilon > s$) при: a) $\upsilon_t < s_0, \ \delta$) $\upsilon_t > s_0$

Все приведенные выше результаты получены для определенных соотношений между v и s (v < s, v > s). Однако сама величина s зависит от v. Разрешая эти соотношения относительно v, получаем: условие v > s осуществляется в областях $v > \max\{v_1, v_2\}$ и $\min\{v_1, v_2\} < v < v_t$, а условие v < s — в областях $v_t < v < \max\{v_1, v_2\}$ и $v < \min\{v_1, v_2\}$ и $v < \min\{v_1, v_2\}$ (рис. 8.10). Здесь

$$v_{1,2}^{2} = \frac{1}{2} \left\{ s_{0}^{2} + v_{t}^{2} \pm \left[\left(s_{0}^{2} - v_{t}^{2} \right)^{2} + 4p s_{0}^{2} v_{t}^{2} \right]^{1/2} \right\};$$

$$\max(\min) \left\{ v_{1}, v_{2} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} v_{1} \left(v_{2} \right), & v_{t} < s_{0}; \\ v_{2} \left(v_{1} \right), & v_{t} > s_{0}. \end{array} \right.$$

$$(8.6.14)$$

В отсутствие МУ взаимодействия $s = s_0$, и, следовательно, для магнитных НВ указанные условия имеют вид ($v > s_0$, $v < s_0$). Учет взаимодействия приводит к появлению около v_t малого интервала $|v_t - v_2|$, в котором осуществляется соотношение между v и s, противоположное тому, какое было без МУ взаимодействия. Происходит также смещение границы v = s от s_0 к v_1 (ср. с результатами разделов 8.4 и 8.5 [256, 260]).

8.6.3. Влияние диссипации

Диссипация приводит к уменьшению энергии волны. Так, если энергия возбуждения волны первоначально была больше энергии анизотропии, то возникшая спиральная волна по мере распространения перейдет сначала в периодическую НВ и далее — в линейную. При слабом затухании ($r \ll 1$) из (8.6.7) можно найти релаксационную добавку к φ :

$$\varphi_r = -\frac{r}{\delta^2} \cos \theta(\zeta) \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{d\zeta'}{\cos \theta(\zeta')} \int_{\zeta_0}^{\zeta'} \cos^2 \theta(\zeta'') d\zeta''.$$
(8.6.15)

В пределе $k \to 1$ из (8.6.9), (8.6.11) и (8.6.15) имеем

$$\varphi_r = -\frac{\eta r v k \Delta}{4 \alpha \omega_0} \left(\operatorname{ch} \frac{\zeta - \zeta_0}{\nu \Delta} - \operatorname{ch}^{-1} \frac{\zeta - \zeta_0}{\nu \Delta} \right), \qquad (8.6.16)$$

где $\nu = \left\{ egin{array}{ll} k, & \mbox{при } c > eta/4 \ \mbox{u} \ c < 0; \\ 1, & \mbox{при } 0 < c < eta/4. \end{array}
ight.$

При $k \to 0$ в случае $\upsilon > s$ полное выражение для азимутального угла имеет вид

$$\varphi + \varphi_r = \frac{\eta}{2} \left[1 - \frac{r \upsilon \left(\zeta - \zeta_0\right)}{2\alpha\omega_0} \right] \cdot \begin{cases} \frac{\zeta - \zeta_0}{k\Delta}, & c > \beta/4; \\ k \sin \frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta}, & 0 < c < \beta/4. \end{cases}$$
(8.6.17)

Из (8.6.17) масштаб затухания $\zeta - \zeta_0 \propto 2\alpha\omega_0/rv$. При $\zeta - \zeta_0 \ll \nu\Delta$, т.е. на начальном участке изменения **М** для любых значений k в случае v > s

$$\varphi + \varphi_r = \frac{\eta}{2} \left(\delta_{k\nu} + k \delta_{1\nu} \right) \cdot \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\nu \Delta} \right) \cdot \left[1 - \frac{r \nu \nu \Delta}{2 \alpha \omega_0} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\nu \Delta} \right) - \frac{1 + k^2}{6} \left(\frac{\zeta - \zeta_0}{\nu \Delta} \right)^2 \right], \tag{8.6.18}$$

где $\delta_{k\nu}$ — символ Кронекера.

Релаксация может приводить к уменьшению скорости уединенной волны без изменения ее формы. В этом случае на основе энергетического анализа [520] можно получить закон изменения скорости:

$$\frac{d\upsilon}{dt} = -r\beta_1\omega_0\upsilon \left| 1 - \frac{p}{1 - \upsilon^2/v_t^2} - \frac{\upsilon^2}{s_0^2} \right|.$$
(8.6.19)

Для малых скоростей время релаксации скорости уединенной волны $\tau_v = [r\beta_1\omega_0(1-p)]^{-1}$. Таким образом, МУ связь увеличивает τ_v .

Приведенные результаты получены при условии, что v не близка к s. В случае же $v \simeq s$ и большого затухания первый член в (8.6.6) мал. Тогда решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[\exp \left(-\frac{\zeta - \zeta_0}{\Delta_r} \right) \right]$$

и описывает движущуюся релаксационную уединенную волну типа 45-градусной доменной границы между состояниями $\varphi = \pi/4$ и $\varphi = 0$ шириной $\Delta_r = rv/2\beta\omega_0$.

Полученные результаты будут справедливы и для $A\Phi Л\Pi$, таких, например, как тетрагональный NiF₂, ромбоэдрические α -Fe₂O₃ и FeBO₃, при взаимодействии упругих и низкочастотных спиновых волн.

Как уже отмечалось, с приближением к ОФП, например, при уменьшении константы β с температурой [521–523] МУ колебания становятся нелинейными. Подход к ОФП может быть осуществлен также по упругим напряжениям или магнитному полю. Появление при этом НВ, по-видимому, может быть причиной экспериментально наблюдаемого ограничения уменьшения скорости звука в магнетиках по мере приближения к ОФП, в частности, по магнитному полю в АФЛП [58–61, 108]. В этом случае величину поля H_{Π} , меньше которой МУ колебания становятся существенно нелинейными, можно оценить из сравнения зеемановской и МУ энергий: $MH_{\Pi} \approx bL_0^2 u^{(0)} (u^{(0)} -$ амплитуда звуковой волны). Полагая $bL_0^2 \approx 10^7$ эрг/см³, $u^{(0)} \simeq 10^{-6}$, $M \simeq 1$ Э, получаем $H_{\Pi} \approx 10$ Э, что вполне согласуется с результатами указанных экспериментов.

Полученные выражения для деформаций показывают, каким образом можно эффективно возбуждать МУ НВ внешними переменными упругими напряжениями. Например, задавая для определенного материала величины v и k, можно по (8.6.11) определить амплитуду упругих деформаций u'_i , а также пространственный и временной периоды Λ и T. Если подобрать внешние воздействия с такими u'_i и T(или Λ), то должна возбудиться описываемая (8.6.11) НВ с заданными v и k. Нелинейную МУ волну можно возбуждать и переменным магнитным полем, а также путем изменения величины и знака константы β , например, переменной температурой.

Наблюдать МУ НВ можно, например, с помощью магнитооптических эффектов, таких как вращение плоскости поляризации или брэгговская дифракция.

Глава 9

ТЕРМОДИНАМИКА МАГНЕТИКОВ ВБЛИЗИ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ. КИНЕТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Итак, в магнитоупорядоченных веществах в области ОФП МУ воздействие приводит к появлению МУ щели в спектре спиновых волн, а также к сильному изменению закона дисперсии упругих колебаний он становится нелинейным и анизотропным по квазиимпульсу [6]. Это обстоятельство в свою очередь должно влиять на термодинамические характеристики фононной подсистемы магнетика: внутреннюю энергию, энтропию, теплоемкость и т.д. Особенность будет проявляться и в кинетических свойствах магнетиков (об этом речь пойдет в следующей главе). Вблизи ОФП энергия фононов может существенно зависеть от величины магнитного поля [105, 106]. Поэтому упругая подсистема должна давать вклад и в термодинамические характеристики магнитной подсистемы: магнитный момент и статическую восприимчивость. Более того, поскольку при приближении к ОФП энергия магнонов уменьшается не до нуля, а до величины МУ щели ε_{MY} , то при низких температурах $T < \varepsilon_{MY}$ вклад в термодинамику магнетиков от упругой подсистемы будет преобладающим, так как число магнонов при этом экспоненциально мало.

В данной главе теоретические исследования влияния МУ связи на термодинамику магнетиков в области ОФП иллюстрируются на примере АФЛП, который находится в окрестности ОФП по магнитному полю, лежащему в плоскости базиса. Вычислены свободная энергия, энтропия, теплоемкость, магнитным момент и статическая восприимчивость, исследован магнитокалорический эффект. Показано, что при $T < \varepsilon_{MY}$ термодинамика магнетиков вблизи ОФП целиком определяется фононной подсистемой и существенно отличается от термодинамики магнетиков, находящихся вдали от ОФП [277–281].

9.1. Свободная энергия, фононные энтропия и теплоемкость

В области ОФП магнитные и упругие колебания гибридизируются [105, 106]. Поэтому свободную энергию магнетика представим в виде

$$F = F_0 + T \sum_{\alpha=1}^{5} \int D_\alpha \left(\Omega_{\alpha k}\right) d\Omega_{\alpha k} \ln\left(1 - e^{-\frac{\Omega_{\alpha k}}{T}}\right),\tag{9.1.1}$$

где индекс α нумерует нормальные МУ моды $\Omega_{\alpha k}$: $\alpha = p = 1, 2, 3 -$ квазифононные моды, $\alpha = \gamma = 4, 5 -$ квазимагнонные моды ($\Omega_{4,5k} = \varepsilon_{1,2k}$);

$$D_{\alpha}\left(\Omega_{\alpha k}\right)d\Omega_{\alpha k} = \frac{V}{\left(2\pi\right)^{3}}\int k^{2}dkd\theta \qquad (9.1.2)$$

— плотность мод с индексом α в интервале частот от $\Omega_{\alpha k}$ до $\Omega_{\alpha k}$ + $+ d\Omega_{\alpha k}$, V — объем кристалла.

В изотропном по упругим и МУ свойствам АФЛП в равновесном состоянии $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 \| \mathbf{y}, \mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 \| \mathbf{x} \| \mathbf{H}, \sin \psi = (H + H_D) / H_E,$ ψ — угол между M_1 и осью \mathbf{y} . Для такого состояния законы дисперсии невзаимодействующих упругих и спиновых волн АФЛП имеют известный вид

$$\omega_{pk} = S_p k, \quad \varepsilon_{ik}^2 = (ck)^2 + \varepsilon_{io}^2 \quad (i = 1, 2),$$
(9.1.3)

где

$$\varepsilon_{10}^{2} = g^{2} \left[2H_{E}H_{MY} + H \left(H + H_{D} \right) \right];$$

$$\varepsilon_{20}^{2} = g^{2} \left[2H_{E}H_{g} + H_{D} \left(H + H_{D} \right) \right];$$
(9.1.4)

 $c = \left[(\alpha - \alpha')g^2 M_2 H_E \right]^{1/2}$ — минимальная скорость спиновых волн, S_p — скорость звука, M_0 — равновесная намагниченность подрешеток, α, α' — константы неоднородного обмена. Напомним, что в АФЛП в области ОФП $H < \tilde{H}_{\rm MY} = \sqrt{\left(H_D/2\right)^2 + 2H_E H_{\rm MY}} - H_D/2$ наиболее сильная связь осуществляется между низкоактивационной спиновой ветвью ε_{1K} и одной из поперечных упругих ветвей с поляризацией [106]

$$\mathbf{e}_{1K} = \frac{-\kappa_y \mathbf{e}_x + \kappa_x \mathbf{e}_y}{\left(\kappa_x^2 + \kappa_y^2\right)^{1/2}}.$$
(9.1.5)

В этом случае нормальные МУ колебания можно разделить на квазифононные с энергиями

$$\Omega_{1K} = \omega_{tk} \sqrt{1 - \zeta_{1k}} \tag{9.1.6}$$

при $\omega_{tk} < \varepsilon_{1k}$ и $\Omega_{1K} = \omega_{tk}$ при $\omega_{tk} > \varepsilon_{1k}$, $\Omega_{2k} = \omega_{tk}$, $\Omega_{3k} = \omega_{lk}$ и квазимагнитные с энергиями $\Omega_{4K} = \varepsilon_{1k}$ и $\Omega_{5K} = \varepsilon_{2k}$. Здесь

$$\zeta_{1k} = \frac{\varepsilon_{\text{MV}}^2 \left(\kappa_x^2 - \kappa_y^2\right)^2}{\varepsilon_{1k}^2 \left(\kappa_x^2 + \kappa_y^2\right)}$$
(9.1.7)

— анизотропный параметр МУ связи, $\varepsilon_{\rm MY} = g\sqrt{2H_EH_{\rm MY}}$ — МУ щель в спектре СВ, $\kappa = {\bf k}/k$. При температурах $T \ll \varepsilon_{20}$ в (9.1.1) можно пренебречь вкладом от высокоактивационной спиновой ветви, так как она будет очень слабо влиять на термодинамические величины АФЛП.

Таким образом, задача сводится фактически к определению плотности мод для квазифононной ветви Ω_{1k} , имеющей вид (9.1.6) поскольку другие ветви почти не изменяются. Вычисления приводят к следующему результату:

$$D_{1}(\Omega_{1k}) d\Omega_{1k} = \frac{V d\Omega_{1k}}{2\pi^{2} s_{t}^{3}} \begin{cases} \Omega_{1k}^{2}, & \Omega > \widetilde{\Omega}_{0}, \\ \Omega_{1k}^{3/2} \Omega_{0}^{3/2} / \Omega_{MV}, & \Omega_{0}(1-\zeta) \ll \Omega \ll \widetilde{\Omega}_{0}, \\ \frac{\Omega_{1k}^{2}}{1-\zeta}, & \Omega \ll \Omega_{0}(1-\zeta), \end{cases}$$
(9.1.8)

где $\widetilde{\Omega}_0 = \Omega_0 = \varepsilon_{10} s_t/c$ ($s_t < c$) и $\widetilde{\Omega}_0 = \varepsilon_{10}$ ($s_t > c$), $\Omega_{MY} = \varepsilon_{MY} s_t/c$, $\zeta = (\varepsilon_{MY}^2/\varepsilon_{10}^2)$.

Отметим, что поскольку изменилась плотность мод одной из фононных ветвей вблизи ОФП, то должна в принципе измениться и температура Дебая АФЛП, которая определяется из уравнения

$$\sum_{p=1}^{3} \int_{0}^{\widetilde{\theta}_{D}} D_{p}\left(\Omega_{pk}\right) d\Omega_{pk} = 3N, \qquad (9.1.9)$$

где N — число элементарных ячеек кристалла. Зная плотность Ω_{1k} , находим, например, при $s_t < c$:

$$\widetilde{\theta}_D = \left(\theta_D^3 - \frac{s^3}{15s_t^3}\Omega_0^3\right)^{1/3},$$
(9.1.10)

где $\theta_D = \left(6\pi^2 N s^3/V\right)^{1/3}$ — температура Дебая для невзаимодействующих фононов, $s = \left[3/\left(1/s_i^3 + 2/s_i^3\right)\right]^{1/3}$ — средняя скорость упругих волн. Так как для большинства магнетиков $\theta_D \gg \Omega_0$, температура Дебая изменяется незначительно, и этим эффектом можно пренебречь.

Используя (9.1.8) находим свободную энергию АФЛП

$$F = F_0 - V \begin{cases} \frac{\pi^2 T^4}{30} \left(\frac{1}{s^3} + \frac{1}{c^3}\right), & T \gg \varepsilon_{10}, \\ \frac{\pi^2 T^4}{30s^3}, & T_0 \ll T \ll \varepsilon_{10}, \\ \frac{3\zeta(7/2)T^{7/2}}{32\pi^{3/2}(s_tc)^{3/2}} \cdot \frac{\varepsilon_{10}^{3/2}}{\varepsilon_{My}}, & \widetilde{T}_0 \ll T \ll T_0, \\ \frac{\pi^2}{90s_t^3} \cdot \frac{T^4}{1-\zeta}, & T \ll \widetilde{T}_0, \end{cases}$$
(9.1.11)

где $T_0 = \widetilde{\Omega}_0$, $\widetilde{T}_0 = \Omega_0(1-\zeta)$. Отсюда следует, что если при $T \gg \varepsilon_{10}$ свободная энергия АФЛП вблизи ОФП ($H < \widetilde{H}_{\rm MY}$) определяется как магнонами, так и фононами, то при $T < T_0$ — только квазифононами с законом дисперсии (9.1.6). Квазифононами будет определяться при $T < T_0$ также энтропия $S = -\partial F/\partial T$, внутренняя энер-

гия U = F + TS и теплоемкость $C = T \partial S / \partial T$ [63]. Приведем здесь энтропию и теплоемкость АФЛП:

$$S = V \begin{cases} \frac{2\pi^2}{15} \left(\frac{1}{s^3} + \frac{1}{c^3}\right) T^3, & T \gg T_0, \\ \frac{21\zeta(7/2)T^{5/2}}{2^5\pi^{3/2}(s_tc)^{3/2}} \cdot \frac{\varepsilon_{10}^{3/2}}{\varepsilon_{My}}, & \widetilde{T}_0 \ll T \ll T_0, \\ \frac{2\pi^2}{45s_t^3} \cdot \frac{T^3}{1-\zeta}, & T \ll T_0; \end{cases}$$

$$C = V \begin{cases} \frac{2\pi^2}{5} \left(\frac{1}{s^3} + \frac{1}{c^3}\right) T^3, & T \gg T_0, \\ \frac{105\zeta(7/2)T^{5/2}}{2^7\pi^{3/2}(s_tc)^{3/2}} \cdot \frac{\varepsilon_{10}^{3/2}}{\varepsilon_{My}}, & \widetilde{T} \ll T \ll T_0, \\ \frac{2\pi^2}{15s_t^3} \cdot \frac{T^3}{1-\zeta}, & T \ll \widetilde{T}_0. \end{cases}$$
(9.1.13)

Таким образом, при низких температурах $T < T_0$ в области ОФП по магнитному полю $(H < \widetilde{H}_{\rm My})$ квазифононные энтропия и теплоемкость (вклады в фононные S и C от самой «мягкой» из нормальных МУ мод) значительно превосходят фононную $C_{\rm p}$ и магнонную $C_{\rm M}$ теплоемкости АФЛП [10]: в $(\varepsilon_{10}s_t/cT)^{1/2}$ раз при $\widetilde{T}_0 \ll T \ll T_0$ или в $(1-\zeta)^{-1}$ раз при $T \ll \widetilde{T}_0$. В интервале $\widetilde{T}_0 \ll T \ll T_0$ изменяется и обычный закон T^3 для этих величин при приближении к ОФП на зависимость $T^{5/2}$.

Аналогичная картина должна наблюдаться в любых магнетиках вблизи различных ОФП по магнитному полю или упругим напряжениям. Так для ФЛП с гигантскими магнитострикцией и одноосной анизотропией (диспрозий, тербий и их соединения), когда дипольным взаимодействием можно пренебречь по сравнению с магнитоупругим [95], справедливы выражения (9.1.12), (9.1.13) со значениями $\varepsilon_{\rm MV} = g \left(H_A H_{\rm MV}\right)^{1/2}$ и $\widetilde{H}_{\rm MV} = H_{\rm MV}$. Величины T_0 и $\varepsilon_{\rm MV}$ в таких веществах могут достигать значения ~ 10 К. Для типичных же АФЛП, таких как FeBO₃ и α -Fe₂O₃, T_0 составляет соответственно 0,2 К и 0,3 К (поле же $H_{\rm MV} - 50$ Э и 3 кЭ). Для обычных ФЛП энтропия и теплоемкость в области $T < T_0$ определяются по формулам (9.1.12) и (9.1.13) со значениям $T_0 = \varepsilon_{\rm MV} \frac{\theta_D}{\theta_c} \cdot \frac{H_{\rm MV}}{4\pi M_0}$, $\widetilde{H}_{\rm MV} = \frac{H_{\rm MV}^2}{4\pi M_0}$.

На рис. 9.1 представлена полевая зависимость квазифононной теплоемкости в области ОФП при различных $T < T_0$, показывающая, что отношение квазифононной теплоемкости и фононной по мере приближения к ОФП (H = 0) резко возрастает, стремясь в теоретическом пределе при $T \rightarrow 0$ в точке ОФП к бесконечности.

Отметим здесь следующее обстоятельство. Как уже говорилось, при приближении к точке ОФП возрастает затухание квазифононов.



Рис. 9.1. Зависимость $C_{\kappa\phi}/C_{\phi}$ от H при температурах T_1 и T_2 $(T_1 < T_2 < T_0);$ $H_{1,2} = \widetilde{H}_{MY}T_{1,2}/T_0$

Однако если рассматриваемые нами термодинамические и кинетические эффекты начинают проявляться, например, в магнетиках типа гематита или диспрозия при уменьшении поля ($H \leq \tilde{H}_{\rm MV} \sim 10^3$ Э), то оценки, сделанные по результатам работы [106, гл. 6], показывают, что затухание квазифононов может существенно повлиять на данные эффекты лишь при $H < H_1$, где $H_1 \sim 10$ Э.

Отметим также, что и доменная структура, наличие которой может отрицательно сказаться на наблюдении этих эффектов, появляется в АФЛП со слабым ФМ в достаточно низких полях. Так, в гематите, согласно [524], доменная структура зарождается в полях $H \leq 10$ Э.

9.2. Магнитокалорический эффект

Магнитокалорический эффект представляет собой изменение температуры магнетика при адиабатическом изменении внешнего магнитного поля [1, 16]. При больших полях (вдали от ОФП) энтропия магнетика определяется фононами (вклад магнонов в энтропию системы мал: из-за большой энергии активации экспоненциально мало их число). При малых же полях большее значение приобретает вклад магнонов [16]. В этом случае из равенства энтропии в больших и малых полях (адиабатический процесс) легко определить соответствующее изменение температуры магнетика, обусловленное указанным фонон-магнонном механизмом. Рассмотрим опять АФЛП вблизи ОФП по внешнему магнитному полю, лежащему в плоскости базиса. Для рассматриваемого случая изменение температуры вследствие магнитокалорического эффекта определяется из уравнения

$$S_M(T_1, H_1) + S_{\phi}(T_1) = S_{KM}(T_2, H_2) + S_{\kappa\phi}(T_2, H_2), \qquad (9.2.1)$$

где S_M и S_{ϕ} , S_{KM} и $S_{\kappa\phi}$ — соответственно энтропии невзаимодействующих магнонов и фононов (вдали от ОФП), квазимагнонов и квазифононов (вблизи ОФП); $T_{1,2}$ и $H_{1,2}$ — начальные и конечные значения температуры и магнитного поля.

Согласно выражению (9.1.12) и результатам, приведенным в [10], при низких температурах $T \ll T_0$ ($\theta_D < \theta_N$) или $T \ll \varepsilon_{MY}$ ($\theta_D > \theta_N$) вблизи ОФП квазифононная энтропия значительно превосходит обычные фононную и магнонную энтропии АФЛП.

Таким образом, если вдали от ОФП энтропия АФЛП при данных температурах определяется фононами, то в области ОФП — квазифононами, так как из-за МУ щели квазимагнонная энтропия мала: $S_{\rm KM} \propto \exp{(-\varepsilon_{\rm MY}/T)}$. Поэтому изменение температуры АФЛП при адиабатическом подходе к точке ОФП определяется только фононной подсистемой (фонон-квазифононный механизм изменения T), и уравнение (9.2.1) принимает вид

$$S_{\phi}(T_1) \simeq S_{\kappa\phi}(T_2, H_2).$$
 (9.2.2)

Отсюда следует, что при адиабатическом изменении внешнего поля от $H > H_{\rm MY}$ до H = 0 температура АФЛП понизится до значения [281]

$$T_2 \simeq T_1 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{1/5}$$
. (9.2.3)

Аналогичный эффект должен проявляться в любых магнетиках в области различных ОФП по магнитному полю или упругим напряжениям, в каждом конкретном случае он будет отличаться только величиной. Так, для ФЛП с гигантской магнитострикцией и одноосной анизотропией, когда $H_{\rm My} \gg 4\pi M_0$ [143], справедливы выражения (9.1.12) и (9.2.3) со значениями $\varepsilon_{\rm My} = g \left(H_A H_{\rm My}\right)^{1/2}$ и $\widetilde{H}_{\rm My} = H_{\rm My}$. Как уже отмечалось, величины $\varepsilon_{\rm My}$ и T_0 в таких кристаллах могут достигать значения ~ 10 К. В этих соединениях предсказываемый здесь магнитокалорический эффект должен быть максимальным по сравнению с другими магнетиками.

9.3. Магнитный момент и статическая восприимчивость

Энергия квазифононов Ω_{1K} в АФЛП в области ОФП зависит от величины H (через ε_{1k}). Следовательно, квазифононы должны давать вклад в магнитный момент и статическую восприимчивость АФЛП:

$$\Delta M = \frac{V}{(2\pi)^3} \sum_{\alpha=1}^{5} \int D_{\alpha} \left(\Omega_{\alpha k} \right) d\Omega_{\alpha k} \frac{\partial \Omega_{\alpha k}}{\partial H} \left. n \left(\Omega_{\alpha k} \right) \right|_{H=0}, \qquad (9.3.1)$$

$$\Delta \chi_{ij} = -\frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\alpha=1}^{3} \int D_{\alpha} \left(\Omega_{\alpha k} \right) d\Omega_{\alpha k} n \left(\Omega_{\alpha k} \right) \times$$
(9.3.2)

$$\times \left[\frac{\partial^2 \Omega_{\alpha k}}{\partial H_i \partial H_j} - \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial \Omega_{\alpha k}}{\partial H_i} \cdot \frac{\partial \Omega_{\alpha k}}{\partial H_j} \exp\left(\frac{\Omega_{\alpha k}}{T}\right) n\left(\Omega_{\alpha k}\right) \right] \Big|_{H=0},$$
где $n\left(\Omega_{\alpha k}\right) = \left(\varepsilon^{\frac{\Omega_{\alpha k}}{T}} - 1\right)^{-1}.$

В области высоких температур $T > \varepsilon_{MY}$ изменение магнитного момента определяется только магнонами [16]:

$$\Delta M = -\frac{Vg^2 H_D T^2}{24c^3}, \quad \varepsilon_{\rm MV} \ll T \ll \varepsilon_{20}. \tag{9.3.3}$$

При $T \ll \varepsilon_{\rm MV}$ главный вклад в ΔM вносят квазифононы Ω_{1k} :

$$\Delta M = -V \begin{cases} \frac{5g^2 H_D T \varepsilon_{MY}}{72\pi^2 c^3}, & T_0 \ll T \ll \varepsilon_{MY}, \\ \frac{\zeta(5/2)g^2 H_D T^2}{32\pi^{3/2} cs_t^2} \cdot \left(\frac{T}{\varepsilon_{MY}}\right)^{1/2}, & T \ll T_0. \end{cases}$$
(9.3.4)

Статическая восприимчивость АФЛП определяется следующими формулами ($\Delta \chi_{xx} = \dot{\Delta} \chi_{uu}$). В случае $gH_D < \dot{\epsilon}_{MY}$

$$\Delta \chi_{xx} = \begin{cases} -\frac{g^2 T^2}{12c^3}, \quad T \gg \varepsilon_{MY}, \\ -\frac{g^2 \zeta(5/2) T^2}{8\pi^{3/2} c^3} \left(\frac{c}{s_t}\right)^{3/2} \left(\frac{T}{\varepsilon_{MY}}\right)^{1/2}, \quad \frac{s_t}{c} \cdot \frac{g^2 H_D^2}{\varepsilon_{MY}} \ll T \ll T_a, \\ \frac{g^4 \zeta(5/2) H_D^2}{32\pi^{3/2} c^3} \cdot \frac{c}{s_t} \left(\frac{T}{\varepsilon_{MY}}\right)^{3/2}, \quad T \ll \frac{s_t}{c} \cdot \frac{g^2 H_D^2}{\varepsilon_{MY}}. \end{cases}$$
(9.3.5)

Для обратного неравенства $gH_D > \varepsilon_{MY}$ имеем

$$\Delta \chi_{xx} = \begin{cases} -\frac{g^2 T^2}{12c^3}, \quad T \gg \frac{g^2 H_D^2}{\varepsilon_{My}}, \\ \frac{\beta g^4 H_D^2}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{T}{\varepsilon_{My}}, \quad \varepsilon_{MY} \ll T \ll \frac{g^2 H_D^2}{\varepsilon_{My}}, \\ \frac{g^4 \zeta(3/2) H_D^2}{8\pi^{3/2} s_t c^2} \left(\frac{T}{\varepsilon_{My}}\right)^{3/2}, \quad T \ll T_0, \end{cases}$$
(9.3.6)

где $\beta = 0,48$ при $c > s_t$ и $\beta = 0,2$ при $c < s_t$. Из (9.3.5), (9.3.6) следует, что при $T \gg g^2 H_D^2 / \varepsilon_{\rm MY}$ восприимчивость АФЛП определяется магнонами. В области температур $g^2 H_D^2 / \varepsilon_{\rm MY} \gg$ $\gg T \gg \varepsilon_{\rm MY}$ и при $g H_D > \varepsilon_{\rm MY}$ в восприимчивость АФЛП дают вклад как магноны, так и квазифононы, причем доля квазифононов при $c>s_t$ больше доли магнонов примерно в 1,5 раза. При $T \ll T_0$ восприимчивость АФЛП обусловлена квазифононами.

Как следует из приведенных выше результатов, все особенности в термодинамике магнетиков, находящихся вблизи ОФП по внешнему магнитному полю, должны наблюдаться при температурах $T < T_0$ (за исключением восприимчивости в случае $gH_D > \varepsilon_{MY}$). Эти особенности обусловлены нелинейным, анизотропным и зависящим от магнитного поля законом дисперсии длинноволновых квазифононов вблизи ОФП. Аналогичное поведение термодинамических характеристик должно иметь место в любых ΦM и $A\Phi$ в области $O\Phi \Pi$. Так, например, в случае $\Phi Л \Pi$, когда дипольным взаимодействием в нем можно пренебречь по сравнению с M У, для изменения его магнитного момента получаем

$$\Delta M \propto V M_0 \frac{\omega_A}{\theta_D} \left(\frac{T}{\theta_c}\right)^{5/2} \cdot \left(\frac{\theta_C}{\theta_D}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\theta_c}{\varepsilon_{10}}\right)^{1/2}, \quad T < T_0, \qquad (9.3.7)$$

где $\omega_A = gH_A$. Указанные особенности в термодинамике следует искать также в редкоземельных ФЛП и в АФЛП.

К настоящему времени экспериментальных работ по исследованию термодинамических величин вблизи ОФП по магнитному полю в области температур $T < T_0$ не имеется.

В работе [525] было исследовано изменение магнитного момента АФЛП FeBO₃ при параметрическом возбуждении магнонов в случае H = 0 и T = 4,2 К. Оказалось, что измеренная величина $\Delta M =$ $= 2 \times 10^{-5} \ \Im \cdot \ cm^3$ на порядок превосходит рассчитанное значение ΔM , обусловленное тепловыми и параметрическими магнонами. В эксперименте осуществлялся случай $T \gg \varepsilon_{\rm My}$, так как для FeBO₃ $\varepsilon_{\rm My} \simeq 0,3$ [472]. Поэтому объяснить данный эксперимент квазифононов вблизи ОФП (см. (9.3.4)) также нельзя. По-видимому, результат может быть связан, как указывают авторы, с избыточными магнонами, возникающими при релаксации параметрических магнонов.

Влияние квазифононов при $T > \varepsilon_{My}$ может быть существенным только для статической восприимчивости АФЛП (вторая формула в (9.3.6)). Оценка по этой формуле для FeBO₃ при условиях эксперимента [525], т.е. при T = 4,2 К, $\varepsilon_{My} = 39$ ГГц, $g = 2 \cdot 10^7$ Гц/Э, $H_D = 108$ кЭ, $c = 1,4 \cdot 10^6$ см/с [472,525] дают теоретическое значение $\Delta \chi_{xx} \simeq 3 \cdot 10^{-7}$. Квазифононы в это значение внесут вклад $\Delta \chi^{k\Phi} \simeq 1,7 \cdot 10^{-7}$. Таким образом, если бы при условиях работы [513] измерялось не ΔM , а статическая восприимчивость, то полученный экспериментальный результат в основном объяснялся бы наличием квазифононов: ими было бы обусловлено более половины изменения восприимчивости. Параметрические же магноны при условиях работы [525] должны давать в $\Delta \chi$ вклад $\sim 3 \cdot 10^{-3}$, т.е. на порядок меньший. Для подтверждения этого вывода необходимо соответствующие новые эксперименты.

9.4. Волны второго звука в магнетиках

Как известно, второй звук представляет собой слабозатухающие колебания плотности тепловых возбуждений. В магнетике, например, это колебания плотности фононов и магнонов. Для существования подобных колебаний необходимо, чтобы нормальные столкновения между квазичастицами были намного вероятнее столкновений с потерей квазиимпульса, что обычно выполняется в диэлектриках при достаточно низких температурах. Иначе говоря, область существования второго звука определяется условием

$$\tau_U^{-1}(T, H) \ll \omega \ll \tau_N^{-1}(T, H),$$
 (9.4.1)

где τ_N и τ_U — времена релаксации квазичастиц соответственно за счет нормальных процессов и процессов переброса.

Впервые на возможность существования двух типов колебаний различной природы (обычного звука и температурных волн) в сверхтекучем гелии указал Ландау [526]. Экспериментально второй звук в этом веществе впервые наблюдался Пешковым [527]. Позднее он был обнаружен также в твердых веществах: в твердом гелии [528,529], фтористом натрии [530,531] и висмуте [532]. Почти одновременной независимо Гуляев [533] и Гуржи [534] указали на возможность существования второго звука в газе магнонов в ФМ, а Тарасенко и Шавров [282,283] и Олейник [535] — в АФ. Теоретическому исследованию второго звука в магнетиках посвящены такие теоретические работы, как, например, [16, 536–539] (см. также ссылки в них). Экспериментально второй звук в газе магнонов можно, по-видимому, возбуждать осцилляцией градиента температуры с частотой $\omega \ll \tau_U^{-1}$ [535] или переменным пространственно-неоднородным магнитным полем **h**||**H** [539].

В данном разделе, во-первых, рассматривается вопрос о существовании второго звука в газе магнонов в АФЛП и АФЛО с учетом взаимодействия магнонной и фононной подсистем [282, 283]. В общем случае (в частности вдали от ОФП) вклад магнонной подсистемы во второй звук оказывается существенным при условии $\theta_N/\theta_D < 1$. Но в некоторых ситуациях (например, вблизи ОФП) такой вклад может быть обнаружен в АФМ с любым значением этого отношения вплоть до $\theta_N/\theta_D \gg 1$. Исследуется зависимость скорости второго магнонного звука от Т в широком интервале Н. Во-вторых, в этом разделе приводятся теоретические результаты по исследованию второго фононного звука в ФЛП и АФЛП вблизи ОФП [284, 285]. Рассмотрение ведется на примере ОФП по магнитному полю, лежащему в плоскости базиса. Показано, что с приближением к ОФП возникают температурная и полевая зависимости скорости v_{2l} и затухания Γ_{2l} второго фононного звука, которые отсутствуют вдали от ОФП. При $T < \varepsilon_{MN}$ второй звук в магнетиках является фононным, и в пределе T = 0 при приближении к точке ОФП его скорость стремится к нулю.

9.4.1. Кинетические уравнения

Рассмотрим магнетик в непостоянном и неоднородном температурном поле $\widetilde{T}(\mathbf{r},t) = T \cdot [1 + \upsilon(\mathbf{r},t)]$, где $|\upsilon| \ll 1$. Функции распределения магнонов n_i (*i* — номер магнитной подрешетки) и фононов N_j (*j* — индекс поляризации) будут при этом подчиняться следующим кинетическим уравнениям:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \boldsymbol{v}_i \frac{\partial n_i}{\partial \mathbf{r}} = L_i \{n_i, N_j\} + Z_i \{n_i, N_j\};
\frac{\partial N_i}{\partial t} + \mathbf{s}_j \frac{\partial N_i}{\partial t} = L_j \{n_i, N_j\} + Z_j \{n_i, N_j\},$$
(9.4.2)

где L и Z — интегралы столкновений квазичастиц, соответственно, с сохранением (нормальные процессы) и без сохранения (процессы переброса) квазиимпульса. Предполагается, что $L \gg Z$. Известно (см., например, [16]), что в этом случае исходными функциями распределения являются локально-равновесные функции распределения магнонов и фононов:

$$n_i^{(0)} = \left\{ \exp\left[\frac{\varepsilon_i(\mathbf{k}) - \mathbf{u}\mathbf{k}}{T(1+\upsilon)}\right] - 1 \right\}^{-1};$$

$$N_j^{(0)} = \left\{ \exp\left[\frac{\Omega_j(\mathbf{k}) - \mathbf{u}\mathbf{k}}{T(1+\upsilon)}\right] - 1 \right\}^{-1},$$
(9.4.3)

зависящие от локальной температуры $v(\mathbf{r},t)$ и локальной скорости упорядоченного движения квазичастиц $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$. Функция v и \mathbf{u} определяются локальными законами сохранения энергии и квазиимпульса, которые, исходя из (9.4.2) с учетом, что $|v| \ll 1$ и $|\mathbf{k}\mathbf{u}/T| \ll 1$ можно представить в виде

$$(C_s + C_l) \dot{\upsilon} + \left(a_s^{\alpha\beta} + a_l^{\alpha\beta}\right) \nabla_\alpha u_\beta = 0;$$

$$\left(a_s^{\alpha\beta} + a_l^{\beta\alpha}\right) \nabla_\beta \upsilon + \left(b_s^{\alpha\beta} + b_l^{\alpha\beta}\right) \dot{u}_\beta + \left(d_s^{\alpha\beta} + d_l^{\alpha\beta}\right) u_\beta = 0.$$

(9.4.4)

Здесь спиновые термодинамические параметры

$$C_{s} = -\frac{1}{TV} \sum_{i,\mathbf{k}} \varepsilon_{i}^{2} \frac{\partial \overline{n}_{i}}{\partial \varepsilon_{i}}, \qquad a_{s}^{\alpha\beta} = -\frac{1}{TV} \sum_{i,\mathbf{k}} \varepsilon_{i} v_{i}^{\alpha} k^{\beta} \frac{\partial \overline{n}_{i}}{\partial \varepsilon_{i}},$$

$$b_{s}^{\alpha\beta} = -\frac{1}{TV} \sum_{i,\mathbf{k}} k_{\alpha} k_{\beta} \frac{\partial \overline{n}_{i}}{\partial \varepsilon_{i}}, \qquad d_{s}^{\alpha\beta} = -\frac{1}{TV} \sum_{i,\mathbf{k}} k_{\alpha} k_{\beta} \tau_{vi}^{-1} \frac{\partial \overline{n}_{i}}{\partial \varepsilon_{i}}.$$

(9.4.5)

Фононные термодинамические параметры

$$C_{l} = -\frac{1}{TV} \sum_{j,\mathbf{k}} \Omega_{j}^{2} \frac{\partial \overline{N}_{j}}{\partial \Omega_{j}}, \qquad a_{l}^{\alpha\beta} = -\frac{1}{TV} \sum_{j,\mathbf{k}} \Omega_{j} s_{j}^{\alpha} k^{\beta} \frac{\partial \overline{N}_{j}}{\partial \Omega_{j}},$$

$$b_{l}^{\alpha\beta} = -\frac{1}{TV} \sum_{j,\mathbf{k}} k_{\alpha} k_{\beta} \frac{\partial \overline{N}_{j}}{\partial \Omega_{j}}, \qquad d_{l}^{\alpha\beta} = -\frac{1}{TV} \sum_{j,\mathbf{k}} k_{\alpha} k_{\beta} \tau_{vj}^{-1} \frac{\partial \overline{N}_{j}}{\partial \Omega_{j}},$$

(9.4.6)

 C_s и C_l — спиновая и фононная теплоемкости, отнесенные к одному атому; \overline{n}_i и \overline{N}_j — обычные бозевские равновесные функции распределения магнонов и фононов; $\alpha, \beta = x, y, z$. Термодинамические параметры (9.4.5) и (9.4.6) в отличие, например, от работ [16, 283, 534] имеют

не скалярный, а тензорный вид [285]. Такая запись обусловлена тем обстоятельством, что в дальнейшем собираемся рассматривать свойства второго звука в окрестности ОФП, где все характеристики МУ системы сильно анизотропны, т.е. существенно зависят от направления k.

Предполагая, что v и **u** пропорциональны $\exp[i(\mathbf{qr} - \omega t)]$ из (9.4.4) можно получить дисперсионное уравнение, связывающее частоту ω и волновой вектор **q** волны второго звука рассматриваемой системы.

Вдали от точки ОФП, когда все параметры (9.4.5) и (9.4.6) можно считать скалярами, решению дисперсионного уравнения имеет вид

$$\omega = vq - i\gamma, \tag{9.4.7}$$

где

v

$$=\frac{a_s+a_l}{\sqrt{3(b_s+b_l)(c_s+c_l)}}, \quad \gamma=\frac{d_s+d_l}{2(b_s+b_l)}$$
(9.4.8)

- соответственно скорость и декремент затухания второго звука.

Приведенные формулы справедливы при наличии локального равновесия между спиновой и фононной подсистемами (т. е. когда параметры \mathbf{u} и v одинаковы для обеих подсистем). В случае, когда магнонную подсистему можно рассматривать изолированно от фононной (при отсутствии между ними локального равновесия, считая, однако, что между двумя магнонными подсистемами таковое имеется) для скоростей и декрементов затухания второго звука каждой подсистемы имеем:

$$v_s = \frac{a_s}{\sqrt{3b_s c_s}}, \quad \gamma_s = \frac{d_s}{2b_s}, \tag{9.4.9}$$

$$\upsilon_l = \sqrt{\frac{c_l}{3b_l}}, \quad \gamma_l = \frac{d_l}{2b_l}.$$
(9.4.10)

В случае линейного изотропного закона дисперсии фононов (вдали от ОФП) фононные параметры (9.4.6) приобретают вид

$$C_{l} = \frac{2\pi^{2}}{15} \sum_{j} (T/S_{j})^{3} \simeq \frac{2\pi^{2}}{5a^{3}} (T/\theta_{D})^{3}, \quad a_{l} = C_{l};$$

$$b_{l} = \frac{2\pi^{2}}{15} \sum_{j} \frac{T^{3}}{S_{j}^{5}} \simeq \frac{2\pi^{2}}{5a^{5}\theta_{D}^{2}} (T/\theta_{D})^{3}, \quad d_{l} = b_{l}\tau_{vl}^{-1}.$$
(9.4.11)

9.4.2. Второй магнонный звук в легкоплоскостных антиферромагнетиках

А. Слабые магнитные поля ($H \ll H_E$, $\mathbf{H} \perp \mathbf{z}$). В этом случае для АФЛП имеем

$$\begin{cases} \varepsilon_{1k} = \sqrt{\theta_N^2 (ak)^2 + g^2 H (H + H_D)}, \\ \varepsilon_{2k} = \sqrt{\theta_N^2 (ak)^2 + g^2 \left[H_{AE}^2 + H_D (H + H_D) \right]}. \end{cases}$$
(9.4.12)

При рассмотрении преимущественно магнонного второго звука можно пренебречь эффектом МУ щели в спектре магнонов и искажением

фононного спектра, считая его линейным и изотропным. При этом скалярные спиновые параметры принимают вид [260]:

$$C_{s} = \frac{1}{2\pi^{2}a^{3}} (T/\theta_{N})^{3} \sum_{i} I_{1i}, \ a_{s} = \frac{1}{2\pi^{2}a^{3}} (T/\theta_{N})^{3} \sum_{i} I_{2i},$$

$$b_{s} = \frac{1}{2\pi^{2}a^{5}\theta_{N}^{2}} (T/\theta_{N})^{3} \sum_{i} I_{2i}, \ d_{s} = \frac{1}{2\pi^{2}a^{5}\theta_{N}^{2}} (T/\theta_{N})^{3} \sum_{i} \tau_{\upsilon i}^{-1} I_{2i},$$

(9.4.13)

где

$$I_{1i} = \int_{X_i}^{\infty} dx \frac{\partial n}{\partial x} x^3 \left(x^2 - X_i^2 \right)^{1/2}, \ I_{2i} = -\int_{X_i}^{\infty} dx \frac{\partial n}{\partial x} x \left(x^2 - X_i^2 \right)^{3/2}, \ (9.4.14)$$

$$X_1 = \frac{g}{T}\sqrt{H(H+H_D)}, \quad X_2 = \frac{g}{T}\sqrt{H_{AE}^2 + H_D(H+H_D)}.$$
 (9.4.15)

Рассмотрим возможные частные случаи.

1. $X_1 \ll 1$, $X_2 \ll 1$ ($T \gg gH$, $T \gg gH_{AE}$; считаем, что $H_D \sim H_{AE}$). При этом $I_{1i} = I_{2i} = 4\pi^4/15$ и скорость второго звука

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{3}} a \theta_N \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{2} (\theta_N / \theta_D)^3}{1 + \frac{3}{2} (\theta_N / \theta_D)^5}}.$$
(9.4.16)

Без учета МУ связи:

$$\upsilon_s = \frac{1}{\sqrt{3}} a \theta_N, \quad \gamma_s = \frac{1}{4} \left(\tau_{\upsilon 1}^{-1} + \tau_{\upsilon 2}^{-1} \right). \tag{9.4.17}$$

2. При а) $X_1 \ll 1$, $X_2 \gg 1$ $(T \gg gH, T \gg g\sqrt{HH_D}$, $T \ll gH_{AE}$) или при б) $X_1 \gg 1$, $X_2 \ll 1$ $(T \gg gH_{AE}, T \gg g\sqrt{HH_D}$, $T \ll gH$):

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{3}} a \theta_N \sqrt{\frac{1 + 3 \left(\frac{\theta_N}{\theta_D}\right)^3}{1 + 3 \left(\frac{\theta_N}{\theta_D}\right)^5}}.$$
 (9.4.18)

Без учета МУ взаимодействия:

$$v_s = \frac{1}{\sqrt{3}} a \theta_N;$$
 a) $\gamma_s = \frac{1}{2} \tau_{v1}^{-1};$ 6) $\gamma_s = \frac{1}{2} \tau_{v2}^{-1}.$ (9.4.19)

3. $X_1 \gg 1; X_2 \gg 1$ (по крайней мере, должно выполняться условие $T \ll g\sqrt{HH_D}$). Полагая для простоты $X_1 < X_2$ получаем:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{3}} a \theta_N \frac{y_1 (X_1) + (\theta_N / \theta_D)^3}{\sqrt{\left[y_1 (X_1) + (\theta_N / \theta_D)^5\right] \left[y_2 (X_1) + (\theta_N / \theta_D)^3\right]}},$$
(9.4.20)

где

$$y_1(X) = \frac{30}{(2\pi)^{7/2}} X^{5/2} \exp(-X), \quad y_2(X) = \frac{10}{(2\pi)^{7/2}} X^{7/2} \exp(-X).$$
 (9.4.21)



Рис. 9.2. Границы областей существования магнонного и фононного второго звука в АФЛП

Здесь интересны следующие предельные случаи (см. рис. 9.2). а) $\left(\theta_N/\theta_D\right)^3 \ll y_1$ (область I на рис. 9.2):

$$v = v_s = \frac{1}{\sqrt{3}} a \theta_N \sqrt{y_1/y_2} = a \theta_N \frac{T^{1/2}}{g^{1/2} \left(H^2 + H H_D\right)^{1/4}}.$$
 (9.4.22)

б) $\left(\theta_N/\theta_D\right)^3 \gg y_1$ (область II):

$$\upsilon = \upsilon_l = \frac{s_t}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1 + 1/2 \left(s_t/s_l\right)^3}{1 + 1/2 \left(s_t/s_l\right)^5}} \simeq \frac{1}{\sqrt{3}} a \theta_D.$$
(9.4.23)

Из этих формул и из рис. 9.2 видно, что с изменением H и T изменяется и характер второго звука. При увеличении H или при уменьшении T второй звук из чисто магнонного в области I переходит в чисто фононный в области II. В переходной области III

$$v \propto \exp \left\{ g \sqrt{H \left(H + H_D \right)} \, / T \right\}.$$

Примерная зависимость v от H для АФЛП изображена на рис. 9.3 при следующих значениях параметров: $\theta_N/\theta_D = 0.2$; T = 0.13 K, $H_D = 10^4$ Э, $H_{AE} = 6 \cdot 10^4$ Э, $H_E = 10^6$ Э.

На рис. 9.4 показана качественная зависимость v от T при $\theta_N < \theta_D$. Области, отмеченные на рис. 9.3 и 9.4 римскими цифрами, идентичнысоответствующим областям на рис. 9.2.

Из рис. 9.2 ясно, что для $A\Phi Л\Pi$ в случае достаточно низких температур и при $H \ll H_E$ вклад магнонов во второй звук может быть



Рис. 9.3. Зависимость v от H в АФЛП



Рис. 9.4. Зависимость скорости второго звука от температуры в АФ вдали от ОФП. Верхняя штриховая горизонтальная прямая соответствует фононному, а нижняя штриховая кривая — магнонному второму звуку. Второй звук в областях: І — магнонный, II — фононный (не зависящий от температуры), III — фонон-магнонный

обнаружен только при малых значениях θ_N/θ_D , не превышающих 0,5. Для чисто магнонного второго звука

$$\gamma_s = \frac{1}{2} \tau_{v1}^{-1}. \tag{9.4.24}$$

Б. Сильные магнитные поля $H \ll H_E$. В этом случае основной вклад в рассматриваемое явление вносит низкочастотная ветвь спиновых колебаний

$$\varepsilon_k = \sqrt{\theta^2 (ak)^2 + \varepsilon_0^2}, \qquad (9.4.25)$$

где

$$\theta = \theta_N \sqrt{1 - (H/H_E)^2}, \quad \varepsilon_0 = g H_{AE} \sqrt{1 - (H/H_E)^2}.$$
 (9.4.26)

Спиновые параметры для этого случая можно определить по формулам (9.4.13), (9.4.14) при i = 1 и замене θ_N на θ ; величина

$$X_1 \equiv X = \frac{\varepsilon_0}{T}.\tag{9.4.27}$$

1. При $X \ll 1$ ($T \gg \varepsilon_0$):

$$v = \frac{1}{\sqrt{3}} a\theta \sqrt{\frac{1+3(\theta/\theta_D)^3}{1+3(\theta/\theta_D)^5}}.$$
 (9.4.28)

В изолированной магнонной системе

$$v_s = \frac{1}{3}a\theta, \quad \gamma = \frac{1}{2}\tau_{v1}^{-1}.$$
 (9.4.29)

2. При $X \gg 1$ ($T \ll \varepsilon_0$) скорость v определяется выражением (9.4.20) при замене $\theta_N \to \theta$, $X_1 \to X$. Области I на рис. 9.2 (при той же замене) будет соответствовать

$$\upsilon = \upsilon_s = a\theta_N \left(1 - H^2/H_E^2\right)^{1/4} \sqrt{\frac{T}{gH_{AE}}} \left(\theta/\theta_D < y_1^{1/3}\right).$$
(9.4.30)

Мы видим, что в сильных магнитных полях появляется принципиальная возможность обнаружения магнонного вклада во второй звук в АФЛП с любым значением θ_N/θ_D , даже при $\theta_N/\theta_D \ge 1$. Декремент затухания определяется по (9.4.29).

9.4.3. Второй магнонный звук в легкоосных антиферромагнетиках

Известно, что АФЛО в зависимости от величины приложенного магнитного поля (вдоль легкой оси) могут находиться в трех фазовых состояниях, которые мы далее и рассмотрим.

А. Антипараллельная фаза ($0 \leq H < H_{AE}$). В этом случае

$$\varepsilon_{1,2k} = \sqrt{\theta_N^2 (ak)^2 + g^2 H_{AE}^2} \mp gH.$$
 (9.4.31)

При $T \gg gH_{AE}$ имеем ту же картину, что и в случае АФЛП величины v, v_s и γ_s определяются по (9.4.16) и (9.4.17). При условии $gH \ll T \ll gH_{AE}$ скорость v определяется выражением (9.4.20), в котором $X_1 \to X_0 = gH_{AE}/T$. При условии же $gH \sim T \ll gH_{AE}$ аналогичная замена в (9.4.20) выглядит как $y_i(X_1) \to y_i(X_0) \operatorname{ch}(gH/T)$. Качественная картина в этих двух последних ситуациях не отличается от случая 3 в АФЛП (при $H \ll H_E$). В частности, области I на рис. 9.2 соответствует

$$\upsilon = \upsilon_s = a\theta_N \sqrt{\frac{T}{gH_{AE}}} \,. \tag{9.4.32}$$

Рассмотрим далее случай низких температур и полей H, близких к H_{AE} , когда имеет место условие

$$g(H_{AE} - H) \ll T \ll gH_{AE}.$$
 (9.4.33)

Скорость v принимает при этом вид

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{3}} a\theta_N \frac{2Z_1 (X_0) + (\theta_N/\theta_D)^3}{\sqrt{\left[Z_2 (X_0) + (\theta_N/\theta_D)^5\right] \left[Z_1 (X_0) + (\theta_N/\theta_D)^3\right]}},$$
(9.4.34)

где

$$Z_1(X) = \frac{75\zeta(5/2)}{2(2\pi)^{7/2}} X^{3/2}, \quad Z_2(X) = \frac{30\zeta(3/2)}{2(2\pi)^{7/2}} X^{5/2}.$$
 (9.4.35)

Границы областей существования магнонного и фононного второго звука показаны на рис. 9.5. При условии $T \ll g H_{AE} (\theta_D / \theta_N)^2$, которое следует из неравенства $(\theta_N / \theta_D)^3 \ll Z_1 (X_0)$ (область I на рис. 9.5),



Рис. 9.5. Границы областей существования магнонного и фононного второго звука в АФЛО при низких температурах и полях, близких к полю ОФП H_{AE}

Если же $T > gH_{AE} (\theta_D/\theta_N)^2$, $[(\theta_N/\theta_D)^5 \gg Z_2 (X_0)]$, что может иметь место, как видно из сравнения данного неравенства с неравенством (9.4.33), только при условии $\theta_D^2 \ll \theta_N^2$, то второй звук будет носить чисто фононный характер (см. (9.4.23), область II на рис. 9.5). В переходной области III v изменяется с температурой степенным образом. В рассматриваемом случае область существования магнонного второго звука сильно расширяется: он может наблюдаться при любых значениях θ_N/θ_D вплоть до $\theta_N/\theta_D \gg 1$.

Б. Фаза «захлопывания» магнитных моментов ($H_{AE} < H < H_E$).

В этой фазе безактивационная ветвь

$$\varepsilon_{1k} = \sqrt{\theta^2 (ak)^2 + \theta_c^2 (H) (ak)^4},$$
 (9.4.37)

где $\theta_D \sim \theta_N$ и в отличие от θ остается конечной при $H = H_E$. В полях, близких к полю ОФП H_{AE} , наступает вырождение ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$), и все ветви вносят одинаковый вклад в v. В этом случае [$T \gg g(H - H_{AE})$] величины v, v_s и γ определяются по (9.4.16) и (9.4.17). Из сравнения выражений для v слева и справа от точки $H = H_{AE}$ (формулы (9.4.36) и (9.4.16)) видно, что в точке фазового перехода первого рода при достаточно низких температурах должен наблюдаться скачок скорости второго звука Δv (см. рис. 9.6). (Как будет показано ниже, при последовательном учете МУ взаимодействия при подходе к ОФП со стороны любой фазы в теоретическом пределе при $T \to 0$ скорость второго звука $v \to 0$.)



Рис. 9.6. Зависимость v от H в АФЛО в случае $\theta_N < \theta_D$. При $T \ll \mu H_{AE}$ – сплошная кривая; при $T \gg \mu H_{AE}$ для антипараллельной фазы — пунктирная кривая, для других фаз — сплошная кривая

При условиях $\theta_N < \theta_D$ и $T \ll gH_{AE}$:

$$\Delta \upsilon = \frac{a\theta_N}{\sqrt{3}} \left[1 - \sqrt{\frac{5\zeta(5/2)}{\zeta(3/2)} \cdot \frac{T}{gH_{AE}}} \right]. \tag{9.4.38}$$

Если же $\theta_N > \theta_D$ и $T \ll q H_{AE} \left(\theta_D / \theta_N \right)^2$, то

$$\Delta \upsilon = \frac{a\theta_D}{\sqrt{3}} \left[1 - \frac{\theta_N}{\theta_D} \sqrt{\frac{5\zeta(5/2)}{\zeta(3/2)} \cdot \frac{T}{gH_{AE}}} \right].$$
(9.4.39)

При высоких температурах ($T \gg g H_{AE}$, когда $\theta_N < \theta_D$, или $T \gg g H_{AE} (\theta_D/\theta_N)^2$, когда $\theta_N > \theta_D$) особенность в скорости второго звука в точке $H = H_{AE}$ будет отсутствовать.

В полях $H \simeq H_E$ выражения для v, v_s и γ_s совпадают с приведенными в (9.4.28), (9.4.29). Случай $H = H_E$ полностью идентичен случаю ФМ в поле H = 0 (см., например, [16]): при $T \ll \theta_D^2/\theta_N$ скорость $v \sim a\sqrt{\theta_N T}$.



Рис. 9.7. Зависимость v от H в АФЛО при $\theta_N > \theta_D$ и $T \ll \mu H_{AE} \left(\theta_D / \theta_N \right)^2$

В. Ферромагнитная фаза $(H > H_E)$. Если H превышает поле H_E , то АФМ переходит в фазу с ФМ упорядочением. Зависимость v от T и H в этой фазе не отличается от аналогичной зависимости v в ФМ. С увеличением H скорость v при $T \ll \theta_D^2/\theta_N$ будет изменяться от v_s до v_l , приближаясь к v_l по экспоненциальному закону: $\exp[-g(H - H_E)/T]$.

Схематически зависимость v от H для АФЛО изображена на рис. 9.6 и 9.7.

9.4.4. Второй звук в окрестности спиновой переориентации

Вдали от ОФП все фононные параметры (9.4.6) имеют одинаковую зависимость от T (~ T^3) (см. (9.4.11)). Поэтому, согласно (9.4.10), скорость v_l фононного второго звука и его затухание γ_l (или в другом виде: $\Gamma_l \sim \gamma_l/v_l$) оказываются независящими от T. Как будет показано, с приближением к ОФП такая зависимость для v_l и Γ_l появляется.

А. Легкоплоскостной ферромагнетик. Вблизи ОФП, как уже известно, наиболее сильно взаимодействуют спиновые волны с энергией $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \left[\theta_c^2(ak)^2 + g^2 H_A \left(H + H_{\mathrm{MY}} + 4\pi M_0 \kappa_y^2\right)\right]^{1/2}$ и поперечный звук с поляризацией (9.1.5) и законом дисперсии вида (9.1.6) (в параметре МУ связи которого следует заменить $\varepsilon_{1\mathbf{k}}$ на $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ и принять $\varepsilon_{\mathrm{MY}} = g \sqrt{H_A H_{\mathrm{MY}}}$). Мы опять рассматриваем область вблизи ОФП

по полю $H < H_{\rm My}$. Со значения поля $H \sim H_{\rm My}$, при его уменьшении начинается искажение линейного изотропного закона дисперсии фононов (они «переходят» в квазифононы). На основании (9.4.6), (9.1.6) в предположении, что $\eta = H_{\rm My}/4\pi M_0 \ll 1$, получаем в окрестности ОФП следующую температурную и полевую зависимости квазифононной теплоемкости ФЛП:

$$C_{\kappa\phi} = \begin{cases} \frac{2\pi^2}{15} \left(\frac{2}{s_t^3} + \frac{1}{s_t^3}\right) T_0^3 t^3, \quad t \gg \eta \text{ или } h \gg \eta, \\ \frac{5}{4\pi^3} \Gamma(7/2) \zeta(7/2) \eta^{1/2} (T_0/s_t)^3 t^{5/2}, \quad h \ll t \ll \eta, \\ \frac{5}{4\pi^3} \Gamma(4) \zeta(4) \eta^{1/2} (T_0/s_t)^3 t^3 h^{-1/2}, \quad t \ll h \ll \eta, \end{cases}$$
(9.4.40)

где $t = T/T_0$, $h = H/H_{\rm MY}$, $T_0 = \varepsilon_{\rm MY}\theta_D/\theta_c$. Так же как и в АФЛП (9.1.12), при малых T вблизи ОФП $C_{\rm K\phi}$ существенно возрастает и изменяет свою температурную зависимость: обычный закон T^3 заменяется на $T^{5/2}$. Аналогичным образом получаются остальные фононные параметры (9.4.6), также с измененными температурными зависимостями по сравнению с теми, что имеют место вдали от точки ОФП. Так, например, при низких температурах $a_{xx} \sim b_{yy} \sim b_{zz} \sim d_{yy} \sim d_{zz} \propto T^{5/2}$, а $b_{xx} \sim d_{xx} \sim T^{3/2}$.

Решение системы (9.4.4) дает следующие результаты для скорости v_l и затухания Γ_l второго фононного звука [285].

а) При $\mathbf{q} \| \mathbf{x}$

$$v_{l} = \frac{s_{t}}{\sqrt{3}} \begin{cases} t^{1/2}, & h \ll t \ll \eta, \\ h^{1/2}, & t \ll h \ll \eta, \\ \eta^{-1/4} t^{3/4}, & \eta \ll t \ll \eta^{1/3}, & h \ll t, \\ \eta^{-1/4} h^{3/4}, & \eta \ll h \ll \eta^{1/3}, & t \ll h. \end{cases}$$
(9.4.41)

Затухание Γ_l при этом определяется как

$$\Gamma_l = \frac{1}{2\sqrt{3}} \tau_{U1}^{-1} v_l^{-1}. \tag{9.4.42}$$

В случае $t \gg \eta^{1/3}$ или $h \gg \eta^{1/3}$ имеем

$$v_l^2 = \frac{1}{3} \frac{s_l^{-3} + 2s_t^{-3}}{s_l^{-5} + 2s_t^{-5}}, \quad \Gamma_l = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \tau_{Uj}^{-1} s_j^{-1}, \quad (9.4.43)$$

т. е. выражения для обычного фононного второго звука.

б) При **q**∥у

$$\upsilon_{l} = \frac{s_{t}}{\sqrt{3}} \begin{cases} \eta^{-1} t^{1/2}, & h \ll t \ll \eta^{3}, \\ \eta^{-1} h^{1/2}, & t \ll h \ll \eta^{3}, \\ \eta^{-1/4} t^{1/4}, & \eta^{3} \ll t \ll \eta, & h \ll t, \\ \eta^{-1/4} h^{1/4}, & \eta^{3} \ll h \ll \eta, & t \ll h. \end{cases}$$
(9.4.44)

в) При q||z

$$\upsilon_l = \frac{s_t}{\sqrt{3}} \begin{cases} \eta^{-1/2} t^{1/2}, & h \ll t \ll \eta, \\ \eta^{-1/2} h^{1/2}, & t \ll h \ll \eta. \end{cases}$$
(9.4.45)

В случаях б) и в) при $t \ll \eta$ и $h \ll \eta$ величина Γ_l определяется по (9.4.42), а при $t \gg \eta$ или $h \gg \eta$ υ_l и Γ_l выражаются формулами (9.4.43).

Из полученных результатов видно, что второй звук в области ОФП $H < H_{MY}$ при $T < \varepsilon_{MY}$ ($\theta_D > \theta_C$) или $T < T_0$ ($\theta_D < \theta_C$) является в основном квазифононным. Скорость v_l при приближении к точке ОФП заметно уменьшается, причем так, что в самой точке перехода H = 0 при T = 0 обращается в нуль. Затухание второго звука в области ОФП, естественно, возрастает. Из-за дипольного взаимодействия уменьшение v_l вдоль **х** выражено более резко, чем для других направлений.

В редкоземельных ФМ с гигантской магнитострикцией поле H_{MY} может превосходить поле размагничивания $4\pi M_0$ и, стало быть, магнитодипольное взаимодействие не будет существенно ухудшать ситуацию для наблюдения рассматриваемых особенностей v_l и Γ_l . Для таких ФЛП v_l и Γ_l в любом из рассмотренных направлений определяются по (9.4.45) и (9.4.42) с $\eta = 1$.

Более подробно анализ данных результатов проведем вместе с обсуждением результатов для АФЛП.

Б. Легкоплоскостной антиферромагнетик. Напомним, что в АФЛП вблизи ОФП наиболее сильно взаимодействуют СВ с энергией $\varepsilon_{1\mathbf{k}} \equiv \Xi \Omega_{4\mathbf{k}} = \left\{ \theta_N^2 (ak)^2 + g^2 \left[2H_E H_{MY} + H \left(H + H_D \right) \right] \right\}^{1/2}$ и поперечный звук, определяемый формулами (9.1.6) и (9.1.7). Мы рассматриваем область вблизи ОФП по полю $H < \widetilde{H}_{MY} = -H_D/2 + \left[\left(H_D/2 \right)^2 + 2H_E H_{MY} \right]^{1/2}$. Решая с найденными для этого случая термодинамическими параметрами систему (9.1.4), получаем выражение для скорости второго звука вдоль направлений **x** или **y** в виде

$$\upsilon_l = \frac{s_t}{\sqrt{3}} \begin{cases} t^{1/2}, & \widetilde{h} \ll t \ll 1, \\ \widetilde{h}^{1/2}, & t \ll \widetilde{h} \ll 1, \end{cases}$$
(9.4.46)

где $\tilde{h} = H/\tilde{H}_{MY}$. Затухание определяется формулой (9.4.42). При $t \gg 1$ или $\tilde{h} \gg 1 v_l$ и Γ_l выражаются по (9.4.43). Для случая $\mathbf{q} \| \mathbf{z}$ температурная и полевая зависимости и Γ_l имеют вид аналогичный (9.4.45).

На основании полученных нами результатов для второго фононного звука в области ОФП, а также результатов для магнонного второго звука, изложенных в разделах 9.4.2 и 9.4.3, представим графически на рис. 9.8 зависимость скорости второго фонон-магнонного звука в АФЛП с $\theta_D > \theta_N$ от температуры вблизи рассматриваемого ОФП.

При $T > \varepsilon_{10}(H)$ второй звук является преимущественно магнонным (область I на рис. 9.8), так как в случае $\theta_D > \theta_N$ магнонные термодинамические параметры превосходят фононные параметры (9.4.6).



Рис. 9.8. Зависимость скорости второго фонон-магнонного звука $v_{\rm II}$ от T в АФЛП $\theta_D > \theta_N$ вблизи ОФП при полях H_1 и H_2 , $H_1 < H_2 < \tilde{H}_{\rm My}$ (сплошная кривая). Верхняя штриховая горизонтальная прямая соответствует чисто фононному второму звуку, нижняя штриховая кривая $\sim T^{1/2}$ — чисто магнонному второе звуку, $T_i = T_0 H_i / \tilde{H}_{\rm My}$. Второй звук в областях: I — магнонный,

II — квазифононный, III — фонон-магнонный (переходная область)

При $T < \varepsilon_{10}(H)$ из-за наличия МУ щели в спектре спиновых волн вклад магнитной подсистемы во второй звук мал (экспоненциально мало число магнонов), и вблизи ОФП второй звук является квазифононным (область II). При $H = H_1 < \tilde{H}_{MY}$ скорость его распространения уменьшается при понижении температуры до значения $T_1 = T_0H_1/\tilde{H}_{MY}$. Ниже этой температуры скорость второго звука не зависит от T. С приближением к точке ОФП H = 0 при $T \to 0$ скорость второго звука, как и в случае ФЛП, стремится к нулю. При $T \sim \varepsilon_{10}(H)$ в области ОФП должен наблюдаться максимум скорости второго фононмагнонного звука. Изменения, происходящие с приближением системы к ОФП, хорошо видны из сравнения рис. 9.8 с рис. 9.4, на котором представлена зависимость v от T для АФЛП, находящегося вдали от ОФП.

Для АФЛП с $\theta_D < \theta_N$ второй звук при $T < T_0$ является квазифононным, а при $T > T_0$ – чисто фононным.

Качественная картина данной зависимости для ΦM в области $O\Phi\Pi$ имеет аналогичный вид.

Рассмотренные особенности второго звука должны иметь место в окрестности любых ОФП в магнитных кристаллах, например, вблизи перехода спин-флоп в АФЛО. Наиболее благоприятными магнитными кристаллами для наблюдения рассмотренных эффектов являются АФ, а также редкоземельные ФМ с гигантской магнитострикцией. Отметим, что указанный максимум на температурной зависимости v_l соответствует энергетической щели в спектре спиновых волн магнетика. Стало быть при измерении этой зависимости в непосредственной окрестности ОФП возникает возможность экспериментального определения величины МУ щели ε_{MY} .

9.4.5. Область существования второго звука

Следует признать, что экспериментальный материал по исследованию второго звука в твердых телах невелик. Это объясняется, в частности, тем, что область существования второго звука может быть чрезвычайно малой или даже вообще отсутствовать, в случае не выполнения условия (9.4.1).

С приближением к ОФП область (9.4.1) может изменяться, так как при этом изменяются величины τ_N и τ_U . Так по [105] для ФЛП без учета дипольного взаимодействия вблизи ОФП при $T < T_0$ время релаксации квазифононов за счет нормальных процессов

$$\tau_N \propto \omega_0^{-1} \frac{\varepsilon_{\rm MY}}{\theta_D} \left(\frac{\theta_c}{\varepsilon_{\rm MY}}\right)^{1/2} \left(\frac{\theta_D}{T}\right)^{9/2}.$$
 (9.4.47)

Вдали же от точки ОФП при $T < T_0$ время релаксации фононов за счет обычного упругого энгармонизма определяется согласно [479] как

$$\tau_N \simeq \rho \hbar^4 v^{-5} T^{-5}.$$
 (9.4.48)

Сравнение обратных времен релаксации (средних коэффициентов затухания) КФ (9.4.47) и фононов (9.4.48) показывает, что при $T < T_0$ первые превосходят последние.

Времена релаксации фононов за счет процессов переброса τv как вдали, так и вблизи ОФП примерно одинаковы. Это связано с тем, что в таких процессах участвуют коротковолновые дебаевские фононы и предельные магноны.

В силу того, что для КФ τ_N^{-1} по мере приближения к ОФП возрастает, а τ_U^{-1} при этом остается практически неизменным, область существования второго звука по частоте будет расширяться. Это обстоятельство должно благоприятствовать экспериментальному обнаружению волн второго фонон-магнонного звука в магнитоупорядоченных кристаллах. Так как известно [105], что релаксация квазифононов в АФЛП происходит аналогично релаксации в ФЛП, то частотная область существования волн второго звука в АФЛП также должна расширяться.

Приведем выражение для отношения ширины области существования квазифононного второго звука к ширине области существования фононного второго звука в зависимости от температуры:

$$\frac{\Delta\omega_{\mathrm{II,K\varphi}}}{\Delta\omega_{\mathrm{II,\varphi}}} = \begin{cases} \left(T_0/T\right)^{1/2}, & H/\widetilde{H}_{\mathrm{My}} \ll T/T_0 \ll 1, \\ \left(\widetilde{H}_{\mathrm{My}}/H\right)^{1/2}, & T/T_0 \ll H/\widetilde{H}_{\mathrm{My}} \ll 1. \end{cases}$$
(9.4.49)



Рис. 9.9. Расширение частотной области существования второго звука с приближением к точке ОФП по магнитному полю в АФЛП с $\theta_D > \theta_N$; $H_1 < H_2 < \widetilde{H}_{My}$

На рис. 9.9 такая зависимость для АФЛП с $\theta_D > \theta_H$ представлена графически, откуда видно, что при определенном поле $H = H_1 < \widetilde{H}_{MY}$ область существования второго звука при уменьшении T от $T \sim T_0$ до $T_1 = T_0 H_1 / \widetilde{H}_{MY}$ резко возрастает, а затем остается неизменной.

9.5. Процессы теплопроводности вблизи ориентационных переходов

В магнитоупорядоченных кристаллах в теплопроводности принимают участие как элементарные возбуждения кристаллической решетки — фононы, так и элементарные возбуждения магнитной подсистемы — магноны [1,16,540–542]. При этом в различных температурных и полевых диапазонах преобладает один из этих двух типов носителей теплопереноса [16].

Известно [479, 537], что нормальные процессы сами по себе не могут обеспечить конечной теплопроводности. Таковую могут обеспечить только процессы, связанные с несохранением квазиимпульса квазичастиц при соударениях. В немагнитном диэлектрике ниже температуры Дебая существенен вклад в теплопроводность процессов переброса. При дальнейшем понижении температуры кристалла существенным становится механизм рассеяния фононов на дефектах и дислокациях, а затем значительную роль играют процессы рассеяния фононов на границах образца [479]. Следует заметить, что сравнение теории с имеющимися экспериментами дает, как правило, лишь качественное согласие. Это объясняется сложностью построения строгой количественной теории кинетических явлений в твердых телах. Тем не менее качественной теории кинетических явлений уделяется достаточно большое внимание, так как она позволяет объяснить основные механизмы таких процессов в твердых телах.

Магнонный вклад в теплопроводность магнитных диэлектриков наблюдался экспериментально [543, 544]. Наиболее четко такой вклад обнаруживается в окрестности ОФП. Объясняется это тем, что из-за большой энергии активации магнонов вдали от ОФП возбуждено лишь малое их число и потому переносят тепло в основном фононы. С приближением к ОФП июль в спектре спиновых волн уменьшается до МУ щели. Число возбужденных магнонов возрастает, и они дают заметный вклад в теплопроводность кристалла. В эксперименте [544] это наблюдается в виде аномалий теплопроводности в точках температурного ОФП. При включении магнитного поля определенной величины и направления аномалии теплопроводности исчезали. Тем самым был доказан вклад магнонов в теплопроводность магнетика вблизи ОФП.

При температурах $T < \varepsilon_{My}$ в термодинамические и кинетические эффекты в области ОФП существенный вклад должны давать квазифононы [279, 280, 285]. В данном разделе исследуется теплопроводность ФЛП и АФЛП в области ОФП при температурах $T < \varepsilon_{My}$, когда квазифононы могут быть тепловыми (когда их энергия порядка T) и вносить определяющий вклад в теплопроводность кристалла [279, 286]. Рассматриваются два механизма теплопроводности: за счет процессов переброса и рассеяния квазичастиц на точечных дефектах.

При исследовании процессов рассеяния КФ на дефектах делается предположение, что длина волны теплового КФ намного превосходит размеры характерных дефектов и одновременно намного меньше среднего расстояния между дефектами. Например, при концентрации дефектов $n_d/n \sim 10^{-9}$ среднее расстояние меда ними $d \sim 1$ мкм. Температура, соответствующая тепловому фонону с такой длиной волны, $T_{\phi} \simeq 10^{-2}$ К. Следовательно при $T \ge T_{\phi}$ длина волны теплового фонона будет меньше среднего расстояния между дефектами. Принятое предположение позволяет существенно упростить рассматриваемую задачу: при расчетах процессов рассеяния и фонон-магнонной теплопроводности можно рассматривать только один изолированный дефект кристаллической решетки, полагая окончательный результат аддитивным по всем дефектами.

Как уже отмечалось, характерные значения T_0 для магнетиков — 0,1–10 К. Длины волн тепловых фононов при таких температурах составляют сотни и тысячи межатомных расстояний. С понижением температуры длина волны теплового КФ возрастает. Поэтому при расчетах затухания и теплопроводности в указанных температурных областях и вблизи ОФП даже достаточно крупные дефекты, какими являются различные типы дислокаций, включений инородного вещества и т.д., могут считаться точечным.

Для того чтобы определить коэффициенты фонон-магнонной теплопроводности магнетика необходимо воспользоваться кинетическими уравнениями для фононов и магнонов (9.4.2). Решая их, мы найдем зависимость между потоком тепла и градиентом температуры. Согласно закону Фурье, найденные коэффициенты пропорциональности и есть искомые коэффициенты фонон-магнонной теплопроводности.

Расчет, аналогичный изложенному в [16, 479], но для анизотропного случая, дает следующее выражение для коэффициентов фононмагнонной теплопроводности:

$$\kappa_{\alpha,\beta} = -\frac{1}{T^2} \sum_{i,j} \int d\xi_{\mathbf{k}} \left\{ \Omega_j \frac{\partial \Omega_j}{\partial k_\alpha} N_j^{(0)} \left(N_j^{(0)} + 1 \right) \left(\widehat{I}_{\phi M,j}^{-1} \widehat{I}_{\phi,j} - \widehat{I}_{\phi,i}^{-1} \widehat{I}_{\phi M,i} \right)^{-1} \times \left[\widehat{I}_{\phi M,j}^{-1} N_j^{(0)} \left(N_j^{(0)} + 1 \right) \Omega_j \frac{\partial \Omega_j}{\partial k_\beta} - \widehat{I}_{M,i}^{-1} n_i^{(0)} \left(n_i^{(0)} + 1 \right) \varepsilon_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial k_\beta} \right] + \varepsilon_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial k_\alpha} n_i^{(0)} \left(n_i^{(0)} + 1 \right) \left(\widehat{I}_{\phi,j}^{-1} \widehat{I}_{\phi M,j} - \widehat{I}_{\phi M,i}^{-1} \widehat{I}_{M,i} \right)^{-1} \times \left[\widehat{I}_{\phi,j}^{-1} N_j^{(0)} \left(N_j^{(0)} + 1 \right) \Omega_j \frac{\partial \Omega_j}{\partial k_\beta} - \widehat{I}_{\phi M,i}^{-1} n_i^{(0)} \left(n_i^{(0)} + 1 \right) \varepsilon_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial k_\beta} \right] \right\}. \quad (9.5.1)$$

Здесь I_{ϕ} , $I_{\phi M}$, I_{M} — линеаризованные интегралы фонон-фононных, фонон-магнонных и магнон-магнонных столкновений, $d\xi_{\mathbf{k}} = dk_{x}dk_{y}dk_{z}/(2\pi\hbar)^{3}$ — плотность состояний квазичастиц.

Для того, чтобы воспользоваться этим выражением для конкретных расчетов коэффициентов теплопроводности ФЛП и АФЛП вблизи ОФП по магнитному полю, приложенному в базисной (легкой) плоскости кристалла, необходимо знать законы дисперсии КФ $\Omega_j(\mathbf{k})$ (см., например, (1.1.20)) и КМ $\varepsilon_i(\mathbf{k})$ (см. раздел 6.1), а также интегралы столкновений квазичастиц. В приближении времен релаксации [16, 479] для интегралов столкновений справедливы следующие соотношения

$$I_j^{-1}N_j^{(1)} = \gamma_j^{-1}(\mathbf{k}), \quad I_i^{-1}n_i^{(1)} = \gamma_i^{-1}(\mathbf{k}), \tag{9.5.2}$$

где $\gamma(\mathbf{k})$ — коэффициенты затухания квазичастиц.

Коэффициенты затухания КФ и КМ, обусловленные процессами переброса и рассеяния на дефектах, можно рассчитать, исходя из выражений гамильтониана, учитывающих такие процессы. Результаты расчета коэффициентов затухания квазифононов, обусловленных нормальными процессами, а также их времен релаксации представлены в главе 6 [105, 106].

Так как основной вклад в теплопроводность кристаллов, как правило, обусловлен тепловыми квазичастицами, то согласно проведенным выше оценкам, для расчета теплопроводности можно воспользоваться моделью точечных дефектов, и рассматривать рассеяние квазифононов на одиночном дефекте независимо от остальных дефектов. Конечный результат получается суммированным по всем дефектам [479]. Точечный дефект в магнитном кристалле приводит к локальному изменению силовых констант в месте своего нахождения. Локально изменяется кинетическая и потенциальная энергии упругой решетки, а также МУ энергия. Все это сказывается на затухании квазифононов. Изменяется и магнитная энергия, но в области ОФП при температурах $T < T_0$ ее локальное изменение не сказывается на процессах теплопроводности, так как при этом мало число возбужденных магнонов.

Квадратичная часть потенциальной энергии атома в решетке может быть записана согласно [479] в виде

$$u_2 = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{n}\mathbf{n}'} \sum_{\gamma\gamma'} A_{\gamma\gamma'}^{\mathbf{n}\mathbf{n}'} R_{\mathbf{n}\gamma} R_{\mathbf{n}'\gamma'}, \qquad (9.5.3)$$

где $A_{\gamma\gamma'}^{\mathbf{nn}'}$ — силовые постоянные, характеризующие взаимодействия между атомами решетки; $R_{\mathbf{n}\gamma} \equiv R_{\mathbf{n}pi}$ — *i*-компонента смещения из положения равновесия *p*-го атома в *n*-й элементарной ячейке. Здесь и в дальнейшем для наиболее компактной записи совокупность пары индексов *p* и *i* обозначаем одной буквой γ .

Изменение кинетической энергии решетки из-за наличия дефекта можно представить как [479]

$$\Delta \varepsilon_{\text{\tiny KUH}} = \frac{1}{2} \sum_{n_0} \Delta M_{n_0} \dot{\mathbf{R}}_{n_0}^2, \qquad (9.5.4)$$

где ΔM_{n_0} — разность масс атома кристаллической решетки и заместившего его атома дефекта, R_{n_0} — координаты атома дефекта, n_0 нумерует все дефекты рассматриваемого образца.

Вблизи дефекта помимо локального изменения упругой энергии кристалла подобное изменение испытывает и МУ энергия:

$$\Delta E_{\rm MY} = \sum_{n_0} \Delta b_{n_0} L_i L_k u_{ik}, \qquad (9.5.5)$$

где Δb_{n_0} — изменение константы МУ связи в (6.1.4) из-за наличия дефекта в решетке. Данное выражение приведено для случая АФЛП. В случае ФЛП в (9.5.5) необходимо заменить **L** на **M**.

Воспользовавшись выражениями (6.1.10) и (6.1.13) для квантования вектора упругого смещения и магнитных моментов, (9.5.3)–(9.5.5) приобретают следующий вид:

$$u_{2} = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2}} \sum_{j_{1},j_{2}} D'\left(\mathbf{k}_{1},j_{1};\mathbf{k}_{2},j_{2}\right) \left(b_{\mathbf{k}_{1},j_{1}}+b_{-\mathbf{k}_{1},j_{1}}^{+}\right) \left(b_{-\mathbf{k}_{2},j_{2}}+b_{\mathbf{k}_{2},j_{2}}^{+}\right);$$
(9.5.6)

$$\Delta \varepsilon_{\text{кин}} = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} \sum_{j_1, j_2} D'' \left(\mathbf{k}_1, j_1; \mathbf{k}_2, j_2 \right) \left(b_{\mathbf{k}_1, j_1} - b_{-\mathbf{k}_1, j_1}^+ \right) \left(b_{-\mathbf{k}_2, j_2} - b_{\mathbf{k}_2, j_2}^+ \right);$$
(9.5.7)

$$\Delta E_{\text{MY}} = \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \sum_{i,j,n_0} \left[\Delta \varphi_{n_0 i j \mathbf{k} \mathbf{k}'} a_{\mathbf{k} i} \left(b_{\mathbf{k}',j}^+ - b_{-\mathbf{k}',j} \right) + \mathfrak{s.c.} \right], \tag{9.5.8}$$

где

$$D'(\mathbf{k}_{1}, j_{1}; \mathbf{k}_{2}, j_{2}) = \frac{\hbar}{4\rho} \frac{1}{\sqrt{\Omega_{1}\Omega_{2}}} \sum_{\gamma_{1}, \gamma_{2}} e_{\gamma_{1}}(\mathbf{k}_{1}, j_{1}) e_{\gamma_{2}}^{*}(\mathbf{k}_{2}, j_{2}) \times \\ \times \sum_{\mathbf{n}_{1}\mathbf{n}_{2}} \Delta A_{\gamma_{1}\gamma_{2}}^{\mathbf{n}_{1}\mathbf{n}_{2}}(\mathbf{k}_{1}\mathbf{a}_{n_{1}}) (\mathbf{k}_{2}\mathbf{a}_{n_{2}});$$
$$D''(\mathbf{k}_{1}, j_{1}; \mathbf{k}_{2}, j_{2}) = -\frac{\hbar}{4\rho} \mathbf{e}_{p_{0}}(\mathbf{k}_{1}, j_{1}) \mathbf{e}_{p_{0}}^{*}(\mathbf{k}_{2}, j_{2}) \sqrt{\Omega_{1}\Omega_{2}} \times \\ \times \Delta M_{\mathbf{n}_{0}p_{0}} e^{i(\mathbf{k}_{1} - \mathbf{k}_{2})\mathbf{a}_{\mathbf{n}_{0}}}.$$

Здесь $\Delta \varphi$ — изменение в φ (6.1.12) также за счет наличия дефекта.

Как известно, вблизи ФП происходит существенное смягчение фононов, и здесь уже следует говорить о квазифононах. Для того, чтобы получить требуемое выражение для вероятности переходов из состояния (\mathbf{k}_1, j_1) в состояние (\mathbf{k}_2, j_2) необходимо в (9.5.6)–(9.5.8) перейти к нормальным МУ модам магнитного кристалла (см. гл. 6). При этом следует учесть, что наиболее эффективно, например в АФМ, взаимодействуют поперечный звук ветви $\Omega_{1\mathbf{k}} = \omega_{t\mathbf{k}} (1 - \zeta_{1\mathbf{k}})^{1/2}$ и низкочастотная ветвь спиновых волн $\Omega_{4\mathbf{k}} \simeq \varepsilon_{1\mathbf{k}} = \left[\theta_N^2 (ak)^2 + \varepsilon_M^2 + \varepsilon_{MY}^2\right]^{1/2}$. В этом случае с помощью *u-v*-преобразования (6.1.17), (6.1.19)– (6.1.21) из (9.5.6)–(9.5.8) получаем для амплитуд рассеяния квазифононов следующие выражения:

$$D'(\mathbf{k}, j; \mathbf{k}', j') = \frac{\hbar}{4\rho} \frac{1}{\sqrt{\Omega_{1k}\Omega_{1k'}}} \sum_{\gamma\gamma'} \mathbf{e}_{\gamma}(\mathbf{k}, j) \mathbf{e}_{\gamma}^{*}(\mathbf{k}', j') \times \qquad (9.5.9)$$

$$\times \sum_{\mathbf{nn'}} \Delta A_{\gamma\gamma'}^{\mathbf{nn'}}(\mathbf{ka_n}) (\mathbf{ka_{n'}}) \left(\frac{\omega_{t\mathbf{k}}\omega_{t\mathbf{k}'}}{\Omega_{1\mathbf{k}}\Omega_{1\mathbf{k}'}}\right)^{1/2} \frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}}\varepsilon_{1\mathbf{k}'}}{\Omega_{4\mathbf{k}}\Omega_{4\mathbf{k}'}},$$

$$D''(\mathbf{k}, j; \mathbf{k}', j') = -\frac{\hbar}{4\rho} \mathbf{e}_{p_0}(\mathbf{k}, j) \mathbf{e}_{p_0}(\mathbf{k}', j') \sqrt{\Omega_{1\mathbf{k}}\Omega_{1\mathbf{k}'}} \Delta M_{n_0p_0} \times \qquad (9.5.10)$$

$$\times e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{a}_{n_0}} \left(\frac{\omega_{t\mathbf{k}}\omega_{t\mathbf{k}'}}{\Omega_{1\mathbf{k}}\Omega_{1\mathbf{k}'}}\right)^{1/2} \frac{\varepsilon_{1\mathbf{k}}\varepsilon_{1\mathbf{k}'}}{\Omega_{4\mathbf{k}}\Omega_{4\mathbf{k}'}}.$$

При рассеянии квазичастиц на дефектах происходит изменение не только их волновых векторов, но и поляризаций. При этом частота сохраняется. Вероятность перехода фонона из состояния (\mathbf{k} , j) в состояние (\mathbf{k}' , j') в первом борновском приближении имеет вид [461]

$$\omega_0(N, N' \to N-1, N'+1) = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{1}{V^2} \left(D'^2 + D''^2 \right) \delta(\Omega - \Omega') N(N'+1).$$
(9.5.11)

Проведем расчет коэффициентов затухания фононов, обусловленных процессами рассеяния их на дефектах. Коэффициент затухания фононов (\mathbf{k}, j) определяется согласно выражению

$$\gamma(\mathbf{k}, j) = \int d\xi_{\mathbf{k}', j'}, \omega_0(\mathbf{k}, j; \mathbf{k}', j').$$
(9.5.12)

Здесь интегрирование вероятности рассеяния фононов данной поляризации и волнового вектора проводится по всему фазовому пространству рассеиваемых фононов.

Отметим, что процессы рассеяния квазифонона в квазимагнон при $\omega < \varepsilon_{10}$ из-за закона сохранения энергии запрещены.

Для квазифонона Ω_{1k} оказываются возможными следующие процессы рассеяния: в квазифонон $(T_1 \to T_1)$, в поперечный фонон второй ветви $(T_1 \to T_2)$ и в продольный фонон $(T_1 \to L)$. Естественно, имеют место и обратные процессы, а также процессы с участием обычных фононов (слабо искаженных МУ взаимодействием): $T_2 \to T_2, T_2 \to L$, $\dot{L}
ightarrow L.$ Для коэффициентов затухания (их безразмерной величины $\widetilde{\gamma}$ таких фононов известный результат [20] имеет вид

$$\widetilde{\gamma}(\mathbf{k}) \propto \left(\frac{\Omega}{\Omega_D}\right)^4.$$
 (9.5.13)

Рассмотрим вначале процессы типа поперечных фононов $T_1 \rightarrow T_1$. Для поперечных фононов $\Omega_{1\mathbf{k}}$ могут быть использованы следующие три аппроксимации спектра:

I — квадратичная,
$$\Omega_{1k} \simeq \frac{s_t \theta_N}{\varepsilon_{My}} ak^2$$
 в области $H/\widetilde{H}_{My} \ll T/T_0 \ll 1;$

II — квазилинейная, $\Omega_{1k} \simeq s_t k \left(\frac{\varepsilon_M^2}{\varepsilon_{MN}^2 + \varepsilon_M^2} \right)^{1/2}$, в области $T/T_0 \ll$ $\ll H/\widetilde{H}_{MY} \ll 1;$

III — линейная, $\Omega_{1k} \simeq s_t k$, в областях $T \gg T_0$ или $H \gg \widetilde{H}_{MY}$.

Соответственно этому и квазифононы подразделяем условно на три группы. Очевидно, что квазифононы последней группы являются обычными фононами. Процесс $T_1 \to T_1$ может быть представлен как результат следующих процессов $T_1^I \to T_1^I$, $T_1^I \to T_1^{II}$, $T_1^I \to T_1^{III}$, $T_1^{II} \to T_1^{III}$, $T_1^{II} \to T_1^I$, $T_1^{II} \to T_1^I$, $T_1^{III} \to T_1^I$, $T_1^{III} \to T_1^I$, $T_1^{III} \to T_1^{III}$, $T_1^{III} \to T_1^{III}$.

Процесс $T_1^{III} \to T_1^{III}$ рассеяния поперечного фонона в поперечный фонон изучался ранее [479] — для коэффициента затухания справедлива формула Рэлея (9.5.13). Коэффициенты затухания для процессов $T_1^{II} \to T_1^{II}$, $T_1^{II} \to T_1^{III}$, $T_1^{III} \to T_1^{III}$, $T_1^{III} \to T_1^{III}$ имеют аналогичную частотную зависимость, что обусловлено линейным законом дисперсии участвующих в таких процессах фононов. Коэффициенты пропорциональности при этом оказываются зависящими от величины внешнего магнитного поля.

Иначе обстоит дело с остальными процессами: $T_1^I \to T_1^I$, $T_1^I \to T_1^{II}$, $T_1^I \to T_1^{II}$, $T_1^I \to T_1^{II}$, $T_1^I \to T_1^I$, для которых следует ожидать изменения частотных зависимостей по сравнению с известным рэлеевским результатом. Из проведенного анализа видно, что из девяти возможных процессов рассеяния для фононов $\Omega_{1\mathbf{k}}$ необходимо рассчитать восемь. Отметим, что здесь для расчета теплопроводности достаточно знать коэффициенты затухания квазифононов лишь в пяти процессах. Это обусловлено тем, что теплопроводность определяется затуханием

квазичастиц интегрально, т.е. средними временами релаксации фононов и магнонов.

Приведем результаты вычислений коэффициентов затухания квазифононов для всех процессов рассеяния типа $T_1 \to T_1$ (кроме известного $T_1^{III} \to T_1^{III}$). 1) Процесс $T_1^I \to T_1^I$:

$$\widetilde{\gamma}(\mathbf{k}) \simeq \frac{\Omega_0^{3/2} \Omega^{5/2}}{\left(1 - \zeta\right)^{3/2} \Omega_D^4}; \tag{9.5.14}$$

2) $T_1^I \rightarrow T_1^{II}$:

$$\widetilde{\gamma}(\mathbf{k}) \simeq \frac{\Omega_0^{1/2} \Omega^{7/2}}{\left(1-\zeta\right)^{1/2} \Omega^4} \frac{\widetilde{H}_{\text{MV}}}{H}; \qquad (9.5.15)$$

- 3) $T_1^I \rightarrow T_1^{III}$: $\widetilde{\gamma}(\mathbf{k}) \simeq \frac{\Omega_0^{1/2} \Omega^{7/2}}{(1-\zeta)^{1/2} \Omega_D^4};$ (9.5.16)
- 4) $T_1^{II} \rightarrow T_1^{II}$:

$$\widetilde{\gamma}(\mathbf{k}) \simeq \frac{\Omega^4}{\Omega_D^4} \left(\frac{\widetilde{H}_{MY}}{H}\right)^{3/2};$$
(9.5.17)

5) $T_1^{II} \rightarrow T_1^{III}$: $\widetilde{\gamma}(\mathbf{k}) \simeq rac{\Omega^4}{\Omega_D^4} \left(rac{\widetilde{H}_{\mathrm{MY}}}{H}
ight)^{1/2}.$ (9.5.18)

Одновременно определяются и сечения рассеяния квазифононов согласно соотношению

$$\sigma(\mathbf{k}) = a^2 \widetilde{\gamma}(\mathbf{k}). \tag{9.5.19}$$

Отметим, что коэффициенты затухания фононов $\Omega_{2{f k}}$ и $\Omega_{3{f k}}$ при их рассеянии в квазифононы в принципе определяются (9.5.16) и (9.5.18). Так для процесса $T_3 \to T_1^I, T_1^{II}$ справедливы формулы (9.5.16), (9.5.18) с дополнительным множителем $(s_l/s_t)^2$, а для процесса $T_3 \to T_1^{III}$ — выражение (9.5.18) с множителем $(s_l/s_t)^2 (H/\widetilde{H}_{MY})^{1/2}$.

На рис. 9.10 представлена частотная зависимость отношения коэффициента затухания поперечных квазифононов Ω_{1k} , связанного с рассеянием на дефектах, к соответствующему коэффициенту затухания фононов (вдали от ОФП). Видно существенное возрастание затухания квазифононов ветви $\Omega_{1\mathbf{k}}$ по мере приближения к точке ОФП. Там же показана (штрих-пунктиром) аналогичная зависимость для коэффициента затухания поперечных фононов $\Omega_{2{f k}},$ которые практически не взаимодействуют со спиновой подсистемой. В силу того, что в определенном температурном и полевом диапазонах они могут рассеиваться в квазифононы, для них также имеет место возрастание затухания, но более слабое, чем для квазифононов ветки $\Omega_{1\mathbf{k}}$.

Отметим, что в суммарное затухание магнитоакустических волн, которое наблюдается в экспериментах, дают вклад также нормальные



Рис. 9.10. Частотная зависимость коэффициента затухания поперечных квазифононов Ω_{1k} , обусловленного рассеянием на дефектах, в области ОФП при $H_1 < H_2 < \widetilde{H}_{My}$; $\Omega_{1,2} = H_{1,2}\Omega_0/\widetilde{H}_{My}$. Штрих-пунктиром показана та же зависимость для поперечных фононов Ω_{2k}

процессы и процессы переброса. Выделить какой-либо один из указанных механизмов затухания магнитоакустических волн весьма трудно.

Аналогичные вычисления коэффициента затухания поперечных квазифононов, обусловленного процессами переброса, дают следующий результат:

$$\widetilde{\gamma}(\mathbf{k}) \simeq \begin{cases} \frac{\Omega^5}{\Omega_D^5} e^{\frac{\pi\theta_D}{T}}, & T \gg T_0 \quad \text{или} \quad H \gg \widetilde{H}_{\text{My}}, \\ \frac{\Omega_0^{1/2} \Omega^{9/2}}{\Omega_D^5} e^{\frac{\pi\theta_D}{T}}, & \frac{T}{T_0} \ll \frac{H}{\widetilde{H}_{\text{My}}} \ll 1, \\ \frac{\Omega^5}{\Omega_D^5} \left(\frac{\widetilde{H}_{\text{My}}}{H}\right)^{1/2} e^{\frac{\pi\theta_D}{T}}, & \frac{H}{\widetilde{H}_{\text{My}}} \ll \frac{T}{T_0} \ll 1. \end{cases}$$
(9.5.20)

Приведем также выражение для средних времен релаксации квазифононов за счет процессов переброса

$$\tau \propto \begin{cases} \frac{\theta_D^5}{T^{9/2} T_0^{1/2}} e^{-\frac{\pi \theta_D}{T}}, & \frac{T}{T_0} \ll \frac{H}{\widetilde{H}_{My}} \ll 1, \\ \frac{\theta_D^5}{T^5} \left(\frac{H}{\widetilde{H}_{My}}\right)^{1/2} e^{-\frac{\pi \theta_D}{T}}, & \frac{H}{\widetilde{H}_{My}} \ll \frac{T}{T_0} \ll 1. \end{cases}$$
(9.5.21)

Качественно температурная зависимость коэффициента затухания квазифононов за счет процессов переброса в области ОФП (для АФЛП) имеет такой же вид, как приведенная на рис. 9.10 частотная зависимость коэффициента затухания, обусловленного рассеянием квазифононов на дефектах. Однако в данном случае рост затухания квазифононов по мере приближения к ОФП идет медленнее, чем рост затухания квазифононов за счет их рассеяния на дефектах. Это объясняется тем, что в рассмотренных здесь процессах всегда помимо квазифонона участвуют предельные фононы (для простоты вычислений их спектр считался линейным до предельной частоты Ω_D), дающие экспоненциальную зависимость коэффициентов затухания квазифононов от обратной температуры.

Воспользовавшись полученными выше коэффициентами затухания квазифононов в области ОФП перейдем к расчету фонон-магнонной теплопроводности АФЛП и ФЛП.

Анализ законов дисперсии магнитоакустических волн вблизи ОЭД и их коэффициентов затухания показывает, что вблизи Он теплопроводность магнетика может измениться только за счет вклада от квазифононов с энергией $\Omega_{1\mathbf{k}} = \omega_{t\mathbf{k}} (1 - \zeta_{1\mathbf{k}})^{1/2}$. Квазифононы с законами дисперсии $\Omega_{2\mathbf{k}}$ и $\Omega_{3\mathbf{k}}$ вносят здесь в теплопроводность κ почти такой же вклад, как и вдали от ОФП. Квазимагноны будут заметно влиять на κ лишь при $T > \varepsilon_{MY}$, так как в области $T < \varepsilon_{MY}$ их число мало.

Вклады квазифононов Ω_{1k} в теплопроводность АФЛП, как благодаря процессам переброса κ^U , так и за счет их рассеяния на точечных дефектах κ^d , вычисленные с использованием (9.1.6), (9.5.1) и (9.5.13)– (9.5.18), (9.5.20), вблизи ОФП, т.е. в области полей $H < \widetilde{H}_{MY}$, имеют, соответственно, вид:

$$\kappa_{xx}^{U} = \kappa_{yy}^{U} = \kappa_{\phi}^{U} \begin{cases} 1, \quad T \gg T_{0}, \\ \left(\frac{T_{0}}{T}\right)^{1/2}, \quad \frac{H}{\tilde{H}_{MY}} \ll \frac{T}{T_{0}} \ll 1, \\ \left(\frac{\tilde{H}_{MY}}{H}\right)^{1/2}, \quad \frac{T}{T_{0}} \ll \frac{H}{\tilde{H}_{MY}} \ll 1; \end{cases}$$

$$\kappa_{xx}^{d} = \kappa_{yy}^{d} = \kappa_{\phi}^{d} \begin{cases} 1, \quad T \gg T_{0}, \\ \frac{T}{T_{0}}, \quad \frac{H}{\tilde{H}_{MY}} \ll \frac{T}{T_{0}} \ll 1, \\ \frac{H}{\tilde{H}_{MY}}, \quad \frac{T}{T_{0}} \ll \frac{H}{\tilde{H}_{MY}} \ll 1. \end{cases}$$
(9.5.23)

Здесь

$$\kappa_{\phi}^{U} = \frac{T^{6}}{a\theta_{D}^{5}} \exp\left(\frac{\pi\theta_{D}}{T}\right), \quad \kappa_{\phi}^{d} = \frac{n}{n_{d}}\frac{\theta_{D}^{2}}{aT}$$
(9.5.24)

— соответствующие фононные теплопроводности, n_d — концентрация дефектов, n — число элементарных ячеек в единице объема, $T_0 = \varepsilon_{\rm My} \theta_D / \theta_N$ при $\theta_D < \theta_N$ и $T_0 = \varepsilon_{\rm My}$ при $\theta_D > \theta_N$. Остальные компоненты тензоров $\kappa^U_{\alpha\beta}$ и $\kappa^d_{\alpha\beta}$ существенно не изменяются при приближении к точке ОФП.

Из (9.5.22) и (9.5.23) видно, что температурная и полевая зависимости теплопроводности вблизи ОФП имеют заметные особенности, обусловленные квазифононами $\Omega_{1\mathbf{k}}$, лишь в области температур $T < T_0$. При $T > T_0$ и вдали от ОФП $H > \tilde{H}_{MY}$ теплопроводность АФЛП определяется как фононами (9.5.24), так и магнонами [16,479]. На рис. 9.11 приведены температурные и полевые зависимости отношения квазифононных теплопроводностей (9.5.22) и (9.5.23) к соответствующим фононным (вдали от ОФП) теплопроводностям (9.5.24). Квазифононная теплопроводность, обусловленная процессами переброса, вблизи ОФП и при $T < T_0$ значительно превосходит теплопроводность, обусловленную процессами переброса в системе невзаимодействующих фононов $\Omega_{2\mathbf{k}}$ и $\Omega_{3\mathbf{k}}$. Теплопроводность же, обусловленная рассеянием квазифононов на дефектах, вблизи ОФП и в той же области температур $T < T_0$, наоборот, уменьшается по сравнению с вкладом от невзаимодействующих фононов. Напомним, что в обычных АФЛП температура $T_0 \sim 0.1 \div 0.5$ K, a $\widetilde{H}_{MY} \sim 10^3$ Э.



Рис. 9.11. Температурная зависимость отношения теплопроводностей квазифононной к фононной, обусловленных процессами переброса (*a*) и процессами рассеяния на дефектах (*б*) при $H_1 < H_2$, $H_i = \widetilde{H}_{My}T_i/T_0$

Теплопроводность ФЛП определяется для κ_{xx} соотношениями (9.5.22) и (9.5.23) с заменой в них $T_0 \rightarrow T_0 H_{\rm My}/4\pi M_0$ и $\widetilde{H}_{\rm My} \rightarrow H_{\rm My}^2/4\pi M_0$. Компонента κ_{yy} вблизи ОФП в случае ФЛП из-за магнитно-дипольного взаимодействия существенно не изменяется. Реальными ферромагнетиками, в которых можно наблюдать рассматриваемый эффект изменения κ , являются редкоземельные ФЛП с гигантской магнитострикцией. В них $T_0 \sim 10$ К.
Результирующая теплопроводность магнетика в области ОФП будет зависеть от концентрации дефектов и температуры. В достаточно чистых и совершенных кристаллах (т.е. в случае $\tau_p^d \gg \tau_p^U$) будет преобладать квазифононная теплопроводность, связанная с процессами переброса. Экспериментально в этом случае должно наблюдаться возрастание теплопроводности с подходом к ОФП. Увеличение концентрации n_d/n приводит к тому, что возрастает рассеяние на дефектах. Поэтому, начиная с некоторой критической их концентрации (т.е. при $\tau_p^d \ll \tau_p^v$), теплопроводность будет определяться рассеянием фононов на дефектах. Поскольку вклад квазифононов $\Omega_{1\mathbf{k}}$ при этом мал по сравнению с вкладами фононов $\Omega_{2\mathbf{k}}$ и $\Omega_{3\mathbf{k}}$, суммарная теплопроводность при приближении к точке ОФП будет несколько уменьшаться.

Полученные результаты показывают, что с помощью магнитного поля можно эффективно управлять теплопереносом в магнитоупорядоченных веществах, что важно при создании регулируемой теплоизоляции.

Глава 10

СВЯЗАННЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ МАГНЕТИКАХ

Известно, что в целом ряде магнитоупорядоченных веществ, например в редкоземельных металлах и соединениях, существуют сложные геликоидальные (спиральные) структуры (см., например, [287] и библиографию в ней). В таких структурах компоненты спиновых векторов периодически меняются при перемещении вдоль некоторого выделенного кристаллографического направления. В кристаллах с центром симметрии наличие спиральной структуры обусловлено тем, что обменные интегралы между атомами, относящимися к первой и второй координационным сферам, различны по величине и по знаку. При феноменологическом описании таких магнетиков взаимодействие с соседями второй координационной сферы учитывается в записи неоднородной обменной энергии путем сохранения инвариантов от более высоких степеней производных намагниченности. Эти магнетики будем называть геликоидальными магнетиками с обменной спиралью. В магнетиках без центра симметрии существование спиральной магнитной структуры обусловлено неоднородным обменно-релятивистким взаимодействием [291, 292]. Вклад этого взаимодействия в свободную энергию магнетика может быть записан как из чисто симметрийных соображений (наличие инвариантов Лифшица), так и с помощью разложения по малым градиентам взаимодействия Дзялошинского в отсутствие внешнего магнитного поля [306]. Данные магнетики будем называть магнетиками с релятивистской спиралью.

В настоящем разделе исследуем спектр связанных МУ волн в геликоидальных магнетиках, Изучаем кристаллы со спиральной магнитной структурой, обусловленной как неоднородным обменным взаимодействием, так и неоднородным обменно-релятивистским взаимодействием. К первым относятся редкоземельные металлы (Тb, Dy и др.), их сплавы, а также много других соединений различной симметрии (подробная сводка таких кристаллов дается в [287]). К последним относятся кристаллы с пространственной группой, не содержащей центра симметрии. Таковыми являются, например, кубические кристаллы MnSi и FeGe (пространственная группа симметрии T), тригональный кристалл Fe₂P (D_3) и гексагональный кристалл CsCuCl₃ (D_6) [287]. Рассмотрение ведем в приближении $L \gg a$, **q** — волновой вектор магнитной

спирали, $L = 2\pi/q$ — период спирали, a — постоянная решетки вдоль оси симметрии. В этом случае при описании свойств магнитоупорядоченных кристаллов можно использовать феноменологический подход.

10.1. Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках в ферромагнитной фазе

В данном разделе рассмотрены связанные МУ волны в редкоземельных магнетиках гексагональной структуры в ферромагнитной фазе. Исследованию МУ волн в спиральной фазе таких кристаллов будет посвящен отдельный раздел.

Плотность энергии магнетика запишем в виде

$$F = \frac{1}{2} \alpha_{ij} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \gamma_{ij} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_j^2} - \beta_1 M_z^2 - \beta_2 M_z^4 + \frac{1}{2} \beta_3 \left[\left(M_x + i M_y \right)^6 + \left(M_x - i M_y \right)^6 \right] - \mathbf{M} \mathbf{H} + b_{ijkl} M_i M_j u_{kl} + c_{ijkl} u_{ij} u_{kl}. \quad (10.1.1)$$

Здесь α , γ ; β , b, c — постоянные, соответственно, неоднородного обмена, анизотропии, магнитоупругости и упругости; \hat{u} — тензор деформаций; **М** — намагниченность; **H** — внешнее магнитное поле, которое направлено вдоль гексагональной оси **z**. Для простоты в (10.1.1) пренебрегается слагаемым, обусловленным диполь-дипольным взаимодействием.

В магнетике с плотностью энергии (10.1.1) могут осуществляться два состояния: ферромагнитное и геликоидальное. В редкоземельных металлах в нулевом магнитном поле геликоидальное упорядочение возникает только вдоль гексагональной оси (волновой вектор спирали направлен вдоль оси z). Такая структура возможна, если в энергии (10.1.1) $\alpha_1 = \alpha_{xx} = \alpha_{yy} > 0$, $\alpha_2 = \alpha_{zz} < 0$, а $\gamma_1 = \gamma_{xx} = \gamma_{yy} > 0$ и $\gamma_2 = \gamma_{zz} > 0$. При отличном от нуля магнитном поле вдоль оси z реализуется ферромагнитная спираль с намагниченностью вдоль этой же оси. В поле, большем некоторого критического, геликоидальное упорядочение сменяется ферромагнитным состоянием. В настоящем разделе ограничимся исследованием МУ волн в области существования ферромагнитной фазы.

Равновесные намагниченность и тензор деформаций, полученные при минимизации плотности энергии (10.1.1), в этой фазе выражаются формулами

$$M_{z}^{0} = M_{0}, \quad M_{x}^{0} = M_{y}^{0} = 0,$$

$$u_{ij}^{0} = 0, \quad i \neq j,$$

$$u_{xx}^{0} = u_{yy}^{0} = \frac{M_{0}^{2}}{\Delta} [c_{13} (b_{33} - b_{31}) - c_{12} (b_{13} - b_{12})], \quad (10.1.2)$$

$$u_{zz}^{0} = \frac{M_{0}^{2}}{\Delta} [2c_{13} (b_{13} - b_{12}) - (c_{11} + c_{12}) (b_{33} - b_{31})],$$

$$\Delta = c_{33} (c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^{2}.$$

Фаза (10.1.2) устойчива, если внешнее магнитное поле удовлетворяет неравенству

$$H \ge -2\left(\widetilde{\beta}_1 + 2\widetilde{\beta}_2 M_0^2\right) M_0, \qquad (10.1.3)$$

где $\widetilde{\beta}_1$, $\widetilde{\beta}_2$ — перенормированные магнитострикцией константы анизотропии:

$$\begin{split} \widetilde{\beta}_{1} &= \beta_{1} - \frac{c_{33}c_{11} - c_{13}^{2}}{\Delta(c_{11} - c_{12})} (b_{11} - b_{12})^{2} M_{0}^{2} - \qquad (10.1.3a) \\ &- \frac{c_{13}}{\Delta} (b_{33} - b_{31}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} + \\ &+ \frac{c_{33}}{\Delta} (b_{13} - b_{12}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} + \frac{b_{44}^{2}}{2c_{44}} M_{0}^{2}, \\ \widetilde{\beta}_{2} &= \beta_{2} - \frac{b_{44}^{2}}{2c_{44}} M_{0}^{2} + \frac{c_{33}c_{11} - c_{13}^{2}}{2\Delta(c_{11} - c_{12})} (b_{11} - b_{12})^{2} M_{0}^{2} + \qquad (10.1.36) \\ &+ \frac{c_{11} + c_{12}}{2\Delta} (b_{33} - b_{31})^{2} M_{0}^{2} + \frac{c_{33}}{\Delta} (b_{13} - b_{12})^{2} M_{0}^{2} + \\ &+ \frac{c_{13}}{\Delta} (b_{33} - b_{31}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} - \\ &- \frac{c_{33}}{\Delta} (b_{13} - b_{12}) (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} - \frac{2c_{13}}{\Delta} (b_{33} - b_{31}) (b_{13} - b_{12}) M_{0}^{2}. \end{split}$$

Рассмотрим малые колебания \mathbf{M} и u_{ij} вблизи положения равновесия (10.1.2):

$$\mathbf{M}, u_{ij} = \mathbf{M}^{0}, u_{ij}^{0} + \mathbf{m}, u_{ij} \exp[-i(\omega t - \mathbf{kr})],$$
 (10.1.4)

где $\mathbf{M}^0, u_{ij}^0 \gg \mathbf{m}, u_{ij}; \mathbf{k}$ — волновой вектор МУ волн. Из системы уравнений движения намагниченности Ландау–Лившица и уравнений теории упругости

$$\dot{\mathbf{M}} = g \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{\mathsf{s}\phi\phi} \right] + \mathbf{R},
\rho \ddot{u}_i = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k,$$
(10.1.5)

где $\mathbf{H}_{\mathbf{3}\phi\phi} = -\delta F/\delta \mathbf{M}$ — вариационная производная, определяющая эффективное поле, \mathbf{R} — релаксационный член, ρ — плотность магнетика, $\sigma_{ik} = \partial F/\partial u_{ik}$ — тензор напряжений, находим дисперсионное уравнение для связанных МУ волн. В случае распространения волн вдоль оси \mathbf{z} ($\mathbf{k} \| \mathbf{z}$) и без учета диссипации в упругой и магнитной подсистемах это уравнение имеет вид

$$\left(\omega^2 - \omega_l^2\right) \left[\left(\omega^2 - \omega_t^2\right) \left(\omega \pm \omega_s\right) \pm \zeta \omega_t^2 \omega_s \right] = 0.$$
(10.1.6)

Здесь введены следующие обозначения:

$$\omega_{s} = \omega_{sk} + \omega_{me},$$

$$\omega_{sk} = gM_{0} \left(2\tilde{\beta}_{1} + 4\tilde{\beta}_{2}M_{0}^{2} + H/M_{0} + \alpha_{2}k^{2} + \gamma_{2}k^{4} \right), \qquad (10.1.7)$$

$$\omega_{me} = gb_{44}^{2}M_{0}^{3}/c_{44}, \quad \omega_{t} = S_{t}k = (c_{44}/\rho)^{1/2}k,$$

$$\omega_l = S_l k = (c_{33}/\rho)^{1/2} k, \quad \zeta = \omega_{me}/\omega_s.$$
(10.1.8)

Знак «+» в (10.1.6) соответствует левополяризованным, а знак «-» — правополяризованным поперечным МУ волнам, g — гиромагнитное отношение. Частота (10.1.7) определяет закон дисперсии спиновых волн в отсутствие МУ связи. Поскольку $\alpha_2 < 0$, то кривая зависимости $\omega_{sk}(k)$ имеет минимум не при k = 0 (как это имеет место в обычных ферромагнетиках), а в точке $k_0 = (-\alpha_2/2\gamma_2)^{1/2}$, соответствующей минимальной возможной частоте спиновых волн

$$\omega_{\min} = g M_0 \left(2\tilde{\beta}_1 + 4\tilde{\beta}_2 M_0^2 + H/M_0 - \alpha_2^2/4\gamma_2 \right).$$
(10.1.9)

Отсюда видно, что к условию устойчивости ферромагнитной фазы (10.1.3) необходимо добавить еще одно, которое следует из требования положительности ω_{\min} . Это дополнительное условие имеет вид

$$H \ge -2\tilde{\beta}_1 M_0 - 4\tilde{\beta}_2 M_0^3 + \alpha_2^2 M_0 / 4\gamma_2.$$
 (10.1.10)

Знак равенства в (10.1.10) определяет линию фазового перехода ферромагнетик – ферромагнитная спираль на диаграмме H, T. Вблизи указанного перехода со стороны ферромагнитной фазы, согласно (10.1.6)– (10.1.8), взаимодействие поперечных звуковых и спиновых волн является наиболее сильным. Продольный звук в данной фазе не взаимодействует со спиновыми колебаниями. В отличие от обычных ферромагнетиков в редкоземельных магнетиках вблизи фазового перехода (10.1.10) взаимодействие упругих и спиновых волн будет значительным не в точке k = 0, а в точках k_1 и k_2 , являющихся точками пересечения невзаимодействующих частот ω_{sk} и ω_t (рис. 10.1). В дальнейшем рассмотрим только точку k_1 , так как точка k_2 соответствует очень большим частотам звуковых волн. Исследуем также наиболее интересный случай, когда $k_1 < k_0$. Вблизи фазового перехода (10.1.10) точка k_1 лежит всегда левее точки k_0 .



Рис. 10.1. Спектр МУ волн вдали от точки фазового перехода. Штриховыми линиями обозначены невзаимодействующие ветви колебаний



Рис. 10.2. Спектр МУ волн в точке перехода.
а) $-\omega_t\left(k_0\right)<\omega_{me},$ б) $-\omega_t\left(k_0\right)>>\omega_{me}$

Решение дисперсионного уравнения (10.1.6) имеет различный вид в случаях, когда $\omega_t < \omega_s$ и $\omega_t > \omega_s$. Зависимость частот МУ воли от волнового числа вдали от фазового перехода представлена на рис. 10.1, а в точке перехода — на рис. 10.2. Из рисунков видно, что во всех случаях происходит существенное изменение спектра спиновых и упругих колебаний вблизи k_1 . Приближенные решения уравнения (10.1.6) определяются следующими формулами. При $\omega_t < \omega_s$

$$\omega_{I,II} = \frac{\omega_t}{2\omega_s} \left[\sqrt{\omega_t^2 + 4\omega_s^2(1-\zeta)} \pm \omega_t \right],$$

$$\omega_{III} = \omega_s + \omega_t^2 \zeta/\omega_s,$$

$$\omega_{IV} = \omega_l.$$

(10.1.11)

В случае $\omega_t > \omega_s$

$$\omega_{I,II} = \omega_t \left(1 \mp \zeta \omega_s / \omega_t \right)^{1/2},$$

$$\omega_{III} = \omega_s (1 - \zeta), \quad \omega_{IV} = \omega_l.$$
(10.1.12)

Первые две частоты соответствуют поперечным квазифононам, а третья — квазимагнонам. Для примера проанализируем случай, когда $\omega_t(k_0) < \omega_{me}$ (рис. 10.2, *a*). В точке фазового перехода частоту можно записать как

$$\omega_s = g M_0 \gamma_2 \left(k^2 - k_0^2\right)^2 + \omega_{me}.$$
 (10.1.13)

В области малых волновых чисел $k \ll k_0$ закон дисперсии квазифононов линейный, но скорость звуковых волн уменьшается (считаем, что $\omega_{me} \gg g M_0 \gamma_2 \left(k^2 - k_0^2\right)^2$ вплоть до $k = k_0$):

$$\omega_{I,II} = \tilde{S}_{I,II}k, \quad \tilde{S}_{I,II} = S_t k_0^2 \left(g M_0 \gamma_2 / \omega_{me}\right)^{1/2}. \tag{10.1.14}$$

В случае $k \sim k_0$ закон дисперсии квазифононов квадратично зависит от k и скорость прявополяризованных поперечных волн обращается в нуль при $k = k_0$:

$$\omega_I = \omega_t^2 / \omega_{me}, \qquad S_I = S_t^2 k / \omega_{me}, \qquad (10.1.15)$$

$$\omega_{II} = 4g M_0 \gamma_2 \omega_{me} k_0^2 \left(k - k_0\right)^2, \ S_{II} = 4g M_0 \gamma_2 \omega_{me} k_0 \left(k - k_0\right)^2.$$
(10.1.16)

Таким образом, спектр связанных МУ волн в магнетиках, имеющих геликоидальную фазу, даже в области существования ферромагнитной фазы значительно отличается от спектра МУ волн в обычных ферромагнетиках [12]. Специфический вид спектра должен сказаться и на различных динамических, термодинамических и кинетических свойствах рассмотренных веществ.

Отметим, что спектр МУ волн вблизи фазового перехода в редкоземельных магнетиках аналогичен спектру элементарных возбуждений в жидком гелии.

10.2. Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках в спиральной фазе

В данном разделе изучаются связанные МУ волны в геликоидальной фазе магнетиков гексагональной симметрии.

В отличие от предыдущего раздела энергию магнетика запишем в виде $W=\frac{1}{V}\int FdV$ с плотностью

$$F = \frac{1}{2}a\mathbf{M}^{2} + \frac{1}{2}b\mathbf{M}^{4} + \frac{1}{2}\beta_{1}M_{z}^{2} + \frac{1}{2}\beta_{2}M_{z}^{4} + \frac{1}{2}\beta_{3}\left(M_{+}^{6} - M_{-}^{6}\right) + \\ + \frac{1}{2}\alpha_{ij}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{i}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{j}} + \frac{1}{2}\gamma_{ij}\frac{\partial^{2}\mathbf{M}}{\partial x_{i}^{2}}\frac{\partial^{2}\mathbf{M}}{\partial x_{j}^{2}} + \frac{1}{2}\delta_{ijlm}M_{i}M_{j}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{i}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{m}} + \\ + \frac{1}{4}\varepsilon_{ijlm}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{i}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{j}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{l}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{m}} + b_{ijlm}M_{i}M_{j}u_{lm} + \\ + \lambda_{ijlm}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{i}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{i}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{i}}u_{lm} + c_{ijlm}u_{ij}u_{lm} - \mathbf{MH}. \quad (10.2.1)$$

Здесь $a, b, \hat{\alpha}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}, \hat{\varepsilon}$ — постоянные однородного и неоднородного обмена; β_i — константы анизотропии; $\hat{b}, \hat{\lambda}, \hat{c}$ — тензоры магнитоупругих и упругих констант; $M_{\pm} = (M_x \pm iM_y), M_z$ — компоненты намагниченности **M**; **H** — внешнее магнитное поле. Снова предполагается, что $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_1 > 0, \alpha_{33} = \alpha_2 < 0, \gamma_{ij} > 0.$

При этих условиях в основном состоянии магнитной подсистемы возникает неоднородная намагниченность только вдоль оси анизотропии (ось z). Вид тензоров в энергии (10.2.1) для кристаллов гексагональной симметрии приведен, например, в [19]. В отличие от работы [545] и раздела 10.1 в (10.2.1) добавлены слагаемое, пропорциональное четвертой степени производной от намагниченности, и член $\sim M^2 (\partial M/\partial x_i)^2$, так как при рассмотрении МУ волн в спиральной фазе их учет необходим.

10.2.1. Основное состояние геликоидального магнетика в спиральной фазе

Для нахождения основного состояния магнетика с энергией (10.2.1) требуется решить систему состоящую из уравнений Эйлера для магнитной подсистемы

$$\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial F}{\partial (\partial \mathbf{M}/\partial x_k)} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \left(\frac{\partial F}{\partial \left(\partial^2 \mathbf{M}/\partial x_k^2 \right)} \right) = 0,$$
(10.2.2)

уравнений равновесия упругой подсистемы

$$\partial \sigma_{ik} / \partial x_k = 0 \tag{10.2.3}$$

и уравнений совместности Сен-Венана [413, 546]

$$\delta_{ikm}\delta_{jlm}\frac{\partial^2 u_{lm}}{\partial x_k\partial x_l} = 0, \qquad (10.2.4)$$

где σ_{ik} — тензор напряжений, δ_{ikm} — псевдотензор Леви-Чивита. В отличие от случаев с однородной намагниченностью в основном состоянии, учет соотношений (10.2.4) в данном случае существенен.

Предположим, что в основном состоянии намагниченность неоднородна только вдоль оси **z**, т.е. $\mathbf{M} = \mathbf{M}(z)$. Естественно считать, что при этом и $u_{ik} = u_{ik}(z)$, $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}(z)$. Уравнения совместности (10.2.4) тогда примут вид [546]

$$\frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_{yy}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_{xy}}{\partial z^2} = 0.$$
(10.2.5)

Их решение можно записать как

$$u_{ij} = A_{ij} + zB_{ij}, \quad i, j = x, y,$$
 (10.2.6)

где A, B — некоторые постоянные. Эти постоянные и остальные компоненты тензора деформаций находятся из уравнений (10.2.3), граничных условий для σ_{ik} , а также из значений для средних значений тензора напряжений и его момента. В случае свободной поверхности образца все эти условия выглядят следующим образом:

$$\sigma_{ik}n_k = 0, \quad \langle \sigma_{ik} \rangle = 0, \quad \langle \delta_{ijk}x_j\sigma_{kl} \rangle = 0,$$
 (10.2.7)

где, например, $\langle \sigma_{ik} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ik} dV$, V — объем образца, **п** — вектор нормали к поверхности магнетика.

В результате решения системы уравнений (10.2.3)–(10.2.7) находим равновесные значения тензора деформаций u_{ik}^0 . Они приведены в приложении 5. Анализ этих деформаций и уравнений (10.2.2) показывает, что в магнетике при определенных условиях может существовать следующая фаза:

$$M_z^0 = 0, \quad M_{\pm}^0 = M_0 \exp(\pm iqz),$$
 (10.2.8)

где 1/q — шаг спирали вдоль оси **z**. Условия, при которых осуществляется эта фаза, сводятся к следующим. Во-первых, как уже указывалось выше, постоянная неоднородного обмена α_2 должна быть отрицательной. Во-вторых, анизотропия в плоскости базиса должна отсутствовать ($\beta_3 = 0$). В-третьих, эта фаза возможна только в нулевом магнитном поле H = 0. И, наконец, в-четвертых, должно выполняться условие

$$qd \gg 1, \tag{10.2.9}$$

где d — толщина образца вдоль оси **z**. В случае бесконечного образца последнее условие выполняется автоматически. При таких предположениях равновесные деформации выглядят следующим образом:

$$u_{xx}^{0} = u_{yy}^{0} = -\frac{1}{2\Delta} \left[A_{3} + c_{33} \left(b_{13} - b_{12} \right) + 2A_{2}M_{0}^{2}q^{2} \right],$$

$$u_{zz}^{0} = -\frac{1}{2c_{33}} \left[4c_{13}u_{xx}^{0} + b_{1}M_{0}^{2} + 2\lambda_{5}M_{0}^{2}q^{2} \right],$$

$$u_{ij}^{0} = 0, \quad i \neq j.$$

(10.2.10)

Выражения для A_i приведены в приложении 5. Видно, что деформации в магнетике являются однородными, однако напряжения σ_{ik} , как и намагниченность (10.2.8), неоднородны во всем объеме образца.

Равновесные значения M_0 и q находятся из минимизации энергии W. Они определяются формулами

$$q^{2} = -\left(\alpha_{2} + \widetilde{\delta}_{2}M_{0}^{2}\right) / \left(2\gamma_{2} + \widetilde{\varepsilon}_{2}M_{0}^{2}\right), \qquad (10.2.11)$$

$$M_0^2 = -\left(a + \alpha_2 q^2 + \gamma_2 q^4\right) / \left(2\widetilde{b} + 2\widetilde{\delta}_2 q^2 + \widetilde{\varepsilon}_2 q^4\right), \tag{10.2.12}$$

где

$$\begin{split} \widetilde{\delta}_{2} &= \widetilde{\delta}_{xxzz} = \widetilde{\delta}_{yyzz} = \delta_{xxzz} - \frac{1}{c_{33}\Delta} \left[2A_{3}A_{2} + \lambda_{5}b_{1}\Delta + 2c_{33} \left(b_{11} - b_{12} \right) A_{2} \right], \\ \widetilde{\epsilon}_{2} &= \widetilde{\epsilon}_{zzzz} = \varepsilon_{zzzz} - \frac{2c_{33}}{\Delta} \left(2A_{2}^{2} + \lambda_{5}^{2}\Delta \right), \\ \widetilde{b} &= b - \frac{b_{1}^{2}}{4c_{33}} - \frac{\left[(b_{11} - b_{12}) c_{33} + A_{3} \right]^{2}}{2c_{33}\Delta}. \end{split}$$

Из (10.2.11) видно, что условием устойчивости фазы (10.2.8) в сформулированных выше условиях будет являться неравенство

$$\alpha_2 + \tilde{\delta}_2 M_0^2 < 0. \tag{10.2.13}$$

В случае $\alpha_2 + \tilde{\delta}_2 M_0^2 > 0$ устойчива фаза с однородной намагниченностью $M_x^2 + M_y^2 = M_0^2$, $M_z = 0$. При $\alpha_2 + \tilde{\delta}_2 M_0^2 = 0$ происходит фазовый переход по температуре геликоид – ферромагнетик.

Необходимо заметить, что нарушение условия (10.2.9) ведет к появлению гармоник в решении (10.2.8) даже при нулевых значениях анизотропии в плоскости базиса и магнитного поля, в отличие от результатов [287]. Эти гармоники в данном случае вызываются эффективной анизотропией второго порядка, обусловленной неоднородными деформациями. Более того, деформации становятся явно зависимыми от координаты z (см. приложение 5), что вообще ставит под сомнение представление решения уравнений (10.2.2) в виде ряда по гармоникам. Таким образом, одновременный учет анизотропии в плоскости базиса магнитного поля и произвольных размеров образца при наличии МУ связи требует особого последовательного исследования решений уравнений (10.2.2).

10.2.2. Дисперсионное уравнение магнитоупругих колебаний в спиральной фазе

Рассмотрим теперь МУ волны в фазе (10.2.8). Для этого надо решить уравнения Ландау–Лифшица и теории упругости (10.1.5). Намагниченность и тензор деформаций представим так же как в (10.1.4). Подставив (10.1.4) в уравнения Ландау–Лифшица и в уравнения теории упругости (10.1.5), после их линеаризации вблизи положения равновесия (10.2.8), (10.2.10)–(10.2.11), получим систему уравнений для связанных МУ волн. В случае распространения волн вдоль оси **z** эта система имеет вид:

$$\omega m_{z} + \omega_{1}m'_{+} + 2igqk^{2}\lambda_{5}M_{0}^{2}u_{z} = 0,$$

$$\omega m'_{+} + \omega_{2}m_{z} + \frac{1}{2}igb_{44}M_{0}^{2}(k-q)u'_{-} + \frac{1}{2}igb_{44}M_{0}^{2}(k+q)u'_{+} = 0,$$

$$\rho\left(\omega^{2} - \omega_{l}^{2}\right)u_{z} + 2iq\lambda_{5}M_{0}k^{2}m'_{+} = 0,$$

$$\rho\left(\omega^{2} - \omega_{\pm}^{2}\right)u'_{\pm} - ib_{44}M_{0}(k\pm q)m_{z} = 0.$$

(10.2.14)

Здесь

$$\omega_{1} = gM_{0}k^{2} \left[\gamma_{2}k^{2} + 2\left(2\gamma_{2} + \varepsilon_{2}M_{0}^{2}\right)q^{2}\right],$$

$$\omega_{2} = gM_{0} \left[\gamma_{2}\left(k^{2} - q^{2}\right)^{2} + \left(\widetilde{\delta}_{1} - \widetilde{\delta}_{2}\right)q^{2}M_{0}^{2} + \widetilde{\beta}_{1}\right],$$

$$\widetilde{\delta}_{1} = \widetilde{\delta}_{zzzz} = \delta_{zzzz} + \frac{2}{c_{33}\Delta} \left[2A_{1}A_{2} - \lambda_{5}\left(b_{33} - b_{31}\right)\Delta\right],$$

$$\begin{split} \widetilde{\beta}_1 &= \beta_1 + \frac{1}{\Delta} \left[c_{33} \left(b_{11} - b_{12} \right)^2 M_0^2 - 2A_1 \left(b_{11} - b_{12} \right) M_0^2 \right], \\ \omega_l^2 &= S_l^2 k^2 = c_{33} k^2 / \rho, \quad \omega_{\pm}^2 = S_t^2 (k \pm q)^2 = c_{44} (k \pm q)^2 / \rho, \\ m'_{\pm}, u'_{\pm} &= m_{\pm}, u_{\pm} \exp(\mp i q z). \end{split}$$

Из системы (10.2.14) следует дисперсионное уравнение для связанных МУ волн

$$(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{l}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{+}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{-}^{2}) - - \zeta_{l} \omega_{sk}^{2} \omega_{l}^{2} (\omega^{2} - \omega_{+}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{-}^{2}) - - \frac{1}{2} \zeta_{4} \omega_{sk}^{2} (\omega^{2} - \omega_{l}^{2}) [\omega_{+}^{2} (\omega^{2} - \omega_{-}^{2}) + \omega_{-}^{2} (\omega^{2} - \omega_{+}^{2})] - - \frac{1}{2} \zeta_{4} \zeta_{l} \omega_{sk}^{2} \omega_{l}^{2} [\omega_{+}^{2} (\omega^{2} - \omega_{-}^{2}) + \omega_{-}^{2} (\omega^{2} - \omega_{+}^{2})] = 0, \quad (10.2.15)$$

где $\omega_{sk}^2 = \omega_1 \omega_2 = c^2 k^2$, $c^2 = g M_0 \omega_2 \left[\gamma_2 k^2 + 2q^2 \left(2\gamma_2 + \varepsilon_2 M_0^2 \right) \right]$; ζ_4 , ζ_l — параметры МУ связи спиновых волн с поперечными и продольными упругими колебаниями соответственно:

$$\zeta_4 = \frac{gM_0^3 b_{44}^2}{c_{44}\omega_2}, \quad \zeta_l = \frac{4q^2 \lambda_5^2 M_0^2}{c_{33} \left[\gamma_2 k^2 + 2q^2 \left(2\gamma_2 + \varepsilon_2 M_0^2\right)\right]}.$$
 (10.2.16)

Анализ дисперсионного уравнения приводит к следующим результатам. Его решением являются четыре частоты. Частоты квазипиновой и продольной квазиупругой волн, обращаются в нуль при k=0(при k = q в лабораторной системе координат [287]), а частоты двух поперечных квазиупругих ω_t волн обращаются в нуль при $k=\pm q$ (при k = 0 в лабораторной системе координат). В отличие от магнетиков с однородной намагниченностью в основном состоянии в геликоидальных магнетиках, таким образом, при k=0 отсутствует МУ щель в спектре квазиспиновых волн. Кроме того, здесь имеется связь между спиновыми и продольными упругими волнами, причем параметр этой связи может в принципе быть не малым. Все зависит от величин λ_5 и γ_2 , численные значения которых неизвестны. В магнетиках с однородной намагниченностью в основном состоянии связь спиновых и продольных упругих волн при распространении волн вдоль оси **z** отсутствует [11]. Голдстоуновский характер квазиспиновых волн в геликоидальной фазе при k = 0 является причиной того, что МУ взаимодействие практически не оказывает влияния на скорости упругих волн в таких кристаллах при малых значениях k. Действительно, так как параметр ζ_4 мал (частота ω_2 в знаменателе ζ_4 определяется большим значением константы одноосной анизотропии $\widetilde{\beta}_1$), то в уравнении (10.2.15) можно пренебречь связью поперечного звука со спиновыми волнами. В этом случае решением дисперсионного уравнения (10.2.15) будут являться частоты

$$\omega_{I,II} \simeq \omega_{\pm} - S_t (k \pm q),$$

$$\omega_{III,IV}^2 = \frac{1}{2} k^2 \left[c^2 + S_l^2 \pm \sqrt{\left(c^2 - S_l^2\right)^2 + 4S_l^2 c^2 \zeta_l} \right].$$
(10.2.17)

В области малых волновых чисел $k \ll q$, когда справедливо соотношение $c^2 \ll S_l^2$, частоты $\omega_{III,IV}$ запишутся как

$$\omega_{III} \simeq S_l k, \quad \omega_{IV} = ck \left(1 - \zeta_l\right)^{1/2} = \widetilde{c}k.$$
 (10.2.18)

Из (10.2.17), (10.2.18) следует, что скорости звуковых волн практически не изменяются. В то же время скорость спиновых колебаний несколько уменьшается.

Отсутствие МУ щели в спектре квазиспиновых волн при k = 0является следствием наличия неоднородной намагниченности в основном состоянии магнетика. Неоднородная намагниченность в основном состоянии (10.2.8) приводит к тому, что спонтанные деформации в базисной плоскости становятся изотропными $(u_{xx}^0 = u_{yy}^0)$, и, следовательно, основное состояние остается вырожденным относительно поворотов намагниченности без соответствующего «поворота» деформаций. Таким образом, в отличие от магнетиков с однородной намагниченностью в основном состоянии, в геликоидальных магнетиках с неоднородной намагниченностью не происходит спонтанного нарушения симметрии: симметрия магнитной геликоидальной фазы одинакова как в отношении равновесных (квазистатических), так и динамических свойств кристалла. Как раз в таком случае МУ щель в спектре квазиспиновых волн должна отсутствовать [11].

Неоднородная намагниченность в основном состоянии магнетика приводит также к наличию связи между продольным звуком и спиновыми волнами. Это взаимодействие осуществляется через слагаемое в МУ энергии, которое представляет собой разложение неоднородной обменной энергии по степеням деформаций (обменная магнитострикция). В обычных магнетиках магнитострикция в гармоническом приближении не приводит к взаимодействию продольного звука и спиновых колебаний.

Учет анизотропии или внешнего магнитного поля в плоскости базиса снимает вырождение основного состояния магнетика относительно только поворотов намагниченности без «поворота» деформаций. В этом случае деформации в плоскости базиса будут неизотропны, что приведет к нарушению симметрии магнитной фазы по отношению к динамическим свойствам и к появлению МУ щели в спектре квазиспиновых волн. Величина щели будет нарастать при соответствующем изменении магнитного поля или температуры и достигнет максимального значения в точке перехода геликоид-ферромагнетик типа легкая плоскость. Вблизи данного перехода скорости квазиупругих волн будут так же сильно изменяться, как и в магнетиках с однородной намагниченностью в основном состоянии [11].

10.3. Связанные спиновые и упругие волны в одноосных кристаллах со спиральной магнитной структурой во внешнем магнитном поле вдоль оси симметрии

В настоящем разделе исследуем спектр связанных МУ волн в спиральной фазе одноосных магнетиков при наличии магнитного поля вдоль оси симметрии.

Энергию кристалла запишем в виде $W = \frac{1}{V} \int F dV$,

$$F = \frac{1}{2}\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + F_{H} - \frac{1}{2}\beta_{1}M_{z}^{2} - \frac{1}{2}\beta_{2}M_{z}^{4} - HM_{z} - \frac{1}{2}\Lambda \left(\mathbf{M}^{2} - \mathbf{M}_{0}^{2}\right) + b_{ijlm}M_{i}M_{j}u_{lm} + c_{ijlm}u_{ij}u_{lm}, \quad (10.3.1)$$

 \mathbf{M} — намагниченность кристалла; V — его объем; α , β , b, c — константы неоднородного обмена, анизотропии, магнитострикции и упругости; Λ — множитель Лагранжа, соответствующий условию $\mathbf{M}^2 = \mathbf{M}_0^2$ (\mathbf{M}_0 — намагниченность насыщения). Слагаемое F_H , которое обусловливает наличие неоднородной намагниченности в основном состоянии, для кристаллов с обменной спиральной структурой имеет вид [287]

$$F_H = \frac{1}{2}\gamma \left(\frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2}\right)^2, \qquad (10.3.2)$$

а для магнетиков с релятивистской спиральной структурой [547]

$$F_H = \alpha_1 \mathbf{M} \operatorname{rot} \mathbf{M}, \tag{10.3.3}$$

где γ и α_1 — постоянные неоднородного обменного взаимодействия и неоднородного релятивистского взаимодействия.

Обменная спираль исследуется для кристаллов гексагональных редкоземельных металлов — Тb, Dy и др. В этом случае коэффициенты α и γ в (10.3.1), (10.3.2) выражаются через обменные интегралы между атомами, лежащими в соседних слоях, и между атомами, лежащими в слоях, следующих за соседними [287]. Релятивистскую спираль рассмотрим в одноосных кристаллах без центра симметрии (например, для CsCuCl₃ и Fe₂P). При этом величина $\alpha_1 \sim |\beta_1| a$ [547]. Для простоты в данных магнетиках ограничимся изотропией по упругим и МУ свойствам. Отметим, что инварианты типа (10.3.3), линейные по пространственным градиентам намагниченности, в некоторых магнетиках могут иметь и обменную природу [287, 291–293].

10.3.1. Основное состояние

Предположим, что в основном состоянии имеется неоднородность намагниченности и деформаций только вдоль оси симметрии \mathbf{z} , $\mathbf{M} = \mathbf{M}(z)$ и $u_{ij} = u_{ij}(z)$. В этом случае для нахождения равновесных значений намагниченности и деформаций можно применить метод, развитый в [315] (см. предыдущий раздел). Приведем формулы, определяющие основное состояние кристалла при отсутствии анизотропии в плоскости базиса и при выполнении условия $qd \gg 1$, d — размер образца.

Пусть минимум энергии W осуществляется, когда намагниченность имеет следующий вид:

$$M_{0z} = M_0 \cos \vartheta, \quad M_{0x} = M_0 \sin \vartheta \cos qz, \quad M_{0y} = M_0 \sin \vartheta \sin qz.$$
(10.3.4)

Угол ϑ определяется из уравнения

$$M_0 \cos \vartheta \left[\widetilde{\beta}_1 + h_{me} + \left(\widetilde{\beta}_2 - h_{me} / M_0^2 \right) M_0 \cos^2 \vartheta + \alpha q^2 + \Delta \right] + H = 0, (10.3.5)$$

где $\widetilde{\beta}_1$ и $\widetilde{\beta}_2$ — перенормированные магнитострикцией константы анизотропии, совпадающие с константами анизотропии в ферромагнитной фазе (см. раздел 10.1). Для обменной спирали

$$h_{me} = \frac{(b_{11} - b_{12})^2 M_0^2}{c_{11} - c_{12}}, \quad \Delta = \gamma q^4,$$
 (10.3.6)

а для релятивистской спирали

$$h_{me} = \frac{1}{2} \frac{b^2 M_0^2}{\mu}, \quad \Delta = -2\alpha_1 q.$$
 (10.3.7)

Величина волнового числа магнитной спирали *q* определяется из условия минимума энергии основного состояния как функции *q*: для обменной спирали

$$q = (-\alpha/2\gamma)^{1/2}, \tag{10.3.8}$$

и для релятивистской спирали

$$q = \alpha_1 / \alpha. \tag{10.3.9}$$

Отметим, что на величину волнового числа спирали магнитострикция в рассматриваемом приближении не влияет. В предыдущем разделе показано, что при учете обменной магнитострикции в основном состоянии магнетика величина волнового числа магнитной спирали изменяется.

Из формул (10.3.8) и (10.3.9) следует, что обменная спираль возможна лишь при $\alpha < 0$, $\gamma > 0$. В релятивистской спирали $\alpha > 0$, а знак α_1 может быть любым.

Равновесные деформации в состоянии (10.3.4) являются неоднородными. Тензор равновесных деформаций u_{ij}^0 для магнетиков с обменной спиралью в случае $q\alpha \gg 1$ имеет следующий вид:

$$u_{xx}^{0} = -\frac{c_{33}}{2\Delta} (b_{11} - b_{12}) M_{0}^{2} \sin^{2} \vartheta - \frac{1}{\Delta} [c_{33} (b_{13} - b_{12}) - c_{13} (b_{33} - b_{31})] M_{0}^{2} \cos^{2} \vartheta; \quad u_{yy}^{0} = u_{xx}^{0};$$

$$u_{zz}^{0} = -\frac{2c_{13}}{c_{33}} u_{xx}^{0} - \frac{1}{c_{33}} (b_{33} - b_{31}) M_{0}^{2} \cos^{2} \vartheta; \quad (10.3.10)$$

$$u_{xz}^{0} = -\frac{b_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\vartheta \cos qz, \quad u_{yz}^{0} = -\frac{b_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\vartheta \sin qz;$$

$$u_{xy}^{0} = 0; \quad \Delta = c_{33} (c_{13} + c_{12}) - 2c_{13}^{2}.$$

Тензор u_{ij}^0 в магнетиках с релятивистской спиралью определяется этими же формулами, если в них сделать следующие замены:

$$\begin{array}{ccc} c_{33}, c_{11} \to \lambda + 2\mu; & c_{12}, c_{13} \to \lambda; & c_{44} \to \mu; \\ b_{12}, b_{13}, b_{31} \to 0, & b_{11}, b_{33}, b_{44} \to b. \end{array}$$
(10.3.11)

Из (10.3.10) видно, что в основном состоянии деформации неоднородны даже в приближении $qd \gg 1$ (в предыдущем разделе рассматривался случай H = 0; при этом $\vartheta = 0$ и деформации однородны). Только в точках фазовых переходов ферромагнитная спираль – простая спираль и ферромагнитная спираль – ферромагнетик тензор деформаций становится однородным. Тензор же напряжений $\sigma_{ij} = \partial F / \partial u_{ij}$ в любом случае является неоднородным.

Приведем здесь оценки величины периода спирали $L = 2\pi/q$. Обменная спираль в редкоземельных металлах Tb и Dy существует в интервале температур $\theta_1 < T < \theta_2$, где для Tb $\theta_1 = 221$ K, $\theta_2 = 230$ K, для Dy $\theta_1 = 85$ K, $\theta_2 = 180$ K [316]. В тербии при изменении температуры от θ_2 до θ_1 величина L меняется от 9a до 10a, а в диспрозии — от 4a до 8a, где a — постоянная решетки вдоль оси анизотропии. Отсюда следует, что в редкоземельных металлах феноменологический подход (непрерывное описание) дает вполне удовлетворительное приближение, так как расхождение между дискретной моделью и непрерывным описанием при $L \sim 2\pi a$ составляет $\sim 10\%$ [125]. В случае релятивистской спирали величина L обычно является аномально большой [287, 547], поэтому условие применимости макроскопического подхода ($L \gg a$) в таких магнетиках выполняется во всей области существования геликоидальной фазы.

Значение внешнего магнитного поля $H = H_k$, которое приводит к исчезновению ферромагнитной спиральной структуры (Φ MC) и переходу к ферромагнитному состоянию (Φ M) с намагниченностью вдоль оси **z**, определяется из условия соз $\vartheta = 1$. При H = 0 (соз $\vartheta = 0$) ферромагнитная спиральная структура переходит в простую спиральную структуру (ПС) с $M_z = 0$, M_x , $M_y \neq 0$. Таким образом, при изменении величины внешнего магнитного, поля состояние (10.3.4) типа Φ MC переходит в состояние типа Φ M (при $H = H_k$) или типа ПС (при H = 0). Эти фазовые переходы являются переходами второго рода.

10.3.2. Спектр связанных магнитоупругих волн

Рассмотрим малые колебания намагниченности и упругих смещений около основного состояния (10.3.4). Представим \mathbf{M} и u_{ii} в виде

$$\mathbf{M}(\mathbf{r},t) = \mathbf{M}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{m}(\mathbf{r},t); \quad u_{ij}(\mathbf{r},t) = u_{ij}^0 + u_{ij}(\mathbf{r},t), \quad (10.3.12)$$

где $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$, $\tilde{u}_{ij} \ll u^0_{ij}$; $\mathbf{m}, \tilde{u}_{ij} \sim \exp(-i\omega t)$ (\mathbf{k} — волновой вектор МУ волны; u^0_{ij} — равновесные деформации в состояний (10.3.4)). Дисперсионное уравнение МУ волн получим стандартным образом из уравнений Ландау–Лифшица и теории упругости (10.1.5), линеаризуя

их с помощью соотношения (10.3.12) вблизи равновесия (10.3.4). Рассмотрим только случай распространения МУ волн вдоль оси z. В такой ситуации линеаризованная система уравнений для обменной спирали имеет вид:

$$\begin{split} \pm \omega m_{\pm} &= \cos \vartheta \left(\omega_{20} + g M_0 \widehat{L}_{\pm}^{\pm} \right) m_{\pm} + \\ &+ \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \vartheta \cos \vartheta e^{\pm iqz} \left(e^{-iqz} m_+ + e^{iqz} m_- \right) - \\ &- e^{\pm iqz} \frac{1}{\sin \vartheta} \left(\omega_{10} - \omega_{me4} \cos^2 \vartheta + g M_0 \sin^2 \vartheta \widehat{L}_{\parallel} \right) m_z + \\ &+ g b_{44} M_0^2 \cos^2 \vartheta D u_{\pm} - \frac{1}{2} g b_{44} M_0^2 \sin^2 \vartheta e^{\pm iqz} \left(e^{iqz} D u_- + e^{-iqz} D u_+ \right) - \\ &- g \left(b_{33} - b_{31} \right) M_0^2 \sin 2 \vartheta e^{\pm iqz} D u_z; \\ \omega_{mz} &= \frac{1}{2} \sin \vartheta \left[e^{iqz} \left(\omega_{20} + g M_0 \widehat{L}_{\pm}^- \right) m_- - e^{-iqz} \left(\omega_{20} + g M_0 \widehat{L}_{\pm}^+ \right) m_+ \right] + \\ &+ \frac{1}{4} g M_0^2 \sin 2 \vartheta \left(e^{iqz} D u_- - e^{-iqz} D u_+ \right); \end{aligned}$$
(10.3.13)
$$\omega^2 u_{\pm} &= \frac{1}{\rho} b_{44} M_0 D \left(e^{\pm iqz} \sin \vartheta m_z + \cos \vartheta m_{\pm} \right) - S_t^2 D^2 u_{\pm}; \\ &\omega^2 u_z &= -\frac{2}{\rho} \left(b_{33} - b_{31} \right) M_0 \cos \vartheta D m_z - S_l^2 D^2 u_z, \end{split}$$

где

$$\begin{split} \omega_{10} &= g M_0 \left\{ h_{me4} - \sin^2 \vartheta \left[\widetilde{\beta}_1 + \left(\widetilde{\beta}_2 + 2\beta_2 \right) M_0^2 \cos^2 \vartheta + h_{me} \sin^2 \vartheta \right] \right\};\\ S_t^2 &= c_{44} / \rho; \quad S_l^2 = c_{33} / \rho; \quad \omega_{20} = \omega_{me4} \cos^2 \vartheta,\\ \omega_{me4} &= g M_0 h_{me4} = g b_{44}^2 M_0^3 / c_{44};\\ \widehat{L}_{\perp}^{\pm} &= \widehat{L}_{\parallel} = -\alpha q^2 - \gamma q^4 - \alpha D^2 + \gamma D^4; \quad D = \partial / \partial z. \end{split}$$

В случае релятивистской спирали система уравнений получается из приведенных выше уравнений, в которых кроме замен (10.3.11) необходимо сделать еще и следующие замены: $h_{me4} \rightarrow 2h_{me}$; $\hat{L}^{\pm} \rightarrow -\alpha q^2 + 2\alpha_1 q \pm 2i\alpha_1 D - \alpha D^2$; $\hat{L}_{\parallel} \rightarrow -\alpha q^2 + 2\alpha_1 q - \alpha D^2$. Величина h_{me} определяется формулой (10.3.7).

Для нахождения решений уравнений (10.3.13) перейдем в магнитной подсистеме к системе координат X', Y', Z', в которой равновесная намагниченность направлена вдоль оси \mathbf{z}' . Формулы перехода выглядят следующим образом:

$$m_{\pm} = e^{\mp i q z} \left(m_{x'} \cos \vartheta \pm i m_{y'} \right); \quad m_z = m_{x'} \sin \vartheta. \tag{10.3.14}$$

Данное преобразование одновременно устраняет периодические множители в $e^{\pm iqz}$ в магнитной подсистеме. Для устранения таких множителей в слагаемых, содержащих МУ связь, и в упругой подсистеме произведем также следующее преобразование компонент упругих смещений:

$$u_{\pm} = e^{\pm i q z} u'_{\pm}; \quad u_z = u'_z. \tag{10.3.15}$$

Решение полученной системы уравнений ищем в виде

$$\mathbf{m}', \mathbf{u}' \propto \exp(ikz).$$
 (10.3.16)

После подстановки (10.3.16) в (10.3.13) с учетом (10.3.14)-(10.3.15) имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} (\omega - \omega_0) \, m_{x'} - i\omega_{2k}m_{y'} - \frac{i}{2}gb_{44}M_0^2\cos\vartheta \left[u'_-(k-q) - u'_+(k+q)\right] &= 0; \\ (\omega - \omega_0) \, m_{y'} + i\omega_{1k}m_{x'} + \frac{1}{2}gb_{44}M_0^2\cos2\vartheta \left[u'_-(k-q) + u'_+(k+q)\right] - \\ &- g\left(b_{33} - b_{31}\right)M_0^2k\sin2\vartheta u_z = 0; \\ \left(\omega^2 - \omega_{t\pm}^2\right)u'_\pm - \frac{i}{\rho}b_{44}M_0 \left[\cos2\vartheta m'_x \pm i\cos\vartheta m'_y\right](k\pm q) &= 0; \quad (10.3.17) \\ &\left(\omega^2 - \omega_l^2\right)u_z + \frac{i}{\rho}\left(b_{33} - b_{31}\right)M_0k\sin2\vartheta m_{x'} = 0. \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения: для обменной спирали

$$\begin{aligned}
\omega_{t\pm} &= S_t (k \pm q); \quad \omega_0 = 4g M_0 \gamma q k^3 \cos \vartheta, \\
\omega_{2k} &= \omega_{20} + g M_0 \gamma k^2 \left(k^2 + 4q^2\right); \\
\omega_{1k} &= \omega_{10} + g M_0 \gamma \left[\cos^2 \vartheta k^2 \left(k^2 + 4q^2\right) + \sin^2 \vartheta \left(k^2 - q^2\right)^2\right];
\end{aligned}$$
(10.3.18a)

для релятивистской спирали

$$\omega_0 = 0; \quad \omega_{2k} = \omega_{20} + gM_0\alpha k^2; \omega_{1k} = \omega_{10} + gM_0\alpha \left[k^2 + \sin^2\vartheta q^2\right].$$
(10.3.186)

Дисперсионное уравнение системы (10.3.17) имеет вид:

$$\left(\omega^{2}-\omega_{l}^{2}\right)\left\{\left[\left(\omega-\omega_{0}\right)^{2}-\omega_{sk}^{2}\right]\left(\omega^{2}-\omega_{t-}^{2}\right)\left(\omega^{2}-\omega_{t+}^{2}\right)+\right.+\left(\omega-\omega_{0}\right)\omega_{me4}\cos\vartheta\cos2\vartheta\left[\omega_{t+}^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{t-}^{2}\right)-\omega_{t-}^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{t+}^{2}\right)\right]-\right.-\left.\frac{1}{2}\omega_{me4}\left(\omega_{2k}\cos^{2}2\vartheta+\omega_{1k}\cos^{2}\vartheta\right)\left[\omega_{t+}^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{t-}^{2}\right)+\omega_{t-}^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{t+}^{2}\right)\right]-\right.\left.-\omega_{me4}^{2}\omega_{t-}^{2}\omega_{t+}^{2}\cos^{2}\vartheta\cos^{2}2\vartheta\right\}-\right.\left.-\omega_{me1}\omega_{l}^{2}\sin^{2}2\vartheta\left\{\omega_{2k}\left(\omega^{2}-\omega_{t-}^{2}\right)\left(\omega^{2}-\omega_{t+}^{2}\right)-\right.\left.\left.-\frac{1}{2}\omega_{me4}\cos^{2}\vartheta\left[\omega_{t-}^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{t+}^{2}\right)+\omega_{t+}^{2}\left(\omega^{2}-\omega_{t-}^{2}\right)\right]\right\}=0, \quad (10.3.19)$$

где $\omega_{sk}^2 = \omega_{1k}\omega_{2k}, \ \omega_{me1} = g \left(b_{33} - b_{31}\right)^2 M_0^3/c_{33}.$ Рассмотрим более подробно поведение спектра МУ волн вблизи

Рассмотрим более подробно поведение спектра МУ волн вблизи фазовых переходов ФМС-ФМ и ФМС-ПС.

10.3.3. Фазовый переход ферромагнитная спираль-ферромагнетик

Вблизи перехода ФМС-ФМ угол $\vartheta \simeq 0$. В этом случае в дисперсионном уравнении (10.3.19) можно пренебречь связью спиновых волн с продольным звуком (sin $2\vartheta \simeq 0$). Тогда уравнение (10.3.19) запишется как

$$\left(\omega \pm \omega_{sk}^{\pm}\right)\left(\omega^2 - \omega_{t\pm}^2\right) \pm \omega_{me4}\omega_{t\pm}^2 = 0, \qquad (10.3.20)$$

где $\omega_{sk}^{\pm} = gM_o\gamma k^2(k\pm 2q)^2 + \omega_{me4}$ — для обменной спирали, $\omega_{sk}^{\pm} = \omega_{me4} + gM_o\alpha k^2$ — для релятивистской спирали. Видно, что это уравнение разбивается на два: для лево- и правополяризованных МУ волн.

Дисперсионное уравнение для левополяризованных МУ волн (верхний знак в (10.3.20)) имеет единственное решение, которое представляет собой одну из поперечных ветвей квазиупругих колебаний. Это решение приближенно можно записать следующим образом:

$$\omega_{I} = \begin{cases} \omega_{t+} (1-\zeta^{+})^{1/2}, & \omega_{t+} \ll \omega_{sk}^{+} (1-\zeta^{+})^{1/2}; \\ \omega_{t+}^{2} / \omega_{sk}^{+}, & \omega_{sk}^{+} (1-\zeta^{+})^{1/2} \ll \omega_{t+} \ll \omega_{sk}^{+}; \\ \omega_{t+} (1-\omega_{me4} / \omega_{t+})^{1/2}, & \omega_{sk}^{+} \ll \omega_{t+}, \end{cases}$$
(10.3.21)

где $\zeta^+ = \omega_{me4}/\omega_{sk}^+$ — параметр МУ взаимодействия. Решением дисперсионного уравнения для правополяризованных МУ волн (нижний знак в (10.3.20)) являются две ветви, которые имеют вид:

$$\omega_{II} = \begin{cases} \omega_{t-} (1-\zeta^{-})^{1/2}, & \omega_{t-} \ll \omega_{sk}^{-} (1-\zeta^{-})^{1/2}; \\ \omega_{sk}^{-} (1-\zeta^{-}), & \omega_{sk}^{-} (1-\zeta^{-})^{1/2} \ll \omega_{t-} \ll \omega_{sk}^{-}; \\ \omega_{sk}^{-} (1-\zeta^{-}), & \omega_{sk}^{-} \ll \omega_{t-}; \end{cases}$$

$$\omega_{III} = \begin{cases} \omega_{sk}^{-} + \omega_{me4} \omega_{t-}^{2} / \omega_{sk}^{-2}, \\ \omega_{sk}^{-} + \omega_{me4} \omega_{t-}^{2} / \omega_{sk}^{-2}, \\ \omega_{t-}^{-} (1+\omega_{me4} / \omega_{t-})^{1/2}. \end{cases}$$
(10.3.22)

Здесь $\zeta^{-} = \omega_{me4}/\omega_{sk}^{-}$. Одна из этих ветвей представляет собой правополяризованную поперечную квазиупругую волну, другая — квазиспиновую волну.

На рис. 10.3 изображен спектр связанных МУ волн в точке фазового перехода Φ MC- Φ M в лабораторной системе координат (волновой вектор **p** в лабораторной системе координат связан с волновым вектором **k** соотношением **p** = **k** + **q** для левополяризованных МУ волн и **p** = **k** - **q** для правополяризованных МУ волн).

Видно, что в отличие от обычных ферро- и антиферромагнетиков в геликоидальном магнетике закон дисперсии невзаимодействующих спиновых волн $\Omega_{sp} = \omega_{sp}^- - \omega_{me4}$ при волновом числе p = 0 имеет активацию ω_0 , равную $gM_0\gamma q^4$ (обменная спираль) и $gM_0\alpha q^2$ (релятивистская спираль). Величина этой активации зависит от волнового числа



Рис. 10.3. Спектр МУ волн в точке фазового перехода ФМС-ФМ в лабораторной системе координат: ω_t , $\Omega_{sp} = \omega_{sp}^- - \omega_{me4}$ — невзаимодействующие ветви (---); $\omega_I - \omega_{III}$ — МУ ветви (---); a — обменная спираль; δ — релятивистская спираль

спирали q. Наличие активации в спектре спиновых волн в магнетиках со спиральной структурой приводит к тому, что в таких магнетиках, в отличие от обычных магнетиков, отсутствует резонансное взаимодействие упругих и спиновых ветвей при p = 0. Однако в геликоидальных магнетиках резонансное взаимодействие упругих и спиновых ветвей имеет место вблизи их точек пересечения. Наиболее сильное взаимодействие наблюдается вблизи точек пересечения спиновых и правополяризованных упругих ветвей колебаний. Эти точки определяются из уравнения $|\omega_{t-}| = \Omega_{sp}$. Данное уравнение имеет четыре корня, два из которых соответствуют очень большим значениям волновых чисел $(p_{3,4} \simeq \pm (S_t/gM_o\gamma)^{1/3}$ — обменная спираль, $p_{3,4} \sim \pm S_t/gM_o\alpha$ — релятивистская) и на рисунке не показаны. Остальные два корня определяются формулами $p_{1,2} \simeq 9gM_0\gamma q^4/S_t$ и $p_{1,2} \simeq \pm gM_0\alpha q^2/S_t$ соответственно для обменной и релятивистской спиралей. Для редкоземельных металлов, полагая $q \sim 2 \cdot 10^7$ Гц/Э, $M_0 \sim 10^3$ Э, $\gamma \sim 10^{-28}$ см⁴,

 $S_t \sim 10^5 \ {\rm см/c}, \ q \sim 10^7 \ 1/{\rm см},$ имеем $\omega_0 \sim 10 \ \Gamma \Gamma {\rm ц}, \ p_1 \sim |p_2| \sim 10^6 \ 1/{\rm см},$ а для магнетиков без центра симметрии при $\alpha \sim 10^{-12} \ {\rm cm}^2, \ |\beta_1| \sim 1,$ $a \sim 10^{-8} \ {\rm cm}, \ q \sim 10^4 \ 1/{\rm cm},$ получаем $\omega_0 \sim 1 \ {\rm M} \Gamma {\rm ц}, \ p_1 \sim |p_2| \sim 10 \ 1/{\rm cm}.$ При $p = p_1$ (обменная спираль) и $p = p_2$ (релятивистская спираль) в спектре МУ волн возникает область непропускания $\Delta \omega$, ширина которой определяется расстоянием между максимумом второй ветви ($\omega_{\rm max}$) и минимумом третьей ветви ($\omega_{\rm min}$). В случае $\omega_{me4} \gg S_t p_{1,2}$, величина $\omega_{\rm max} \simeq S_t \ |p_{1,2}|$, а величина $\omega_{\rm min} \simeq \omega_{me4}$. Следовательно, ширина полосы непропускания равна $\Delta \omega \simeq \omega_{me4}$. Для редкоземельных металлов — $\omega_{me4} \sim 10^{12} \ \Gamma {\rm ц}$, а для кристаллов без центра симметрии — $\omega_{me4} \sim 10^8 \ \Gamma {\rm ц}$. Левополяризованные упругие колебания вблизи перехода $\Phi {\rm MC}$ - $\Phi {\rm M}$ слабо взаимодействуют со спиновыми волнами.

Из рис. 10.3 следует также, что в магнетиках без центра инверсии, теряется симметрия относительно распространения волн по и против оси z — такие волны имеют разные скорости (эффект невзаимности). В редкоземельных магнетиках спектр МУ волн симметричен относительно p = 0 (отсутствует эффект невзаимности). Ветвь ω_{II} имеет минимум, равный нулю при волновых числах p = 0, q (обменная спираль) и p = 0, -q (релятивистская спираль). В областях 0 (обменнаяспираль) и $p_2 (релятивистская спираль) данная ветвь является$ квазиупругой, а в остальных областях — квазиспиновой. Ветвь ω_{III} при $p \simeq p_1$ (обменная спираль) и $p \simeq p_2$ (релятивистская спираль) имеет минимум, равный ω_{me4} (МУ щель). МУ же щелью в основном определяется и величина активации у данной ветви. В областях 0и $p_2 , соответственно для обменной и релятивистской спиралей,$ ветвь ω_{III} является квазиспиновой, а при других значениях квазиимпульса — квазиупругой. На ветвях ω_I и ω_{II} имеются участки, где они квадратично зависят от p. Скорости МУ волны ω_{II} в областях p = q(обменная спираль) линейно зависит от p и стремится к нулю при $p \rightarrow q$ и $p \rightarrow -q$, соответственно для обменной и релятивистской спиралей.

10.3.4. Фазовый переход ферромагнитная спираль – простая спираль

В области перехода ФМС-ПС угол $\vartheta \simeq \pi/2$. Дисперсионное уравнение (10.3.19) в точке фазового перехода ($\vartheta = \pi/2$) принимает вид

$$(\omega^{2} - \omega_{sk}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{t-}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{t+}^{2}) - - \frac{1}{2} \zeta_{k} \omega_{sk}^{2} [\omega_{t-}^{2} (\omega^{2} - \omega_{t+}^{2}) + \omega_{t}^{2} (\omega^{2} - \omega_{t-}^{2})] = 0, \quad (10.3.23)$$

где $\zeta_k = \omega_{me4}/\omega_{1k}$. При квазиимпульсах $k \ll k_0 = (|\beta_1|/\gamma)^{1/4}$ и $k \ll \ll k_0 = (|\beta_1|/\alpha)^{1/2}$, соответственно в случаях обменной и релятивистской спиралей, частоту ω_{sk} можно записать как $\omega_{sk} = ck \left(k^2 + 4q^2\right)^{1/2}$, $c = gM_0 \left(\gamma |\beta_1|\right)^{1/4}$ (обменная спираль) и $\omega_{sk} = ck$, $c = gM_0 \left(\alpha |\beta_1|\right)^{1/2}$

(релятивистская спираль). Мы учли здесь также, что в магнетиках всегда выполняются условия $|\beta_1| \gg \gamma q^4, \alpha q^2, h_{me4}$.

В магнетиках без центра симметрии $c \sim 10^4$ см/с, а $k_0 \sim 10^6 \ 1/см \gg q$. В редкоземельных металлах при $|\beta_1| \sim 10^2$ величина $c \sim 10^{-3}$ см²/с и $k_0 \sim 3 \cdot 10^7 \ 1/см \ge q$. В дальнейшем ограничимся рассмотрением лишь указанной области волновых чисел.

Анализ дисперсионного уравнения (10.3.23) проведем в лабораторной системе координат. В этой системе вместо (10.3.23) получаем уравнение

$$(\omega^{2} - \omega_{sp\pm q}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{tp}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{tp\pm 2q}^{2}) - \frac{1}{2} \zeta_{p\pm q} \omega_{sp\pm q}^{2} [\omega_{tp\pm 2q}^{2} (\omega^{2} - \omega_{tp}^{2}) + \omega_{tp}^{2} (\omega^{2} - \omega_{tp\pm 2q}^{2})] = 0.$$
 (10.3.24)

На рис. 10.4 приведен спектр связанных магнитоупругих волн в лабораторной системе координат в точке фазового перехода ФМС-ПС. Видно, что здесь и в точке перехода ФМС-ФМ, не взаимодействующие с упругой подсистемой ветви спиновых волн имеют при p = 0активацию ω_0 , равную $\sqrt{5} cq^2$ (обменная спираль) и cq (релятивистская спираль). Для обменной спирали $\omega_0 \sim 10^{11}$ Гц, а для релятивистской спирали $\omega_0 \sim 10^8$ Гц. Причиной появления данной активации в спектре спиновых волн является снятие вырождения основного состояния легкоплоскостного ферромагнетика под действием неоднородного магнитного поля спирали в базисной плоскости [548]. Это поле также приводит к снятию вырождения по частоте право- и левололяризованных колебаний. Решением дисперсионных уравнений (10.3.24) являются шесть связанных МУ ветвей. На рис. 10.4 они изображены сплошными



Рис. 10.4. Спектр МУ волн в точке фазового перехода ФМС-ПС в лабораторной системе координат: $\omega_{sp\pm q}$, ω_{tp} , $\omega_{tp\pm 2q}$ — невзаимодействующие ветви (- -); ω_I , ω_{II} — МУ ветви (----); p_1-p_8 — точки пересечения невзаимодействующих ветвей

кривыми. Штриховыми кривыми показаны невзаимодействующие ветви $\omega_{sp\pm q}, \omega_{tp}, \omega_{tp\pm 2q},$

Со спиновой ветвью ω_{sp+a} взаимодействуют левололяризованная (ω_{tp}) и правополяризованная (ω_{tp+2q}) поперечные упругие ветви, а со спиновой ветвью ω_{sp-q} — правополяризованная (ω_{tp}) и левололяризованная (ω_{tn-2a}) поперечные упругие ветви. Наиболее сильное взаимодействие имеет место вблизи точек пересечения упругих и спиновых волн. Эти точки определяются из уравнений $|\omega_{tn}| = |\omega_{sp+a}|$ и $|\omega_{tp+2a}| = |\omega_{sp+a}|$. Данные уравнения в рассматриваемой области волновых чисел имеют по два корня, которые выражаются формулами $p_{1,2} = \pm \tilde{c}q/(S_t \pm \tilde{c}), \ p_{7,8} = -(2S_t \mp \tilde{c})q/(S_t \mp \tilde{c})$ и $p_{3,4} = \pm \tilde{c}q/(S_t \mp \tilde{c}),$ $p_{5.6} = (2S_t \pm \tilde{c}) q / (S_t \pm \tilde{c})$ соответственно для точек пересечения право- и левополяризованных упругих волн со спиновыми волнами. Для релятивистской спирали $\widetilde{c} \equiv c$, а для обменной спирали — $\widetilde{c} \simeq \sqrt{5} \, cq \sim 10^4$ см/с. Поскольку в обоих типах магнетиков $S_t \gg \widetilde{c},$ величина волновых чисел $|p_1| - |p_4| \ll q$, а $|p_{7.8}|, |p_{5.6}| \sim 2q$. Вблизи фазового перехода Φ MC-ПС параметр \hat{M} У взаимодействия ζ_{p+a} мал $\zeta_{p+q} \simeq h_{me}/|\beta_1| \ll 1$), поэтому вдали от точек пересечения МУ ветви практически не отличаются от невзаимодействующих ветвей колебаний.

При $p = p_1, p = p_2, p = p_5$ и $p = p_7$ в спектре МУ волн возникают полосы непропускания $\Delta \omega$, ширина которых определяется расстояниями между максимумами ветвей ω_I и ω_{II} и минимумами ветвей $\omega_{III}-\omega_{VI}$. Все эти зоны одинаковы по величине и равны: $\Delta \omega = \tilde{c}q\zeta^{1/2}$. Для редкоземельных: металлов, полагая $\zeta \sim 10^{-2}$, имеем $\Delta \omega \sim 10$ ГГц, а для магнетиков без центра симметрии, считая, что $\zeta \sim 10^{-4}$, получаем $\Delta \omega \sim 1$ МГц. Величина максимумов у ветвей ω_I, ω_{II} и величина минимумов у ветвей $\omega_{III} - \omega_{VI}$ порядка $\tilde{c}q$. Для магнетиков без центра симметрии, считая, что $\zeta \sim 10^{-4}$, получаем $\Delta \omega \sim 1$ МГц. Величина максимумов у ветвей ω_I, ω_{II} и величина минимумов у ветвей $\omega_{III} - \omega_{VI}$ порядка $\tilde{c}q$. Для магнетиков без центра симметрии $\tilde{c}q \sim 10^8$ Гц, а для редкоземельных магнетиков $\tilde{c}q \sim 10^{11}$ Гц. Видно, что вблизи фазового перехода ФМС-ПС в отличие от фазового перехода ФМС-ФМ величина минимума у ветвей $\omega_{III} - \omega_{VI}$, а также величина активации у ветвей ω_{IV} и ω_V определяется не величиной МУ взаимодействия (ω_{me4}), а величиной квазиимпульса магнитной спирали q.

В области волновых чисел $p \sim p_3$, $p \sim p_4$, $p \sim p_6$ и $p \sim p_8$ возникает обычное «расталкивание» ветвей на величину $\tilde{c}q\zeta^{1/2}$. Ветви ω_I и ω_{II} соответственно при $p_2 , <math>p_8 и <math>p_4 , <math>p_5$ $являются квазиупругими, а ветви <math>\omega_{III}-\omega_{VI}$ в этих областях носят квазиспиновой характер. В остальных областях волновых чисел ветви ω_I и ω_{II} являются квазиспиновыми, а ветви $\omega_{III}-\omega_{VI}$ — квазиупругими. Из рис. 10.4 следует также, что вблизи фазового перехода ФМС-ПС снимается вырождение право- и левополяризованных колебаний.

При $0 < H < H_k$ (при произвольном угле ϑ из интервала $0 < \vartheta < \pi/2$) решением дисперсионного уравнения (10.3.19) является четыре ветви МУ волн. Из-за сложности дисперсионного уравнения получить

его решение в случае произвольного магнитного поля практически невозможно. Поэтому ограничимся здесь качественным исследованием спектра связанных колебаний при увеличении поля.

При $0 < H < H_k$ МУ взаимодействие дает отличный от нуля вклад в величину активации квазиспиновой ветви колебаний. Этот вклад возрастает с увеличением магнитного поля как $\cos^2 \vartheta$ (10.3.18). В точке фазового перехода ФМС-ПС он равен нулю, а в точке перехода ФМС-ФМ достигает максимального значения, равного ω_{me4} . В состоянии ФМС имеется взаимодействие между продольными упругими и спиновыми ветвями (при учете в энергии (10.3.1) обменной магнитострикции такое взаимодействие между ними имеет место и в фазе ПС [546]). Из (10.3.19) следует, что наиболее сильное взаимодействие наблюдается для значения магнитного поля, при котором угол $\vartheta = 45^{\circ}$. Магнитоупругое взаимодействие при любых значениях магнитного поля снимает вырождение между право- и левополяризованными колебаниями.

Итак, в геликоидальных магнетиках наличие спиральной магнитной структуры приводит к тому, что в состоянии ФМС тензор равновесных деформаций становится неоднородным по всему объему вещества. В отсутствие МУ связи в лабораторной системе координат закон дисперсии спиновых волн имеет активацию, которая определяется величиной квазиимпульса спирали. В точке фазового перехода ФМС-ПС спектр спиновых волн в лабораторной системе координат состоит из двух ветвей, которые соответствуют правой и левой спиральным магнитным структурам. Магнитоупругое взаимодействие в точке фазового перехода ФПС-ПС не вносит вклада в величину активации квазиспиновых волн. В фазе ФМС МУ вклад в активацию квазиспиновых волн отличен от нуля и возрастает с ростом магнитного поля, достигая максимального значения (равного МУ щели в обычных ферро- и антиферромагнетиках) в точке перехода ФМС-ФМ. Таким образом, в геликоидальных магнетиках можно магнитным полем управлять величиной МУ вклада в активацию квазиспиновых волн.

Наличие активации в спектре спиновых волн в геликоидальных магнетиках приводит к тому, что в точках фазовых переходов в них отсутствует резонансное взаимодействие спиновых и упругих ветвей колебаний при квазиимпульсе, равном нулю (в обычных магнетиках это взаимодействие имеется). Однако в геликоидальных магнетиках такое взаимодействие имеет место при отличном от нуля квазиимпульсе в точках пересечения упругих и спиновых ветвей. Эти точки обычно находятся в длинноволновой области.

В магнетиках со спиральной магнитной структурой в точке фазового перехода $\Phi\Pi C-\Pi C$, в состоянии $\Phi M C$ и в точке фазового перехода $\Phi M C-\Phi M$ (для релятивистской спирали) теряется симметрия относительно распространения волн по и против оси спирали, то есть возникает эффект невзаимности. В точке фазового перехода $\Phi M C-\Phi M$ законы дисперсии M Y волн имеют области, где они квадратично за-

висят от квазиимпульса. В этих областях скорости МУ волн линейно зависят от волнового числа.

В состоянии ФМС в спиральных магнетиках в спектре МУ волн возникают полосы непропускания, величина которых определяется величиной магнитоупругого взаимодействия. Ширина полос непропускания зависит также от величины магнитного поля, возрастая с его увеличением. Как и в обычных магнетиках, в спиральных магнетиках снимается вырождение право- и левополяризованных МУ волн. Кроме того, имеется взаимодействие спиновых волн с упругими волнами при квазиимпульсе, равном удвоенному квазиимпульсу спирали.

10.4. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в кристаллах со спиральной магнитной структурой

Основываясь на приведенных выше исследованиях можно заключить, что в кристаллах со спиральной магнитной структурой спектр спиновых и упругих волн имеет ряд особенностей по сравнению со спектром аналогичных колебаний в магнетиках без модулированной структуры. Кроме спиновых и упругих волн, в магнетиках распространяются и ЭМ волны. Эти три вида колебаний образуют в кристаллах связанные спиновые, упругие и ЭМ волны. Спектр связанных спиновых, упругих и ЭМ волн в одноосных магнетиках без спиральной фазы подробно изучен в работе [101]. Теоретическим исследованиям спектров МУ и электромагнитно-спиновых волн в геликоидальных магнетиках были посвящены работы [311,315].

В данном разделе на основе результатов, полученных в [311, 315] и в предыдущем разделе, изучается спектр связанных спиновых, упругих и ЭМ колебаний в одноосных кристаллах со спиральной магнитной структурой типа ПС. Получено уравнение и спектр связанных волн в случае их распространения вдоль оси спирали. Особенностью спектра является снятие вырождения право- и левополяризованных колебаний, наличие активации у квазиспиновых ветвей и резонансного взаимодействия спиновых волн с упругими и ЭМ волнами вблизи двух значений волнового числа $k \sim 0$ и $k \sim 2q$ ($2\pi/q$ — период спирали), а также наличие в спектре связанных колебаний полос непропускания.

При решении задачи исходим из полной системы уравнений движения упругой среды, намагниченности (10.1.5) и системы уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}), \qquad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t}, \qquad (10.4.1)$$
$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \mathbf{0}, \qquad \operatorname{div} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = \mathbf{0},$$

где Е, Н — векторы напряженностей ЭМ поля, ε — диэлектрическая проницаемость среды.

Выражение для плотности свободной энергии, которая входит в систему уравнений движения, возьмем в виде (10.3.1)–(10.3.3). Рассмотрим магнетики, у которых в основном состоянии реализуется ферромагнитная спиральная структура (10.3.4). Равновесные деформации u_{ij} в этом состоянии являются неоднородными. Их вид в случае $qd \gg 1$ (q — волновое число, d — размер образца) приводится в (10.3.10). Исследуем малые колебания векторов смещения, намагниченности, электрического и магнитного полей около основного состояния (10.3.4). Линеаризованная система уравнений (10.1.5) и (10.4.1) для компонент Фурье этих векторов в случае распространения волн вдоль оси z (оси спирали) имеет вид:

$$\begin{split} \pm \omega m_{\pm}(k) &= \cos \theta \left[\omega_{2k}^{\pm} + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \right] m_{\pm}(k) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^2 \theta \cos \theta \cdot m_{\pm}(k \pm 2q) - \sin \theta \cdot \omega_{1k \pm q} m_z(k \mp q) + \\ &+ igb_{44} M_0^2 k \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right] u_{\pm}(k) - \\ &- \frac{i}{2} g M_0 b_{44} \sin^2 \theta \cdot (k \pm 2q) u_{\pm}(k \mp 2q) - \\ &- ig \left(b_{33} - b_{31} \right) M_0^2 \sin 2\theta \cdot (k \pm q) u_z(k \mp q) + \\ &+ g M_0 \sin \theta \cdot h_z(k \mp q) - g M_0 \cos \theta \cdot h_{\pm}(k), \\ \omega m_z(k) &= \frac{1}{2} \sin \theta \left[\omega_{2k-q}^- m_-(k-q) - \omega_{2k+q}^+ m_+(k+q) \right] + \\ &+ \frac{1}{2} g M_0 \sin \theta \left[h_+(k-q) - h_-(k-q) \right], \\ \left[\omega^2 - s_t^2 k^2 \right] u_{\pm}(k) &= \frac{i}{\rho} k b_{44} M_0 \left[\sin \theta \cdot m_z(k \mp q) + \cos \theta \cdot m_{\pm}(k) \right], \\ &\left[\omega^2 - s_t^2 k^2 \right] u_z(k) &= -2i \left(b_{33} - b_{31} \right) k M_0 \cos \theta \cdot m_z(k) / \rho, \\ &\left[\omega^2 - k^2 v^2 \right] h_{\pm}(k) &= -\omega^2 4 \pi m_{\pm}(k), \\ &h_z(k) &= -4 \pi m_z(k). \end{split}$$

К данной системе уравнений необходимо добавить условие постоянства модуля намагниченности $|\mathbf{M}| = \text{const}$, которое для компонент Фурье намагниченности выглядит следующим образом

$$\sin\theta \left[m_{-}(k-q) + m_{+}(k+q)\right] + 2\cos\theta \cdot m_{z}(k) = 0.$$
 (10.4.3)

В уравнениях (10.4.2)–(10.4.3) введены следующие обозначения: $\mathbf{h}(\mathbf{k})$, $\mathbf{m}(\mathbf{k})$, $\mathbf{u}(\mathbf{k})$ — компоненты Фурье соответственно векторов \mathbf{h} , \mathbf{m} , \mathbf{u} ; $v = c/\sqrt{\varepsilon}$ — скорость ЭМ волн в среде;

$$\omega_{2k}^{\pm} = \omega_{20} + gM_0L_{\perp}^{\pm}(k), \quad \omega_{1k} = \omega_{10} + gM_0\sin^2\theta \cdot L_{\parallel}(k) = 0. \quad (10.4.4)$$

Остальные обозначения совпадают с обозначениями, введенными ранее, что соответствует состоянию типа простая спираль как для кристаллов с обменной спиралью, так и для кристаллов с релятивистской спиралью.

10.4.1. Спектр связанных волн в кристаллах со структурой типа простая спираль

Система уравнений (10.4.2) имеет нетривиальное решение только тогда, когда ее определитель равен нулю. Равенство нулю определителя этой системы и дает нам дисперсионное уравнение для связанных ЭМ и МУ волн в фазе ФМС. Однако мы ограничимся рассмотрением спектра связанных колебаний только при фазовом переходе ФМС-ПС, когда $\theta = \pi/2$. Дисперсионное уравнение в фазе ПС выглядит следующим образом:

$$\omega^{4} \left\{ \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{sk\mp q}^{\prime\prime} ^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ + \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q}^{\prime} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \omega_{me4} \omega_{2k\mp q}^{\prime} \omega_{tk\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \right\} - \\ - \omega^{2} \begin{bmatrix} \omega_{vk}^{2} + \omega_{vk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \omega^{2} - \widetilde{\omega}_{sk\mp q}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \omega_{me4} \omega_{2k\mp q}^{\prime\prime} \omega_{tk\mp 2q}^{2} \right\} + \\ + \omega_{vk}^{2} \omega_{vk\mp 2q}^{2} \left\{ \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{sk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ + \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4} \omega_{tk}^{2} \omega_{2k\mp q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{me4}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tk\mp 2q} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \begin{bmatrix} \omega^{2} - \omega_{tk\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tk}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\ - \omega_{tx\mp 2}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} = \\ - \omega_{tx\mp 2}^{2} \omega_{tx\mp 2q}^{2} \end{bmatrix} + \\$$

где

$$\omega_{tk} = s_t k, \qquad \omega_{2k} = \left[\omega_{2k-q}^- + \omega_{2k+q}^+ \right] / 2, \qquad \omega_{1,2k}' = \omega_{1,2k} + \omega_M, \\ \omega_{2k}'' = \omega_{2k} + \omega_M / 2, \qquad \omega_{vk} = vk, \qquad \omega_{sk}'' = \omega_{1k}' \omega_{2k}', \\ \widetilde{\omega}_{sk}^2 = \omega_{1k}' \omega_{2k}'', \qquad \omega_{sk}'^2 = \omega_{1k}' \omega_{2k}, \qquad \omega_M = 4\pi g M_0.$$

Спектр связанных ЭМ и МУ волн приведен на рисунке 10.5. Видно, что невзаимодействующие с упругой и ЭМ подсистемами ветви спиновых волн имеют при k = 0 активизацию $\omega_0 = \omega_{s0}$,

$$\omega_{sk} = \left(\omega_{1q}\omega_{2q}\right)^{1/2} = gM_0 \left\{ \left[L_{\perp}^{-}(q) + L_{\perp}^{+}(q) \right] \left[|\beta_{\perp}| + L_{\parallel}(q) \right] / 2 \right\}^{1/2}.$$
(10.4.6)

Причиной появления данной активации в спектре спиновых волн является снятие вырождения основного состояния легкоплоскостного ферромагнетика под действием неоднородного магнитного поля спирали в базисной плоскости. Это поле также приводит к снятию вырождения по частоте право- и левополяризованных колебаний.

Решением дисперсионного уравнения (10.4.5) являются десять связанных ветвей. На рис. 10.5 изображены только пять из них. Остальные ветви можно получить зеркальным отражением этих ветвей относительно оси частот. Штриховыми кривыми показаны невзаимодействующие ветви ЭМ (ω_{vk} , ω_{vk-2q} , индекс em), упругих (ω_{tk} , ω_{tk-2q} , индекс e) и спиновых (ω_{sk-q} , индекс s) волн. Со спиновой ветвью ω_{sk+q} взаимодействуют левополяризованные (ω_{tk}, ω_{vk}) и правополяризованные ($\omega_{tk-2q}, \omega_{vk-2q}$) упругие поперечные и ЭМ ветви, а со спиновой ветвью ω_{sk-q} — правополяризованные (ω_{tk}, ω_{vk})



Рис. 10.5. Спектр связанных магнитоупругих и электромагнитных волн в одноосных модулированных магнетиках в состоянии ПС. Штриховыми линиями обозначены невзаимодействующие ветви; k_1-k_8 точки пересечения невзаимодействующих ветвей

и левополяризованные $(\omega_{tk-2q}, \omega_{vk-2q})$ — упругие поперечные и ЭМ ветви. Наиболее сильное взаимодействие имеет место вблизи точек пересечения спиновых волн с упругими и ЭМ волнами. Эти точки определяются из уравнений $|\omega_{tk}| = |\omega_{sk\pm q}|, |\omega_{sk\pm q}| = |\omega_{vk}|,$ $|\omega_{tk\pm 2a}| = |\omega_{sk\pm a}|, |\omega_{vk\pm 2a}| = |\omega_{sk\pm a}|$ и на рисунке обозначены как k_i (i = 1, ..., 8). Вдали от точек пересечения, связанные ветви практически не отличаются от невзаимодействующих ветвей колебаний. При $k = k_3, k_4, k_5, k_6$ в спектре связанных колебаний возникают полосы непропускания. Ширина запрещенных зон, возникающих в результате взаимодействия спиновых и упругих ветвей равна $\Delta \omega_{st} = \widetilde{c}q \zeta^{1/2},$ где \tilde{c} – скорость спиновых волн, $\zeta = \omega_{me4}/\omega_{1k}$ – параметр МУ взаимодействия. Ширина же запрещенных зон, возникающих в результате взаимодействия спиновых и ЭМ волн равна $\Delta \omega_{sv} \approx g M_0 (4\pi |\beta_1|)^{1/2}$. При $g \sim 2 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1} \Im^{-1}$, $M_0 \sim 10^3 \Im$, $|\beta_1| \sim 1 \div 100$ имеем $\Delta \omega_{sk}/2\pi \sim (5 \div 50) \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$, что существенно превосходит величину запрещенных зон $\Delta \omega_{st} (\Delta \omega_{st}/2\pi \sim 10^5 \div 10^9 \text{ c}^{-1})$. Следует отметить также, что если величина минимумов у ветвей $\omega_{\mathrm{II}} (k = k_1)$ и $\omega_{\mathrm{III}} (k = k_5)$ определяется величиной квазиимпульса спирали q, то величина минимума у ветвей $\omega_{\rm IV}$ (при $k=k_3=0$) $\omega_{\rm V}$ (при $k=k_6=2q$) не зависит от qи равна $gM_0 \left(4\pi |\beta_1|\right)^{1/2}$.

В области волновых чисел $k = k_1, k_2, k_7, k_8$ возникает «расталкивание» ветвей на величины $\tilde{c}q\zeta^{1/2}$ и $gM_0 (4\pi |\beta_1|)^{1/2}$ в точках пересечения спиновых волн с упругими и ЭМ волнами соответственно. Приведем еще спектр квазиупругих, квазиэлектромагнитных и квазиспиновых

волн в области малых волновых чисел (k
ightarrow 0)

$$\omega_{\mathrm{I}} \cong s_t k (1-\zeta)^{1/2}, \quad \omega_{\mathrm{II}} \cong v k \left(\omega_{2q}/\omega_M\right)^{1/2},$$

$$\omega_{\mathrm{IV}}^2 \cong \frac{1}{2} \left(\omega_{1q} + \omega_M\right) \left(\omega_{2q}^- + \omega_{2q}^+ + \omega_M\right).$$
(10.4.7)

Отсюда следует, что скорость квазиупругих волн $\omega_{\rm I}/k$ практически не отличается от скорости невзаимодействующего звука s_t , так как параметр $\zeta \ll 1$, а скорость квазиэлектромагнитных волн может уменьшаться по сравнению со скоростью невзаимодействующих волн на дватри порядка, поскольку в типичных магнетиках $\omega_{2q}/2\pi \sim 10^5$ c⁻¹, $\omega_M/2\pi \sim 10^{10}$ c⁻¹.

10.4.2. Обсуждение результатов

Проведенное исследование влияния МУ и ЭМ-спиновое взаимодействий на связанные колебания в кристаллах со спиральной магнитной структурой показало, что они существенно отличаются от связанных колебаний в кристаллах с ФМ и АФМ упорядочением. Также в геликоидальных магнетиках проявляется существенное различие между взаимодействием спиновых и упругих колебаний и взаимодействием спиновых и ЭМ колебаний. Это различие проявляется в том, что если ширина полос непропускания, возникающих при взаимодействии спиновых и упругих ветвей, определяется волновым числом магнитной спирали а и параметром МУ взаимодействия, то величина запрещенных зон, возникающих при взаимодействии спиновых и ЭМ ветвей не зависит от q, а определяется анизотропией и параметром ЭМ-спинового взаимодействия. Изменение скоростей квазиупругих и квазиэлектромагнитных волн по отношению к скоростям невзаимодействующих упругих и ЭМ волн в длинноволновой области также разное — скорость квазиупругих практически не изменяется, скорость же квазиэлектромагнитных волн уменьшается на два-три порядка. Данные различия в поведении квазиупругих и квазиэлектромагнитных ветвей связанных колебаний объясняются наличием в основном состоянии кристаллов со спиральной магнитной структурой неоднородных упругих напряжений, что приводит к отсутствию МУ вклада в активацию квазиспиновых волн, в то время как вклад от ЭМ подсистемы в эту активацию остается таким же, как и в магнетиках без спиральной структуры.

Глава 11

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКА В МАГНЕТИКАХ

Падение электромагнитной волны на границу проводящего твердого тела сопровождается возбуждением в нем ультразвуковых колебаний. Это явление называется явлением электромагнитно-акустического преобразования (ЭМАП).

Как в области практических приложений, так и в лабораторной практике сложились качественно различные подходы к исследованию ЭМАП в нормальных и магнитоупорядоченных металлах. Генерация ультразвука в нормальных металлах за счет силы Лоренца эффективна лишь в условиях, когда длина возбуждаемой упругой волны превосходит толщину скин-слоя — «размазанной» в пространстве силой не удается возбудить коротковолновые колебания. Это условие удовлетворяется в чистых металлах на частотах $\omega \leq 10^{10}$ с⁻¹, чем и определяется частотный диапазон исследований ЭМАП. При использовании магнитострикции для генерации ультразвука, напротив, создаются условия для того, чтобы в этом процессе участвовал весь объем магнетика. С этой целью магнитостриктор измельчается в порошок с размером зерна, не превышающим глубину проникновения электромагнитого поля.

Предметом настоящего раздела служат волны в магнитострикторах, то есть изучение процессов электромагнитного возбуждения ультразвука в хорошо проводящих магнетиках. Исследование электромагнитного возбуждения ультразвука в магнетиках основывается на решении системы уравнений, описывающих колебания электромагнитной, спиновой и упругой подсистем в металле.

Лишь в первом приближении их можно рассматривать как независимые. В общем же случае, и, в частности, в задачах ЭМАП необходимо учитывать их взаимодействия между собой. Учет этих взаимодействий приводит к тому, что нормальными модами колебаний в ферромагнетике являются связанные волны. Сразу же оговоримся, что здесь мы не рассматриваем слабозатухающие электромагнитные волны геликоны, допплероны и т. д., распространение которых возможно лишь в особо чистых металлах при низких температурах в присутствии постоянного магнитного поля.

Спектр связанных колебаний в кубических и одноосных ферромагнетиках изучен в работах Поуви, Мередита и Даббса [371] и Барьяхтара, Гришина и Дроботько [101]. Дисперсионные уравнения связанных колебаний в гексагональных ферромагнетиках получены в [384, 385] и в главе 3. Расчет эффективности возбуждения упругих волн в магнетиках электромагнитными волнами представляет интерес как для изучения особенностей взаимодействия различных типов элементарных возбуждений в магнетиках, так и для получения новой информации о магнитных свойствах магнетиков — построения их магнитных фазовых диаграмм, определения констант обмена, магнитной анизотропии и магнитострикции.

11.1. Постановка задачи

11.1.1. Система уравнений взаимодействующих электромагнитных, спиновых и упругих волн в магнетиках

Изучение процессов возбуждения ультразвука электромагнитной волной, падающей на поверхность магнетика, предполагает решение связанной системы уравнений, описывающей распространение и взаимодействие в нем электромагнитных, спиновых и упругих колебаний. Такая система включает в себя уравнения упругости, уравнения Максвелла и уравнение Ландау–Лифшица для намагниченности:

$$\rho_M \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{f},\tag{11.1.1}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (11.1.2)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad (11.1.3)$$

$$\dot{\mathbf{M}} = g \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right] + \mathbf{R}.$$
 (11.1.4)

Здесь, в отличие от предыдущих разделов, введены обозначения: ρ_M — плотность вещества, **u** — смещение, $\dot{u} = \partial u / \partial t$, f — плотность силы, действующей на элементарный объем магнетика, **j** — плотность тока, **R** — релаксационное слагаемое в магнитной подсистеме.

Компоненты вектора плотности объемной силы $f_i = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k$, где тензоры механических напряжений могут быть записаны как [16]:

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(l)} + \sigma_{ik}^{(ml)} + \sigma_{ik}^{(lm)} + \sigma_{ik}^{(lm)}.$$
(11.1.5)

Здесь тензоры упругих и магнитоупругих напряжений

$$\sigma_{ik}^{(l,ml)} = \partial F_{l,ml} / \partial u_{ik},$$

тензор электромагнитных напряжений

$$\sigma_{ik}^{(lm)} = \frac{1}{4\pi} \left(H_i B_k - \frac{1}{2} \mathbf{H}^2 \delta_{ik} \right),$$

а слагаемое, описывающее затухание в упругой подсистеме,

$$\sigma_{ik}' = \frac{1}{2} \eta_{iklm} \dot{u}_{lm},$$

где η_{iklm} — тензор коэффициентов вязкости, F_l , F_{ml} — плотности свободной энергии упругой подсистемы и магнитоупругой энергии (энергии магнитострикции), u_{ik} — тензор деформации.

Плотность тока в лабораторной системе координат может быть определена из уравнения

$$E_{i} = \rho_{ik}j_{k} + R^{B}_{ikm}B_{m}j_{k} + R^{M}_{ikm}M_{m}j_{k} - [\mathbf{u}, \mathbf{B}]_{i}/c, \qquad (11.1.6)$$

где ρ_{ik} — тензор удельного сопротивления, \widehat{R}^B и \widehat{R}^M — тензоры постоянных нормального и аномального эффектов Холла.

Компоненты вектора индукции электрического поля D определяются выражением:

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k + \varepsilon_{ik} [\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{B}]_k / C - [\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{H}]_i / c, \qquad (11.1.7)$$

где ε_{ik} — тензор диэлектрической проницаемости вещества.

Релаксационное слагаемое в уравнении (11.1.4) может быть записано как

$$\mathbf{R} = \frac{1}{\tau_2} \mathbf{H}^{\flat \phi \phi} - \frac{1}{\tau_1 M^2} [\mathbf{M}, [\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\flat \phi \phi}]], \qquad (11.1.8)$$

где $\tau_{1,2}$ — времена поперечной и продольной релаксации. Полная плотность свободной энергии магнетика имеет вид

$$F = \frac{1}{2}a\mathbf{M}^{2} + \frac{1}{4}b\mathbf{M}^{4} + \alpha_{ik}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{i}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_{k}} + F_{\alpha} + \frac{1}{2}\gamma_{ik}\mathbf{M}^{2}u_{il} + \gamma_{ijkl}M_{i}M_{j}u_{kl} + c_{ijkl}u_{ij}u_{kl} - \mathbf{M}(\mathbf{H}_{0} + \mathbf{h}), \quad (11.1.9)$$

где a, b — постоянные однородного обмена, $\hat{\alpha}, \hat{\gamma}$ и \hat{c} — тензоры постоянных неоднородного обмена, магнитострикции и упругости. Первые три слагаемых в выражении (11.1.9) описывают энергию однородного и неоднородного обменов, четвертое — энергию магнитной анизотропии. Пятое и шестое слагаемые в (11.1.9) описывают энергию изотропной (объемной) и анизотропной магнитострикции. Седьмое слагаемое представляет собой упругую энергию, а последнее — энергию Зеемана, которая описывает взаимодействие намагниченности с постоянным H_0 и переменным $\mathbf{h} \approx \mathbf{h}_0 \exp(-\omega it)$ магнитными полями, ω — частота падающей электромагнитной волны.

При исследовании ЭМАП в изотропных магнетиках, поликристаллах, а также в ферромагнетиках с нерегулярной доменной структурой вместо уравнения Ландау–Лифшица (11.1.4) можно использовать соотношение:

$$\mathbf{M} = \widehat{\chi} \mathbf{H},\tag{11.1.10}$$

где $\hat{\chi}$ — тензор магнитной восприимчивости. Уравнение (11.1.10) связывает между собой как постоянные, так и переменные намагниченность и напряженность магнитного поля. Тензор $\hat{\chi}$ теоретически может быть получен из решения системы (11.1.1)–(11.1.4)для отдельного кристаллита (или домена) с последующим затем усреднением по всем кристаллитам (или доменам). Мы будем пользоваться соотношением (11.1.10), полагая, что тензор $\hat{\chi}$ может быть определен из независимых экспериментов. Кроме того, для изотропных магнетиков,

поликристаллов и ферромагнетиков с нерегулярной доменной структурой можно использовать следующее выражение для свободной энергии:

$$F = \frac{1}{2}A\mathbf{M}^2 + \frac{1}{4}B\mathbf{M}^4 + \frac{1}{2}\gamma\mathbf{M}^2u_{ii} + \frac{1}{2}\lambda_1u_{ii}^2 + \lambda_2u_{ik}^2, \qquad (11.1.11)$$

где A и B — постоянные однородного обмена (A и B включают и константы анизотропии, которые войдут в них при усреднении (11.1.9) по кристаллитам), γ — постоянная объемной магнитострикции (она содержит как обменные, так и анизотропные постоянные, которые также входят в нее при усреднении), λ_1 и λ_2 — коэффициенты Ламэ.

11.1.2. Граничные условия

Исходная система уравнений должна быть дополнена граничными условиями для векторов **E**, **H**, **B** и **D**, а также для тензора напряжения σ_{ik} и намагниченности **M**. В лабораторной системе координат непрерывность нормальных компонент индукции электрического и магнитного полей и тангенцианальных компонент напряженностей этих полей на границе магнетика записывается следующим образом:

$$D_n^{(i)} = D_n^{(e)}, \quad B_n^{(i)} = B_n^{(e)},$$

$$\left[\mathbf{n}, (\mathbf{E}^{(l)} - \mathbf{E}^{(e)})\right] = \frac{1}{c} \dot{u}_n (\mathbf{B}^{(i)} - \mathbf{B}^{(e)}); \quad (11.1.12a)$$

$$\left[\mathbf{n}, (\mathbf{H}^{(i)} - \mathbf{H}^{(e)})\right] = -\frac{1}{c} \dot{u}_n (\mathbf{D}^{(i)} - \mathbf{D}^{(e)}).$$

Условие непрерывности тензора напряжений на свободной границе магнетика имеет вид:

$$\sigma_{ik}^{(i)} n_k = \sigma_{ik}^{(e)} n_k. \tag{11.1.126}$$

Индексы i и e служат для обозначения переменных внутри и вне вещества, соответственно, \mathbf{n} — вектор нормали к поверхности.

Граничное условие для намагниченности металла записывается как

$$n_k \frac{\partial F}{\partial (\partial \mathbf{M} / \partial x_k)} = 0. \tag{11.1.12b}$$

11.1.3. Дисперсионное уравнение и спектры связанных колебаний

Система уравнений (11.1.1)–(11.1.4) позволяет рассчитывать спектры связанных электромагнитных, упругих и спиновых волн в неограниченных магнетиках. Как уже говорилось, такие расчеты проводились для кубических [371], одноосных изотропных по упругим и магнитоупругим свойствам [101] и гексагональных ферромагнетиков [384,385] и в предыдущем разделе.

Выпишем здесь дисперсионное уравнение связанных колебаний в гексагональном ферромагнетике, распространяющихся вдоль оси симметрии шестого порядка с при учете еще и связи между электромагнитной и упругой подсистемами (в предыдущей главе имелась связь только между упругой и спиновой, а также между спиновой и электромагнитной подсистемами)

$$(q^2 - k_s^2) (q^2 - k_e^2) (q^2 - k_a^2) - (4\pi/\alpha)k_e^2 (q^2 - k_a^2) - (\xi/\alpha)k_a^2 (q^2 - k_e^2) - \varepsilon k_e^2 q^2 (q^2 - k_s^2) - 4(\pi\varepsilon/\alpha^2)^{1/2}k_e^2 q^2 = 0.$$
 (11.1.13)

Здесь

$$k_s^2 = -(\omega_0 \mp \omega)/gM\alpha, \quad k_e^2 = 2i/\delta^2, \quad k_a^2 = \omega^2/S_4^2$$
 (11.1.14)

— квадраты волновых чисел невзаимодействующих колебаний, α — константа неоднородного обменного взаимодействия вдоль оси шестого порядка, $\xi = \gamma^2 M^2 / \rho_M S_4^2$ — параметр магнитоупругого взаимодействия, $\varepsilon = H_0^2 / 4\pi \rho_M S_4^2$ — параметр электромагнитноакустического взаимодействия, параметром электромагнитноспинового взаимодействия служит константа 4π , S_4 — скорость распространения поперечного ультразвука, $\delta = (c^2 \rho / 2\pi \omega)^{1/2}$ — глубина скин-слоя в немагнитном металле, ρ — удельное сопротивление, $\omega_0 = g(H_0 + K/M)$ — частота однородных спиновых колебаний, K — сумма перенормированных магнитострикцией констант одноосной магнитной анизотропии, постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{c}$.

Дисперсионное уравнение (11.1.13) записано в предположении, что в отсутствие постоянного магнитного поля намагниченность **M** отклонена от оси **c**. При введении магнитного поля происходит переориентация спинов на это направление. В поле $H_0 = -K/M$ имеет место ориентационный фазовый переход второго рода [4]. Спектры связанных электромагнитных, спиновых и упругих волн, распространяющихся вдоль оси симметрии шестого порядка в гексагональном ферромагнитном металле, вдали и в точке ориентационного фазового перехода схематически показана на рис. 3.7 и 3.8.

11.1.4. Возбуждение упругих мод и основные приближения

Система уравнений (11.1.1)–(11.1.4), совместно с граничными условиями (11.1.12), помимо расчета спектров собственных колебаний проводящих ферромагнетиков, позволяет определить также эффективности возбуждения различных мод спектра внешними возмущениями. Возбуждающая сила в уравнении упругости, в соответствии с формулой (11.1.5), обусловлена различным взаимодействиям в магнитоупорядоченных средах. Слагаемое $\partial \sigma_{ik}^{(ml)} / \partial x_k$ обусловливает магнитоупругий механизм генерации ультразвука, а слагаемое $\partial \sigma_{ik}^{(lm)} / \partial x_k$ — индукционный механизм.

Перечислим те допущения, в которых решается задача об электромагнитном возбуждении ультразвука. Прежде всего, ограничимся рассмотрением процессов ЭМАП в хорошо проводящих ферромагнетиках. При этом будем предполагать, что проводимость металла изотропна и выполняются условия нормального скин-эффекта. Упругие и магнитоупругие свойства веществ будут предполагаться либо изотропным (разделы 11.2 и 11.3), либо удовлетворяющими гексагональной симметрии (разделы 11.4 и 11.5). К последним, в частности, относятся редкоземельные металлы. В выражении для свободной энергии (11.1.9) будем пренебрегать неоднородным обменом. При этом отсутствует дисперсия в спектре квазиспиновых волн и в скорости квазизвуковых колебаний, а также отпадает необходимость в учете граничных условий для намагниченности (11.1.12в). Приближения, при которых можно пренебречь неоднородным обменом в (11.1.9), а также учет влияния этого слагаемого на генерацию ультразвука рассматриваются в разделе 11.5.

Особенности ЭМАП за счет эффекта Холла, а также в антиферромагнетиках, ферродиэлектриках и в пластинах рассматриваются соответственно в разделах 11.6, 11.7, 11.8, 11.9.

11.2. Электромагнитное возбуждение ультразвука в изотропных магнетиках

Рассмотрим вначале простейший случай электромагнитоакустического преобразования в металле с изотропными упругими и магнитными свойствами. Источниками генерации в этом случае выступают индукционное и магнитоупругое взаимодействия, в последнем из которых мы будем учитывать лишь изотропную обменную магнитострикцию. Для определенности рассмотрим случай, когда постоянное магнитное поле \mathbf{H}_0 направлено вдоль границы металла и параллельно переменному магнитному полю \mathbf{h} ($\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{x}$), а волновой вектор возбуждаемого ультразвука \mathbf{k} направлен вдоль нормали \mathbf{n} к поверхности ($\mathbf{k} \| \mathbf{n} \| \mathbf{z}$). В этой геометрии в металле возбуждаются продольные упругие колебания.

Система уравнений, описывающая распространение электромагнитной и упругой волн в металле, записывается в виде:

$$\begin{bmatrix} k_a^2 (1-\xi)^{-1} + \frac{\partial}{\partial z^2} \end{bmatrix} u - \frac{1}{4\pi\rho_M \widetilde{S}^2} (H_0 + 4\pi\gamma M\chi) \frac{\partial h}{\partial z} = 0,$$

$$\left(\mu k_e^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) h + k_e^2 (\mu H_0 + 4\pi\gamma M\chi) \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$
 (11.2.1)

где k_e и k_a определены формулой (11.1.14), а $\tilde{S} = S(1-\xi)^{1/2}$ — перенормированная магнитоупругим взаимодействием скорость продольного звука, $S^2 = (\lambda_1 + 2\lambda_2)/\rho_M$.

Дисперсионное уравнение, определяющее собственные волновые векторы задачи q_1 и q_2 , таково:

$$\left[q^2 - k_a^2 (1-\xi)^{-1}\right] \left(q^2 - \mu k_e^2\right) = q^2 \frac{k_e^2}{4\pi\rho_M \tilde{S}^2} \left(H_0 + 4\pi\gamma M\chi\right) \left(\mu H_0 + 4\pi\gamma M\chi\right).$$
(11.2.2)

Общее решение системы уравнений (11.2.1) записывается в виде суммы упругих волн:

$$u(z) = u_1 \exp(iq_1 z) + u_2 \exp(iq_2 z),$$

одна из которых с амплитудой u_1 затухает в пределах скин-слоя, а другая с амплитудой u_2 распространяется вглубь металла.

Граничными условиями к задаче о возбуждении ультразвука в магнетике электромагнитными волнами служат следующие уравнения:

$$q_{1}u_{1} + q_{2}u_{2} + \frac{i\gamma M\chi}{\rho_{M}\tilde{S}^{2}}(h_{1} + h_{2}) = 0,$$

$$h_{1} + h_{2} = h_{0} + h_{R},$$

$$(11.2.3)$$

$$\frac{c\rho}{4\pi}(q_{1}h_{1} + q_{2}h_{2}) + \frac{i\omega}{c}H_{0}(u_{1} + u_{2}) = -h_{0} + h_{R}.$$

Здесь h_1 и h_2 — амплитуды электромагнитных волн, распространяющихся в металле, h_0 — амплитуда падающей, h_R — отраженной волны. Как уже отмечалось, возможность выделения в тензоре напряжений (11.1.5) составляющих, имеющих различное физическое происхождение, позволяет разделить и механизмы, ответственные за генерацию ультразвука в магнетиках.

11.2.1. Индукционное взаимодействие

Среди многочисленных механизмов прямого преобразования электромагнитных и ультразвуковых волн в металлах особое место занимает индукционное взаимодействие. Этот, по-видимому, самый простой и вместе с тем наиболее мощный, универсальный механизм трансформации заключается в лоренцевом взаимодействии переменного тока, наводимого электромагнитной волной в скин-слое металла, с внешним постоянным магнитным полем. За счет лоренцевой силы с равной эффективностью возбуждаются продольные, поперечные и различные поверхностные волны. Этот механизм электромагнитного возбуждения ультразвука работает в широком интервале частот, магнитных полей и температур, причем специфика электронных свойств металла мало сказывается на процессах трансформации волн. Роль лоренцевой силы сводится лишь к созданию переменного давления, действующего на кристаллическую решетку со стороны электронов проводимости. Для изучения индукционного механизма трансформации в ферромагнетиках достаточно учесть наличие магнитной подсистемы в металле с помощью введении эффективной магнитной восприимчивости и соответствующей перенормировки глубины проникновения электромагнитного поля в металл. Исключить из рассмотрения магнитоупругое взаимодействие можно, формально положив константу магнитострикции $\gamma = 0$.

В этом случае, корнями дисперсионного уравнения (11.2.2) служат

$$q_1^2 = \mu k_e^2 \begin{cases} 1, \quad \beta \gg 1, \\ 1 + \varepsilon, \quad \beta \ll 1, \end{cases}$$
(11.2.4a)

$$q_2^2 = k_a^2 \begin{cases} 1, & \beta \gg 1; \\ (1+\varepsilon)^{-1}, & \beta \ll 1, \end{cases}$$
(11.2.46)

где $\beta = (k_a/|k_e|)^2$ — параметр, описывающий пространственное распределение возбуждающей силы. В радиочастичном диапазоне ($\omega \leqslant 10^{10} \text{ c}^{-1}$) случай $\beta \ll 1$ соответствует хорошо проводящим средам,

а случай $\beta \gg 1$ — плохо проводящим ферромагнетиком. В экспериментальной практике ($H_0 \leq 10^5$ Э) параметр $\varepsilon < 1$.

Первый корень описывает квазиэлектромагнитную волну, затухающую вглубь металла, а второй — продольную квазиупругую волну с амплитудой:

$$|u_2| = \frac{Hh_0}{2\pi\rho_M \widetilde{S}\omega} (1+\beta^2)^{-1/2}.$$
 (11.2.5)

Здесь перенормировка скорости ультразвука обязана электромагнитноакустическому взаимодействию:

$$\widetilde{S} = S \begin{cases} 1, \quad \beta \gg 1;\\ (1+\varepsilon)^{1/2}, \quad \beta \ll 1. \end{cases}$$
(11.2.6)

Формула (11.2.6) описывает реально наблюдаемое явление — изменение скорости ультразвука в магнитном поле [549, 550].

Процессы электромагнитного возбуждения ультразвука можно характеризовать как амплитудой генерации (11.2.5), так и безразмерной эффективностью трансформации, которая вводится как отношение потока акустической энергии $W_a = \rho_M u^2 \omega^2 \widetilde{S}/2$ к потоку энергии падающей на металл электромагнитной волны $W_e = ch_0^2/8\pi$:

$$\eta = \frac{H_0^2}{\pi \rho_M c \tilde{S}(1+\beta^2)} = 4 \frac{\tilde{S}}{c} \frac{\varepsilon}{1+\beta^2}.$$
 (11.2.7)

Здесь $\varepsilon = H_0^2/4\pi\rho_M \widetilde{S}^2$.

В условиях, когда глубина проникновения в металл мала по сравнению с длиной волны возбуждаемого ультразвука ($\beta \ll 1$), эффективность индукционного механизма ЭМАП и магнетиках практически не отличается от эффективности этого механизма в немагнитных металлах. На высоких частотах, однако, когда $\beta \gg 1$, все процессы, происходящие в магнитной подсистеме и изменяющие магнитную проницаемость металла μ , существенно влияют на эффективность трансформации. Эффективность индукционного механизма ЭМАП в ферромагнетиках в этом случае оказывается пропорциональной не напряженности внешнего постоянного магнитного поля H_0 , а магнитной индукции в металле $B_0 = \mu H_0$.

В нормальном к границе металла постоянном магнитном поле за счет индукционного взаимодействия возбуждается поперечный ультразвук. Амплитуда генерации и эффективность в этом случае определяется формулами (11.2.5) и (11.2.7), в которых под *S* следует понимать скорость поперечного ультразвука.

11.2.2. Магнитоупругое взаимодействие

Для рассмотрения генерации продольного ультразвука в магнетиках за счет магнитоупругого взаимодействия в уравнениях (11.2.1)–(11.2.3) следует формально положить *H*₀ равным нулю. Это эквивалентно
исключению из рассмотрения индукционного механизма трансформации. В таком случае корни дисперсионного уравнения (11.2.2) имеют вид

$$q_1^2 = \mu k_e^2 \begin{cases} 1, & \beta \gg 1;\\ (\mu - \xi)/\mu(1 - \xi), & \beta \ll 1, \end{cases}$$
(11.2.8a)

$$q_2^2 = k_a^2 (1-\xi)^{-1} \begin{cases} 1, & \beta \gg 1; \\ \mu(1-\xi)/(\mu-\xi), & \beta \ll 1. \end{cases}$$
(11.2.86)

Амплитуда распространяющейся в металле волны записывается как

$$|u_2| = \frac{c^2}{S^2} \frac{\gamma \chi \rho M h_0}{4\pi \rho_M S (1+\beta^2)^{1/2}} \begin{cases} \mu^{-1} (1-\xi)^{-3/2}, & \beta \gg 1; \\ \mu^{1/2} (\mu-\xi)^{-3/2}, & \beta \ll 1. \end{cases}$$
(11.2.9)

Эффективность магнитоупругой генерации продольного ультразвука определяется выражением

$$\eta = \frac{c^3}{S^3} \frac{(\gamma \chi M \rho \omega)^2 (1-\xi)^{1/2}}{4\pi \rho_M S^2 (1+\beta^2)} \begin{cases} \mu^{-2} (1-\xi)^{-3}, & \beta \gg 1; \\ \mu (\mu-\xi)^{-3}, & \beta \ll 1. \end{cases}$$
(11.2.10)

Видно, что наибольшей эффективности магнитоупругий механизм преобразования достигает в области перехода металла из парамагнитного в ферромагнитное состояние. В этой области резко возрастает намагниченность M и магнитная восприимчивость χ . Резкое увеличение эффективности ЭМАП при температуре Кюри объясняется тем, что при фазовом переходе возрастает лабильность спиновой подсистемы. При отличной от нуля магнитострикции модуляция намагниченности магнетика полем падающей на его границу электромагнитной волны приводит к интенсивной генерации ультразвука, отметим, что поперечные упругие волны за счет изотропной обменной магнитострикции не возбуждаются.

11.2.3. Сопоставление эффективностей индукционного и магнитоупругого механизмов

Используя выражения $M = \chi H$ и $\rho = 1/\sigma$ и полагая параметр магнитоупругой связи ξ и электромагнитно-акустического взаимодействия ε малыми по сравнению с единицей соотношение индукционного и магнитоупругого механизмов преобразования запишется в виде

$$\frac{\eta^{me}}{\eta^{em}} = \left(\frac{c}{S}\right)^4 \left(\frac{\gamma\chi^2}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\omega}{2\sigma}\right)^2 = 16\pi^2 \left(\frac{\gamma\chi\beta^2}{\mu}\right)^2.$$
(11.2.11)

Из этого выражения, в частности, следует, что при сохранении всех прочих параметров неизменными роль индукционного взаимодействия возрастает при увеличении проводимости металла. Из сопоставления эффективностей индукционного и магнитоупругого механизмов ЭМАП, при проведении одновременных измерений проводимости и магнитной восприимчивости, может быть определена константа магнитоупругой связи.

11.2.4. Экспериментальные методы исследования

Анализ полученных выражений (11.2.7), (11.2.10), (11.2.11) удобно проводить на основе экспериментальных данных. Прежде, однако, чем переходить к этим данным, остановимся на принципах экспериментального исследования.

Как следует ив проведенного выше рассмотрения, для реализации бесконтактного возбуждения ультразвука в магнетике следует поместить его в постоянное и переменное магнитные поля. В случае генерации продольного ультразвука вектор \mathbf{H}_0 направляют вдоль границы металла (рис. 11.1), а в случае возбуждения поперечного ультразвука по нормали к ней (рис. 11.2). Электромагнитное поле создается



Рис. 11.1. Схема стандартного расположения источников постоянного и переменного магнитных полей относительно границы металла в случае возбуждения продольного ультразвука



Рис. 11.2. Схема стандартного расположения источников постоянного и переменного магнитных полей относительно границы металла в случае возбуждения поперечного ультразвука

катушками индуктивности, которые располагаются обычно на расстоянии около 10⁻¹ см от поверхности. Преобразователем электромагнитной и упругой энергий в задачах ЭМАП выступает собственно приповерхностный слой магнетика. Формируя различные конфигурации постоянного и переменного магнитных полей у поверхности металла, можно возбуждать в нем не только объемные упругие волны, распространяющиеся под любым углом к поверхности, но и различные типы поверхностных упругих волн.

В настоящее время наиболее широко применяются два подхода к проведению измерений — эхо-импульсный метод и метод стоячих волн. Рассмотрим вначале первый из них на примере конкретной методики [379], использованной для изучения электромагнитного возбуждения ультразвука в редкоземельных ферромагнетиках. На соленоидальную измерительную катушку, охватывавшую пластину ферромагнетика, подавался радиоимпульс напряжением около 1 кВ. длительностью 1 мкс с частотой заполнений 10 МГц. Этим импульсом, за счет того или иного механизма трансформации, в образце возбуждалась последовательность затухающих акустических эхо-сигналов. Скважность задающих радиоимпульсов подбиралась такой, чтобы вся эта последовательность располагалась в ней. Катушка с образцом размещались в постоянном магнитном поле в термостате с регулируемой температурой. Импульсы ультразвука на частоте падающей электромагнитной волны генерировались на обеих сторонах пластины, распространялись по нормали к ним, и по достижении противоположной поверхности образца регистрировались той же катушкой за счет обратного электромагнитно-акустического преобразования. Последовательность эхо-сигналов, следующих с интервалом t = d/s, где d — толщина пластины, поступали сначала на широкополосный усилитель, затем на амплитудный детектор и записывающее устройство. Детектором регистрировалась амплитуда некоторого выделенного эхо-сигнала. При изменении магнитного поля или температуры с его помощью записывались полевые и температурные зависимости эффективности ЭМАП.

Измеряемый сигнал в такой постановке эксперимента $A \propto \propto \eta \times \exp(-N\Gamma d)$, где N — номер регистрируемого эхо-сигнала, Γ — затухание ультразвука. Затухание Γ определяется в том же эксперименте по соотношению амплитуд последовательных эхо-сигналов, а скорость S — по расстоянию между ними.

Вторым широко используемым методом исследования ЭМАП служит изучение резонансных особенностей поверхностного импеданса пластин, наблюдаемых при установлении на их толщине стоячих упругих волн [551]. Образец в этом случае размещается в двух соосных друг с другом соленоидальных катушках индуктивности. Одна из них служит для возбуждения, а другая — для приема упругих волн. Генерация ультразвука происходит во всем диапазоне частот, однако на резонансных частотах $\omega = \pi NS/d$, где N = 1, 3, ..., амплитуда возбуж-

даемых колебаний резко увеличивается. Прием акустических колебаний осуществляется посредством регистрации электромагнитной волны, которая излучается из металла за счет обратного электромагнитоакустического преобразования. В этой методике амплитуды акустических резонансов пропорциональны эффективности трансформации η и обратно пропорциональны затуханию Г. Затухание определяется полушириной резонансной линии, а скорость ультразвука резонансной частотой.

Проведенный выше анализ электромагнитного возбуждения ультразвука в изотропных магнетиках проиллюстрируем на примере экспериментальных исследований ЭМАП в ферромагнитных 3*d* металлах. На рис. 11.3 показана полевая зависимость амплитуды возбуждения поверхностных упругих волн в поликристалле железа, получен-



Рис. 11.3. Зависимость амплитуды генерации поверхностной ультразвуковой волны в поликристалле железа от напряженности магнитного поля. Пунктирная линия — магнитоупругий механизм генерации, линия точками — индукционный механизм

ная с использованием эхо-импульсного метода [389]. Видно, что в слабых магнитных полях доминирует магнитоупругий механизм, характерной особенностью которого является немонотонная зависимость от магнитного поля. В соответствии с (11.2.9), такое поведение объясняется немонотонным изменением с ростом магнитного поля восприимчивости χ и магнитострикции γ магнетика. В слабых и сильных магнитных полях χ мала и достигает максимума в области изменения наклона кривой намагничивания. Два пика на полевой зависимости амплитуды генерации связаны с тем, что при наложении постоянного магнитного поля поликристаллическое железо сначала удлиняется, а затем укорачивается. Это означает, что при некотором значении H_0 магнитострикция γ обращается в ноль. С дальнейшим увеличением магнитного поля основную роль начинает играть индукционное взаимодействие (11.2.5), что приводит к линейной зависимости амплитуды генерации от магнитного поля.

Полевые зависимости эффективности ЭМАП в никеле и его сплавах [376], измеренные методом стоячих ультразвуковых волн в пластине, показаны на рис. 11.4. Видно, что в сильных магнитных полях во всех этих металлах доминирует индукционное взаимодействие (11.2.5). Степень же проявления магнитоупругого взаимодействия в слабых полях (11.2.10) определяется величиной магнитострикции, которая имеет наибольшее значение в инконеле.

Температурные зависимости эффективности возбуждения поперечного и продольного ультразвука в железе [364] показаны на рис. 11.5.



Рис. 11.4. Зависимости амплитуд резонансных особенностей, поверхностного импеданса плоскопараллельных пластин 3*d*-магнетиков от магнитного поля; • — инконель, ▲ — никель, и ■ — коронель. На вставках показаны формы акустических резонансов, соответствующих магнитоупругому и индукционному взаимодействиям

С переходом металла из ферромагнитного в парамагнитное состояние резко уменьшается эффективность генерации поперечных упру-



Рис. 11.5. Температурная зависимость эффективности генерации продольных (о) и поперечных (+) упругих волн в поликристаллическом железе (схематически)

гих волн и, напротив, имеет место пик генерации продольных волн. Этот результат согласуется с формулой (11.2.10), из которой следует, что именно вблизи температуры Кюри происходит наиболее интенсивная генерация продольного ультразвука. Аналогичные зависимости, наблюдавшиеся в поликристаллах тербия в магнитном поле, превышающем порог существования антиферромагнитной фазы [379], показаны на рис. 11.6. В полях, меньших порогового, пики на температурной зависимости эффективности ЭМАП в 4*f*-магнетиках [380] наблюдаются при переходах из парамагнитной фазы в антиферромагнитную и из антиферромагнитной фа-



Рис. 11.6. Температурные зависимости эффективности возбуждения поперечного (+) и продольного (\circ) ультразвука в поликристалле Tb в тангенциальном к поверхности магнитном поле $H_0 = 1,7$ кЭ

зы в ферромагнитную. При каждом из этих переходов имеет место возрастание магнитной восприимчивости, чем и обусловлены наблюдаемые особенности.

11.3. Генерация продольного ультразвука в ферромагнетике за счет смещения доменных границ

С переходом металла в ферромагнитное состояние он разбивается на домены, причем в отсутствие постоянного магнитного поля его суммарная намагниченность равна нулю. Однако в пределах каждого отдельно взятого домена намагниченность \mathbf{M} отлична от нуля. Между доменами существуют области (доменные границы), в которых ориентация \mathbf{M} меняется от одной равновесной ориентации к другой. При наложении постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 невыгодно расположение по отношению к нему домены поглощаются доменами, ориентация намагниченности в которых близка к направлению поля. Таким образом, этот процесс намагничивания ферромагнетика происходит за счет доменных границ. В задаче об электромагнитном возбуждении ультразвука, когда приложенное к магнетику постоянное магнитное поле моделируется переменным магнитным полем, на доменные стенки в пределах скин-слоя действует переменная сила. Эта сила приводит как к изгибным колебаниям доменных стенок, так и к их движению как целого. При наличии магнитоупругого взаимодействий каждый из этих процессов сопровождается возбуждением акустических колебаний. Генерация ультразвука за счет однородного смещения доменных границ в ферродиэлектриках рассмотрена Туровым и Луговым [413]. Для металлов, в которых переменное магнитное поле существенно неоднородно, представляется оправданным рассмотреть генерацию ультразвука за счет изгибных колебаний доменных границ.

Систему уравнений, описывающих ЭМАП за счет изгибных колебаний доменных границ в тангенциальном магнитном поле $(\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{x}, \mathbf{k} \| \mathbf{n} \| \mathbf{z})$, запишем в виде:

$$\begin{split} m\ddot{\nu} + \kappa\nu &= Mh - \gamma M^2 \frac{\partial u}{\partial z},\\ \left(k_a^2 + \frac{\partial}{\partial z^2}\right)u &= -(2\gamma M^2/dS^2)\frac{\partial\nu}{\partial z},\\ \left(k_e^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)h &= -8\pi\nu k_e^2 M/d, \end{split} \tag{11.3.1}$$

где ν — среднее смещение доменной границы, m и κ — масса и коэффициент упругости доменной стенки, γ и d — усредненные значения постоянной магнитострикции и размера домена.

При выписанных ранее граничных условиях (11.1.12) решение системы (11.3.1) дается формулами (11.2.8)–(11.2.10), в которых надо использовать следующие выражения для восприимчивости χ и параметра магнитоупругой связи ξ :

$$\chi = \frac{\chi_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \xi = \frac{\gamma^2 M^2 \chi}{\rho_M S^2}.$$
 (11.3.2)

Здесь $\chi_0 = 2M^2/\kappa d$ — статистическая восприимчивость смещения доменных границ, $\omega_0 = (\kappa/m)^{1/2}$ — частота собственных колебаний доменных границ. В этом случае эффективность ЭМАП зависит от величины внешнего магнитного поля через величины d, m, κ , характеризующие доменную структуру и доменные стенки образца. Поскольку этими же параметрами определяется и ω_0 , динамическая восприимчивость магнетика χ и, следовательно, эффективность ЭМАП могут резонансным образом зависеть от H_0 . По оценкам [409] ω_0 лежит в мегагерцовом диапазоне.

11.4. Электромагнитное возбуждение ультразвука в анизотропных ферромагнетиках

Рассмотренные выше механизмы ЭМАП исчерпывают задачу о возбуждении объемных упругих волн в изотропных магнетиках, поликристаллах и монокристаллах с нерегулярной доменной структурой. Для дальнейшего исследования этого явления необходим его анализ

в монокристаллах с регулярной доменной структурой и в однодоменных монокристаллах. Такое рассмотрение может быть проведено для любых типов кристаллических и магнитных симметрий, однако мы ограничимся здесь лишь рассмотрением генерации ультразвука в гексагональных ферромагнетиках в тангенциальном магнитном поле. Этот выбор объясняется тем, что именно на кристаллах такого типа выполнены наиболее детальные исследования ЭМАП [384, 385]. Процессы намагничивания протекают по-разному при различных ориентациях постоянного магнитного поля **H**₀ относительно кристаллографических осей металла. В малых полях намагничивание осуществляется в основном за счет смещения доменных границ. По завершении этого процесса могут возникнуть три качественно различных состояния ферромагнетика: в магнитном поле, направленном вдоль легкой оси, ферромагнетик становится однодоменным с намагниченностью **M** вдоль $\hat{\mathbf{H}}_{0}$, и его дальнейшее намагничивание происходит лишь за счет парапроцесса; в магнитном поле, направленном вдоль трудной оси в ферромагнетике остаются два типа доменов, и его дальнейшее намагничивание происходит за счет вращения векторов М в доменах; в промежуточном случае ферромагнетик становится однодоменным с вектором М, направленным под углом к Н₀, и его дальнейшее намагничивание осуществляется за счет поворота М к Н₀. Поскольку все особенности индукционного механизма трансформации распространяются и на монокристаллы, ниже рассматриваются лишь особенности магнитоупругого механизма ЭМАП.

11.4.1. Генерация продольного ультразвука в магнетиках за счет процессов вращения (спин-переориентационные переходы)

Итак, в некотором интервале постоянного магнитного поля реальную доменную структуру монокристаллического ферромагнетика можно аппроксимировать двумя типами доменов с намагниченностями, имеющими компоненты, перпендикулярные магнитному. полю. Задачу о генерации продольного ультразвука рассмотрим для следующего случая взаимной ориентации постоянного \mathbf{H}_0 и переменного \mathbf{h} магнитных полей и волнового вектора ультразвука $\mathbf{k}: \mathbf{k} \| \mathbf{n} \| \mathbf{x} \| \mathbf{a}; \mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{y} \| \mathbf{b}$ (**a** и **b** — легкая и трудная оси второго порядка в базисной плоскости гексагонального ферромагнетика).

Плотность свободной энергии гексагонального ферромагнетика запишем в виде

$$F = \sum_{n=1}^{2} \left[\frac{1}{4} K_1 \cos^2 \vartheta_n + \frac{1}{8} K_2 \cos^4 \vartheta_n + K_6 \sin^6 \vartheta_n \cos 6\varphi_n - \frac{1}{2} M H_0 \sin \vartheta_n \sin \varphi_n - \frac{1}{2} \mathbf{h} \mathbf{M}^{(n)} + \frac{1}{2} \gamma_{ijkl} M_i^{(n)} M_j^{(n)} u_{kl} \right] + c_{ijkl} u_{ij} u_{kl} + \frac{1}{8} M^2 [N_1 (\sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \sin \vartheta_2 \cos \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} M H_0 \sin \vartheta_n \sin \varphi_n - \frac{1}{2} \mathbf{h} \mathbf{M}^{(n)} + \frac{1}{2} \gamma_{ijkl} M_i^{(n)} M_j^{(n)} u_{kl} \right]$$

$$+ N_2(\sin\vartheta_1\sin\varphi_1 + \sin\vartheta_2\sin\varphi_2)^2 + N_3(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)^2 + + \frac{1}{2}\pi M^2(\sin\vartheta_1\sin\varphi_1 - \sin\vartheta_2\sin\varphi_2)^2. \quad (11.4.1)$$

Здесь n = 1, 2 — номера доменов, ϑ_n и φ_n — полярный и азимутальный углы намагниченности в доменах, которые отсчитываются от осей третьего порядка с и второго порядка а соответственно, K_1 и K_2 — константы одноосной магнитной анизотропии, K_6 — константа магнитной анизотропии в базисной плоскости, N_i — размагничивающие факторы образца. Предпоследнее слагаемое в (11.4.1) представляет собой энергию размагничивания, а последнее — энергию, связанную с возникновением магнитных зарядов на доменных границах [409].

Пусть переориентация спинов с изменением температуры и магнитного поля имеет место только в базисной плоскости, такая ситуация заведомо реализуется во многих редкоземельных магнетиках из-за гигантской одноосной анизотропии [436]. При рассмотрении генерации ультразвука в образцах с доменной структурой, т.е. с неоднородной намагниченностью в основном состоянии, система уравнений (11.1.1)– (11.1.4) в общем случае должна быть дополнена условием совместности деформаций Сен-Венана [546], которые приводят к неоднородным деформациям в основном состоянии. Однако когда ширина доменной границы мала по сравнению с периодом доменной структуры, намагниченность и деформации внутри доменов можно считать однородными. В этом случае величины, определяющие основное состояние магнетика, записываются как

$$\vartheta_{1} = \vartheta_{2} = \theta = \pi/2, \quad \varphi_{1} = \phi, \quad \varphi_{2} = \pi - \phi,$$

$$u_{xx,yy} = -\frac{(\gamma_{11} - \gamma_{12}) M^{2} c_{33}}{2 \left[c_{33} \left(c_{11} + c_{12} \right) - 2 c_{13}^{2} \right]} + \frac{(\gamma_{11} - \gamma_{12}) M^{2}}{2 \left(c_{11} - c_{12} \right)} \cos 2\phi,$$

$$u_{zz} = -c_{13} \left(u_{xx} + u_{yy} \right) / c_{33}, \quad u_{xy} = -\frac{(\gamma_{11} - \gamma_{12}) M^{2}}{2 \left(c_{11} - c_{12} \right)} \sin 2\phi,$$

$$u_{xz} = u_{yz} = 0.$$
(11.4.2)

Здесь для записи компонент тензора анизотропной магнитострикции γ_{ijkl} использована общепринятая двухиндексная схема [546].

Азимутальный угол ϕ определяется из уравнения

$$6K_6 \sin 6\phi + MH_0 \cos \phi - \frac{1}{2}M^2 N_2 \sin 2\phi = 0.$$
 (11.4.3)

С изменением магнитного поля изменяется и основное состояние магнетика. Фаза с доменной структурой (11.4.2) устойчива при $H_0 \leqslant H_{\Pi}$, где пороговое поле

$$H_{\Pi} = N_2 M - 36K_6/M, \qquad (11.4.4)$$

при $H_0 = H_{\Pi}$ происходит ориентационный фазовый переход второго рода из неколлинеарного состояния с доменной структурой (11.4.2) в коллинеарное одноименное состояние с $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$. Линеаризованная вблизи положения равновесия (11.4.2), (11.4.3) система уравнений (11.1.1)-(11.1.4) записывается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}i\delta^{2}\partial^{2}/\partial x^{2} \end{pmatrix} h_{z} - 4\pi M\vartheta_{+} = 0, \\ \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}i\delta^{2}\partial^{2}/\partial x^{2} \end{pmatrix} h_{y} + 4\pi M\varphi_{-}\cos\phi = 0, \\ -i\omega\varphi_{+} = \omega_{1}\vartheta_{+} + gh_{z}, \quad -i\omega\varphi_{-} = \omega_{4}\vartheta_{-} - g\gamma_{44}M\cos\phi\frac{\partial u_{z}}{\partial x}, \\ -i\omega\vartheta_{+} = -\omega_{3}\varphi_{+} - g(\gamma_{11} - \gamma_{12})M\cos2\phi(\partial u_{y}/\partial x), \\ -i\omega\vartheta_{-} = -\omega_{2}\varphi_{-} + gh_{y}\cos\phi + g(\gamma_{11} - \gamma_{12})M\sin2\phi(\partial u_{z}/\partial x), \\ -\rho_{M}\omega^{2}u_{x} = -(\gamma_{11} - \gamma_{12})M^{2}\sin2\phi\frac{\partial\varphi_{-}}{\partial x} + c_{11}\frac{\partial^{2}u_{x}}{\partial x^{2}},$$

$$(11.4.5)$$

где $\vartheta_{\pm}=(\vartheta_1\pm\vartheta_2)/2$, $\varphi_{\pm}=(\varphi_1\pm\varphi_2)/2$, а частоты ω_i определяются формулами:

$$\begin{split} \omega_1 &= \frac{g}{M} \left(\tilde{K}_1 - 6K_6 \cos 6\phi + MH_0 \sin \phi - N_2 M^2 \sin^2 \phi + N_3 M^2 \right), \\ \omega_2 &= \frac{g}{M} \left[-36K_6 \cos 6\phi + MH_0 \sin \phi + N_2 M^2 \cos 2\phi + \frac{2 \left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right)^2 M^4}{(c_{11} - c_{12})} \right], \\ \omega_3 &= \omega_2 + 4\pi g M + g M \left(N_1 \sin^2 \phi - N_2 \cos^2 \phi \right), \quad \omega_4 = \omega_1 - g M N_3. \end{split}$$

$$(11.4.6)$$

Система уравнений (11.4.5) описывает синфазные (ϑ_+, φ_+) и противофазные (ϑ_-, φ_-) колебания намагниченностей доменов. Эта система существенно упрощается при частотах $\omega \ll \omega_i$. Допущение такого неравенства эквивалентно предположению о том, что модуляция постоянного магнитного поля полем электромагнитной волны не приводит к выходу намагниченностей доменов из базисной плоскости. В этом случае электромагнитная волна возбуждает лишь противофазные колебания намагниченности φ_- и продольные упругие колебания u_x . После исключения из (11.4.5) переменной φ_- , для h_y и u_x могут быть получены уравнения, аналогичные (11.2.1)–(11.2.2), в которых, однако, формально следует положить $H_0 = 0$, а для величин γ , χ и ξ использовать выражения:

$$\chi = \frac{gM}{\omega_2} \cos^2 \phi = \chi_0 \cos^2 \phi, \quad \xi = \frac{\gamma^2 M^2 \chi}{\rho_M S_1^2}, \quad \gamma = 2 \left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right) \sin \phi,$$
(11.4.7)

здесь $S_1 = (c_{11}/\rho_M)^{1/2}$ — скорость продольного звука, распространяющегося вдоль оси симметрии второго порядка.

Корнями дисперсионного уравнения (11.2.2) являются волновые числа q_1 и q_2 , определяемые с учетом (11.4.7) по формулам (11.2.8). Амплитуда возбуждаемого ультразвука и эффективность трансформации по-прежнему определяются формулами (11.2.9) и (11.2.10), в которые выражения для μ , χ и ξ следует подставить из (11.4.7). Все эти величины зависят от магнитного поля, поскольку он него зависят и входящие в (11.4.7) частота ω_2 и угол ϕ . Считая параметр *s* малым по сравнению с μ во всем исследуемом интервале температур и магнитных полей, для эффективности ЭМАП получим

$$\eta = \text{const} \frac{\chi_0^2 \sin^2 \phi \cos^4 \phi}{(1 + 4\pi\chi_0 \cos^2 \phi)^2}.$$
 (11.4.8)

Входящая в χ_0 частота однородной прецессии намагниченности ω_2 (11.4.6) при увеличении магнитного поля уменьшается, достигая своего минимального значения, равного магнитоупругой щели $\omega_{ma} = 2g(\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M^3/(c_{11} - c_{12})$ в точке ориентационного фазового перехода $H_0 = H_{\Pi}(\phi = \pi/2)$. При этом восприимчивость χ_0 принимает максимальное значение, однако, числитель выражения (11.4.8) при $\phi = \pi/2$, а также при $\phi = 0$, обращается в нуль, и поэтому максимум эффективности трансформации достигается вблизи $\phi = \arcsin(1/\sqrt{3})$. Таким образом, в случае рассматриваемой доменной структуры эффективность ЭМАП мала в слабых полях и в полях $H_0 \ge H_{\Pi}$, а в промежуточном поле достигает максимального значения.

11.4.2. Экспериментальные исследования ЭМАП в монокристаллических ферромагнетиках

К настоящему времени, эксперименты по электромагнитному возбуждению ультразвука проведена как на монокристаллах 3d-магнетиков — Cr, Ni, Co, Fe-Si, NiMnGa, так и на монокристаллах 4*d*-элементов — Er, Tb, Gd и Dy. Во всех этих металлах генерация ультразвука наблюдалась за счет объемной магнитострикции при установлении или изменении типа магнитного упорядочения и за счет анизотропной магнитострикции при спин-переориентрцнонных переходах. Не все из этих переходов, однако, сопровождаются пиками генерации. Рассмотрим, в качестве примера, представленную на рис. 11.7 температурную зависимость эффективности возбуждения продольного ультразвука в монокристалле Ni₂MnGa [561]. Это соединение переходит из парамагнитной фазы в ферромагнитную при $T_k = 376$ K, а затем при $T_M = 202 \ {
m K}$ испытывает структурное превращение мартенситного типа в ферромагнитной фазе. Видно, что в области структурного перехода резко возрастает эффективность ЭМАП η , гистерезис в этой области характерен для мартенситных превращений. В интервале $T_M < T < T_K$ генерация ультразвука обязана спиновой переориентации. Отсутствие генерации в точке Кюри указывает на малость объемной магнитострикции Ni₂MnGa вблизи этой температуры.

Наиболее подробные исследования ЭМАП проведены на монокристаллах никеля [366, 373, 562], гадолиния [381, 384] и диспрозия [382, 383, 385]. Эти исследования были направлены не только на изучение собственно явления преобразования электромагнитных и упругих волн, но и на получение информации о магнитных характеристиках данных металлов.



Рис. 11.7. Температурная зависимость эффективности магнитоупругого механизма преобразования в Ni₂MnGa в поле H = 100 Э; \triangle и \blacktriangle — прямой и обратный ход соответственно

Никель. Никель имеет гранецентрированную кубическую решетку. При $T_k = 650$ К он переходит в ферромагнитную фазу с намагниченностью, направленной вдоль кристаллографической оси [100]. При $T_{\rm C\Pi} = 460$ К имеет место спонтанный спин-переорнентационный переход, в результате которого намагниченность ложится на направление [111]. Константы магнитной анизотропии в Ni сравнительно невелики, что позволяет индуцировать спин-переориентационные переходы в нем магнитным, полем.

Уже первые экспериментальные исследования ЭМАП, проведенные на монокристаллах никеля [366,562], показали, что интенсивная генерация упругих волн наблюдается в нем не только в области перевода

из парамагнитной в ферромагнитную фазу, но и в ферромагнитной фазе за счет спиновой переориентации. Так, на температурной зависимости эффективности возбуждения продольного ультразвука, показанной на рис. 11.8, отчетливо наблюдается максимум в области температур, в которой происходит спонтанная переориентация спинов от направления [111] к направлению [100]. Пик генерации вблизи температуры Кюри обязан парапроцессу.



Рис. 11.8. Температурная зависимость эффективности возбуждения продольных волн в монокристалле никеля [366]

Полевые зависимости ЭМАП в никеле также, как показано на рис. 11.9 и 11.10, существенно немонотонны. Наблюдаемые при увеличении поля максимумы на зависимостях $\eta(H_0)$ обязаны индуцированной магнитным полем спиновой переориентации, в сильных полях проявляется индукционный механизм трансформации. Из резуль-



Рис. 11.9. Полевые зависимости эффективности возбуждения поперечного (*a*, *b*, *c*, *e*) и продольного (*d*) ультразвука в монокристалле никеля на частоте с $\omega/2\pi = 6,2$ МГц при T = 293 К [562]; *a*) $\mathbf{H}_0 \| [110]$, $\mathbf{h} \| [1\overline{10}]$; *b*) $\mathbf{H}_0 \| [110]$, $\mathbf{h} \| [001]$; *c*) $\mathbf{H}_0 \| [110]$, $\mathbf{h} \| [1\overline{10}]$, но $T = 365^{\circ}$ С; *d*) $\mathbf{H}_0 \| [001]$, $\mathbf{h} \| [001]$; *e*) $\mathbf{H}_0 \| [001]$, $\mathbf{h} \| [110]$



Рис. 11.10. Полевая зависимость эффективности генерации продольного ультразвука в монокристалле никеля при $\omega/2\pi = 15$ МГц и T = 293 К; $\mathbf{q} \parallel [001]$, $\mathbf{H}_0 \parallel \mathbf{h} \parallel [110]$ [373]

татов исследований полевых зависимостей эффективности возбуждения продольного ультразвука при разных температурах в [373] был определен температурный ход константа магнитной анизотропии никеля K₁ (рис. 11.11).

Гадолиний. Гадолиний имеет гексагональную решетку, он переходит из парамагнитного состояния в ферромагнитное типа «легкая ось» при $T_K = 293$ К. Вектор намагниченности М в интервале



Рис. 11.11. Зависимость эффективного поля магнитной анизотропии никеля $2K_1/M$ от температуры [230]

 $T_{\rm C\Pi} < T < T_K$ совпадает по направлению с гексагональной осью кристалла. При $T_{\rm C\Pi} = 235$ К образуется конус осей легкого намагничивания. Угол раствора конуса по отношению к гексагональной оси с понижением температуры сначала быстро увеличивается, достигая максимума при $T \approx 180$ К, а затем монотонно уменьшается. Магнитная анизотропия в гадолинии невелика по сравнению с другими тяжелыми редкоземельными металлами, что позволяет реализовать в нем спинпереориентационные переходы в сравнительно слабых магнитных полях. Такая магнитная структура, отличаясь фактически от рассмотренного выше «двухдоменного» ферромагнетика, тем не менее, полностью описывается изложенным в разделе 11.4.1 формализмом.

Температурные зависимости эффективности возбуждения продольного ультразвука в гадолинии при некоторых фиксированных значениях тангенциального к поверхности поля $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{a}$ показаны на рис. 11.12. Эффективность генерации ультразвука во всех случаях достигала четко выраженного максимума в области перехода из парамагнитного в ферромагнитное состояние и спадала с удалением от ТК. Кроме того, сравнимая по интенсивности генерация наблюдалась в некотором интервале магнитных полей и при низких температурах (кривая 2 на рис. 11.12). Представляет интерес зависимость величины пика ЭМАП вблизи температуры Кюри от напряженности постоянного магнитного поля. Эта зависимость показана на рис. 11.13. Видно, что эффективность генерации в точке Кюри сначала увеличивается с ростом магнитного поля, достигает максимума при некотором значении поля, а затем уменьшается. Такое поведение, в соответствии с (11.2.10), обязано эволюции в магнитном поле зависимостей $\chi(T)$ и M(T). В слабых полях восприимчивость в точке Кюри достигает наибольших значений, однако, при этом мала намагниченность. В сильных полях, напротив, растет намагниченность, но уменьшается восприимчивость.

Полевые зависимости эффективности ЭМАП в редкоземельных металлах отличаются удивительным разнообразием. Некоторые из этих



Рис. 11.12. Температурная зависимость эффективности возбуждения продольного ультразвука в Gd при фиксированных значениях магнитного поля **H**₀||**h**||**a**: ◦ − 2,2 кЭ, △ − 4,4 кЭ, • − 6,7 кЭ [385]



Рис. 11.13. Полевая зависимость амплитуды пика генерации продольного ультразвука в области перехода «парамагнетик–ферромагнетик» в Gd: $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{a}$ [381]

зависимостей в ориентациях $\mathbf{H}_0 \|\mathbf{h}\| \mathbf{a}$ и $\mathbf{H}_0 \|\mathbf{h}\| \mathbf{c}$ представлены на рис. 11.14 и 11.15.

В ориентации $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{a}$ вблизи перехода из парамагнитного состояния в ферромагнитное генерация ультразвука начинается с нулевого магнитного поля, достигает максимума при $H_0 = 2$ кЭ и затем монотонно уменьшается (кривая 1 на рис. 11.14). В температурном



Рис. 11.14. Полевые зависимости эффективности ЭМАП в Gd при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{a}$. 1 - T = 293 K, 2 - T = 260 K, 3 - T = 127 K [384]

интервале $T_{\rm C\Pi} < T < T_K$ генерация также начинается в малых магнитных полях, достигает максимума, затем резко спадает и выходит на плато, слабо зависящее от магнитного поля (кривая 2 на рис. 11.14). Наконец, при $T < T_{\rm C\Pi}$ возбуждение ультразвука наблюдается лишь в узком интервале магнитных полей H_1-H_2 (кривая 3 на рис. 11.14). С изменением температуры как ширина этого интервала, так и значения граничных полей H_1 и H_2 заметно изменялись.

Единственное отличие полевых зависимостей эффективности ЭМАП в ориентации $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{c}$ от рассмотренного выше случая заключается в том, что в интервале $T_{\text{СП}} < T < T_K$ генерация ультразвука начинается в поле $H_1 = 0$.

На рис. 11.16 представлена зависимость амплитуды генерации ультразвука в гадолинии в широком интервале магнитных полей. Видно, что эффективность индукционного механизма трансформации становится сопоставима с эффективностью магнитоупругих механизмов лишь в достаточно сильных магнитных полях.

В широком интервале изменения магнитного поля и температуры



Рис. 11.15. Полевые зависимости эффективности ЭМАП в Gd при $\mathbf{H}_0 \|\mathbf{h}\|$ c. 1 - T = 293 K, 2 - T == 260 K, 3 - T = 80 K [384]



Рис. 11.16. Зависимость эффективности ЭМАП от магнитного поля в Gd при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{b}$, T = 8 K [384]

генерация ультразвука в гадолинии происходит как за счет изотропной магнитострикции парапроцесса, так и за счет анизотропной магнитострикции, связанной со спин-переориентационными переходами. Эти магнитоупругие взаимодействия можно считать в первом приближении независящими друг от друга, а их вклады в процессы ЭМАП аддитивными. Полагая, что ЭМАП в монокристаллах за счет парапроцесса аналогично ЭМАП в поликристаллах, обратимся к анализу эффективности трансформации за счет спиновой переориентации. Для объяснения наблюдаемых в ферромагнитной области полевых зависимостей необходимо учесть реальную доменную структуру,

размагничивающие факторы образцов и ориентацию поля Н₀ относительно кристаллографических осей металла. Вдали от температуры Кюри, где парапроцесс несущественен, генерация происходит лишь в некотором ограниченном сверху и снизу интервале магнитных полей $H_1 < H_0 < H_2$. Отсутствие генерации в полях $H_0 < H_1$ можно объяснить тем, что до тех пор, пока в образце существуют невыгодно расположенные относительно Н₀ домены, внутреннее магнитное поле в магнетике равно нулю. В полях $H_0 < H_1$ увеличение напряженности постоянного магнитного поля и его модуляция полем электромагнитной волны приводит лишь к смещению доменных границ и изменению соотношения доменов, отличающихся направлениями векторов спонтанной намагниченности. Магнитная восприимчивость, обусловленая процессам смещения доменных границ, в гадолинии невелика, что и приводит к низкой эффективности ЭМАП за счет этих процессов. В интервале магнитных полей $H_1 < H_0 < H_2$ происходит поворот векторов намагниченности в доменах до направления Н₀. Этот процесс, в соответствии с формулами (11.2.10) и (11.4.8), сопровождается резким увеличением эффективности ЭМАП. Наконец, в полях $H_0 > H_2$, генерация ультразвука за счет переориентации спинов заканчивается и происходит лишь за счет парапроцесса, интенсивность которого с понижением температуры спадает.

Интересным представляется проанализировать процессы ЭМАП в гадолинии в температурном интервале $T_{C\Pi} < T < T_K$. Если \mathbf{H}_0 направлено вдоль оси легкого намагничивания с, то в поле H_1 образец переходит в монодоменную фазу, в которой $\mathbf{M} \| \mathbf{H}_0$, т.е. H_1 совпадает с H_2 . В этом случае генерация хотя и начинается в поле H_1 , происходит лишь за счет парапроцесса (кривая 2 на рис. 11.15). Если поле \mathbf{H}_0

лежит в базисной плоскости кристалла, спиновая переориентация начинается с нулевого магнитного поля (кривая 2 на рис. 11.14).

Значения критических полей H_1 и H_2 , в которых происходят резкие изменения эффективности трансформации, существенно изменяются с изменением температуры. Эти значения для ориентации постоянного магнитного поля вдоль гексагональной оси ($\mathbf{H}_0 \| \mathbf{c}$) и в базисной плоскости ($\mathbf{H}_0 \| \mathbf{a}$) показаны на рис. 11.17 и 11.18, соответственно.

Можно показать, что зависимости $H_1(T)$ и $H_2(T)$ позволяют восстановить магнитные фазовые диаграммы гадолиния, то есть установить области существования в нем многодоменной, угловой (намагниченность **M** не параллельна полю **H**₀) и коллинеарной (**M**||**H**₀) фаз.



Рис. 11.17. Фазовая *H*₀-*T* диаграмма Gd при **H**₀||**c**. Точки о – *H*₁, • – *H*₂ – эксперимент; линии – расчет. Области I, II, III соответствуют многодоменной, угловой и коллинеарной фазам [384]



Рис. 11.18. Фазовая *H*₀−*T* диаграмма Gd при **H**₀||**a**. Точки о − *H*₁, • − *H*₂ − эксперимент; линии − расчет. Области I, II, III соответствуют многодоменной, угловой и коллинеарной фазам [384]

Выпишем для этого ту часть плотности свободной энергии кристалла, которая зависит от угла ϑ между направлением спонтанной намагниченности **M** и осью **c**:

$$F = \frac{1}{2}K_1\cos^2\vartheta + \frac{1}{2}K_2M^2\cos^4\vartheta + \frac{1}{2}K_3M^4\cos^6\vartheta - \mathbf{H}_i\mathbf{M}, \quad (11.4.9)$$

где \mathbf{H}_i — внутреннее поле в магнетике.

Рассмотрим вначале случай магнитного поля, параллельного гексагональной оси $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{c}$. Во всем температурном интервале процессы смещения доменных стенок в образце заканчиваются в поле

$$H_1 = NM\cos\vartheta,\tag{11.4.10}$$

где N — размагничивающий фактор образца. В температурном интервале $T_{\rm C\Pi} < T < T_K$ угол ϑ равен нулю, и по завершении процессов смещения доменных границ образец сразу переходит из многодоменной в коллинеарную фазу (т.е. $H_1 = H_2$). При $T < T_{\rm C\Pi}$ угол раствора конуса осей легкого намагничивания отличен от нуля и зависит от температуры. В поле H_1 начинается переориентация магнитных моментов атомов на направление \mathbf{H}_0 , гадолиний при этом находится в угловой фазе. В поле H_2 переориентация закаливается, и гадолиний переходит в коллинеарную фазу. Выражение для второго критического поля H_2 можно найти, минимизируя F по углу ϑ и полагая затем $\vartheta = 0$:

$$H_2 = NM + \left(K_1 + 2K_2M^2 + 3K_3M^4\right)/M. \tag{11.4.11}$$

В ситуации, когда постоянное магнитное поле лежит в базисной плоскости $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{a}$, процессы смещений доменных стенок заканчиваются в поле

$$H_1 = NM\sin\vartheta. \tag{11.4.12}$$

В интервале $T_{\rm C\Pi} < T < T_K$ имеем $\vartheta = 0$ и $H_1 = 0$. В отличие от рассмотренного выше случая ($\mathbf{H}_0 \| \mathbf{c}$) в этой геометрии переориентация спинов происходит во веем температурном интервале. Поворот магнитных моментов заканчивается в поле

$$H_2 = NM - K_1/M. (11.4.13)$$

Расчет температурных зависимостей критических полей H_1 и H_2 , показанных на рис. 11.17 и 11.18 сплошными линиями, проводился с использованием данных для K_i и M, приведенных в [436]. Обратим внимание на особенность расчета размагничивающих факторов образцов N в задачах ЭМАП. Поскольку генерация ультразвука происходит в тонком приповерхностном слое, их вычисление следует проводить для поля, действующего на поверхности кристалла. Видно, что во всем исследованном температурном интервале наблюдается хорошее согласие между экспериментом и теорией.

11.4.2.1. Диспрозий. Диспрозий имеет гексагональную кристаллическую решетку. Одноосная магнитная анизотропия диспрозия настолько велика, что при магнитном упорядочении моменты всегда ориентированы в базисной плоскости. В отсутствие постоянного магнитного поля диспрозий с повышением температуры при $T_1 = 85$ К переходит из ферромагнитной фазы типа «легкая плоскость» в геликоидальную антиферромагнитную типа «простая спираль», а затем при $T_2 = 180$ К, в парамагнитную. При $T < T_1$ наложение магнитного поля в базисной плоскости вызывает обычный для ферромагнетиков процесс намагничивавания, который происходит через смещение доменных границ и вращение векторов намагниченности в доменах. В интервале $T_1 < T < T_2$ наложение достаточно сильного магнитного поля приводит к разрушению антиферромагнитного гелитичено сильного как в интервале $T_1 < T < T_2$ наложение достаточно сильного магнитного поля приводит к разрушению антиферромагнитного гелитичено сильного как в как

коида. Исследования влияния магнитного поля, ориентированного вдоль оси легкого намагничивания в базисной плоскости а, на намагниченность [552], проводимость [553] и скорость ультразвука [554] в диспрозии показали, что разрушение антиферромагнитной спирали происходит с образованием промежуточной веерной ферромагнитной фазы.

Рассмотрим результаты исследования процессов генерации продольного ультразвука в монокристаллическом диспрозии. Семейства характерных полевых зависимостей эффективности ЭМАП, полученные при двух ориентациях постоянного и переменного магнитных полей вдоль легкой $({\bf H}_0 \| {\bf h} \| {\bf a})$ и трудной $({\bf H}_0 \| {\bf h} \| {\bf b})$ осей в базисной плоскости, представлены на рис. 11.19 и 11.20. На рис. 11.20 приведены типичные полевые зависимости намагниченности $M(H_0)$. Зависимости $\eta(H_0)$ даны в разных масштабах.

Рассмотрим вначале зависимости $\eta(H_0)$, полученные в ферромагнитной фазе диспрозия при $T < T_1$ (кривая 1 на рис. 11.19 и кривые 1, 2 на рис. 11.20). При $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \|$ а наблюдается лишь один пик генерации, который находится в области сравнительно



Рис. 11.19. Зависимость эффективности ЭМАП в Dy от магнитного поля при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{a}: \ I - T = 82$ K; 2 - T = 119 K; 3 - T = 141 K; 4 - T = 172 K; 5 - T = 181 К. Стрелками показаны поля начала и окончания эффективного возбуждения ультразвука, обозначенные в тексте соответственно через H_1 и H_2 [385]



Рис. 11.20. Зависимость эффективности ЭМАП η и намагниченности Mот магнитного поля в Dy при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{b}$: 1 - T = 50 K; 2 - T = 70 K; 4 - T = 136 K; 5 - T = 173 K. $M(H_0)$: 3 - T = 70 K; 6 - T = 173 K. Стрелками показаны поля H_1 и H_2 [385]

слабых магнитных полей. Сигнал ЭМАП появляется в поле H_1 сразу же при введении магнитного поля $(H_1 = 0)$, достигает максимума при $H_0 \approx 10$ кЭ, и затем быстро убывает. В магнитном поле, ориентированном вдоль оси трудного намагничивания $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{b}$, на полевых зависимостях ЭМАП вслед за пиком генерации в слабых полях $(H_0 \approx 10 \text{ к}\Im)$ наблюдается интенсивная генерация в широком интервале магнитных полей, заканчивающаяся в поле *H*₂. Величина поля Н₂ быстро возрастает с понижением температуры.

Полевые зависимости намагниченности при $T < T_1$ практически одинаковы до обеих ориентации постоянного магнитного поля относительно кристаллографических осей диспрозия: в слабых полях происходит быстрый рост намагниченности, который завершается в примерно соответствующем максимуму ЭМАП в слабых полях, затем кривая $M(H_0)$ выходит на насыщение (кривая 3 на рис. 11.20).

Интерпретация полевых зависимостей ЭМАП при $T < T_1$ качественно сводится к следующе-

му. В слабых полях в образце имеется сложная доменная структура с шестью типами доменов, и внутреннее магнитное поле в магнетике мало. Генерация продольного ультразвука при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{a}$ связана только со смещением доменных границ. С увеличением магнитного поля возрастает объем доменов, в которых $\mathbf{M} \| \mathbf{H}_0$, и уменьшается объем доменов, в которых вектор \mathbf{M} либо антипараллелен вектору \mathbf{H}_0 , либо направлен под углом к нему. Модуляция постоянного магнитного поля радиочастотным полем в скин-слое образца приводит за счет магнитоупругой связи к возбуждению ультразвука. После перехода образца в коллинеарную однодоменную фазу при $H_0 = H_2$ образец намагничен до насыщения, и эффективность ЭМАП резко уменьшается.

В ориентации $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{b}$ процесс намагничивания образца должен, в принципе, завершаться выведением вектора намагниченности в доме-

нах на направление трудной оси **b**. Последовательность происходящих при этом изменений магнитного состояния диспрозия представляется следующим образом. Процессы смещения, как и в предыдущем случае, приводят к возбуждению ультразвука и появлению пика, на зависимости $\eta(H_0)$ в области слабых магнитных полей. По завершении процессов смещения в образце остаются два типа доменов, вектор намагниченности в которых направлен под углом 30° к магнитному полю. Дальнейшее намагничивание кристалла вплоть до поля H_2 происходит за счет вращения векторов M в этих доменах. Таким образом, второй максимум на полевых зависимостях эффективности ЭМАП при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{b}$ (кривые 1 и 2 на рис. 11.20) связан со спиновой переориентацией в угловой фазе. Согласно проведенному выше анализу, этот процесс должен заканчиваться в поле H_{Π} , определяемом формулой (11.4.4).

Поскольку, однако, легкоплоскостная магнитная анизотропия в Dy резко возрастает с понижением температуры, то точка спин-переориентационного перехода достигается лишь в ограниченном интервале температур (см. кривые 1, 2 на рис. 11.20). По физическому смыслу поле H_{Π} соответствует экспериментально определяемому полю H_2 . Изменение с температурой этого поля, как следует из (11.4.4), позволяет определить температурный ход константы легкоплоскостной анизотропии $K_6(T)$.

Характер зависимостей $\eta(H_0)$ существенно изменяется с переходом в температурный интервал $T_1 < T < T_2$ (кривые 2-4 на рис. 11.19 и кривые 4, 5 на рис. 11.20). В этом же интервале имеет другой вид и зависимость $M(H_0)$ (кривая 6 на рис. 11.20). В слабых полях, вплоть до некоторого зависящего от температуры поля H_1 , намагниченность мала, а возбуждение ультразвука не регистрируется. Это согласуется с формулой (11.2.10), согласно которой эффективность ЭМАП также должна быть мала в этой области. Затем, при достижении поля H_1 резко увеличивается наклон кривой $M(H_0)$ и скачкообразно появляется сигнал ЭМАП. После прохождения пика зависимости $\eta(H_0)$ вблизи Н₁ может возникнуть целая область интенсивного возбуждения ультразвука, которая существует вплоть до поля H_2 , также зависящего от температуры. В полях, больших H_2 , ЭМАП не регистрируется, а намагниченность выходит на насыщение. Полевые зависимости ЭМАП такого типа характерны для обеих исследованных ориентаций внешнего магнитного поля.

Зависимости $\eta(H_0)$ и $M(H_0)$, полученные при $T_1 < T < T_2$, свидетельствуют о том, что разрушение антиферромагнитного геликоида происходит в два этапа. Последовательность магнитных состояний при этом представляется следующим образом: при $H_0 < H_1(T)$ сохраняется антиферромагнитная спираль, в полях $H_0 \ge H_1(T)$ она разрушается и образуется промежуточная ферромагнитная фаза, которая сохраняется до поля $H_2(T)$. В полях $H_0 \ge H_2(T)$ все магнитные моменты выведены на направление магнитного поля, и образец намагничен до насыщения. В соответствии с этим на полевых зависимостях намагниченности должны наблюдаться слабо выраженные изменения наклона, а на кривых $\eta(H_0)$ — пики генерации ультразвука при разрушении антиферромагнитной спирали и области интенсивной генерации звука при спиновой переориентации в промежуточной ферромагнитной фазе.

Естественно возникает вопрос о характере промежуточной ферромагнитной фазы. В поле $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{b}$ при $T < T_1$ по завершении процессов смещения заведомо реализуется угловая фаза, а при $T \leqslant \leqslant T_2$ после разрушения антиферромагнитного геликоида, по-видимому,



Рис. 11.21. Полевые зависимости эффективности ЭМАП η в Dy при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{b}$ вблизи границы сосуществования угловой и веерной фаз: I - T = 91 К; 2 - T = 92 К; 3 - T = 98,5 К; 4 - T = 101 К; 5 - T = 119 К. Стрелками показаны поля окончания гистерезисных процессов [385]

веерная фаза. Следовательно, между двумя этими фазами должна существовать граница (или область раздела). Для нахождения предполагаемой границы раздела в [385] были предприняты подробные измерения эффективности ЭМАП вблизи Т₁. Их отличительной особенностью, как показано на рис. 11.21, является значительный гистерезис, отсутствующий при других температурах. Можно предположить, что именно в областях, характеризующихся гистерезисом, находится граница между угловой и веерной фазами.

Наконец, при $T > T_2$ на полевых зависимостях ЭМАП наблюдается один широкий максимум генерации, величина которого убывает с удалением от T_2 (кривая 5 на рис. 11.19). Такое поведение характерно для парамагнитной фазы любого магнетика, его интерпретация совпадает с аналогичной для гадолиния. Отметим, что и в парамагнитной фазе диспрозия вблизи T_2 также имеется гистерезис на полевых зависимостях ЭМАП.

В принципе, магнитная фазовая диаграмма диспрозия может быть определена из экспериментальных данных по электромагнитному возбуждению ультразвука так же, как это было сделано для гадолиния. Экспериментальные значения критических полей H_1 и H_2 в температурном интервале, охватывающем области антиферроманитного и ферромагнитного упорядочений в этом металле для ориентаций $\mathbf{H}_0 \|\mathbf{h}\| \mathbf{a}$ и $\mathbf{H}_0 \|\mathbf{h}\| \mathbf{b}$, показаны на рис. 11.22 и 11.23. В отличие, однако, от гадолиния, легкоплоскостная магнитная анизотропия в диспрозии достаточно велика, что требует дополнительного расчета геликоидальной антиферромагнитной



Рис. 11.22. Фазовая H_0 -T диаграмма Dy при $\mathbf{H}_0 || \mathbf{a}: 1$ – геликоид, 3 – веерная фаза; 4 – коллинеарная фаза. Точки: • – H_1 , • – H_2 – эксперимент; линии – расчет [385]



Рис. 11.23. Фазовая H_0 -T диаграмма Dy при \mathbf{H}_0 ||b: 2 — угловая фаза; $\triangle, \bullet, \circ$ — экспериментальные точки, сплошные линии — расчеты [385]

структуры для построения теоретических зависимостей критических магнитных полей.

Без учета легкоплоскостной анизотропии расчет такой структуры в гексагональном кристалле проведен в [555]. Магнитные моменты каждой кристаллической плоскости. связанные сильным обменным взаимодействием, описывались одним азимутальным углом φ_i . Между соседними плоскостями предполагалось ферромагнитное обменное взаимодействие, а между плоскостями через одну — антиферромагнитное. Из этой модели следует, что разрушение геликоидальной структуры магнитным полем должно происходить в два этапа: в поле H_1 скачкообразно разрушается геликоид и возникает веерная ферромагнитная структура; с дальнейшим ростом поля угол раствора веера уменьшается, и в поле $H_2 = 2,06H_1$ магнитные моменты атомов ориентируются вдоль Н₀. Из экспериментальных данных [552–554] следует, однако, что при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{a}$ разрушение геликоида не всегда сопровождается образованием веерной структуры — при T < 125 К веерная фаза в этой ориентации, по-видимому, не реализуется. В то же время при $T > 125 {
m K}$ расчет [555] находится в удовлетворительном согласии с экспериментом. Исчезновение веерной фазы при приближении к T₁ связано с влиянием легкоплоскостной анизотропии, быстро возрастающей с понижением температуры [556]. Поскольку в Dy период геликоида составляет около десяти периодов решетки, аналитический расчет такой структуры с учетом легкоплоскостной анизотропии весьма сложен. Поэтому наиболее энергетически выгодная конфигурация спинов находилась с помошью численных вычислений на ЭВМ.

Выражение для плотности свободной энергии *f* в безразмерных переменных может быть записано в виде

$$f = \sum_{i} \{ -\cos(\varphi_{i} - \varphi_{i-1}) + j\cos(\varphi_{i} - \varphi_{i-2}) - l\cos\varphi_{i} + k_{6}\cos[6(\varphi_{i} - \psi)] \}, \quad (11.4.14)$$

где φ_i — угол между направлением магнитного момента в слое и направлением внешнего магнитного поля, $j = I_2/I_1$, I_1 и I_2 — обменные интегралы, $l = H_0/I_1M$ и $k_6 = K_6/I_1M^2$ — перенормированные магнитное поле и константа легкоплоскостной анизотропии, а ψ — угол между направлением **l** и осью **b** в базисной плоскости. Значение $j = \frac{1}{4} \cos\left(\frac{2\pi}{11}\right)$ было задано так, чтобы в отсутствие анизотропии и магнитного поля реализовывался геликоид с периодом равным 11 периодам решетки. Это соответствует Dy при T = 105 K, когда константа легкоплоскостной анизотропии K_6 уже достаточно велика $(10^5 \text{ эрг/см}^3$ [556]).

С использованием (11.4.14) были рассчитаны фазовые диаграммы диспрозия для следующих ориентации магнитного поля \mathbf{H}_0 в базисной плоскости: $\psi = 0^\circ$, 2/3°, 30° (последнее — для $\mathbf{H}_0 \|\mathbf{a}$ переход от $\psi = 0^\circ$ к 30° эквивалентен изменению знака k_6). На рис. 11.24



Рис. 11.24. Расчет фазовой диаграммы Dy для $\psi = 30^{\circ}$ ($\mathbf{H}_0 \| \mathbf{a}$) при $K_6 < 0$ и для $\psi = 2/3^{\circ}$ при $K_6 > 0$. *1* — геликоид, *2* — угловая фаза, *3* — веерная фаза, *4* — коллинеарная фаза. Штрихи — граница веерной и угловой фаз при $\psi = 0^{\circ}$ ($\mathbf{H}_0 \| \mathbf{b}$) [385]

представлены такие диаграммы для $\psi = 2/3^{\circ}$ (т.е. для отклонения от оси **b**) при $K_6 > 0$ и для $\psi = 30^{\circ}$ при $K_6 < 0$. Видно, что с ростом анизотропии геликоидальная структура подавляется, и при значениях $K_6/H_1^0M \simeq 1$ она не реализуется вообще (H_1^0 — величина H_1 при $K_6 = 0$, т.е. та, что фигурирует в исходной модели [555]). Коллинеарная, ферромагнитная структура реализуется при

$$H_2 = 2,06H_1^0 + 36K_6/M. \tag{11.4.15}$$

Оказалось, что граница раздела веерной и угловой фаз крайне чувствительна к разориентации магнитного поля относительно трудной оси b. Штрихами на рис. 11.24 показана эта граница при $\psi = 0^{\circ}$, все остальные линии раздела фаз при $\psi = 0^{\circ}$ и 2/3° практически совпадают. Из рис. 11.24 видно, что при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{b}$ тройная точка фаз геликоидальная-угловая-веерная определяется условием $K_6/H_1^0 M \simeq 0,3$. Контрольные расчеты для значений j, соответствующих периодам геликоида, равным 18 и 9 периодам решетки, показали, что общая структура фазовых H_0-K_6 -диаграмм сохраняется, причем значения $K_6/H_1^0 M$, отвечающие тройной точке и полному подавлению геликоидальной структуры, различаются менее чем на 10%. Это позволяет предполагать, что сделанные выводы справедливы для любых реальных значений периода геликоида.

Приведенная выше интерпретация полевых зависимостей эффективности ЭМАП использована для построения магнитных фазовых диаграмм Dy в магнитном поле, ориентированном вдоль легкой и трудной осей в базисной плоскости. Для установления границ существования различных магнитных состояний внутреннее магнитное поле H_i в образце рассчитывалось с учетом температурного хода намагниченности насыщения и константы легкоплоскостной анизотропии [83].

Рассчитанные, в соответствии с (11.4.14) и (11.4.15), магнитные фазовые диаграммы диспрозия при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{a}$ и при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{b}$ также показаны на рис. 11.22 и 11.23. В координатах H_i^-T граница полидоменной фазы ниже T_1 практически совпадает с осью абсцисс ($H_1 \ll 1$ кЭ). Нижняя кривая на рис. 11.22 при $T_1 < T < T_2$ представляет собой границу существования антиферромагнитной фазы, а верхняя — границу существования веерной ферромагнитной фазы. Верхняя кривая на рис. 11.23 показывает зависимость $H_2(T)$, вычисленную по формуле (11.4.15). На фазовой диаграмме при $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{b}$ (рис. 11.23) показана также граница раздела веерной и угловой ферромагнитной фаз. Эта граница построена по полевым зависимостям, представленным на рис. 11.23, и соответствует полям и температурам завершения гистерезисных процессов на зависимостях $\eta(H_0)$. Слева от этой границы реализуется угловая фаза, а справа — веерная. Отметим, что, согласно приведенной выше оценке, тройная точка на фазовой диаграмме антиферромагнитный геликоид – ферромагнитная веерная фаза – ферромагнитная угловая фаза должна реализоваться при $T \approx 90$ К. Экспериментально обнаруженная граница раздела действительно находится вблизи этой температуры.

Приведенные экспериментальные и теоретические зависимости критических магнитных полей хорошо согласуются между собой, что позволяет рассматривать ЭМАП в качестве нового метода определения границ существования различных магнитных состояний в ферромагнетиках.

11.5. Резонансная генерация поперечного ультразвука в однодоменных ферромагнетиках

Система уравнений взаимодействующих электромагнитных, спиновых и упругих волн (11.1.1)–(11.1.4) описывает в общем случае генерацию как продольного, так и поперечного ультразвука. Выше мы акцентировали внимание на возбуждении продольных упругих волн, хотя с сопоставимой эффективностью процессы смещения доменных границ или спиновая переориентация могут сопровождаться и генерацией поперечного ультразвука. Единственным исключением из этого правила служит магнитоупругая генерация за счет изотропной магнитострикции парапроцесса, когда поперечный ультразвук не возбуждается.

Эффективность возбуждения различных типов упругих волн зависит от ориентации постоянного магнитного поля относительно поверхности металла. В тангенциальном магнитном поле возбуждаются как продольные, так и поперечные упругие волны, в нормальном к границе поле \mathbf{H}_0 возможны ситуации, когда возбуждается только поперечный ультразвук.

11.5.1. Генерация поперечного ультразвука в нормальном магнитном поле вдоль гексагональной оси

Рассмотрим генерацию поперечного ультразвука в гексагональном кристалле, намагниченность М в котором направлена вдоль оси симметрии шестого порядка с. Пусть с этим же направлением совпадает вектор постоянного магнитного поля ($\mathbf{H}_0 \| \mathbf{c}$), а вектор переменного магнитного поля лежит в базисной плоскости и совпадает с осью симметрии второго порядка (h||a). В такой геометрии имеет место модуляция постоянного магнитного поля не по величине, а по направлению. Фаза МІс устойчива по отношению к поворотам, когда $H_0 + K/M \ge 0$, где K - сумма перенормированных магнитострикцией констант одноосной магнитной анизотропии. Как и раньше, ограничимся здесь рассмотрением лишь матоитоупругого взаимодействии. Задачу о генерации поперечного ультразвука в данной геометрии удобно решать в циклических переменных, поскольку собственными модами колебаний ферромагнетика служат величины типа $Q_{\pm} = Q_x \pm i Q_y$. Линеаризованная система исходных уравнений (11.1.1)-(11.1.4) в этом случае по-прежнему может быть записана в виде (11.2.1), если в ней формально положить $H_0 = 0$, а для величин γ , χ , ξ и *s* использовать следующие выражения

$$\gamma = \gamma_{44}, \quad \chi = gM/(\omega_{sk} - \omega), \quad S = S_4, \quad \xi = \gamma_{44}^2 M^2 \chi/\rho_M S_4^2,$$
(11.5.1)

где $\omega_{sk} = \omega_0 + gM\alpha k^2$ — собственная частота неоднородной прецессии намагниченности в ферромагнетике, $s_4 = (c_{44}/\rho_M)^{1/2}$ — скорость поперечного звука, распространяющегося вдоль гексагональной оси. Правои левополяризованные колебания одновременно учитываются в системе (11.2.1), если в ней и в (11.5.1) формально положить $\omega > 0$ для правополяризованных и $\omega < 0$ для левополяризованных волн. В отличие от предыдущих случаев в системе уравнений (11.2.1) учтено неоднородное обменное взаимодействие, которое важно при рассмотрении генерации поперечного ультразвука. Наличие неоднородного обменного взаимодействия приводит к дисперсии в спектре спиновых волн и к необходимости учета граничного условия для намагниченности. Как и ранее, дисперсионное уравнение связанных колебаний может быть приведено к виду (11.1.13), в котором, однако, параметр электромагнитно-акустического взаимодействия ε следует положить равным нулю. При этом уравнение (11.1.13) совпадает с уравнением (3.8.3).

Для случая генерации поперечного ультразвука в нормальном магнитном поле общее решение системы уравнений (11.2.1) для волн в магнетике можно записать в виде

$$Q = \sum_{j=1}^{3} Q_j \exp(ik_j z), \qquad (11.5.2)$$

где k_i — корни дисперсионного уравнения (11.1.3).

Постоянные Q_j определяются из граничных условий, которые в данном случае выглядят так:

$$h_{0} + h_{Rx} + i \cdot \operatorname{sign}(\omega)h_{Ry} = \sum_{j=1}^{3} h_{j},$$

$$-i \cdot \operatorname{sign}(\omega)(h_{0} - h_{Rx}) + h_{Ry} = \frac{c\rho}{4\pi} \sum_{j=1}^{3} k_{j}h_{j},$$

$$ic_{44} \sum_{j=1}^{3} k_{j}u_{j} + \gamma_{44}M \sum_{j=1}^{3} m_{j} = 0,$$

$$\sum_{j=1}^{3} k_{j}m_{j} = 0,$$

$$-$$

где \mathbf{h}_R — волна, отраженная от поверхности. Последнее из условий (11.5.3) соответствует отсутствию поверхностной магнитной анизотропии (свободные спины).

Решением задачи об электромагнитном возбуждении поперечного ультразвука служит следующее выражение для смещения u ($u = u_+$ при $\omega > 0$ и $u = u_-$ при $\omega < 0$):

$$u = \frac{2i\gamma_{44}Mh_0}{\rho_M \alpha S_4^2 R(k_1, k_2, k_3)} \left\{ k_1 \left[k_2 \left(k_a^2 - k_2^2 \right) - k_3 \left(k_a^2 - k_3^2 \right) \right] \exp\left(ik_1 z\right) + \text{цикл. перест.} \right\}, \quad (11.5.4)$$

где

$$\begin{aligned} R(k_1, k_2, k_3) &= \left\{ \left[\left(k_a^2 - k_1^2 \right) \left(k_m^2 - k_1^2 \right) - k_a^2 k_{ma}^2 \right] \times \right. \\ &\times \left[k_2 (k_a^2 - k_2^2) - k_3 (k_a^2 - k_3^2) \right] + \text{цикл. перест.} \right\}, \end{aligned} \tag{11.5.5} \\ &\quad k_m^2 = (\omega - \omega_0) / g M \alpha, \quad k_{ma}^2 = \xi / \alpha. \end{aligned}$$

Анализ полученных выражений в общем виде весьма сложен, и его удобно провести для некоторых предельных случаев. Известно, что в рассматриваемой геометрии ($\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{h}$) при совпадении частоты переменного магнитного поля с частотой однородной прецессии намагниченности имеет место ферромагнитный резонанс $\omega = \omega_0$.

Рассмотрим вначале генерацию поперечного ультразвука на частотах, далеких от ферромагнитного резонанса. В этом случае наибольшим из всех волновых векторов задачи является волновой вектор спиновых волн k_m . Приближенные значения корней дисперсионного уравнения (11.1.13) вдали от ферромагнитного резонанса имеют вид

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{S_4^2} \begin{cases} (\omega - \omega_{s0})/(\omega - \omega_0), & \beta \gg 1; \\ (\omega - \omega_{s0} - \omega_M)/(\omega - \omega_0 - \omega_M), & \beta \ll 1, \end{cases}$$

$$k_2^2 = \frac{2i}{\delta^2} \begin{cases} (\omega - \omega_{s0} - \omega_M)/(\omega - \omega_{s0}), & \beta \gg 1; \\ (\omega - \omega_0 - \omega_M)/(\omega - \omega_0), & \beta \ll 1, \end{cases}$$

$$k_3^2 = (\omega - \omega_0)/gM\alpha.$$
(11.5.6)

Здесь k_1 , k_2 и k_3 отвечают квазиупругой, квазиэлектромагнитной и квазиспиновой волнам соответственно. В хорошо проводящих магнетиках случай $\beta \gg 1$ соответствует частотам $\omega > 10^{10}$ с⁻¹, а случай $\beta \ll 1$ – частотам $\omega < 10^8$ с⁻¹.

Для амплитуды возбуждаемого правополяризованного поперечного звука u_+ в области наиболее интересных с экспериментальной точки зрения частот ($\omega_0 < \omega < \omega_{s0}$ при $\beta \gg 1$ и $\omega_0 < \omega < \omega_{s0} + \omega_M$, $\beta \ll 1$) получаем следующую формулу:

$$u_{+} = \frac{g\gamma_{44}M^{2}h_{0}}{\rho_{M}S_{4}^{3}} \begin{cases} \frac{2\omega_{ma}\omega gM\alpha}{(\omega - \omega_{0})^{5/2}(\omega_{s0} - \omega)^{1/2}}, & \beta \gg 1; \\ \delta^{2}\omega \frac{(\omega_{M} + \omega_{s0} - \omega)^{1/2}}{(\omega_{M} + \omega_{0} - \omega)^{3/2}}, & \beta \ll 1. \end{cases}$$
(11.5.7)

В области частот $\omega_0 < \omega < \omega_{s0}, \ \omega_M + \omega_0$ вторая формула в (11.5.7) не изменится, а вместо первой имеем

$$u_{+} = \frac{2g\gamma_{44}M^{2}h_{0}}{\rho_{M}S_{4}\omega} \frac{1}{(\omega_{0} - \omega)^{1/2}(\omega_{s0} - \omega)^{1/2}}, \quad \beta \gg 1.$$
(11.5.8)

Амплитуда левополяризованных волн u_{-} для любого интервала частот может быть также выражена формулами (11.5.7) и (11.5.8). В случае $\beta \gg 1$ амплитуда u_{-} определяется формулой (11.5.8), а в случае $\beta \ll 1$ — второй формулой (11.5.7), если в них заменить ω на $-\omega$. Отметим, что при $\beta \gg 1$ и $\omega > \omega_0$ вглубь магнетика распространяется правополяризованная волна с волновым числом $k = k_3$, а в остальных случаях с $k = k_1$. Левополяризованная волна всегда распространяется с волновым числом $k = k_1$. Колебания с остальными k быстро затухают вблизи поверхности металла.

Таким образом, из формул (11.5.7), (11.5.8) видно, что в условиях, когда длина ультразвуковой волны меньше толщины скин-слоя ($\beta \gg 1$), пик амплитуды генерации имеет место на частоте магнитоакустического резонанса $\omega = \omega_{s0} = \omega_0 + \omega_{ma}$, $\omega_{ma} = g\gamma_{44}^2 M^3 / \rho_M S_4^2$. В этом случае возбуждения в упругой подсистеме не успевают следовать за колебаниями намагниченности, что соответствует концепции «замороженной решетки» [8]. При выполнении обратного соотношения ($\beta \ll 1$) амплитуда ультразвука возрастает на частоте магнитостатического резонанса $\omega = \omega_0 + \omega_M$, $\omega_M = 4\pi g M$, что соответствует концепции «свободной решетки» [8]. Формулы (11.5.7), (11.5.8) применимы и в точке спинпереориентационного фазового перехода, когда обращается в нуль частота однородной прецессии намагниченности ω_0 . В этом случае также наблюдается возрастание амплитуды возбуждаемого ультразвука. Рассмотрим теперь генерацию поперечного ультразвука вблизи частоты ферромагнитного резонанса. В этом случае наименьшим из всех рассматриваемых векторов задачи является волновой вектор спиновых волн k_m . Корни дисперсионного уравнения (11.1.13) имеют вид:

$$k_{1,3}^{2} = \pm \frac{\omega}{S_{4}} (\omega_{ma}/gM\alpha)^{1/2}, \qquad k_{2}^{2} = \frac{2i}{\delta^{2}} (1 + \omega_{M}/\omega_{ma}), \quad \beta \gg 1;$$

$$k_{2,3}^{2} = \pm \frac{1+i}{\delta} (\omega_{M}/gM\alpha)^{1/2}, \quad k_{1}^{2} = \frac{\omega^{2}}{S_{4}^{2}} (1 + \omega_{ma}/\omega_{M}), \quad \beta \ll 1.$$
(11.5.9)

Амплитуда генерации u_+ выражается формулой

$$u_{+} = \frac{\sqrt{2} g^{3/4} \gamma_{44} M^{7/4} h_{0}}{\rho_{M} \omega^{3/2} \omega_{ma}^{3/4} \alpha^{1/4} S_{4}^{1/2}}, \quad \beta \gg 1;$$

$$u_{-} = \frac{g \gamma_{44} M^{2} h_{0} \omega \delta^{2}}{\rho_{M} \omega_{M} S_{4}^{3}} (1 + \omega_{ma} / \omega_{M})^{1/2}, \quad \beta \ll 1.$$
(11.5.10)

Из сопоставления результатов (11.5.7), (11.5.8) и (11.5.10) следует, что на частоте ферромагнитного резонанса амплитуда генерации поперечного ультразвука существенно возрастает.

Проведенный в настоящем разделе анализ позволяет сформулировать приближения, в которых при исследовании процессов ЭМАП в ферромагнетиках можно пренебречь неоднородным обменным взаимодействием в выражении для свободной энергии (11.1.9), а тем самым и в спектре квазиспиновых волн и в скорости квазиупругих колебаний. В случае $\beta \gg 1$ данное приближение записывается как $\omega \ll \omega_0$, а в случае $\beta \ll 1$ как $\omega \ll \omega_0 + \omega_M$, что соответствует частотам, далеким от ферромагнитного и магнитостатического резонансов. В этих приближениях вторая формула в (11.5.7) и (11.5.8) совпадают с формулой (11.2.9), если в ней использовать следующие выражения для восприимчивости $\chi = gM/\omega_{s0}$ и параметра магнитоупругой связи $\xi = \omega_{ma}/\omega_{s0}$, а эффективность ЭМАП η определяется формулой (11.2.10).

Электромагнитное возбуждение поперечного ультразвука в нормальном к границе металла магнитном поле исследовано на монокристаллах никеля [366–368, 373, 377, 562]. Полевые зависимости эффективности возбуждения поперечного ультразвука в никеле для различных ориентации постоянного и переменного магнитных полей относительно кристаллографических осей показаны на рис. 11.9, 11.25. Во всех этих случаях постоянное магнитное поле было ориентировано под углом к направлению спонтанной намагниченности, что приводило к поворотам намагниченности к направлению поля H_0 . Из сопоставления рис. 11.10 и 11.25 видно, что при тех значениях магнитных полей, где эффективность возбуждения продольного ультразвука резко спадает, наблюдается увеличение эффективности генерации поперечного ультразвука. Эти экспериментальные результаты полностью согласуются с формулами (11.4.8) и (11.5.7) при $\beta \ll 1$.



Рис. 11.25. Полевая зависимость эффективности возбуждения поперечного ультразвука в монокристалле никеля при $\omega/2\pi = 15~$ МГц, T = 293~ K, $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{q} \| [110], \mathbf{h} \| [110]$ [373]

11.5.2. Генерация поперечного звука в нормальном магнитном поле в плоскости базиса

Исследуем далее случай, когда вектор постоянного, магнитного поля \mathbf{H}_0 лежит в базисной плоскости (такая ситуация возможна, например, в редкоземельных металлах Tb, Dy). В основном состоянии устойчивой является угловая фаза M_x , $M_y \neq 0$, $M_z = 0$. Равновесное значение угла φ_0 между намагниченностью и осью $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ определяется уравнением (при учете магнитострикции четвертого порядка; см. выражение для энергии гексагонального магнетика (3.8.1))

$$6K_{6}\sin 6\varphi_{0} + MH_{0}\sin (\varphi_{0} - \varphi_{H}) - \frac{5}{2\Delta}B_{123} (B_{11} - B_{12})\sin 4\varphi_{0} + \frac{5}{\Delta} (c_{11} + c_{12}) B_{123}^{2}\sin 4\varphi_{0} \left(3 - \frac{5}{4}\sin^{2}2\varphi_{0}\right) = 0, \quad (11.5.11)$$

где φ_H — угол между осью **a** и вектором **H**₀, $\Delta = c_{33} (c_{11} - c_{12}) - 2c_{13}^2$. Область устойчивости данной фазы ограничена неравенством

$$K_{3\phi\phi} = H_0 M \cos \left(\varphi_0 - \varphi_H\right) + 36K_6 \cos 6\varphi_0 - - \frac{10}{\Delta} B_{123} \left(B_{11} - B_{12}\right) \cos 4\varphi_0 + + \frac{5\left(c_{11} + c_{12}\right)}{2\Delta} B_{123}^2 \left(12 - 39\sin^2 2\varphi_0 + 4\sin^4 2\varphi\right) \ge 0. \quad (11.5.12)$$

При $K_{\phi\phi\phi} = 0$ происходит ОФП в фазу $\mathbf{M} \| \mathbf{H}_0$.

Линеаризованные уравнения движения имеют вид (вектор **h** параллелен оси **b**(**y**), которая при $H_0 = 0$ является легкой осью для Tb и трудной для Dy):

$$-i\omega m_{x'} = (\omega_{20} - gM\alpha D^2) m_{y'} + gM\sin\varphi_0 h_x - -gM\cos\varphi_0 h_y - \frac{5}{2}gB_{123}\sin 4\varphi_0 Du_z, -i\omega m_{y'} = -(\omega_{10} - gM\alpha D^2) m_{x'} + +gB_{44} (\sin\varphi_0 Du_y + \cos\varphi_0 Du_x), (\omega^2 + S_4^2 D^2) u_{x,y} = \frac{B_{44}}{\rho_M M} \begin{cases} \cos\varphi_0 \\ \sin\varphi_0 \end{cases} Dm_{x'}, (\omega^2 - S_3^2 D^2) u_z = \frac{5}{2}\frac{B_{123}}{\rho_M M}\sin 4\varphi_0 Dm_{y'}, (1 - \frac{i}{2}\delta^2 D^2) h_{x,y} = 4\pi \begin{cases} \sin\varphi_0 \\ \cos\varphi_0 \end{cases} m_{y'}, \end{cases}$$

где $D=\partial/\partial z,\;m_{x',y'}$ — проекции переменной намагниченности оси квантования, $S_3^2=c_{33}/\rho_M;$

$$\omega_{10} \simeq g |K_1| / M, \quad \omega_{20} = g K_{\flat \varphi \varphi} / M + \omega_{ma2},$$

$$\omega_{ma2} = \frac{2g (B_{11} - B_{12})^2}{M (c_{11} - c_{12})} + \frac{25g (c_{11} + c_{12})}{4\Delta M} B_{123}^2 \sin^2 4\varphi_0.$$
(11.5.14)

При записи ω_{10} пренебрегалось всеми слагаемыми, малыми по сравнению с одноосной анизотропией.

В случае $\varphi_0 = \varphi_H = 0$ из (11.5.13) следует, что внешнее переменное магнитное поле с $\mathbf{h}_0 \| \mathbf{b}$ возбуждает только поперечный звук с поляризацией вдоль оси **a**. Дисперсионное уравнение при этом выглядит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} k^{4} + k^{2} \left(k_{m1}^{2} + k_{m2}^{2}\right) + k_{mm}^{4} \end{bmatrix} \left(k^{2} - k_{e}^{2}\right) \left(k^{2} - k_{a}^{2}\right) - k_{me}^{2} k_{e}^{2} \left(k^{2} + k_{m1}^{2}\right) \left(k^{2} - k_{a}^{2}\right) - k_{a}^{2} k_{ma1}^{2} \left(k^{2} + k_{m2}^{2}\right) \left(k^{2} - k_{e}^{2}\right) + k_{a}^{2} k_{e}^{2} k_{ma1}^{2} k_{me}^{2} = 0, \quad (11.5.15)$$

где

$$k_{m1,2}^2 = \omega_{10,20}/gM\alpha, \quad k_{ma1}^2 = \omega_{ma1}/gM\alpha,$$

$$k_{mm}^4 = (\omega_{10}\omega_{20} - \omega^2)/(gM\alpha)^2, \quad \omega_{ma1} = gB_{44}^2/Mc_{44}.$$

Анализ дисперсионного уравнения (11.5.15) показывает, что при частотах $\omega^2 \ll \omega_{10}\omega_{20}$ (в точке ОФП $\omega_{20} = \omega_{ma2}$, а $\omega_{10}\omega_{20} = \omega_{10}\omega_{ma2} = \omega_{My}^2$ — МУ щель в спектре квазиспиновых волн) его корни имеют вид:

$$k_{1}^{2} \simeq k_{a}^{2} \begin{cases} 1 + \omega_{ma1}/\omega_{10}, & \beta \gg 1, \\ 1 + \omega_{M}/\omega_{20} + \omega_{ma1}/\omega_{10}, & \beta \ll 1, \end{cases}$$

$$k_{2}^{2} \simeq k_{e}^{2} \begin{cases} 1 + 2\omega_{M}/\omega_{20}, & \beta \gg 1, \\ 1 + \omega_{M}/\omega_{20}, & \beta \ll 1, \end{cases}$$

$$k_{3}^{2} \simeq -k_{m2}^{2}, \quad k_{4}^{2} \simeq -k_{m1}^{2}. \end{cases}$$
(11.5.16)

Решение граничной задачи совместно с уравнениями (11.5.13) приводит к следующему выражению для амплитуды возбуждаемого поперечного звука:

$$u_x \approx -\frac{2h_0 g B_{44} \omega}{\rho_M S_4^2 \omega_{10} \omega_{20} \left(1 - \omega_{ma1} / \omega_{10}\right)} \cdot \frac{k_1}{\left(k_2^2 - k_1^2\right)},\tag{11.5.17}$$

где k_1 и k_2 определяются формулами (11.5.16). Отметим, что при указанной выше ориентации \mathbf{H}_0 и \mathbf{h} резонансное возбуждение поперечного звука вблизи ОФП возможно только на частоте порядка МУ щели $\omega \approx \omega_{MY}$. В Тb и Dy $\omega_{MY} \approx 10^3$ ГГц [11].

Рассмотрим теперь случай, когда $\varphi_0, \varphi_H \neq 0$. В такой ситуации будут возбуждаться одновременно и поперечный и продольный звук. Для нахождения амплитуды возбуждаемого продольного звука положим для простоты в (11.5.13) $B_{44} = 0$ (условие, при котором можно пренебречь этой постоянной, будет получено ниже). При $B_{44} = 0$ возбуждается только продольный звук. Дисперсионное уравнение системы (11.5.13) имеет вид

$$\begin{bmatrix} k^4 + k^2 (k_{m1}^2 + k_{m2}^2) + k_{mm}^4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} k^2 - k_e^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k^2 - k_a^2 \end{pmatrix} - \\ - k_e^2 k_{me}^2 \begin{pmatrix} k^2 + k_{m1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k^2 - k_a^2 \end{pmatrix} - k_a^2 k_{ma3}^2 \begin{pmatrix} k^2 + k_{m1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k^2 - k_e^2 \end{pmatrix} = 0,$$
(11.5.18)

где $k_a^2 = \omega^2/S_3^2$, $k_{ma3}^2 = \omega_{ma3}/gM\alpha$, $\omega_{ma3} = 25gB_{123}^2\sin^4 4\varphi_0/4Mc_{33}$; остальные обозначения введены выше. Корни уравнения (11.5.18) в области частот $\omega^2 \ll \omega_{10} (\omega_{20} - \omega_{ma3})$ выглядят следующим образом:

$$k_{1}^{2} = \frac{\omega^{2}}{S_{3}^{2}} \begin{cases} \omega_{20}/(\omega_{20} - \omega_{ma3}), & \beta \gg 1; \\ (\omega_{20} + \omega_{M})/(\omega_{20} + \omega_{M} - \omega_{ma3}), & \beta \ll 1; \end{cases}$$

$$k_{2}^{2} = \frac{2i}{\delta^{2}} \begin{cases} (\omega_{20} + \omega_{M})/\omega_{20}, & \beta \gg 1; \\ \frac{\omega_{20} + \omega_{M} - \omega_{ma3}}{\omega_{20} - \omega_{ma3}}, & \beta \ll 1; \end{cases}$$

$$k_{3}^{2} = -(\omega_{20} - \omega_{ma3})/gM\alpha, \quad k_{4}^{2} = -\omega_{10}/gM\alpha. \end{cases}$$
(11.5.19)

Амплитуда возбуждаемого продольного звука выражается формулой

$$u_z = \frac{5ih_0gB_{123}\cos\varphi_0\sin4\varphi_0}{\rho_M S_3^2\omega_{20}\left(1 - \omega_{ma3}/\omega_{20}\right)} \cdot \frac{k_1}{(k_2^2 - k_1^2)},$$
(11.5.20)

где k_1 и k_2 определяются соотношениями (11.5.19). Отметим, что и здесь резонанс имеет место только на частоте порядка МУ щели:

$$\omega \simeq \omega_{10} \, (\omega_{20} - \omega_{ma3}).$$

При малых $\varphi_{0,H}$ и $B_{44} \neq 0$ можно одновременно пользоваться формулами (11.5.17) и (11.5.20) для амплитуды возбуждаемых волн. Сравним по величине амплитуды u_z и u_x , имея в виду, что $\omega_{mai} \ll \omega_{s0}$, а ω_{20} , k_1 и k_2 в обоих формулах по порядку величины совпадают:

$$\frac{|u_x|}{|u_z|} = \frac{2B_{44}\omega}{5B_{123}\omega_{10}} \left(\frac{S_3}{S_4}\right)^2 \frac{1}{\sin 4\varphi_0}.$$
(11.5.21)

Используя значения постоянных для Tb из [48,557] получим, что при $\varphi_0 = 3 \div 10^\circ$ и $\omega = 10$ ГГц отношение $|u_x|/|u_z| \sim 10^{-1} \div 10^{-2}$. Таким образом, из сравнения амплитуд возбуждаемых волн следует, что в рассматриваемой области частот амплитуда продольного звука может превосходить на несколько порядков амплитуду поперечного звука, то есть продольный звук при данной ориентации \mathbf{H}_0 и \mathbf{h} должен генерироваться намного эффективнее поперечного.

Вблизи ОФП $K_{
m abb} \rightarrow 0$ частота $\omega_{20} \rightarrow \omega_{ma2}$ и согласно (11.5.17) и (11.5.20) амплитуды возбуждаемых волн при спиновой переориентации имеют характерные максимумы. Аналогичные результаты были получены для других ориентаций **H**₀ и **h** [385]. Результат (11.5.20) качественно согласуется с экспериментом [46]. В частности, в [46] отсутствовал пик поглощения ЭМ волн при $\varphi_H = 0$ и, наоборот, этот пик имел место при $\varphi_H \neq 0$. Как следует из (11.5.20) вблизи ОФП $\omega_{20} \rightarrow \omega_{ma2}$, и знаменатель (11.5.20) возрастает при приближении к точке ОФП. Однако в числителе формулы (11.5.20) имеется сомножитель $\sin 4\varphi_0$, который при приближении к точке ОФП стремится к нулю, если $\varphi_H = 0$. Это приводит к тому, что при $\varphi_H = 0$ отсутствует эффективная генерация звуковых волн ЭМ волнами (имеется лишь слабая генерация поперечного звука (11.5.17)). В эксперименте [46] при $\Phi_H = 0$ пик поглощения ЭМ волн в области ОФП действительно отсутствовал. При $\Phi_H \neq 0$ числитель (11.5.20) отличен от нуля даже в самой точке ОФП (где $\Phi_0 = \Phi_H$). Поэтому в данном случае в области ОФП имеется максимум эффективности генерации продольного звука. Этот результат также подтверждается в эксперименте [46]. Кроме того, пик поглощения ЭМ волн вблизи ОФП, согласно (11.5.20), должен наблюдаться при любых частотах из интервала $\omega^2 \ll \omega_{10} \cdot \omega_{20}$, что опять же согласуется с экспериментами [49, 384, 385].

Таким образом, из проведенного выше исследования возбуждения поперечного звука можно сделать следующие выводы.

В ферромагнитных редкоземельных металлах с основным состоянием $\mathbf{M} \| \mathbf{H}_0 \| \mathbf{n} \| \mathbf{c}$ и при $\mathbf{h} \perp \mathbf{c}$ амплитуда генерируемого ЭМ волнами поперечного звука резонансно возрастает на частотах, отвечающих ферромагнитному и магнитоакустическому резонансам (МАР), когда эффективная толщина скин-слоя превосходит длину волны возбуждаемого звука, и на частотах ферромагнитного и магнитостатического резонансов (МСР) — в обратном случае. Кроме того, при частотах меньших частот МАР и МСР, амплитуда возбуждаемого звука существенно возрастает в области ОФП.

В редкоземельных металлах с основным состоянием $\mathbf{M} \| \mathbf{H}_0 \| \mathbf{a} \perp \mathbf{n}$ и при $\mathbf{h} \| \mathbf{b}$ может возбуждаться поперечный звук. При этом резонансное возбуждение поперечного звука вблизи ОФП может иметь место только на частоте равной частоте МУ щели в спектре квазиспиновых волн. Амплитуда возбуждаемых упругих колебаний также возрастает вблизи ОФП. Однако эффективность генерации звука в отличие от предыдущего случая ($\mathbf{M} \| \mathbf{H}_0 \| \mathbf{c}$) существенно (в ω_{10}/ω раз при $\omega_{10} \gg \omega$) уменьшается. Это может являться причиной того, что в эксперименте [46] в данной геометрии не наблюдался пик поглощения ЭМ волн в Тb при частоте $\omega/2\pi = 24$ ГГц (в Tb $\omega_{10} \sim 10^3$ ГГц [11]).

В основном состоянии $M_x, M_y \neq 0, M_z = 0$ и при **h**||**b** возбуждаются и поперечный и продольный звук (последний за счет магнитострикции четвертого порядка, которая в редкоземельных металлах велика). Здесь вновь резонансное возбуждение звука обеих поляризаций может иметь место только на частоте МУ щели ω_{MY} . В области ОФП при любых частотах меньших частоты ω_{MV} амплитуды как поперечных, так и продольных упругих волн значительно возрастают. Причем амплитуда возбуждаемого продольного звука при \mathbf{H}_{0} , направленном под углом к оси а, существенно превосходит (на несколько порядков) амплитуду поперечного звука. Это обусловлено наличием малого параметра ω/ω_{10} в выражении для амплитуды поперечного звука и отсутствием его в выражении для амплитуды продольного звука. При этом амплитуда возбуждаемого продольного звука имеет характерную зависимость от угла между Н₀ и осью а. Данные результаты (возрастание амплитуды возбуждаемых волн в области ОФП при любых частотах, меньших частоты МУ щели, и ее характерная зависимость от угла между Но и осью а хорошо согласуются с экспериментальными результатами [46] по исследованию поглощения волн в РЗМ.

Полученные результаты позволяют также снять проблему концепций «замороженной» и «свободной» решеток [11]. В геометрии эксперимента [46] резонанс может наблюдаться только на частоте МУ щели ω_{My} . Наблюдавшиеся же в [46] пики поглощения ЭМ волн на частоте меньшей ω_{My} объясняются возрастанием амплитуды возбуждаемого продольного звука в области ОФП, а не резонансом на частоте ФМР (в модели «свободной» решетки, как предполагалось в [45,50]).

11.6. Электромагнитное возбуждение поперечного звука в ферромагнитных металлах за счет эффекта Холла

Хорошо известные механизмы электромагнитного возбуждения в металлах — индукционный и магнитоупругий могут быть обусловлены эффектом Холла (см. формулу (11.1.6)). Возбуждение звука за счет эффекта Холла при индукционном механизме в неферромагнитных металлах рассматривалось в [558]. В данном разделе исследуется электромагнитное возбуждение звука за счет эффекта Холла в ферромагнетиках. Эта задача представляет интерес, так как в магнитоупорядоченных веществах кроме индукционного механизма возможен МУ механизм возбуждения звука. В ферромагнетиках также в качестве напряженности магнитного поля H выступает индукция магнитного поля B и кроме нормального эффекта Холла имеется еще и аномальный (11.1.6). Последний в магнетиках обычно значительно превосходит
нормальный эффект. Таким образом, исследование электромагнитного возбуждения звука за счет эффекта Холла в магнитоупорядоченных металлах должно приводить к принципиально новым результатам.

Рассмотрим гексагональный ферромагнетик в виде полупространства z > 0, у которого холловская проводимость $\sigma_x = \sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ меньше диссипативной проводимости $\sigma = \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$. Остальные приближения совпадают с приближениями в [558]. Монокристалл помещен в постоянное внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0 \|\mathbf{z}\| \mathbf{c} \| \mathbf{M}$ (с — гексагональная ось). На него из вакуума (z < 0) падает плоская электромагнитная волна $h_x = h_0 \exp(ikz - i\omega t)$. При решении задачи исходим из системы уравнений, содержащей уравнения Максвелла, Ландау–Лифщица и теории упругости (11.1.1)–(11.1.4). Эту систему необходимо дополнить граничными условиями при z = 0 для компонент электромагнитного поля, упругих напряжений и намагниченности \mathbf{M} (11.1.12).

Уравнение (11.1.6) запишем в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{j}/\sigma - [\mathbf{n}, \mathbf{j}]/\sigma_x - [\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{B}]/c, \qquad (11.6.1)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{H}_0 / H_0$ — нормаль к поверхности магнетика,

$$1/\sigma_x = R_B B + R_M M, \qquad (11.6.2)$$

— холловское удельное сопротивление, $R_B = R_{123}^B$ и $R_M = R_{123}^M$ – нормальная и аномальная постоянные Холла.

Анализ системы уравнений (11.1.1)–(11.1.4) при учете (11.6.1) и (11.6.2) показывает, что ее решением в металле является суперпозиция шести циркулярно поляризованных волн — двух поперечных квазиупругих, двух квазиэлектромагнитных и двух квазиспиновых. Две из них — левополяризованные квазиспиновая и квазиэлектромагнитная — всегда (при любых частотах и полях) являются нераспространяющимися. Решение граничной задачи приводит к следующему результату для циркулярных компонент вектора смещения $u_{\pm} = u_x \pm i u_y$

$$u_{\pm} = -\frac{ih_0}{2\pi\rho_M\omega^2 S_{\pm}^2 \left(k_{\pm 2}^2 - k_{\pm 1}^2\right)} \times \left[k_{\pm 1} \left(S_{\pm}^2 k_{\pm 2}^2 B + 4\pi\omega^2 B_{44}\chi_{\pm}/M\right) \exp\left(ik_{\pm 1}z\right) + k_{\pm 2} \left(S_{\pm}^2 k_{\pm 1}^2 B + 4\pi\omega^2 B_{44}\chi_{\pm}/M\right) \exp\left(ik_{\pm 2}z\right)\right], \quad (11.6.3)$$

где B₄₄ — МУ постоянная в плотности энергии (3.8.1)

$$S_{\pm}^{2} = S_{4}^{2}(1 - B_{44}^{2}\chi_{\pm}/M^{2}c_{44}), \quad \chi_{\pm} = gM/(\omega_{10} \mp \omega),$$

$$\omega_{10} = g\left(H + \tilde{K}_{1}/M\right) + gB_{44}^{2}/Mc_{44} = \omega_{0} + \omega_{ma},$$

$$k_{\pm 1}^{2} = \frac{\omega^{2}}{S_{\pm}^{2} + B_{\pm}^{2}/4\pi\rho_{M}\mu_{\pm}}, \quad k_{\pm 2}^{2} = \mp \frac{2}{\delta_{\pm}^{2}}\left(1 + B_{\pm}^{2}/4\pi\rho_{M}S_{\pm}^{2}\mu_{\pm}\right),$$

$$B_{\pm} = B + 4\pi B_{44}\chi_{\pm}/M, \quad \mu_{\pm} = 1 + 4\pi\chi_{\pm}, \quad \delta_{\pm}^{2} = c^{2}/2\pi\omega\sigma_{\pm}\mu_{\pm},$$

(11.6.4)

 $1/\sigma_{\pm} = 1/\sigma_x \pm i/\sigma$, c_{44} — упругая постоянная, \tilde{K}_1 — перенормированная магнитострикцией константа одноосной анизотропии, $S_4^2 = c_{44}/\rho_M$ — скорость поперечного звука. В (11.6.4) приведены выражения для $k_{\pm 1}$ и $k_{\pm 2}$ в случае $\omega \ll \tilde{\omega}_0 = \left[(B^2 + 4\pi c_{44}) \mu_{\pm} - 4\pi \chi_{\pm} (B - B_{44}/M)^2 \right] |\sigma_{\pm}| / \rho_M c^2$. При $\omega \gg \tilde{\omega}_0$ в (11.6.4) надо положить $B_{\pm} = 0$. Отметим, что при записи (11.6.3) были опущены малые слагаемые, соответствующие квазиспиновым волна ($k_{\pm 3}$).

Из (11.6.3) следует, что при малых полях, когда $S_{\pm}^2 |k_{\pm 1,2}^2| B \ll$ $\ll 4\pi\omega^2 B_{44} |\chi_{\pm}|/M$ преобладает МУ механизм генерации звука, который эффективен в области $\omega_0 = 0$, а также вблизи магнитноакустического резонанса $\omega = \omega_{10}$. Если $\sigma_x \ll \sigma$, то в случае $\omega \ll \widetilde{\omega}_0$ выполняется условие $|k_{\pm 2}| \gg |k_{\pm 1}|$ и генерируется звук с волновым числом k_{-2} , отвечающим геликону. В обратном случае ($\omega \gg \widetilde{\omega}_0$) генерируется звук с волновыми числами $k_{\pm 1}$. При $\sigma \ll \sigma_x$ в любом случае происходит генерация звука только с волновыми числами $k_{\pm 1}$.

В области магнитных полей $S_{\pm}^2 |k_{\pm 1,2}^2| B \gg 4\pi\omega^2 B_{44} |\chi_{\pm}| / M$ имеет место индукционный механизм генерации звука. При $\sigma_x \ll \sigma$ также в случае $\omega \ll \widetilde{\omega}_0$ генерируется звук с волновым числом k_{-2} а при $\omega \gg \widetilde{\omega}_0$ с волновыми числами $k_{\pm 1}$. Эффективность генерации также возрастает в области ОФП и вблизи магнитоакустического резонанса.

При $\omega \ll \tilde{\omega}_0$ и малых полях (МУ механизм) амплитуда возбуждаемого звука пропорциональна $(R_BB + R_MM)^{1/2}$. В этом случае эффективность генерации звука определяется эффектом Холла, причем в области слабых полей аномальным, а в более сильных полях нормальным эффектами. При $\omega \gg \tilde{\omega}_0$ и в сильных полях (индукционный механизм) амплитуда звука также определяется эффектом Холла. Однако здесь она пропорциональна $(R_BB + R_MM)^{-1/2}$.

Таким образом, в магнитных металлах электромагнитное возбуждение звука, обусловленное эффектом Холла, значительно усиливается по сравнению с немагнитными металлами за счет индукции магнитного поля **В** и аномального эффекта Холла. Это усиление реализуется в основном в малых полях через МУ механизм генерации звука.

11.7. Особенности магнитоупругого механизма ЭМАП в антиферромагнетиках

В качестве объекта исследования для примера выберем монокристалл кубического двухподрешеточного коллинеарного антиферромагнетика. В этом случав в системе (11.1.1)–(11.1.4) уравнения Ландау– Лифшица выглядят следующим образом;

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = g \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{M}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right] + g \left[\mathbf{L}, \mathbf{H}_{L}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right] + \mathbf{R} \left(\mathbf{M}, \mathbf{L}, \mathbf{H}_{M}^{\mathsf{s}\phi\phi}, \mathbf{H}_{L}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right),$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} = g \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{L}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right] + g \left[\mathbf{L}, \mathbf{H}_{M}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right] + \mathbf{R} \left(\mathbf{L}, \mathbf{M}, \mathbf{H}_{L}^{\mathsf{s}\phi\phi}, \mathbf{H}_{M}^{\mathsf{s}\phi\phi} \right),$$
(11.7.1)

где $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ и $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$ — соответственно векторы ферро- и антиферромагнетизма; $\mathbf{M}_{1,2}$ — намагниченности подрешеток; \mathbf{R} — релаксационные члены [559]:

$$\mathbf{R}\left(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{H}_{A}^{\diamond\phi\phi}, \mathbf{H}_{B}^{\diamond\phi\phi}\right) = \\ = \lambda_{0}\mathbf{H}_{A}^{\diamond\phi\phi} + \lambda_{\perp}\left[\left(\mathbf{A}^{2} + \mathbf{B}^{2}\right)\mathbf{H}_{A}^{\diamond\phi\phi} + 2(\mathbf{A}\mathbf{B})\mathbf{H}_{B}^{\diamond\phi\phi}\right] + \\ + \left(\lambda_{\perp} - \lambda_{\parallel}\right)\left[\mathbf{A}\left(\mathbf{A}\mathbf{H}_{B}^{\diamond\phi\phi}\right) + \mathbf{A}\left(\mathbf{B}\mathbf{H}_{B}^{\diamond\phi\phi}\right) + \mathbf{B}\left(\mathbf{A}\mathbf{H}_{B}^{\diamond\phi\phi}\right) + \mathbf{B}\left(\mathbf{B}\mathbf{H}_{A}^{\diamond\phi\phi}\right)\right],$$
(11.7.2)

где $\lambda_{0,\perp,\parallel}$ — постоянные диссипаций; $\mathbf{A}, \mathbf{B} = \mathbf{M}, \mathbf{L}$. В рассматриваемом АФМ выражение для плотности свободной энергии имеет вид [152]

$$F = \frac{1}{2}a_{0}\mathbf{L}^{2} + \frac{1}{4}b_{1}\mathbf{L}^{4} + \frac{1}{2}b_{2}(\mathbf{ML})^{2} + \frac{1}{2}b_{3}\mathbf{M}^{2}\mathbf{L}^{2} + \frac{1}{2}a_{1}\mathbf{M}^{2} - \mathbf{MH} + + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\partial\mathbf{L}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + \frac{1}{2}\beta_{1}\left(L_{x}^{2}L_{y}^{2} + L_{y}^{2}L_{z}^{2} + L_{x}^{2}L_{z}^{2}\right) + + \frac{1}{2}(\gamma_{0}\mathbf{L}^{2} + \widetilde{\gamma}_{0}\mathbf{M}^{2})u_{ll} + (\gamma_{ijkl}L_{i}L_{j} + \widetilde{\gamma}_{ijkl}M_{i}M_{j})u_{kl} + c_{ijkl}u_{ij}u_{kl}, (11.7.3)$$

где a_i, b_i и α — соответственно постоянные однородного и неоднородного обмена, β_1 — константа кубической анизотропии, $\gamma_0, \, \widetilde{\gamma}_0$ — постоянные обменной магнитострикции.

Выберем следующую геометрию задачи: $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{h} \| \mathbf{x}, \mathbf{k} \| \mathbf{n} \| \mathbf{z}$ и исследуем отдельно два случая: $T \simeq T_N$ и $T < T_N$, где T_N — температура Нееля.

Вблизи T_N вектор антиферромагнетизма $L \simeq 0$, а намагниченность АФМ $M = M_x$. Предположим, что при $T \simeq T_N$ анизотропная магнитострикция отсутствует: $\gamma_{ijkl} = \tilde{\gamma}_{ijkl} = 0$. Тогда в состоянии равновесия

$$M = \chi H_0, \quad L \simeq 0,$$
 (11.7.4)

где $\chi = (a_1 + \tilde{\gamma}_0 u_{ll}^0)^{-1}$, u_{ll}^0 — сумма диагональных компонент равновесного тензора деформаций. Отметим, что в точке перехода $T = T_N$ восприимчивость АФМ χ при $H_0 \to 0$ не испытывает никаких аномалий (в отличие от ферромагнетика при $T = T_K$ в АФМ χ остается конечной и не имеет резких скачков в точке перехода) [152]. Анализ линеаризованной вблизи положения равновесия (11.7.4) системы исходных уравнений (11.1.1)-(11.1.4), (11.7.1) показывает, что при $T \simeq T_N$ задача о возбуждении звука в АФ полностью аналогична задаче о возбуждении продольного звука в ферромагнетике вблизи T_K . Поэтому, не касаясь подробностей решения этой задачи, приведем сразу же результат. Эффективность ЭМАП, обусловленная МУ механизмом, выражается формулами (11.2.10), в которых нужно положить $\gamma = \tilde{\gamma}_0$, $\xi = \tilde{\gamma}_0^2 M^2/c_{11}$, а для χ использовать формулу (11.7.4). Амплитуда возбуждаемого звука определяется формулой (11.2.9). Согласно формулам (11.2.10) эффективность МУ механизма ЭМАП вблизи T_N не должна иметь особенностей (как в ферромагнетиках вблизи T_K), поскольку восприимчивость АФМ в области T_N слабо зависит от температуры и магнитного поля. В этом случае эффективность ЭМАП в АФМ может быть полностью, обусловлена индукционным механизмом (11.2.7) (см. сравнение (11.2.11)). Единственной причиной, усиливающей МУ механизм в АФМ в области T_N , может быть рост МУ постоянной $\tilde{\gamma}_0$ при этих температурах. Приведем здесь также выражение для скорости продольного звука при $T \ge T_N$

$$\widetilde{S}_l = S_l (1 - \widetilde{\gamma}_0^2 M^2 \chi / c_{11})^{1/2}, \qquad (11.7.5)$$

где $S_l^2 = c_{11}/\rho_M$. Скорость поперечного звука при $T \simeq T_N$ не изменяется в силу принятых допущений.

В антиферромагнитной фазе ($T < T_N$) в равновесии положим $M_y, M_z, L_y, L_x = 0, M_x = M, L_z = L$, причем намагниченность M определяется формулой

$$M = \chi H_0 \simeq H_0 / [a_1 + b_3 L^2 + \tilde{\gamma}_0 u_{ll}^0 + 2\tilde{\gamma}_1 u_{xx}^0], \qquad (11.7.6)$$

а вектор антиферромагнетизма L — из уравнения

$$a + b_1 L^2 + b_3 M^2 + \gamma_0 u_{ll}^0 + 2\gamma_1 u_{zz}^0 = 0.$$
 (11.7.7)

Рассмотрим случай M < L. Это условие выполняется в области магнитных полей, меньших обменного $H_E = a_1 M_0$, где M_0 — намагниченность подрешеток АФМ при T = 0.

Линеаризованная вблизи укачанного положения равновесия система уравнений (11.1.1)-(11.1.3), (11.7.1) описывающая МУ механизм генерации звука, имеет вид

$$i\omega l_{z} = \frac{M}{L}\omega_{A}l_{y} + g\gamma_{2}ML\frac{\partial u_{y}}{\partial z} + rl_{z},$$

$$-i\omega l_{y} = \frac{M}{L}\omega'_{E}l_{z} - \omega_{E}m_{x} + gML(\gamma_{0} + 2\gamma_{1} - \widetilde{\gamma}_{0})\frac{\partial u_{z}}{\partial z} + gLh_{x} + rl_{y},$$

$$i\omega m_{x} = -\omega_{A}l_{y} - g\gamma_{2}L^{2}\frac{\partial u_{y}}{\partial z} + rm_{x},$$

$$\left(\omega^{2} + S_{l}^{2}\frac{\partial}{\partial z^{2}}\right)u_{z} = -\frac{\gamma_{0} + 2\gamma_{1}}{\rho_{M}}L\frac{\partial l_{z}}{\partial z} - \frac{1}{\rho_{M}}\widetilde{\gamma}_{0}M\frac{\partial m_{x}}{\partial z},$$

$$\left(\omega^{2} + S_{t}^{2}\frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}\right)u_{y} = -\frac{1}{\rho_{M}}\gamma_{2}L\frac{\partial l_{y}}{\partial z},$$

$$\left(11.7.8\right)$$

$$\left(11.7.8\right)$$

$$\left(11.7.8\right)$$

Здесь $\omega_A = g \tilde{\beta}_1 L^3 + \omega_{ma}$, $\omega'_E = 2g L^3 (b_1 - b_3)$, $\omega_E = g L \left(1/\chi - b_3 M^2 \right)$, $\omega_{ma} = g \gamma_{44}^2 L^3 / c_{44}$, r — линеаризованные релаксационные слагаемые (11.7.2), $\tilde{\beta}_1$ — перенормированная за счет магнитострикции константа кубической анизотропии. В (11.7.8) оставлены только те компоненты векторов **m**, **l** и **u**, которые взаимодействуют с ЭМ волной h_x , e_y .

Совместное решение граничной задачи (11.1.12) и системы (11.7.8) приводит к следующим результатам. Коэффициент преобразования η за счет МУ механизма в области низких температур (когда можно пренебречь релаксационным слагаемым в (11.7.8)) выражается вновь формулами (11.2.10), в которых для продольного звука ζ определяется по формуле $\xi_l = \chi_l M^2 (\gamma_0 + 2\gamma_1 - \tilde{\gamma}_0)^2 / c_{11}, \chi_l$ — по формуле (11.7.6), $\gamma = \gamma_0 + 2\gamma_1 - \tilde{\gamma}_0$, а для поперечного звука соответственно $\gamma = \gamma_2$, $\xi_t = g \gamma_2^2 L^3 / c_{44} \omega_A, \chi_t = g L \omega / \omega_A \omega_E$. Выражения для скоростей продольного и поперечного звука имеют вид:

$$\widetilde{S}_{t} = S_{t} \left[1 - g\gamma_{2}^{2}L^{3}/c_{44}\omega_{A} \right]^{1/2},$$

$$\widetilde{S}_{l} = S_{l} \begin{cases} \left[1 - (\gamma_{0} + 2\gamma_{1})^{2}/2b_{1}c_{11} \right]^{1/2}, & \omega \ll \omega_{r}; \\ \left[1 - (\gamma_{0}2\gamma_{1} - \widetilde{\gamma}_{0})M^{2}\chi_{l}/c_{11} \right]^{1/2}, & \omega \gg \omega_{r}. \end{cases}$$
(11.7.9)

Здесь $\omega_r -$ средняя частота релаксации в магнитной подсистеме. Приближение $\omega_r \gg \omega$ означает, что релаксация в магнитной подсистеме настолько велика, что изменения векторов **M** и **L** не успевают следовать за изменениями в упругой подсистеме (за изменением смещения **u**) и в ЭМ подсистеме (за изменением векторов **h** и **e**). В обратном случае ($\omega_r \ll \omega$) магнитная подсистема успевает подстраиваться под изменения, происходящие в упругой и ЭМ подсистемах. В первом случае в первых трех уравнениях (11.7.8) можно пренебречь левыми частями уравнений, а во втором случае — релаксационными слагаемыми **r**_{m,l}.

Из анализа формул (11.2.10) следует, что эффективность генерации продольного звука за счет МУ механизма в АФМ в области низких температур всегда мала из-за малости М и χ . Исключение будет составлять случай фазового перехода антиферромагнетикферромагнетик, где эти величины являются большими (восприимчивость χ_l имеет резкий максимум). Коэффициент преобразования поперечного звука за счет МУ механизма может быть значительным в точках ОФП, в которых ω_A уменьшается до величины МУ щели, а значит динамическая восприимчивость $\chi_t = qL\omega/\omega_A\omega_E$ и параметр МУ взаимодействия ξ_t имеют максимумы. В угловых фазах, когда происходит плавная спиновая переориентация с одной легкой оси на другую, в принципе могла бы возрастать за счет процессов вращения эффективность ЭМАП и продольного звука. Однако эффективности η поперечного и продольного звука содержат малые параметры. Для поперечного звука это отношение ω/ω_E в χ_t , а для продольного звука статическая восприимчивость $\chi_l = \partial M / \partial H_0$. Поэтому, по-видимому, в большинстве случаев в АФМ металлах должен преобладать индукционный механизм возбуждения звука.

Полученные в этом разделе формулы для скоростей упругих волн (11.7.9) позволили определить из экспериментальных данных

постоянную объемной магнитострикции в АФМ α -Мп [396]. В экспериментах по возбуждению ультразвука в α -Мп также подтверждаются указанные выше особенности ЭМАП в АФМ.

11.8. О возможности ЭМАП в ферродиэлектриках

Рассмотрим гексагональный ферромагнитный однодоменный монокристаллический диэлектрик с основным состоянием $\mathbf{M} \| \mathbf{z} \| \mathbf{c}$. Направления постоянного и переменного магнитных полей зададим следующим образом: $\mathbf{H}_0 \| \mathbf{n} \| \mathbf{k} \| \mathbf{c}$, $\mathbf{h} \| \mathbf{a} \| \mathbf{x}$.

Система уравнений, описывающая генерацию звука в ферродиэлектрике в фазе $\mathbf{M} \| \mathbf{z}$, имеет вид (вновь рассматриваем области частот, при которых можно пренебречь неоднородным обменом):

$$\left(\omega^{2} + S_{\pm}^{2} \frac{\partial}{\partial z^{2}}\right) u_{\pm} + \frac{B_{\pm}}{4\pi\rho_{M}} \frac{\partial h_{\pm}}{\partial z} = 0,$$

$$\left(\frac{\varepsilon\omega^{2}}{c^{2}}\mu_{\pm} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}\right) h_{\pm} - \frac{\omega^{2}}{c^{2}} (\varepsilon B_{\pm} + 4\pi M - H) \frac{\partial u_{\pm}}{\partial z} = 0,$$

$$m_{\pm} = \chi_{\pm}h_{\pm} - \gamma_{44}M\chi_{\pm} \frac{\partial u_{\pm}}{\partial z},$$

$$e = \mp \frac{c}{\varepsilon\omega} \frac{\partial h_{\pm}}{\partial z} \pm \frac{\omega}{\varepsilon c} (\varepsilon H - 4\pi M + H) u_{\pm},$$
(11.8.1)

где $S_{\pm}^2 = S_4^2 (1 - \xi_{\pm}), \ \xi_{\pm} = \gamma_{44}^2 M^2 \chi_{\pm} / c_{44}, \ B_{\pm} = B + 4\pi \gamma_{44} M \chi_{\pm}, \ \chi_{\pm} = gM/(\omega_{10} \mp \omega).$

Остальные обозначения совпадают с обозначениями, введенными в разделах 11.5 и 11.6.

Дисперсионное уравнение системы (11.8.1) можно записать так:

$$\left(k^{2} - \frac{\omega^{2}}{S_{\pm}^{2}}\right)\left(k - \frac{\varepsilon\mu_{\pm}\omega^{2}}{c^{2}}\right) - k^{2}\frac{\omega^{2}}{4\pi\rho_{M}c^{2}S_{\pm}^{2}}B_{\pm}\left(\varepsilon B_{\pm} + 4\pi M - H\right) = 0.$$
(11.8.2)

Решение этого уравнения в приближении

$$c^2 \gg S_{\pm}^2 \varepsilon \mu_{\pm} + \frac{1}{4\pi\rho_M} B_{\pm} (\varepsilon B_{\pm} + 4\pi M - H)$$
 (11.8.3)

имеет вид

$$k_{\pm 1}^{2} = \frac{\omega^{2}}{c^{2}} \varepsilon \mu_{\pm} \left[1 + \frac{B_{\pm} \left(\varepsilon B_{\pm} + 4\pi M - H \right)}{4\pi \rho_{M} S_{\pm}^{2} \mu_{\pm}} \right],$$

$$k_{\pm 2}^{2} = \omega^{2} / S_{\pm}^{2}.$$
(11.8.4)

Отметим, что при выполнении условия (11.8.3) справедливо и условие $k_{+2}^2 \gg k_{+1}^2$.

Решение граничной задачи, которая полностью аналогична граничным задачам в разделах 11.5 и 11.6, приводит к выражению для амплитуды возбуждаемого звука, совпадающему с (11.6.3) (с точностью до несущественной поправки $1/\sqrt{\varepsilon}$, которая в конечных формулах будет учтена). В последней формуле величины $k_{\pm j}$, S_{\pm} и χ_{\pm} определяются выражениями (11.8.1), (11.8.4). Используя приближение (11.8.3) из (11.6.3) получаем окончательно следующие формулы для амплитуды возбуждаемого звука.

1) МУ механизм: $4\pi\gamma_{44}M\chi_{\pm}\gg B$ (малые поля)

$$|u_{\pm}| = \frac{2h_0\gamma_{44}M\chi_{\pm}}{\rho_M S_{\pm}\omega \left(1 + 1/\sqrt{\varepsilon\mu_{\pm}}\right)}.$$
(11.8.5)

2) Индукционный механизм: $4\pi\gamma_{44}M\chi_{\pm}\ll B$ (большие поля)

$$|u_{\pm}| = \frac{h_0(\varepsilon \mu_{\pm})^{1/2} B}{2\pi \rho_M \omega c \left(1 + 1/\sqrt{\varepsilon}\right)}.$$
 (11.8.6)

Отметим, что в первом случае в диэлектрике возбуждаются в основном волны с волновым числом $k_{\pm 2}$, а во втором случае — с $k_{\pm 1}$.

Сравнение полученных формул (11.8.5) и (11.8.6) с соответствующими формулами для амплитуды возбуждаемого звука в металлах (см. разделы 11.5 и 11.6, формулы (11.5.7), (11.5.8) и (11.6.3)) показывает, что в области малых полей (МУ механизм) эффективность ЭМАП в ферродиэлектриках либо сравнима с эффективностью ЭМАП в металлических ферромагнетиках (при $\beta \ll 1$), либо превосходит ее в $(S_4/\omega\delta)^4$ раз (при $\beta \gg 1$). В области больших полей (индукционный механизм) эффективность ЭМАП в ферродиэлектриках в $(c/S_4)^2$ раз (при $\beta \ll 1$) или в $(c/S_4)^2 (S_4/\omega\delta)^4$ раз (при $\beta \gg 1$) меньше эффективности ЭМАП в металлических ферромагнетиках. Таким образом, ЭМАП в ферродиэлектриках возможно в области малых полей $B \ll 4\pi\gamma_{44}M\chi_{\pm}$, где преобладает МУ механизм.

Отметим, что из (11.8.5) следует также, что эффективность ЭМАП в ферродиэлектриках (при возбуждении поперечного звука) существенно возрастает в области ОФП, причем это увеличение может быть значительнее, чем в металлах, поскольку в ферродиэлектриках вместо условия $\delta \gg S_4/\omega$, ограничивающего область применимости концепции «замороженной решетки» (см. раздел 11.5), выступает условие $L \gg S_4/\omega$, где L — размер образца в направлении распространения ЭМ волны. Последнее условие менее жестко, чем условие в металлах.

11.9. ЭМАП в конечном образце

Рассмотренное в предыдущих разделах ЭМАП в полубесконечных образцах является конечно же идеализированным случаем. Реально в экспериментах имеют дело с конечными образцами. Поэтому представляет интерес теоретическая задача об ЭМАП в конечном образце.

Исследуем вопрос о МУ механизме ЭМАП в ферромагнетике, в виде плоскопараллельной пластинки толщиной 2L с осью $\mathbf{z}(\mathbf{c})$ перпендикулярной к поверхности пластинки (начало системы координат находится в середине пластинки). Геометрию полей \mathbf{H}_0 и \mathbf{h} , а также основное состояние ферромагнетика выберем такими же, как в разделе 11.5. Тогда задача о генерации звука в пластинке будет полностью аналогична исследованной в разделе 11.5 задаче о возбуждении поперечного звука в полубесконечном ферромагнетике (естественно в тех же приближениях, которые использовались в разделе 11.5). Изменятся только граничные условия (11.5.3). Взамен их необходимо рассматривать следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} h_{\pm}^{(i)}\Big|_{z=\pm L} &= h_{\pm}^{(e)}\Big|_{z=\pm L}, \\ e_{\pm}^{(i)}\Big|_{z=\pm L} &= e_{\pm}^{(e)}\Big|_{z=\pm L}, \\ \gamma_{44}Mm_{\pm}\Big|_{z=\pm L} + c_{44}\frac{\partial u_{\pm}}{\partial z}\Big|_{z=\pm L} &= 0, \\ \frac{\partial m_{\pm}}{\partial z}\Big|_{z=\pm L} &= 0. \end{aligned}$$

$$(11.9.1)$$

Система уравнений (11.2.1) с учетом (11.5.1), описывающая генерацию звука, и дисперсионное уравнение связанных колебаний (3.8.3), не изменяются. В вакууме распространяются: при z < -L падающая $h_{0\pm} \exp(ik_0 z)$ и отраженная $h_{R\pm} \exp(-ik_0 z)$, а при z > L — прошедшая $h_{\Pi\pm} \exp(ik_0 z)$ ЭМ волны ($k_0 = \omega/c$). Внутри металла общее решение исходной системы (11.1.1)–(11.1.4) следует искать в виде суперпозиции шести волн:

$$Q_{\pm} = \sum_{j=1}^{6} Q_{\pm j} \exp\left(ik_{\pm j}z\right),\tag{11.9.2}$$

где $k_{4,5,6} = -k_{1,2,3}$, а $k_{1,2,3}$ являются корнями дисперсионного уравнения (3.8.3) и определяются формулами (11.5.6). Волновым числам $k_{1,2,3}$ в (11.9.2) соответствуют волны, распространяющиеся вдоль оси z, а волновым числам $k_{4,5,6}$ — волны, распространяющиеся против оси z (отраженные от поверхности пластинки z = L).

Результатом решения граничной задачи (11.9.1) и системы уравнений (11.2.1) является следующее выражение для прошедшей волны:

$$h_{\Pi} = h_{0\Pi} \exp \left[ik_0(z - L) - i\omega t \right],$$

$$h_{0\Pi} = \frac{ich_0}{4\pi\sigma} \cdot \frac{k_2 r_2 \operatorname{ctg}(2k_2 L) - k_1 r_1 \operatorname{ctg}(2k_1 L)}{r_2 - r_1},$$

$$r_i = \left(k_a^2 - k_i^2\right) \left(k_m^2 - k_i^2\right) - k_a^2 k_{ma}^2.$$
(11.9.3)

Отметим, что формула (11.9.3) имеет место в области частот, далеких от частоты ФМР. Здесь приведена амплитуда только прошедшей волны, потому, что в эксперименте измеряют именно эту амплитуду. Эффективность ЭМАП η при этом определяется как

$$\eta = |h_{0\Pi}| / h_0. \tag{11.9.4}$$

Из (11.9.3) следует, что коэффициент преобразования имеет резонансные особенности на частотах, определяемых выражением

$$2k_1L = \pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$
 (11.9.5)

Эти соотношения представляют собой уравнения для частот размерного (геометрического) резонанса или резонанса на стоячих акустических волнах.

Эффективность ЭМАП вдали от геометрического резонанса (11.9.5) имеет вид при $\beta \ll 1$

$$\eta = \left(\frac{\omega}{\pi\sigma}\right)^{1/2} \left(\left| \frac{\omega_M + \omega_0 - \omega}{\omega - \omega_0} \right| \right)^{1/2}, \qquad (11.9.6)$$

а при $\beta \gg 1$

$$\eta = \left(\frac{\omega}{\pi\sigma}\right)^{1/2} \left(\left| \frac{\omega_0 + \omega_{ma} + \omega_M - \omega}{\omega_0 + \omega_{ma} - \omega} \right| \right)^{1/2}.$$
 (11.9.7)

Эти формулы имеют место и в точке ОФП, где $\omega_0 = 0$. Из (11.9.6), (11.9.7) видно, что эффективность ЭМАП резко возрастает вблизи ФМР $\omega \sim \omega_0$ в случае $\beta \ll 1$ и вблизи МАР $\omega \sim \omega_0 + \omega_{ma}$ при $\beta \gg 1$. В обоих случаях η также возрастает в области ОФП. Эти результаты согласуются с результатами, полученными в разделе 11.5 для полубесконечного образца. Однако в пластинке наблюдается еще одна особенность — геометрический резонанс на частотах (11.9.5).

Если ввести параметр МУ связи $\xi = \omega_{ma}/\omega_{so}$ и магнитную проницаемость $\mu = 1 + 4\pi\chi = 1 + \omega_M/\omega_{s0}$, то в приближениях $\omega \ll \omega_{s0}(1-\xi)$ и $\omega \ll \omega_{s0}(\mu-\xi)$ формулы (11.9.6) и (11.9.7) примут вид. При $\beta \ll 1$

$$\eta = \left[\frac{\omega(\mu - \xi)}{\pi\sigma(1 - \xi)}\right]^{1/2},\qquad(11.9.8)$$

а при $\beta \gg 1$

$$\eta = \left(\frac{\omega\mu}{\pi\sigma}\right)^{1/2}.$$
 (11.9.9)

Отсюда следует, что при возбуждении в пластинках продольного звука, для которого обычно $\xi \ll 1$, эффективность ЭМАП определяется в основном зависимостью от температуры и магнитного поля магнитной проницаемости μ .

Отметим, что аналогичная задача о возбуждении звука в ферродиэлектриках в магнитостатическом приближении ($c \to \infty$) рассматривалась в работе [560].

В большинстве редкоземельных металлов имеется одно или несколько равновесных состояний с неоднородной намагниченностью типа простая спираль, ферромагнитная спираль, веер, продольная и поперечная спиновая волна [287]. Точный расчет эффективности ЭМАП в таких состояниях достаточно сложен. Его можно значительно упростить если исходную систему уравнений усреднить по объему, содержащему достаточно много периодов неоднородной магнитной структуры, но малому по сравнению с λ^3 , где λ — длина волны. Получившуюся в результате такого усреднения магнитную структуру уже можно описывать введением эффективной магнитной восприимчивости (11.1.10), так как это делалось при рассмотрении ЭМАП в изотропных кристаллах и монокристаллах с нерегулярной доменной структурой (см. разделы 11.2 и 11.3). Тогда эффективность ЭМАП в состояниях с неоднородной равновесной намагниченностью будет определиться формулами (11.2.7) и (11.2.10) соответственно для индукционного и МУ механизмов. Согласно данным формулам поведение эффективности ЭМАП в таких состояниях в зависимости от температуры и магнитного поля полностью определяется зависимостью от этих величин эффективной магнитной восприимчивости и параметра МУ связи.

Как указано выше, за трансформацию электромагнитных и акустических волн в проводящих средах ответственны различные физические взаимодействия — индукционное, деформационное, инерционное, термоупругое и магнитоупругое. Каждое из них по-разному проявляется в различных материалах и в различных экспериментальных условиях. Так, даже простейшее из них — индукционное — может существенно измениться, если учесть нормальный и аномальный эффекты Холла в ферромагнетиках. Мы акцентировали внимание здесь в основном на магнитоупругом взаимодействии в ферромагнитных металлах и, как оказалось, его проявления в электромагнитном возбуждении ультразвука достаточно многообразны. Практически любой процесс, обусловливающий намагничивание вещества, сказывается и, иногда самым неожиданным образом, в генерации ультразвука.

Основные положения теории магнитоупругого механизма ЭМАП проиллюстрированы здесь на примере достаточно хорошо исследованных 3d- и 4f-магнетиков. Такой подход естественен, когда фактически происходит формирование нового метода исследования магнитных и магнитоупругих характеристик магнитоупорядоченных сред. Уже из проведенного анализа видно, что для получения такой формации необходимо дополнять исследования ЭМАП измерениями электрических, магнитных и упругих характеристик веществ. При выполнении такой программы возможно определение констант магнитной анизотропии, однородного и неоднородного обменного взаимодействия, постоянных обменной и релятивистской магнитострикций. Собственно, измерения ЭМАП в магнетиках позволяют с высокой точностью устанавливать их магнитные фазовые диаграммы. В следующей главе мы рассматриваем электромагнитное возбуждение ультразвука в магнитоупорядоченных средах с модулированной магнитоной структурой.

Глава 12

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЗВУКА В КРИСТАЛЛАХ С МОДУЛИРОВАННОЙ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРОЙ

Исследованию электромагнитного возбуждения звука в магнитных металлах, в широком интервале температур и магнитных полей посвящено достаточно много работ, все они обобщены в работах [316, 563] и в главе 11 настоящей монографии. Так, например, в работах [384, 385,564] проводилось экспериментальное исследование эффективности электромагнитно-акустического преобразования (ЭМАП) в монокристаллах гадолиния, диспрозия и тербия, как в ферромагнитной, так и в модулированных фазах. Теоретическому исследованию процессов ЭМАП в ферромагнитных фазах редкоземельных магнитных металлов посвящены работы [316, 385, 563]. Однако теоретическому изучению эффективности ЭМАП в модулированных фазах редкоземельных металлов не было посвящено ни одной работы.

Ранее проведенные исследования показали, что ЭМАП, обусловленное МУ взаимодействием, проявляется наиболее эффективно вблизи точек Кюри и в области спиновой переориентации, то есть в случаях резкого возрастания намагниченности и восприимчивости магнетиков.

Известно, что при определенных температурах магнитное упорядочение редкоземельных металлов имеет сложный характер [287, 294]. Как правило, во всех редкоземельных металлах при понижении температуры наблюдается целый ряд магнитных фазовых переходов из одной магнитной структуры в другую. В частности из обычной ферромагнитной фазы возможны переходы в различные модулированные структуры. Основное состояние модулированных магнитных структур характеризуется неоднородной намагниченностью и непосредственно связанными с ней неоднородными упругими деформациями во всем объеме кристалла [315].

Данная глава посвящена исследованию электромагнитного возбуждения звука за счет МУ механизма в модулированных фазах редкоземельных магнитных металлов, в частности диспрозия и эрбия, во внешнем магнитном поле.

Все редкоземельные магнитные металлы обладают очень сильной магнитной анизотропией. У диспрозия одноосная магнитная анизотропия велика настолько, что при магнитном упорядочении магнитные

моменты всегда ориентированы в базисной плоскости. В отсутствие постоянного магнитного поля в диспрозии наблюдаются следующие магнитные фазовые переходы: с повышением температуры при $T_C = 87~{
m K}$ он переходит из ферромагнитной фазы типа «легкая плоскость» в геликоидальную антиферромагнитную фазу типа «простая спираль» (SS). а затем при $T_N = 180$ К в парамагнитную фазу (*PM*). При $T < T_C$ наложение магнитного поля в базисной плоскости вызывает обычный для ферромагнетиков процесс намагничивания, который происходит через смещение доменных границ и вращение векторов намагниченности в доменах. В интервале температур $T_C < T < T_N$ наложение магнитного поля приводит к разрушению антиферромагнитного геликоида. При помещении монокристалла диспрозия во внешнее магнитное поле, направленное перпендикулярно оси спирали, происходит его намагничивание вдоль поля. В слабых полях имеется незначительное искажение спиральной структуры, поэтому намагниченность мала. В сильных полях в магнетике реализуется веерная структура (FAN), и намагниченность резко возрастает, а при увеличении напряженности магнитного поля быстро стремится к намагниченности насыщения. В промежуточных полях имеет место фазовый переход искаженная простая спираль SS – веерная магнитная структура FAN [287].

В редкоземельном металле эрбии в отсутствие магнитного поля наблюдается следующая последовательность спонтанных фазовых переходов [287, 397, 400]. При температурах $T > T_{N1} = 87$ К эрбий является парамагнетиком. В интервале температур $T_{N1} > T > T_{N2} = 54$ K в эрбии реализуется магнитная структура, которая называется продольной спиновой волной (LSW). В ней осциллирует продольная проекция намагниченности на ось анизотропии. При этом поперечные составляющие намагниченности равны нулю. В диапазоне температур $T_{N2} > T > T_C = 18$ К осуществляется структура, при которой осциллируют как поперечные, так и продольные проекции намагниченности на гексагональную ось с. Такая магнитная структура получила название сложной спирали (CS). При $T < T_C$ в Ег имеет место структура типа ферромагнитной спирали (или циклоидальной структуры) (FS). Сложная магнитная структура эрбия сохраняется и во внешнем магнитном поле Н вдоль гексагональной оси — вплоть до $H = 26 \div 28$ кЭ. Фазовая диаграмма Ег в координатах H-T приведена на рис. 12.1 [400]. С увеличением магнитного поля расширяется область существования фазы FS, а области существования фаз LSW и CS уменьшаются. При возрастании магнитного поля в фазе CS происходит стабилизация соизмеримых структур, которые обладают результирующей намагниченностью вдоль гексагональной оси [400]. В полях H > 16 кЭ в фазе *CS* остается лишь одна соизмеримая структура с волновым числом 2/7 (в единицах постоянной обратной решетки вдоль оси с) [400]. Наоборот, в области существования фазы FS количество соизмеримых и несоизмеримых состояний увеличивается [397, 400].



Рис. 12.1. Н-Т фазовая диаграмма эрбия [400]

Наличие в редкоземельных металлах целого ряда магнитных фазовых переходов и различного рода длиннопериодических магнитных структур приводит к тому, что поведение различных физических характеристик данных металлов может существенно отличаться от поведения аналогичных характеристик в магнетиках, обладающих более простой магнитной структурой. В частности, представляет интерес экспериментальное и теоретическое исследование процессов ЭМАП в редкоземельных металлах, так как все изменения, происходящие в магнитной структуре этих веществ, должны проявляться на эффективности возбуждения звука.

В работе теоретически рассчитаны эффективности ЭМАП за счет МУ механизма в модулированных фазах: искаженная SS и FAN в Dy и в LSW и FS в Er. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

12.1. Генерация звука в монокристалле диспрозия

12.1.1. Энергия, основное состояние и система уравнений взаимодействующих электромагнитных, спиновых и упругих волн

Редкоземельные металлы имеют гексагональную кристаллическую структуру. Феноменологическое выражение для свободной энергии

такого магнетика можно записать в виде [563]:

$$W = \frac{1}{V} \int_{v} F dV,$$

$$F = \frac{1}{2} a \mathbf{M}^{2} + \frac{1}{4} b \mathbf{M}^{4} - \frac{1}{2} \beta_{1} M_{z}^{2} - \frac{1}{4} \beta_{2} M_{z}^{4} + \frac{1}{2} \beta_{6} \left(M_{+}^{6} + M_{-}^{6} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \alpha_{||} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^{2} + \frac{1}{2} \alpha_{\perp} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right)^{2} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \gamma \left(\frac{\partial^{2} \mathbf{M}}{\partial z^{2}} \right)^{2} - \mathbf{M} (\mathbf{H} + \mathbf{h}) + \gamma_{ijkl} M_{i} M_{j} u_{kl} + c_{ijkl} u_{ij} u_{kl}.$$
(12.1.1)

Здесь **М** — намагниченность, $M_{\pm} = M_x \pm iM_y$ — ее циркулярные компоненты, V — объем кристалла; a, b, α , γ , β — постоянные соответственно однородного и неоднородного обмена и анизотропии; γ_{ijkl} и c_{ijkl} — тензоры постоянных магнитострикции и упругости; **Н** и **h** — внешние постоянное и переменное магнитные поля; u_{ij} — тензор деформаций.

Рассмотрим следующий случай взаимной ориентации векторов напряженности магнитных полей **H**, **h** и волнового вектора возбуждаемых волн **k** относительно кристаллографических осей **a**, **b** и **c** магнетика (**c** — ось шестого порядка): $\mathbf{H} \| \mathbf{h} \| \mathbf{x} \| \mathbf{a}, \mathbf{k} \| \mathbf{y} \| \mathbf{n} \| \mathbf{b}$, где **n** вектор нормали к поверхности кристалла, занимающего полупространство y > 0.

Предположим, что в основном состоянии магнетика имеется неоднородность намагниченности и упругих деформаций только вдоль оси $\mathbf{z} \| \mathbf{c}, \mathbf{M} = \mathbf{M}(z), u_{ij} = u_{ij}(z)$. В этом случае для нахождения равновесных значений \mathbf{M} и u_{ij} можно применить метод, развитый в [315]. Приведем здесь формулы, определяющие основное состояние при пренебрежении анизотропией в плоскости базиса ($\beta_6 = 0$).

Равновесные значения компонент намагниченности запишем в виде

$$M_z = 0, \quad M_{\pm} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M_n e^{\pm iqnz},$$
 (12.1.2)

где q — волновой вектор магнитной спирали.

В области слабых магнитных полей в ряде (12.1.2) достаточно оставить члены с n = 0, 1, 2 ($M_1 \sim 1, M_0 \sim M_2 \sim H, M_1 \gg M_{0,2}$), а в сильных полях можно ограничиться в ряде (12.1.2) слагаемыми с $n = 0, \pm 1$ ($M_{-1} = -M_1, M_0 \gg M_{\pm 1}$). В промежуточных полях необходимо учитывать все члены ряда (12.1.2). Это значительно усложняет рассмотрение задачи. Поэтому в дальнейшем ограничимся исследованием только случаев слабых и сильных магнитных полей.

Выражения для величин q и M_n можно определить из условия минимума для полной энергии (12.1.1). Эти выражения имеют вид: в слабых полях

$$q^{2} = q_{0}^{2} \left(1 - \frac{12M_{2}^{2}}{M_{1}^{2}}\right), \quad q_{0}^{2} = -\frac{\alpha_{1}}{2\gamma}, \quad M_{1}^{2} = -\frac{L(q)}{\tilde{b}},$$

$$M_{0} = \frac{H\left[L(2q) + 2b^{*}M_{1}^{2}\right]}{\left(a + 2b^{*}M_{1}^{2}\right)\left[L(2q) + 2b^{*}M_{1}^{2}\right] - \tilde{b}^{2}M_{1}^{4}}, \quad (12.1.3)$$

$$M_{2} = -\frac{\tilde{b}M_{0}M_{1}^{2}}{\left[L(2q) + 2b^{*}M_{1}^{2}\right]},$$

где

$$L(q) = a + \alpha_{\parallel} q^{2} + \gamma q^{4}, \quad \tilde{b} = b - \frac{\gamma_{1}^{2}}{2c_{33}},$$

$$b^{*} = \tilde{b} - c_{33} \tilde{\gamma}^{2} / 2\Delta, \quad \Delta = c_{33} (c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^{2},$$

$$\tilde{\gamma} = \gamma_{11} - \gamma_{12} + \gamma_{0} - c_{13} \gamma_{1} / c_{33},$$
(12.1.4)

 γ_0 , γ_1 и γ_{ij} — постоянные обменной и релятивистской магнитострикции соответственно. Для постоянных упругости и релятивистской магнитострикции здесь используется общепринятое двухиндексное обозначение [546].

В сильных полях

$$q^{2} = q_{0}^{2}, \quad aM_{0} + \left[b^{*} - (\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2} / (c_{11} - c_{12})\right] M_{0}^{3} = H,$$

$$M_{1}^{2} = -\frac{L(q) + \left[b^{*} + (\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2} / (c_{11} - c_{12})\right] M_{0}^{2}}{3\tilde{b} - 2c_{33}\tilde{\gamma}^{2} / \Delta - (\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2} / (c_{11} - c_{12})}.$$
(12.1.5)

Равновесные деформации в основном состоянии определяются формулами:

$$u_{xx} - u_{yy} = -\frac{\gamma_{11} - \gamma_{12}}{c_{11} - c_{12}} \sum_{n} M_n M_{-n},$$

$$u_{xx} - u_{yy} = -\frac{c_{33}}{\Delta} \widetilde{\gamma} \sum_{n} M_n^2,$$

$$u_{zz} = -\frac{c_{13}}{c_{33}} (u_{xx} + u_{yy}) - \frac{\gamma_1}{2c_{33}} M_+ M_-,$$

$$u_{xy} = u_{yz} = u_{zx} = 0.$$
(12.1.6)

Исследование процессов генерации ультразвука ЭМ волной, падающей на поверхность магнетика, предполагает решение связанной системы уравнений, описывающих распространение и взаимодействие в металле ЭМ, спиновых и упругих колебаний. Такая система включает уравнения теории упругости, уравнение Ландау–Лифшица для намагниченности и уравнения Максвелла:

$$\rho \ddot{u}_{i} = \partial \sigma_{ik} / \partial x_{k}, \quad \dot{\mathbf{M}} = g \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\circ \phi \phi} \right],$$

rot $\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}), \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E};$
div $\mathbf{E} = 0, \quad \text{div}(\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0.$ (12.1.7)

Здесь ρ — плотность металла, u_i — смещение, $\sigma_{ik} = \partial F/\partial u_{ik}$ — тензор напряжений, F — плотность свободной энергии, u_{ik} — тензор деформаций, g — гиромагнитное отношение, $\mathbf{H}^{\mathsf{э}\phi\phi} = -\delta F/\delta \mathbf{M}$ — эф-фективное магнитное поле, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, σ — проводимость, c — скорость света в вакууме. Исходная система уравнений должна быть дополнена стандартными граничными условиями для тангенциальных и нормальных компонент электрического и магнитного полей на поверхности металла и условием отсутствия упругих напряжений на свободной границе металла $\sigma_{ik}|_{u=0} = 0$.

Рассмотрим теперь колебания намагниченности, упругих смещений и ЭМ поля вблизи положения равновесия (12.1.2), (12.1.6). Для этого представим их в виде $\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{f}$, где $\mathbf{F}_0 \equiv \mathbf{M}, \mathbf{u}, \mathbf{H}, \mathbf{E}$, а \mathbf{f} — малое отклонение этих величин от равновесных значений ($|\mathbf{f}| \ll |\mathbf{F}_0|$):

$$\mathbf{f} = e^{iky} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n e^{iqnz}.$$
 (12.1.8)

Линеаризованная вблизи положения равновесия система связанных уравнений (12.1.7) в предположении, что амплитуды нулевых гармоник (f_0) являются наибольшими, имеет вид:

в слабых полях

$$\begin{split} \omega_1 m_0^z &+ \frac{1}{2} g \gamma_{44} k M_1 \left(M_0 - M_z \right) u_0^z - g M_1 h_0^z = 0, \\ \omega_2 m_0^+ - g \left(\gamma_{11} - \gamma_{12} \right) k M_0 M_1 \left(u_0^x + i u_0^y \right) - \frac{1}{2} g M_1 h_0^x = 0, \\ \left(\omega^2 - s_{1t}^2 k^2 \right) u_0^x + \frac{1}{2\rho} k \left(\gamma_{11} - \gamma_{12} \right) M_0 m_0^+ = 0, \\ \left(\omega^2 - s_{1l}^2 k^2 \right) u_0^y - \frac{i}{2\rho} k \left(\gamma_{11} - \gamma_{12} \right) M_0 m_0^+ = 0, \\ \left(\omega^2 - s_{2t}^2 k^2 \right) u_0^z = 0, \\ \left(k^2 - \frac{2i}{\delta^2} \right) h_0^x - 4\pi i m_0^+ / \delta^2 = 0, \\ \left(k^2 - \frac{2i}{\delta^2} \right) h_0^z - 8\pi i m_0^z / \delta^2 = 0. \end{split}$$

В сильных полях

$$\begin{split} \omega_{1}m_{0}^{z} + \omega m_{0}^{+} - gM_{0}h_{0}^{2} &= 0, \\ \omega_{2}m_{0}^{z} + \omega m_{0}^{z} - gk\left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right)M_{0}^{2}\left(1 - 2M_{1}^{2}/M_{0}^{2}\right)u_{0}^{x} &= 0, \\ \left(\omega^{2} - s_{1t}^{2}k^{2}\right)u_{0}^{x} + \frac{1}{\rho}\left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right)kM_{0}\left(1 - 4M_{1}^{2}/M_{0}^{2}\right)m_{0}^{x} &= 0, \\ \left(\omega^{2} - s_{1t}^{2}k^{2}\right)u_{0}^{y} - \frac{4i}{\rho}\left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right)kM_{\perp}^{2}m_{0}^{+}/M_{0}^{2} &= 0, \\ \left(\omega^{2} - s_{2t}^{2}k^{2}\right)u_{0}^{z} &= 0, \\ \left(k^{2} - \frac{2i}{\delta^{2}}\right)h_{0}^{x} - 16\pi iM_{\perp}^{2}m_{0}^{+}/M_{0}^{2}\delta^{2} &= 0, \\ \left(k^{2} - \frac{2i}{\delta^{2}}\right)h_{0}^{z}8\pi im_{0}^{z}/\delta^{2} &= 0. \end{split}$$

$$(12.1.10)$$

В (12.1.9) и (12.1.10) введены следующие обозначения: $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$ — толщина скин-слоя в немагнитном металле; ρ — плотность магнетика; g — гиромагнитное отношение; $s_{1t}^2 = (c_{11} - c_{12})/2\rho$, $s_{2t}^2 = c_{44}/\rho$, $s_{1l}^2 = c_{11}/\rho$ — квадраты скоростей невзаимодействующих звуковых волн; ω — частота падающей на магнетик ЭМ волны ($\mathbf{h} \propto \exp(-i\omega t)$). Выражения для частот спиновых колебаний ω_1 и ω_2 имеют вид:

слабые поля

$$\omega_{1} = gM_{1} \left(\widetilde{\beta}_{1} - \alpha_{||}q^{2} - \gamma q^{4} + \alpha_{\perp}k^{2} + \gamma_{44}^{2}M_{1}^{2}/c_{44} \right), \qquad (12.1.11)$$

$$\omega_{2} = gM_{1} \left(\alpha_{||}q^{2} + 7\gamma q^{4} + \alpha_{\perp}k^{2} + \pi \right).$$

Сильные поля

$$\omega_{1} = gM_{0} \left[\widetilde{\beta}_{1} + \alpha_{1}k^{2} + H/M_{0} + \gamma_{44}^{2}M_{0}^{2}/c_{44} \right],$$

$$\omega_{2} = gM_{0} \left[\alpha_{1}k^{2} + 4\pi \left(1 - \frac{2M_{1}^{2}}{M_{0}^{2}} \right) + H/M_{0} + \frac{2(\gamma_{11} - \gamma_{12})^{2}M_{0}^{2} \left(1 - 5M_{1}^{2}/2M_{0}^{2} \right) / (c_{11} - c_{12}) \right],$$
(12.1.12)

где $\widetilde{\beta}_1$ — перенормированная магнитострикцией первая константа одноосной магнитной анизотропии [563].

Из системы уравнений (12.1.9) следует, что в слабых магнитных полях ЭМ волна h_x с поляризацией вдоль оси \mathbf{x} возбуждает в магнетике спиновые m_0^+ и ультразвуковые продольные u_0^y и поперечные u_0^x с поляризацией вдоль оси \mathbf{x} колебания, а ЭМ волна h_z с поляризацией вдоль оси \mathbf{z} возбуждает в кристалле только спиновые колебания m_0^z . Поперечный ультразвук u_0^z с поляризацией вдоль оси \mathbf{z} в данном случае не возбуждается. Из (12.1.9) также видно, что в слабых полях эффективности ЭМАП для продольного и поперечного ультразвука сравнимы по величине.

В сильных полях (система уравнений (12.1.10)) в первом приближении по степеням $M_1/M_0 \ll 1$ ЭМ волна h_x не возбуждает в магнетике спиновые и упругие колебания. Влияние данной компоненты переменного ЭМ поля на процессы ЭМАП может сказаться только во втором приближении по степеням M_1/M_0 . Спиновые и упругие (поперечный ультразвук u_0^x с поляризацией вдоль оси **x**) колебания в этом случае возбуждаются ЭМ волной h_z .

12.1.2. Дисперсионные уравнения

Системы уравнений (12.1.9) и (12.1.10) позволяют записать дисперсионные уравнения связанных ЭМ, спиновых и упругих волн. В предположении, что частота возбуждаемых колебаний много меньше частот однородной прецессии намагниченности и в пренебрежении дисперсией спиновых волн ($\alpha_1 k^2 \ll \tilde{\beta}_1, \pi$), эти уравнения имеют вид:

слабые поля

$$(k^2 - k_t^2) (k^2 - k_l^2) (k^2 - k_e^2) - \xi_l k^2 (k^2 - k_t^2) (k^2 - k_e^2) - \xi_t k^2 (k^2 - k_l^2) (k^2 - k_e^2) - \pi \chi k_e^2 (k^2 - k_l^2) (k^2 - k_t^2) = 0, \quad (12.1.13)$$

где $k_{l,t} = \omega/s_{1l,1t}, \ k_e^2 = 2i/\delta^2, \ \chi = gM_1/\omega_2,$

$$\xi_{l,t} = (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0^2 \chi / 2\rho s_{1l,1t}^2.$$
 (12.1.14)

Сильные поля (в первом приближении по степеням M_1/M_0) $(k^2 - k_t^2) (k^2 - k_e^2) - \xi_t k^2 (k^2 - k_e^2) - 4\pi \chi k_e^2 (k^2 - k_t^2) + 4\pi \xi_t k^2 k_e^2 = 0,$ (12.1.15)

где

$$\chi = gM_0/\omega_1, \quad \xi_t = (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0 \omega_1 \chi / \rho s_{1t}^2 \omega_2.$$
(12.1.16)

Решениями дисперсионных уравнений являются следующие значения волновых чисел:

слабые поля

$$k_{1,2}^{2} = k_{t,l}^{2} \begin{cases} (\mu - \xi_{t,l}) / (\mu - \xi), & \beta \ll 1; \\ (1 - \xi_{t,l}) / (1 - \xi), & \beta \gg 1; \end{cases}$$

$$k_{3}^{3} = k_{e}^{2} \begin{cases} (\mu - \xi) / (1 - \xi), & \beta \ll 1, \\ \mu, & \beta \gg 1, \end{cases}$$
(12.1.17)

где $\mu = 1 + \pi \chi$, $\xi = \xi_t + \xi_l$, $\beta_{t,l} = \delta^2 \omega^2 / s_{1t,1l}^2$.

При записи выражений (12.1.17) учитывалось, что параметры МУ взаимодействия $\xi_{t,l}$ в слабых полях малы, $\xi_{t,l} \ll 1$;

сильные поля:

$$k_1^2 = k_t^2 / (1 - \xi_t), \quad k_2^2 = \mu k_e^2,$$
 (12.1.18)

где $\mu = 1 + 4\pi \chi$. Волновые числа $k_{1,2}$ в (12.1.17) и k_1 в (12.1.18) соответствуют квазиупругим, а k_3 в (12.1.17) и k_2 в (12.1.18) — квазиэлектромагнитным волнам.

12.1.3. Амплитуды ультразвуковых волн и коэффициенты ЭМАП

Для нахождения амплитуд возбуждаемого ультразвука, а в дальнейшем и коэффициентов ЭМАП, системы связанных уравнений (12.1.9) и (12.1.10) необходимо дополнить граничными условиями для тензора напряжений, векторов ЭМ поля и намагниченности на свободной поверхности магнетика (y = 0). Граничное условие для намагниченности можно не рассматривать, так как в нашем случае используется приближение, в котором пренебрегается неоднородным обменом в плотности энергии (12.1.1).

Граничные условия в случае слабых полей выглядят следующим образом:

$$h_{0x} + h_{Rx} = \sum_{p} h_{px},$$

$$h_{0x} - h_{Rx} = -\frac{ic}{4\pi\sigma} \sum_{p} k_{p}h_{px},$$

$$\sum_{p} \left[k_{p} \left(c_{11} - c_{12} \right) u_{0x}^{p} - \left(\gamma_{11} - \gamma_{12} \right) M_{0} m_{0p}^{+} \right] = 0,$$

$$\sum_{p} \left[ic_{11}k_{p}u_{0y}^{p} - \frac{1}{2} \left(\gamma_{11} - \gamma_{12} \right) M_{0} m_{0p}^{+} \right] = 0.$$
(12.1.19)

Здесь h_{0x} и h_{Rx} — амплитуды ЭМ поля в падающей и отраженной от поверхности магнетика волнах. Индекс p, по которому проводится суммирование, пробегает значения 1–3, что относится к волнам, распространяющимся в металле, и соответствующим решениям дисперсионного уравнения (12.1.17). Для случая сильных полей в граничных условиях (12.1.19) достаточно оставить только три первых выражения (так как возбуждается только поперечный ультразвук u_{0x}) и в первых двух выражениях заменить индекс x на z. Индекс p в этом случае пробегает значения 1, 2, что соответствует (12.1.18).

Решение систем уравнений (12.1.9), (12.1.10) с граничными условиями (12.1.19) приводит к следующим выражениям для возбуждаемого ультразвука.

Слабые поля при $\beta \ll 1$ (оставляем здесь этот случай, так как обычно именно он реализуется в эксперименте):

$$u_{0}^{x,y} = \frac{\delta^{2} M_{0} \left(\gamma_{11} - \gamma_{12}\right) h_{0x} k_{1,2} \left(k_{l,t}^{2} - k_{1,2}^{2}\right) \left(k_{3}^{2} - k_{e}^{2}\right) \left(k_{3}^{2} - k_{2,1}^{2}\right)}{4\pi \rho s_{1t,1l}^{2} \left(k_{t,l}^{2} - k_{3}^{2}\right) \left(k_{l,t}^{2} - k_{3}^{2}\right) \left(k_{2,1}^{2} - k_{1,2}^{2}\right)}, \quad (12.1.20)$$

сильные поля:

$$|u_0^x| = \frac{\omega}{\omega_1} \left(\frac{c}{s_{1t}}\right)^2 \frac{(\gamma_{11} - \gamma_{12}) \chi M_0 h_{0z}}{2\pi\rho\sigma s_{1t}\mu \left(1 - \xi_t\right)^{3/2} \left(1 + \tilde{\beta}_t^2\right)^{1/2}},$$
(12.1.21)

где $\widetilde{eta}_t = eta_t/\sqrt{\mu}$.

Коэффициент преобразования ЭМ волн в ультразвуковые (эффективность ЭМАП) определяется как отношение потоков акустической $W_{\rm ak} = \rho \omega^2 u^2 s/2$ и электромагнитной $W_{em} = ch^2/4\pi$ энергий на границе магнетика [563]

$$\eta = \frac{W_{a\kappa}}{W_{em}} = \frac{2\pi\rho\omega^2 u^2 s}{ch^2}.$$
 (12.1.22)

Здесь *u*, *s* — амплитуда и скорость возбуждаемой упругой волны. Используя выражения для амплитуд упругих волн (12.1.20) и (12.1.21), можно получить выражения для эффективности ЭМАП.

В слабых полях при $\beta \ll 1$

$$\eta_{t,l} = \frac{\pi}{4} \frac{\delta^4 \omega^3 M_0^2 (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 \chi^2 k_{1,2} \left(k_{l,t}^2 - k_{1,2}^2\right)}{\rho c s_{1t,1l}^4 \left(k_{2,1}^2 - k_{1,2}^2\right) (\mu - \xi)}.$$
(12.1.23)

В сильных полях

$$\eta_t = \left(\frac{c}{s_{1t}}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 \frac{(\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0^2 \chi \omega^2}{\rho \sigma^2 s_{1t}^2 \mu^2 \left(1 - \xi_t\right)^{5/2} \left(1 + \widetilde{\beta}_t^2\right)}.$$
 (12.1.24)

12.1.4. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом

Из (12.1.23) следует, что в слабых полях эффективность ЭМАП прямо пропорциональна квадрату нулевой гармоники намагниченности M_0 , которая, в свою очередь, пропорциональна величине магнитного поля (12.1.3). Таким образом, в слабых полях коэффициент преобразования ЭМ волн в ультразвуковые мал, а эффективности ЭМАП для продольного и поперечного ультразвука сравнимы по величине. Приведенные на рис. 12.2 и 12.3 экспериментальные зависимости $\eta(H)$ для диспрозия [385] в области существования спиральной фазы показывают, что в полях напряженностью до 5–10 кЭ намагниченность кристалла и эффективность ЭМАП для продольного звука незначительны. Данные результаты хорошо согласуются с формулой (12.1.23).

В сильных магнитных полях имеет место только генерация поперечного ультразвука (12.1.24). Продольный звук в этом случае не возбуждается, что согласуется с экспериментальными данными [385], в соответствии с которыми в диспрозии в магнитных полях H > 15-20 кЭ эффективность ЭМАП для продольного звука не регистрируется. Из формулы (12.1.24) следует, что в сильных полях эффективность ЭМАП для поперечного звука хотя и отлична от нуля, но невелика из-за наличия в (12.1.24) малых параметров (ω/ω_1) « 1 и $\chi \ll 1$. Значит, поперечный звук должен возбуждаться неэффективно. Отметим, что в [385] отсутствовал эксперимент по возбуждению поперечного звука в сильных полях. В промежуточных полях, как уже отмечалось выше, получить аналитическое выражение для $\eta(H)$ невозможно. Однако если считать, что формула (12.1.23) справедлива для полей, при которых происходит переход из спиральной фазы SS в веерную FAN, и захватывающих начальную область существования





Рис. 12.2. Экспериментальная зависи- Рис. 12.3. Экспериментальные завимость эффективности ЭМАП от внешне- симости $\eta(H)$, M(H) в монокриго магнитного поля $\eta(H)$ в монокристал- сталле диспрозия при $\mathbf{H} \| \mathbf{b}$. $\eta(H)$: ле диспрозия при **H** $\|$ **a**. 1 - T = 141 K, 1 - T = 136 K, 2 - T = 173 K; 2 - T = 172 К. Эффективность выражена в условных единицах [385]

M(H): 3 - T = 173 K [385]

веерной фазы, то она позволяет объяснить пик генерации продольного звука в области промежуточных полей в диспрозии, наблюдавшийся в эксперименте [385] (см. рис. 12.2, 12.3). Действительно, согласно (12.1.23) полевая зависимость эффективности ЭМАП определяется в основном зависимостью от Н нулевой гармоники намагниченности M_0 и динамической восприимчивости χ . Из экспериментальных данных [385] следует, что в промежуточных полях имеет место резкое возрастание M_0 . Динамическая же восприимчивость в слабых полях практически не зависит от магнитного поля (12.1.11), (12.1.14). Однако в промежуточных полях χ зависит от H и уменьшается с его увеличением (см. (12.1.12) для ω_2 в случае сильных полей). Таким образом, в области промежуточных полей с увеличением магнитного поля эффективность ЭМАП должна сначала резко увеличиваться изза быстрого возрастания M_0 , а затем падать из-за уменьшения динамической восприимчивости χ . Это хорошо согласуется с экспериментальными результатами. Отметим, что, по нашему мнению, сказанное выше относится ко второму пику на зависимости $\eta(H)$ (рис. 12.2 и 12.3).

Что же касается первого пика на зависимости $\eta(H)$, то он, очевидно, обусловлен эффективной генерацией ультразвука за счет смещения доменных границ между доменами, разделяющими искаженную спиральную структуру SS и веерную фазу FAN. Аналогичный пик, связанный со смещением доменных стенок в ферромагнитной фазе диспрозия, экспериментально наблюдался и был теоретически объяснен в [385]. Существование доменных стенок между геликоидальной и веерной фазами было теоретически предсказано в [125]. Экспериментально же стенки не наблюдались. Таким образом, первый пик на зависимости $\eta(H)$ в диспрозии может быть объяснен генерацией ультразвука при смещении доменных границ между геликоидальной и веерной фазами. В таком случае наличие пика может служить косвенным подтверждение самого существования доменных стенок между геликоидальной и веерной фазами в магнетиках со спиральной магнитной структурой, предсказанной в [125]. Отметим, что для качественного теоретического описания пика, обусловленного смещением доменных стенок, в спиральной фазе диспрозия можно пользоваться формулой [385]:

$$\eta = \text{const} \frac{\chi^2}{\left(1 + 4\pi\chi\right)^2},\tag{12.1.25}$$

поскольку при ее выводе доменная структура не конкретизировалась.

12.2. Электромагнитно-акустическое преобразование в монокристалле эрбия

12.2.1. Основное состояние

Так как эрбий имеет гексагональную кристаллическую структуру, то для описания его физических свойств можно воспользоваться выражением для свободной энергии в виде (12.1.1).

Определим основное состояние кристалла в пренебрежении анизотропией в плоскости базиса ($\beta_6 = 0$) и при условии, что внешнее магнитное поле направлено вдоль гексагональной оси: $\mathbf{H} \| \mathbf{c} \| \mathbf{z}$. Для его нахождения требуется решить систему уравнений, состоящую из уравнений Эйлера для магнитной подсистемы и уравнений равновесия упругой подсистемы с условиями совместности деформаций Сен-Венана [413, 546].

Рассмотрим отдельно основные состояния для фаз LSW и FS.

В случае структуры *LSW* равновесные компоненты вектора намагниченности запишем в виде [287]

$$M_{\pm} = 0, \quad M_z = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} M_n^z e^{iqnz},$$
 (12.2.1)

где $2\pi/q$ — период структуры вдоль оси *z*.

Равновесный тензор деформаций, получающийся при решении уравнений равновесия упругой среды и условий совместности Сен-Венана при учете (12.2.1) и в приближении $qd \gg 1$ (т.е. в случае, когда период структуры намного меньше толщины магнетика d), приведен в приложении 6 (П6.1).

Для нахождения равновесных значений M_n^z и q необходимо подставить (12.2.1) и (Пб.1) в (12.1.1), а затем провести минимизацию по M_n^z и q выражение для свободной энергии. Из анализа получающейся

в результате минимизации свободной энергии системы уравнений следует, что $M_n^z = M_{-n}^z$, поэтому далее рассмотрим только компоненты M_n^z с n = 0, 1, 2, 3, ... Ограничимся также рассмотрением области слабых магнитных полей. В этом случае достаточно оставить в (12.2.1) члены с n = 0, 1, 2, 3 ($M_1 \gg M_0, M_2, M_3$) [287]. В первом приближением по малому параметру $\tilde{b}_i/L(q)$ для M_0, M_1, M_2, M_3 получаем следующие выражения:

$$M_0^z = H/L(0), \quad M_1^z = -L(q)/3b,$$

$$M_2^z = -\frac{3\tilde{b}_1 M_0^z}{L(2q)} (M_1^z)^2, \quad M_3^z = -\frac{\tilde{b}_1}{L(3q)} (M_1^z)^3, \quad q = q_0.$$
(12.2.2)

Здесь $L(q)=a-\beta_1+\alpha_{||}q^2+\gamma q^4$ — собственное значение дифференциального оператора

$$\begin{split} \widehat{L} &= a - \beta_1 - \alpha_{||} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma \frac{\partial^4}{\partial z^4}, \quad q_0^2 = -\frac{\alpha_{||}}{2\gamma}, \\ \widetilde{b} &= b - \frac{2\widetilde{\gamma}_3^2}{c_{33}} + \frac{8\left(c_{33}\widetilde{\gamma}_1 - c_{13}\widetilde{\gamma}_3\right)^2}{3c_{33}\Delta}, \quad \widetilde{b}_1 = b - \frac{2\widetilde{\gamma}_3^2}{c_{33}} \end{split}$$

При определении основного состояния магнетика в фазе FS предположим, что минимум энергии W осуществляется когда намагниченность имеет следующий вид:

$$M_0^+ = M_0 e^{iqz} \sin \theta$$
, $M_0^- = M_0 e^{-iqz} \sin \theta$, $M_0^z = M_0 \cos \theta$, (12.2.3)

где θ — угол между вектором намагниченности **M** и осью симметрии **z**. Решение уравнений упругости и условий совместности Сен-Венана для фазы *FS* при учете (12.2.3) позволяет получить равновесный тензор деформаций u_{ik}^0 . Выражение для него приведено в приложении 6 (Пб.2). Подставляя (12.2.3) и (Пб.2) в выражение для свободной энергии (12.1.1), произведя ее усреднение в приближении $qd \gg 1$ и затем минимизируя ее по θ и q, окончательно получим следующие уравнения определяющие равновесные значения намагниченности и волнового числа спирали в фазе *FS*:

$$q = q_0 = (-\alpha_\perp/2\gamma)^{1/2},$$

$$M_0 \cos\theta \left[\widetilde{\beta}_1 + h_{me} + \left(\widetilde{\beta}_2 - h_{me}/M_0^2\right) M_0^2 \cos^2\theta + \alpha q^2 + \widetilde{\Delta}\right] + H = 0,$$
(12.2.4)

где $\widetilde{\Delta} = \gamma q^4$, $h_{me} = (\gamma_{11} - \gamma_{12})^2 M_0^2 / (c_{11} - c_{12})$, $\widetilde{\beta}_1$ и $\widetilde{\beta}_2$ — перенормированные магнитострикцией константы анизотропии (10.1.3a), (10.1.36).

12.2.2. Генерация звука в фазе LSW

Рассмотрим магнетик, занимающий полупространство z > 0 (такое приближение справедливо в случае, когда длина звуковой волны много меньше толщины образца; это приближение обычно выполняется в эксперименте). Пусть по нормали к поверхности магнетика падает плоская ЭМ волна. Направим вектор напряженности внешнего магнитного поля \mathbf{H} вдоль гексагональной оси \mathbf{c} образца $\mathbf{H} \| \mathbf{k} \| \mathbf{c} \| \mathbf{z}$.

Для нахождения амплитуды, возбуждаемой в магнетике звуковой волны, требуется решить связанную систему уравнений Ландау–Лифшица, теории упругости и Максвелла совместно со стандартными граничными условиями на векторы электрического и магнитного полей, тензор напряжений и намагниченность (12.1.7). В уравнениях (12.1.7) оставляем слагаемые, ответственные лишь за МУ механизм генерации звука. Данный механизм ЭМАП является преобладающим в магнитных полях вплоть до 100 кЭ [563].

Рассмотрим малые колебания намагниченности, упругих смещений и ЭМ поля вблизи положения равновесия (12.2.1), (12.2.2). Для этого представим все переменные в виде

$$F = F_0(z) + f, \quad f = e^{ikz} \sum_{n = -\infty}^{n = +\infty} f_n e^{iqnz}, \quad (12.2.5)$$

где F_0 — равновесные значения, f — малые отклонения от равновесных значений. Подставив (12.2.5) в систему связанных уравнений (12.1.7) и исключив из нее напряженность электрического поля **E**, получим линеаризованную вблизи положения равновесия бесконечную систему уравнений для фурье-компонент f_n связанных волн в фазе *LSW*. Так как волновой вектор упругой волны намного меньше волнового вектора модулированной структуры ($k \ll q$), то можно предположить, что амплитуды нулевых гармоник f_0 в полученной бесконечной системе уравнений являются наибольшими. В этом приближении линеаризованная система уравнений (12.1.7) запишется в виде

$$\begin{aligned} \left(\omega^2 - \omega_t^2\right) u_0^{\pm} + \frac{ik\gamma_{44}M_0^z}{\rho} m_0^{\pm} &= 0, \\ \left(k^2 - k_e^2\right) h_0^{\pm} - 4\pi i \delta^2 m_0^{\pm} &= 0, \\ \omega \mp \omega_1 \right) m_0^{\pm} - 2igk\gamma_{44} (M_1^z)^2 u_0^{\pm} + M_0^z g h_0^{\pm} &= 0, \end{aligned}$$
(12.2.6)

где m^{\pm} , h^{\pm} , u^{\pm} — циркулярные компоненты, ω — частота падающей на металл ЭМ волны, $\omega_t = S_t k$ — частота, а $S_t = \sqrt{c_{44}/\rho}$ — скорость поперечного звука, $k_e^2 = 2i/\delta^2 = 4\pi i \sigma \omega/c^2$, δ — толщина скин-слоя в металле, $\omega_1 = g M_0 (L(k) + \beta_1 + 6(\tilde{b} + b_{me}) M_1^2)$,

$$b_{me} = \frac{2\tilde{\gamma}_3}{c_{33}} \left(\gamma_{33} - \gamma_3\right) + \frac{2\left(c_{33}\tilde{\gamma}_1 - c_{13}\tilde{\gamma}_3\right)}{3c_{33}\Delta} \left[c_{33} \left(3\gamma_{11} + \gamma_{12} - 4\gamma_{13} + \gamma_1 - 3\frac{c_{13}}{c_{33}}\gamma_3\right) + 4c_{13}\tilde{\gamma}_3\right].$$

Отметим, что в рассматриваемой геометрии возможно возбуждение только поперечного звука [316, 563].

Из (12.2.6) следует, что дисперсионное уравнение связанных ЭМ, спиновых и упругих волн в предположении, что частота возбуждаемых

колебаний много меньше частоты однородной прецессии намагниченности ($\omega \ll \omega_1$) и в пренебрежении пространственной дисперсией спиновых волн имеет вид

$$(1 - \zeta_t) k^4 - \left[(\mu - \zeta_t) k_e^2 + k_t^2 \right] k^2 + \mu k_e^2 k_t^2 = 0, \qquad (12.2.7)$$

где $k_t^2 = \omega^2/S_t^2$, $\chi = gM_0/\omega_1$ — динамическая магнитная восприимчивость, $\mu = 1 + 4\pi\chi$, $\zeta_t = \chi\gamma_{44}^2 M_1^2/\rho S_t^2$ — динамический параметр МУ взаимодействия.

Решение дисперсионного уравнения (12.2.7) выглядит следующим образом:

$$k_1^2 = \frac{\mu}{\mu - \zeta_t} k_t^2, \qquad k_2^2 = \frac{\mu - \zeta_t}{1 - \zeta_t} k_e^2, \qquad k_e \gg k_t, k_1^2 = \frac{1}{1 - \zeta_t} k_t^2, \qquad k_2^2 = \mu k_e^2, \qquad k_e \ll k_t.$$
(12.2.8)

Волновые числа k_1 соответствуют квазиупругим, а k_2 — квазиэлектромагнитным волнам.

Линеаризованная система граничных условий в предположении, что амплитуды нулевых гармоник (f_0) являются наибольшими, запишется как

$$i\gamma_{44}M_0\left(m_1^{\pm} + m_2^{\pm}\right) - c_{44}\left(k_1u_1^{\pm} + k_2u_2^{\pm}\right) = 0, \left(1 - \frac{ick_1}{4\pi\sigma}\right)h_1^{\pm} + \left(1 - \frac{ick_2}{4\pi\sigma}\right)h_2^{\pm} = 2h_0^{\pm}.$$
(12.2.9)

Здесь h_0^{\pm} — циркулярные амплитуды падающей ЭМ волны. Индексы 1 и 2 относятся к волнам, распространяющимся в металле, и соответствуют решениям дисперсионного уравнения (12.2.8). Отметим, что граничное условие на намагниченность в (12.2.9) отсутствует, так как при рассмотрении динамики магнетика используется приближение, в котором пренебрегается неоднородным обменом в плотности энергии (12.1.1) [563, 565].

Из совместного решения систем уравнений (12.2.6) и (12.2.9) в приближении $k_e \gg k_t$, которое обычно выполняется в эксперименте, можно получить выражение для амплитуды возбуждаемого звука

$$u_0^{\pm} = \left(\frac{c}{S_t}\right)^2 \frac{\gamma_{44} M_0 \chi \mu^{1/2}}{2\pi \sigma \rho S_t \left(\mu - \zeta_t\right)^{3/2}} h_0^{\pm}.$$
 (12.2.10)

Коэффициент преобразования ЭМ волн в звуковые (эффективность ЭМАП) η определяется как отношение потоков акустической и ЭМ энергий на границе магнетика (12.1.22). В рассматриваемом случае он имеет вид

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 M_0^2 \omega^2 \chi^2 \mu}{2\pi \rho \sigma^2 S_t^2 \left(\mu - \zeta_t\right)^3}.$$
(12.2.11)

12.2.3. Генерация звука в фазе FS

Исследуем малые колебания векторов смещения, намагниченности, напряженностей электрического и магнитного полей около основного состояния (12.2.3), (12.2.4). Линеаризованная система уравнений (12.1.7) для компонент Фурье указанных векторов в случае распространения волн вдоль оси z (ось спирали) и при малых $k \ (k \ll q)$ имеет вид (см. гл. 10, (10.4.2)) [566]

$$m^{\pm}(k) \left[\cos \theta \left(\omega_{2}(k) + \frac{1}{2} \omega_{me4} \sin^{2} \theta \right) \mp \omega \right] + ig\gamma_{44} M_{0}^{2}k \left(\cos^{2} \theta - \frac{1}{2} \sin^{2} \theta \right) u^{\pm}(k) - gM_{0} \cos \theta \cdot h^{\pm}(k) = 0,$$

$$(\omega^{2} - S_{t}^{2}k^{2}) u^{\pm}(k) - \frac{ik}{\rho} \gamma_{44} M_{0} \cos \theta \cdot m^{\pm}(k) = 0,$$

$$(\omega^{2} - v^{2}k^{2}) h^{\pm}(k) + 4\pi \omega^{2} m^{\pm}(k) = 0.$$
(12.2.12)

Здесь введены следующие обозначения: $h^{\pm}(k)$, $m^{\pm}(k)$, $u^{\pm}(k)$, $u^{\pm}(k)$ – циркулярные компоненты Фурье векторов **h**, **m**, **u**; $v = c\sqrt{\omega/4\pi i\sigma}$; $\omega_2(k) = \omega_{20} + gM_0L_{\perp}(k)$, где $\omega_{20} = \omega_{me4}\cos^2\theta$, $\omega_{me4} = g\gamma_{44}^2M_0^3/c_{44}$, $L_{\perp}(k)$ – собственное значение дифференциального оператора $\widehat{L}_{\perp} = -\alpha_{\perp}q^2 - \gamma q^4 - \alpha_{\perp}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma \frac{\partial^4}{\partial z^4}$, $\omega_1(k) = \omega_{10} - \omega_{20} + gM_0\sin^2\theta \cdot L_{\perp}(k)$, $\omega_{10} = gM \left[h_{me4} - \sin^2\theta(\widetilde{\beta}_1 + (\widetilde{\beta}_2 + 2\beta_2)M_0^2\cos^2\theta + h_{me4}\sin^2\theta)\right]$, $h_{me4} = \omega_{me4}/gM_0$.

Дисперсионное уравнение системы (12.2.12) определяется выражением (12.2.7), а его решение в приближении $\omega_2 \gg \omega$ (данное приближение обычно справедливо для диапазона частот, используемого при экспериментальном исследовании ЭМАП в металлах) — выражениями (12.2.8), в которых $\zeta_t = \gamma_{44}^2 M_0^2 \chi \cos \theta \left(\sin^2 \theta / 2 - \cos^2 \theta \right) / \rho S_t^2$, $\mu = 1 + 4\pi \chi \cos \theta$, $\chi = g M_0 / \left[\left(\omega_2(k) + \omega_{me4} \sin^2 \theta / 2 \right) \cos \theta \right]$. Линеаризованная система граничных условий в пренебрежении пространственной дисперсией спиновых волн определяется формулами (12.2.9), в которых M_0 надо заменить на $M_0 \cos \theta$.

Решая совместно системы уравнений (12.2.12) с граничными условиями (12.2.9) в приближении $ck_i/4\pi\sigma \ll 1$ найдем амплитуду генерируемой упругой поперечной волны для случая, когда толщина скинслоя металла намного меньше длины падающей ЭМ волны,

$$u_2^{\pm} = \left(\frac{c}{S_t}\right)^2 \frac{\gamma_{44} M_0 \chi \mu^{1/2} \cos^2 \theta}{2\pi \sigma \rho S_t \left(\mu - \zeta_t\right)^{3/2}} h_0^{\pm}.$$
 (12.2.13)

Отсюда получаем следующее выражение для эффективности ЭМАП в состоянии *FS*:

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 \omega^2 M_0^2 \chi^2 \mu \cos^4 \theta}{2\pi \sigma^2 \rho S_t^2 (\mu - \zeta_t)^3}.$$
 (12.2.14)

12.2.4. Обсуждение результатов

Приведем еще раз выражение для эффективности ЭМАП в случае генерации звука в состоянии типа *LSW*. Учитывая, что практически всегда $\mu \gg \zeta_t$ [563] и используя выражение для M_0^z из (12.2.2), перепишем формулу для эффективности ЭМАП (12.2.11) в состоянии *LSW* в виде

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 H^2 \omega^2 \chi_s^2 \chi_d^2}{2\pi \rho \sigma^2 S_t^2 \left(1 + 4\pi \chi_d\right)^2},$$
(12.2.15)

где χ_s — статическая, а χ_d — динамическая восприимчивости ферромагнитного металла. Статическая восприимчивость определяется из (12.2.2) как коэффициент пропорциональности между M_0^z и H:

$$\chi_s = \left(a - \beta_1 - 2\gamma q_0^4\right)^{-1},$$
 (12.2.16)

а динамическая восприимчивость связывает переменные намагниченность и магнитное поле и выражается согласно (12.2.2), (12.2.6) и (12.2.7) формулой

$$\chi_d = \left(-a + 2\beta_1 + 2\gamma q_0^4 + 6\tilde{b}_{me}M_1^2\right)^{-1}.$$
 (12.2.17)

Используя выражения (12.2.16) и (12.2.17), можно объяснить экспериментальную зависимость эффективности ЭМАП, наблюдаемую в эрбии (рис. 12.4) в фазе *LSW*, с помощью теоретической формулы (12.2.15) следующим образом.

В области точки Нееля T_{N1} небольшой пик эффективности ЭМАП согласно (12.2.15) может быть обусловлен максимумом статической восприимчивости χ_s (12.2.16), который обычно имеет место в магнитоупорядоченных кристаллах при переходе из парамагнитного в упорядоченное состояние [196]. Небольшую величину эффективности генерации и пика вблизи T_{N1} можно объяснить тем, что в этой области постоянная магнитострикции γ_{44} мала [563].

При переходе из состояния LSW в состояние CS при $T = T_{N2}$ имеет место резкое возрастание динамической восприимчивости (12.2.17). Это обусловлено тем, что в точке фазового перехода $LSW \to CS$ происходит смягчение частоты квазиспиновой моды $\omega_1 = gM_0\chi_d^{-1}$. Согласно (12.2.17) и [287] в точке перехода $LSW \to CS$ частота ω_1 принимает минимальное значение, определяемое MУ связью ($\omega_1 = 6gM_0\tilde{b}_{me}M_1^2$), а динамическая восприимчивость имеет при этом максимум. Из (12.2.15) следует, что этим как раз и может быть объяснен второй пик на экспериментальной зависимости ЭМАП в эрбии при $T = T_{N2}$. Поскольку, согласно (12.2.15), эффективность ЭМАП зависит от величины внешнего магнитного поля, то это приводит к ее возрастанию при увеличении поля. Это также наблюдается на экспериментальной зависимости на экспериментальной зависимости на экспериментальной вость раке наблюдается на экспериментальной зависимости на экспериментальной поля, то это приводит к ее возрастанию при увеличении поля. Это также наблюдается на экспериментальной зависимости (рис. 12.4).

Необходимо отметить, что температуры переходов PM-LSW (T_{N1}) и LSW-CS (T_{N2}) слабо зависят от величины магнитного поля



Рис. 12.4. Экспериментальная зависимость эффективности ЭМАП в монокристалле эрбия от температуры в магнитном поле **H**||**c**. *1* – 10 кЭ, *2* – 20 кЭ. Эффективность выражена в условных единицах [567]

(см. H-T фазовую диаграмму рис. 2.1 [397, 400]), поэтому пики эффективности ЭМАП при H = 10 кЭ и H = 20 кЭ на рис. 12.4 наблюдаются практически при одних и тех же температурах.

Следующий интенсивный пик эффективности ЭМАП в поле H = 10 кЭ в фазе *CS* при температуре $T \approx 47$ К согласно H-T фазовой диаграмме можно объяснить особенностями статической и динамической восприимчивостей в области перехода из соизмеримой фазы с волновым числом 2/7 в соизмеримую фазу с волновым числом 3/11 (в единицах постоянной обратной решетки вдоль оси с) [400] или перехода из соизмеримой фазы с волновым числом 2/7 в несоизмеримую фазу [397].

В состоянии типа FS при $T < T_C$ намагниченность M_0 , входящую в формулу (12.2.14) для эффективности ЭМАП, можно практически считать постоянной (равной намагниченности насыщения при $T \rightarrow 0$) и не зависящей от напряженности внешнего магнитного поля. В этом случае в состоянии FS все особенности на эффективности ЭМАП, по-видимому, будут связаны с особенностями в поведении динамической восприимчивости и равновесного угла θ между результирующим вектором намагниченности вдоль гексагональной оси и вектором напряженности внешнего магнитного поля.

Формулу (12.2.14) для эффективности ЭМАП при $\mu \gg \zeta_t$ можно записать в виде

$$\eta = \left(\frac{c}{S_t}\right)^3 \frac{\gamma_{44}^2 \omega^2 M_0^2 \chi_d^2 \cos^2 \theta}{2\pi \rho \sigma^2 S_t^2 \left(1 + 4\pi \chi_d\right)^2}.$$
 (12.2.18)

Здесь динамическая магнитная восприимчивость χ_d в приближении $\omega_2(k) \gg \omega$ (что, как указывалось выше, хорошо выполняется в области ультразвуковых частот) согласно (12.2.4) и (12.2.12) может быть записана как

$$\chi_d = \left[h_{me4} \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right) + 2\gamma q_0^4 \right]^{-1}.$$
 (12.2.19)

При переходе из состояния FS в состояние CS в точке $T = T_C$ волновое число q_0 уменьшается [115]. Это приводит к тому, что в точке перехода χ_d резко возрастает, что и проявляется в росте эффективности ЭМАП на экспериментальной зависимости (рис. 12.4). Согласно H-T фазовым диаграммам [397, 400] переходу из состояния FS в состояние CS в поле H = 10 кЭ отвечает небольшой пик эффективности ЭМАП при температуре $T \approx 27$ K, а в поле H = 20 кЭ — пик эффективности ЭМАП при температуре $T \approx 45$ K.

Из рис. 12.4 следует, что в магнитном поле H = 10 кЭ в области существования фазы FS наблюдается еще один интенсивный пик, а в поле H = 20 к \Im — еще как минимум два пика эффективности ЭМАП. В поле H = 10 кЭ это пик при температуре H = 20 К. Анализ фазовых диаграмм работ [397, 400] (несмотря на некоторое расхождение между ними) позволяет сделать вывод, что данный пик обусловлен особенностями характеристик эрбия в области фазового перехода между соизмеримым состоянием с волновым числом 5/21 и несоизмеримым состоянием внутри FS фазы. В поле H = 20 кЭ первый пик при температуре $T \approx 38$ К выражен очень слабо и может быть объяснен особенностью восприимчивости при переходе внутри фазы FS из несоизмеримого состояния в соизмеримое состояние с волновым числом 1/4 [397,400]. Аналогично второй пик при температуре $T \approx 27$ K может быть сопоставлен с особенностью восприимчивости при переходе внутри фазы FS из соизмеримого состояния с волновым числом 1/4 в соизмеримое состояние с волновым числом 5/21 [397, 400].

Отметим, что при увеличении внешнего магнитного поля равновесный угол θ между намагниченностью и полем уменьшается. Это обусловливает то, что при увеличении напряженности магнитного поля эффективность ЭМАП из-за наличия в формуле (12.2.18) множителя $\cos^2 \theta$ может возрастать во всем интервале $T \leq T_C$. Данное явление также имеет место на экспериментальной зависимости (рис. 12.4).

Из сравнения экспериментальных результатов по исследованию эффективности ЭМАП в редкоземельном металле Er (рис. 12.4) и теоретических результатов, описывающих эффективность ЭМАП в фазах *LSW* и *FS* (формулы (12.2.15) и (12.2.18)), можно сделать следующие выводы.

Формулы (12.2.15) и (12.2.18) позволяют качественно объяснить пики эффективности ЭМАП, наблюдаемые экспериментально (рис. 12.4) в области фазовых переходов *PM-LSW*. *LSW-CS* и *FS-CS*. Эти пики обусловлены особенностями статической и динамической восприимчивостей эрбия вблизи указанных переходов. К сожалению, провести количественное сравнение между теорией и экспериментом не представляется возможным из-за большого числа неизвестных параметров, входящих в формулы (12.2.15) и (12.2.18). Для количественного сравнения теории и эксперимента требуется проведение комплексных экспериментов по измерению этих параметров при различных температурах и магнитных полях. Такие эксперименты для кристаллов эрбия не проведены до последнего времени. Количественное сравнение затруднено также и из-за того, что в экспериментах обычно используются конечные образцы, а теория строится для полубесконечных монокристаллов. Однако, как показано в [175, 185], теория для полубесконечных кристаллов качественно позволяет объяснить все основные закономерности процессов ЭМАП в ферромагнитных металлах. Как видно из сравнения формул (12.2.15), (12.2.18) и рис. 12.4 это относится и к процессам ЭМАП в монокристаллах эрбия.

Остальные пики эффективности ЭМАП, наблюдаемые экспериментально, по-видимому, обусловлены особенностями характеристик эрбия в области фазовых переходов между двумя соизмеримыми или соизмеримым и несоизмеримым состояниями внутри фаз CS и FS. Развитая в данной работе феноменологическая теория ЭМАП, в которой используется приближение сплошной среды, не позволяет описать эффекты соизмеримости, и, соответственно, фазовые переходы внутри фаз CS и FS между различными соизмеримыми и несоизмеримыми состояниями [287]. Для их описания, а также описания ЭМАП при наличии эффектов соизмеримости, необходимо создание микроскопической теории ЭМ генерации ультразвука в редкоземельных металлах, что является самостоятельной задачей. Такая задача до сих пор не решена в силу ее сложности. Тем не менее, сравнение температурной зависимости эффективности ЭМАП (рис. 12.4) при различных значениях напряженности магнитного поля с H-T фазовой диаграммой эрбия [397, 400] позволяет сделать вывод, что, действительно, остальные пики эффективности ЭМАП могут быть обусловлены проявлением эффектов соизмеримости внутри фаз CS и FS.

Глава 13

СВЯЗАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ДВУХПОДРЕШЕТОЧНЫХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ С АНИЗОТРОПНЫМ g-ФАКТОРОМ

Теоретическому и экспериментальному исследованию спектра колебаний АФМ посвящено большое число работ (см., например, [454] и ссылки в ней). Обратимся лишь к некоторым из них. В работе [404] теоретически исследован спектр связанных спиновых и упругих колебаний в двухподрешеточном АФМ при учете продольной восприимчивости и релаксации в магнитной подсистеме. Показано, что спектр спиновых колебаний в отсутствие МУ связи в области точек ОФП и в слабом магнитном поле состоит из четырех релаксационных и одной слабозатухающей прецессионных ветвей. Мягкой модой в точке перехода является одна из релаксационных ветвей, соответствующая поперечной релаксации намагниченности АФМ. В сильном поле в спектре спиновых волн может появиться еще одна слабозатухающая прецессионная ветвь. При учете МУ взаимодействия спектр связанных колебаний состоит из двух активационных (прецессионной и релаксационной) и двух безактивационных (квазиупругих) ветвей. Релаксационная мода, которая в отсутствие магнитоупругой связи была бы мягкой, становится активационной с величиной щели, определяемой МУ взаимодействием. Мягкой модой вблизи ориентационных фазовых переходов является квазиупругая мода, которая при большой величине параметра релаксации в магнитной подсистеме может стать нераспространяющейся. В работах [185, 405, 406] проводились экспериментальные и теоретические исследования спинового спектра АФМ при учете анизотропии гиромагнитного отношения (g-фактора). В [185] показано, что анизотропия g-фактора существенно влияет на активацию спиновой квазиферромагнитной ветви, и если анизотропия g-фактора отсутствует, то в точке ОФП данная ветвь становится мягкой. Как следует из исследований, проведенных в предыдущих главах, на спектр колебаний существенное влияние оказывает кроме МУ взаимодействия и ЭМ-спиновое взаимодействие.

Настоящая глава посвящена исследованию влияния МУ и ЭМ-спинового взаимодействий, анизотропии g-фактора, продольной магнитной восприимчивости и релаксации намагниченностей подрешеток на спектр связанных колебаний в двухподрешеточном АФМ со слабым ферромагнитизмом.

13.1. Плотность свободной энергии и основное состояние антиферромагнетика

Обычно описание статических и динамических свойств двухподрешеточных АФМ проводится при учете условия постоянства и равенства друг другу модулей намагниченностей подрешеток [8, 11]:

$$\mathbf{M}_1^2 = \mathbf{M}_2^2 = \mathbf{M}_0^2 = \text{const},$$

или в эквивалентном виде

$$\mathbf{ML} = 0, \quad \mathbf{M}^2 + \mathbf{L}^2 = 4\mathbf{M}_0^2, \tag{13.1.1}$$

где \mathbf{M}_i — намагниченность *i*-подрешетки, $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$ — векторы ферро- и антиферромагнетизма. Условие (13.1.1) эквивалентно обращению в нуль продольной магнитной восприимчивости $\chi_{||}$, что справедливо только при абсолютном нуле температуры, однако, известно, что имеются магнетики у которых $\chi_{||}(T = 0) \neq 0$ [196, 405]. В предположении (13.1.1) динамика АФМ описывается уравнениями Ландау–Лифшица только при изотропном g-факторе (гиромагнитное отношение), что справедливо не для всех АФМ [405, 406, 568]. Таким образом, для описания статики и динамики АФМ в общем случае следует отказаться от условий (13.1.1) и учесть анизотротропию гиромагнитного отношения. Также, для более общего теоретического описания динамики АФМ необходимо учесть: взаимодействие Дзялошинского, релаксацию в магнитной подсистеме, взаимодействие между магнитной и упругой подсистемами и колебания электромагнитного поля.

Плотность свободной энергии двухподрешеточного АФМ со слабым ферромагнетизмом и изотропией по упругим и МУ свойствам запишем в виде [404]

$$F = \frac{1}{2}A\mathbf{L}^{2} + \frac{1}{4}B\mathbf{L}^{4} + \frac{1}{2}a\mathbf{M}^{2} + \frac{1}{2}D(\mathbf{M}\mathbf{L})^{2} + \frac{1}{2}D'\mathbf{M}^{2}\mathbf{L}^{2} + \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\partial\mathbf{L}}{\partial x_{i}}\right)^{2} + d\left(M_{x}L_{z} - M_{z}L_{x}\right) + \frac{1}{2}\beta_{1}L_{z}^{2} + \frac{1}{2}\beta_{2}L_{y}^{2} + \frac{1}{2}\beta_{3}L_{x}^{2} - \mathbf{M}\mathbf{H} + \frac{1}{2}bL_{i}L_{k}u_{ik} + \frac{1}{2}\lambda u_{ll}^{2} + \mu u_{ik}^{2}.$$
 (13.1.2)

Первые шесть слагаемых (13.1.2) представляют собой энергию обменного взаимодействия, седьмое слагаемое — энергию взаимодействия Дзялошинского. Следующие четыре слагаемых учитывают энергию анизотропии и зеемановскую энергию АФМ во внешнем магнитном поле **H**. Последние три слагаемых учитывают энергию магнитострикции и упругости.

Для упрощения задачи мы предполагаем, что AФM является изотропным по упругим, МУ и диэлектрическим свойствам и ограничимся рассмотрением AФM со слабым ферромагнетизмом, находящегося во внешнем магнитном поле $\mathbf{H}\|\mathbf{x}$ и в фазе $\mathbf{M}\|\mathbf{x}, \mathbf{L}\|\mathbf{z}.$

Основное состояние АФМ в данной фазе определяется из условий минимума плотности свободной энергии (13.1.2).

Равновесные значения векторов ферромагнетизма M_0 , антиферромагнетизма L_0 и тензора деформаций определяются выражениями:

$$M_0 = \chi_{\perp} (H + H_d), \tag{13.1.3}$$

$$L_0\left(A + \widetilde{B}L_0^2 + D'M_0^2 + \beta_1\right) = -dM_0, \qquad (13.1.4)$$

$$u_{ik}^{(0)} = -\frac{b}{4\mu}L_iL_k + \frac{b\lambda L^2}{4\mu(3\lambda + 2\mu)}\delta_{ik}.$$
 (13.1.5)

Условия устойчивости данной фазы определяются из неравенств:

$$\chi_{\perp}^{-1} = a + D'L_0^2 > 0, \quad \chi_{\parallel}^{-1} = \chi_{\perp}^{-1} + DL_0^2 > 0,$$

(\beta_3 - \beta_1) L_0 + H (\eta H + H_d) / H_E \ge 0, (13.1.6)

$$(\beta_2 - \beta_1) L_0 + H_d (H + H_d) / H_E \ge 0, \qquad (13.1.7)$$

$$\left(2\widetilde{B}L_0^3 + \frac{H_d(H+H_d)}{H_E}\right)H_E - \left(2D'L_0^3\frac{(H+H_d)}{H_E} - H_d\right)^2 \leqslant 0. \quad (13.1.8)$$

Здесь введены следующие обозначения $H_d = -dL_0, \ H_E = L_0 \chi_{\perp}^{-1}, \ \eta = 1 - \chi_{||} / \chi_{\perp}, \ \widetilde{B} = B - \frac{b^2}{2\mu} \frac{\lambda + \mu}{3\lambda + 2\mu}.$

Из условий устойчивости (13.1.6)-(13.1.8), приравнивая их нулю, можно получить выражения для полей фазовых переходов:

$$H_{1} = -\frac{H_{d}}{2\eta} + \left[\left(\frac{H_{d}}{2\eta} \right)^{2} - \frac{(\beta_{3} - \beta_{1}) L_{0} H_{E}}{\eta} \right]^{1/2},$$
(13.1.6')

$$H_2 = -H_d - \frac{(\beta_2 - \beta_1) L_0 H_E}{H_d}, \qquad (13.1.7')$$

$$H_3 = \frac{H_d H_E \left(H_E + 4D' L_0^3\right)}{8D'^2 L_0^6} +$$
(13.1.8')

$$+\left[\left(\frac{H_{d}H_{E}\left(H_{E}+4D'L_{0}^{3}\right)}{8D'^{2}L_{0}^{6}}\right)^{2}+\frac{H_{E}^{2}\left(2\widetilde{B}L_{0}H_{E}-H_{d}^{2}\right)}{4D'L_{0}^{6}}\right]^{1/2}.$$

Поле перехода H_1 (13.1.6') соответствует фазовому переходу I рода с переориентацией вектора L с оси z на ось x. Как видно, учет продольной восприимчивости приводит к увеличению величины поля данного перехода. Выражение (13.1.7') определяет поле фазового перехода I рода из данной фазы в фазу $\mathbf{M} \| \mathbf{x}, \mathbf{L} \| \mathbf{y}$, и наконец формула (13.1.8') соответствует полю фазового перехода II рода — схлопыванию подрешеток («спин-флип»).

13.2. Система уравнений взаимодействующих колебаний в АФМ

Для описания динамики АФМ воспользуемся связанной системой уравнений теории упругости, Ландау–Лифшица с учетом диссипации в магнитной подсистеме и анизотропии гиромагнитного отношения и уравнений Максвелла [185, 404]:

$$\rho \ddot{u}_{i} = \partial \left(\partial F / \partial u_{ik} \right) / \partial x_{k},$$

$$\dot{\mathbf{M}} = g \left\{ \xi_{1} \left[\mathbf{M}_{0}, \mathbf{H}_{M} \right] + \xi_{2} \left[\mathbf{L}_{0}, \mathbf{H}_{L} \right] + r_{1} L_{0} \mathbf{H}_{M} \right\},$$

$$\dot{\mathbf{L}} = g \left\{ \xi_{2} \left[\mathbf{L}_{0}, \mathbf{H}_{M} \right] + \xi_{3} \left[\mathbf{M}_{0}, \mathbf{H}_{L} \right] + r_{2} L_{0} \mathbf{H}_{L} \right\},$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}), \quad \operatorname{div}(\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}, \quad \operatorname{div} \varepsilon \mathbf{E} = 0,$$

(13.2.1)

где g — гиромагнитное отношение в изотропном случае, $\xi_i = g_i/g$, g_i (i = 1, 2, 3) — безразмерные компоненты тензора гиромагнитного отношения, r_1 , r_2 — безразмерные параметры релаксации и $\mathbf{H_x} = -\delta F/\delta \mathbf{x}$ ($\mathbf{x} = \mathbf{M}, \mathbf{L}$) — эффективное магнитное поле, ε — диэлектрическая проницаемость АФМ. В (13.2.1) релаксационные слагаемые взяты в наиболее простом виде. Отметим, что учет релаксации и анизотропии *g*-фактора в уравнениях Ландау–Лифшица эквивалентен отказу от условий (13.1.1) [185] в динамике АФМ.

Для получения спектра колебаний АФМ, решение системы уравнений (13.2.1) будем искать в виде $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{a} e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}}$, где $\mathbf{A}_0 \equiv \mathbf{u}^{(0)}$, \mathbf{M}_0 , \mathbf{L}_0 — равновесные значения, а $\mathbf{a} \equiv \mathbf{u}, \mathbf{m}, \mathbf{l}, \mathbf{h}$ — малые отклонения от равновесных значений векторов смещения, ферромагнетизма и антиферромагнетизма. Рассмотрим, опять же для простоты, только случай распространения волн вдоль оси \mathbf{z} (волновой вектор $\mathbf{k} \| \mathbf{z}$). Проводя линеаризацию, и решая систему уравнений (13.2.1), можно заметить, что полная система связанных уравнений распадается на две подсистемы с различными типами колебаний. Соответственно получаем два дисперсионных уравнения.

Колебания m_y , m_z , l_x , u_x , h_z , h_y описывают взаимодействие квазиферромагнитной моды колебаний АФМ, с электромагнитными волнами и упругой поперечной волной поляризации x. Колебания m_x , l_y , l_z , u_y , u_z , h_x описывают взаимодействие квазиантиферромагнитной моды колебаний, с элетромагнитной волной и с упругими продольной u_z и поперечной модами поляризации x.

Дисперсионное уравнение системы $m_y, m_z, l_x, u_x, h_z, h_y$ является полиномом седьмой степени относительно частоты

$$\sum_{i=0}^{7} d_i \omega^i = 0, \qquad (13.2.2)$$

а дисперсионное уравнение системы m_x , l_y , l_z , u_y , u_z , h_x — полином девятой степени относительно частоты

$$\sum_{i=0}^{9} f_i \omega^i = 0. \tag{13.2.3}$$

Коэффициенты d_i и f_i громоздки, они приведены в приложении 7, там же приводятся все обозначения. Точное решение дисперсионных уравнений в аналитическом виде получить невозможно, поэтому остановимся на анализе дисперсионных уравнений в некоторых простых приближениях.

Будем рассматривать колебания $A\Phi M$ в приближении, когда обменная частота ω_E $A\Phi M$ много больше всех частот и ограничимся длинноволновым пределом $k \to 0$. Рассмотрим по отдельности колебания $A\Phi M$, связанные с квазиферромагнитной и квазиантиферромагнитной модами.

13.3. Колебания, связанные с квазиферромагнитной модой

Из дисперсионного уравнения (13.2.2) при k = 0 и $r_{1,2} = 0$ можно сразу определить величину активации квазиферромагнитной моды колебаний

$$\omega_{A}^{2} = \mu_{\perp} \left[\xi_{2}^{2} \omega_{sk}^{2} + \xi_{1}^{2} \frac{\omega_{L}}{\omega_{E}} (\omega_{H} + \omega_{d})^{2} + \frac{\chi_{||}}{\chi_{\perp}} \left[\xi_{2} \omega_{H} + (\omega_{H} + \omega_{d}) (\xi_{1} - \xi_{2}) \frac{\chi_{\perp}}{\chi_{||}} \right]^{2} \right]. \quad (13.3.1)$$

В случае реализации ОФП I рода (13.1.6), что соответствует обращению частоты f_{31} в ноль (см. приложение 7) выражение для активации принимает вид

$$\omega_A^2 = \mu_{\perp} \left[\xi_2^2 \omega_E \omega_{me} + \xi_1^2 \frac{\omega_L}{\omega_E} \left(\omega_H + \omega_d \right)^2 + \frac{\chi_{||}}{\chi_{\perp}} \left[\xi_2 \omega_H + \left(\omega_H + \omega_d \right) \left(\xi_1 - \xi_2 \right) \frac{\chi_{\perp}}{\chi_{||}} \right]^2 \right]. \quad (13.3.2)$$

Из формулы (13.3.2) видно, что в величину активации аддитивно входят все учтенные вклады. Первый член в квадратных скобках показывает роль МУ взаимодействия, второй учитывает дипольный вклад (ЭМ-спиновое взаимодействие), третий член — влияние продольной восприимчивости. Выражения (13.3.1) и (13.3.2) также явно показывают роль анизотропии гиромагнитного отношения. Каждый вклад по отдельности был определен в работах [185, 197, 404]. При большом затухании в спиновой подсистеме, т. е. когда частота $r_1\omega_E$ превосходит все остальные частоты, решения дисперсионного уравнения (13.2.2) в длинноволновом приближении имеют вид

$$\begin{split} \omega_{1,2} &= -\frac{ir_{1}\omega_{E}}{1-\eta} \left(\left(1-\eta+\mu_{\parallel}\right) \pm \left[\left(1-\eta+\mu_{\parallel}\right)^{2}-4(1-\eta)\mu_{\parallel}\mu_{\perp} \right]^{1/2} \right), \\ \omega_{3} &= -i\frac{\xi_{2}^{2} \left(\mu_{\parallel}\omega_{sk}^{2}+\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E}\right)}{\mu_{\parallel}r_{1}\omega_{E}}, \\ \omega_{4,5} &= \pm\omega_{t} \left[\frac{\mu_{\parallel}\Omega_{31}^{2}+\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E}}{\mu_{\parallel}\omega_{sk}^{2}+\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E}} - \frac{r_{1}^{2}\omega_{L}^{2} \left(1-\eta+\mu_{\parallel}\right)^{2}\omega_{t}^{2}}{4\xi_{2}^{4}\mu_{\perp}^{2} \left(\mu_{\parallel}\omega_{sk}^{2}+\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E}\right)^{2}} \right]^{1/2} - \\ &- i\frac{r_{1}\omega_{L}}{2}\frac{\left(1-\eta+\mu_{\parallel}\right)\omega_{t}^{2}}{\xi_{2}^{2}\mu_{\perp} \left(\mu_{\parallel}\omega_{sk}^{2}+\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E}\right)}, \\ \omega_{6,7} &= \pm\frac{\omega_{c}}{\sqrt{\mu_{\perp}}} \left[1 - \frac{r_{1}^{2}\omega_{E}^{2} \left(\mu_{\parallel}-1\right)\omega_{c}^{2}}{4\xi_{2}^{2}\mu_{\perp} \left(\mu_{\parallel}\omega_{sk}^{2}+\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E}\right)} \right]^{1/2} - \\ &- i\frac{r_{1}\omega_{E}}{2}\frac{\left(\mu_{\parallel}-1\right)\omega_{c}^{2}}{\xi_{2}^{2}\mu_{\perp} \left(\mu_{\parallel}\omega_{sk}^{2}+\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E}\right)}. \end{split}$$
(13.3.3)

Квазимагнитные ветви $\omega_1 - \omega_3$ являются чисто релаксационными. Остальные ветви соответствуют квазиупругим и квазиэлектромагнитным колебаниям. Они являются затухающими. При большой величине параметра релаксации эти колебания могут стать нераспространяющимися.

При малом затухании в магнитной подсистеме $(r_{1,2} \rightarrow 0)$ решения дисперсионного уравнения (13.2.2) в длинноволновом приближении имеют вид:

$$\omega_{1,2}^{2} = \omega_{A}^{2} + \omega_{c}^{2}/\mu_{\perp} + \omega_{t}^{2},
\omega_{3,4}^{2} = \omega_{t}^{2} \left(1 - \frac{\xi_{2}^{2}\omega_{E}\omega_{me}}{\mu_{\perp} \left[\xi_{2}^{2}\omega_{sk}^{2} + \xi_{1}^{2}\omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E} + (\xi_{1}\omega_{H2} - \xi_{2}\omega_{H1})^{2}/(1 - \eta) \right]} \right),
\omega_{5,6}^{2} = \frac{\omega_{c}^{2}}{\mu_{\perp}},
\omega_{7} = -i \frac{\left(r_{1}\xi_{2}^{2} + r_{2}\xi_{1}^{2}\delta^{2} \right)\omega_{E} \left(\mu_{||}\Omega_{31}^{2} + \omega_{L}\omega_{H1}^{2}/\omega_{E} \right)}{\xi_{2}^{2}(1 - \eta)\Omega_{31}^{2} + \xi_{1}^{2}(\mu_{||} - 1)\omega_{H2}^{2} + (\xi_{1}\omega_{H2} - \xi_{2}\omega_{H1})^{2}}.$$
(13.3.4)

Здесь при записи законов дисперсии распространяющихся связанных мод пренебрегли затуханием из-за его малости.
Из выражения для частот $\omega_1 - \omega_7$ (13.3.3)–(13.3.4) видно, что связанные квазиупругие и квазиэлектромагнитные волны (при распространении вдоль оси z) в точке ОФП не «смягчаются» и, как было определено ранее в [404], существует чисто релаксационная продольная спиновая мода колебаний ω_7 . Отсутствие «смягчения» квазиупругих и квазиэлектромагнитных волн в точке ОФП обусловлено дипольным взаимодействием при распространении этих волн вдоль **L**.

13.4. Колебания, связанные с квазиантиферромагнитной модой

Дисперсионное уравнение (13.2.3) дает частоту активации квазиантиферромагнитной ветви колебаний АФМ:

$$\Omega_A^2 = \omega_{21} \left(\omega_E \xi_2^2 \mu_\perp + \omega_{BK} \delta^2 \xi_3^2 - 2\xi_2 \xi_3 \delta \omega_{D'} \right).$$
(13.4.1)

В точке ОФП I рода, соответствующего переориентации $L_z \to L_y$ при $H = H_2$ (13.1.7'), когда $\omega_{21} = \omega_{me}$, частота активация частоты Ω_A определяется МУ взаимодействием:

$$\Omega_{A1}^{2} = \omega_{me} \left(\omega_{E} \xi_{2}^{2} \mu_{\perp} + \omega_{BK} \delta^{2} \xi_{3}^{2} - 2\xi_{2} \xi_{3} \delta \omega_{D'} \right).$$
(13.4.2)

При ОФП II рода («спин-флип»), соответствующем полю $H = H_3$ (13.1.8') и равенству $\omega_E \omega_{BK} - \omega_{D'}^2 = 0$, частота активация квазиантиферромагнитной ветви имеет вид

$$\Omega_{A2}^{2} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{E}} \left(\omega_{E}^{2} \xi_{2}^{2} + \xi_{3} \delta \omega_{D'} \left(\xi_{3} \delta \omega_{D'} - 2 \xi_{2} \omega_{E} \right) \right).$$
(13.4.3)

Таким образом, в точке данного ОФП активация частоты Ω_{A2} определяется в основном магнитной анизотропией.

Решить дисперсионное уравнение (13.2.3) аналитически невозможно, поэтому рассмотрим его решения в некоторых частных случаях. Сначала найдем вид чисто спиновых колебаний (без учета упругих и электромагнитных колебаний) в случае большой релаксации в магнитной подсистеме, когда $r\omega_E$ много больше всех частот:

$$\omega_{1,2} = -i \frac{r_1 \omega_E \mu_\perp + r_2 (\omega_{21} + \omega_{BK})}{2} \pm \\
\pm i \left[\left(\frac{r_1 \omega_E \mu_\perp + r_2 (\omega_{21} - \omega_{BK})}{2} \right)^2 - \omega_{21} (\omega_{BK} (\xi_3^2 \delta^2 + r_2^2) + \\
+ \omega_E \mu_\perp (r_1 r_2 + \xi_2^2) - 2\xi_2 \xi_3 \delta \omega_{D'}) + r_1 r_2 \omega_{D'}^2 \right]^{1/2}, \\
\omega_3 = -i (\omega_E \mu_\perp \omega_{BK} - \omega_{D'}^2) (\xi_3^2 \delta^2 r_1 + r_1 r_2^2 + \xi_2^2 r_2) \omega_{21} \times \\
\times \left[\omega_{21} (\omega_{BK} (\xi_3^2 \delta^2 + r_2^2) + \omega_E \mu_\perp (r_1 r_2 + \xi_2^2) - 2\xi_2 \xi_3 \delta \omega_{D'}) + \\
+ r_1 r_2 (\omega_E \omega_{BK} \mu_\perp - \omega_{D'}^2) \right]^{-1}.$$
(13.4.4)

Видно, что ветви спиновых колебаний (13.4.4) являются затухающими и при больших значениях $r_{1,2}$ могут стать нераспространяющимися.

В случае незначительной релаксации в магнитной подсистеме $(r_{1,2} \rightarrow 0)$ и в длинноволновом приближении ветви связанных колебаний имеют вид:

$$\begin{split} \omega_{1,2} &= \pm \left[\omega_{21} \left(\omega_E \xi_2^2 \mu_\perp + \omega_{BK} \delta^2 \xi_3^2 - 2\xi_2 \xi_3 \omega_{D'} \right) + \omega_c^2 \right]^{1/2}, \\ \omega_3 &= \omega_l, \\ \omega_4 &= \omega_t \left[1 - \frac{\omega_{me}}{\omega_{21}} \right]^{1/2}, \\ \omega_{5,6} &= \pm \omega_c \left[1 - \frac{\xi_2^2 \omega_L}{\mu_\perp \omega_E \xi_2^2 + \omega_{BK} \delta^2 \xi_3^2 - 2\xi_2 \xi_3 \omega_{D'}} \right], \end{split}$$
(13.4.5)
$$\omega_7 &= -i \frac{\left(r_1 \xi_3^2 \delta^2 + r_2 \xi_2^2 \right) \left(\omega_E \omega_{BK} - \omega_{D'}^2 \right)}{\omega_E \xi_2^2 + \omega_{BK} \delta^2 \xi_3^2 - 2\xi_2 \xi_3 \omega_{D'}}. \end{split}$$

Ветви $\omega_{1,2}$, ω_7 отвечают спиновым поперечным и продольным колебаниям, ветви $\omega_{3,4}$ — продольной и поперечной квазиупругим волнам, $\omega_{5,6}$ — квазиэлектромагнитным колебаниям. Из (13.4.5) видно, что при ОФП I рода (13.1.8') мягкими модами являются квазиупругая поперечная ветвь колебаний ω_4 и релаксационная спиновая мода ω_7 . В самой точке перехода данная ветвь квадратично зависит от волнового числа.

Из системы уравнений, описывающих связанные колебания (13.2.1), также можно получить тензор магнитной восприимчивости, вид которого приведен в приложении 7.

13.5. Обсуждение результатов

Исследования спектра колебаний АФМ в фазе $\mathbf{M} \| \mathbf{x}, \mathbf{L} \| \mathbf{z}$ проводились при учете продольной восприимчивости, релаксации в магнитной подсистеме, МУ взаимодействия, взаимодействия Дзялошинского и анизотропии \widehat{g} -фактора. Анизотропия \widehat{g} -фактора и учет продольной восприимчивости соответствует отказу от условия постоянства и равенства намагниченностей подрешеток. Вследствие этого в динамике АФМ кроме прецессионного движения векторов **M** и **L** становятся возможными их поперечные и продольные релаксационные колебания. Анализируя полученные решения дисперсионных уравнений, можно сделать следующие выводы.

Анизотропия g-фактора, продольная восприимчивость, взаимодействие Дзялошинского, МУ и ЭМ-спиновое взаимодействия в случае слабого затухания в магнитной подсистеме оказывают существенное влияние на колебания квазиферромагнитной моды, что проявляется в аддитивных вкладах в ее активацию. На колебания квазиантиферромагнитной моды оказывают влияние лишь МУ взаимодействие и анизотропия g-фактора. В случае незначительной релаксации все колебания являются слабозатухающими. Учет продольной восприимчивости и релаксации также приводит к появлению релаксационных

колебаний в магнитной подсистеме. В случае большой величины релаксационных членов все квазиспиновые колебания становятся сильнозатухающими, а распространяющимися являются только волны, которые слабо взаимодействуют с магнитной подсистемой — это квазиэлектромагнитные и квазиупругие, но вдали от точек ориентационных фазовых переходов. Учет всех перечисленных факторов приводит к тому, что спиновые колебания являются активационными. В случае распространения волн вдоль вектора АФМ мягкой модой становится квазиупругая поперечная ветвь колебаний, только в точке ОФП I рода с переориентацией $L_z \to L_y$. На распространение продольной упругой моды, при малом затухании, выше перечисленные факторы влияния практически не оказывают.

Анализируя выражения, определяющие активации квазиспиновых ветвей колебаний (13.3.1), (13.3.2), (13.4.1)–(13.4.3), можно заключить, что анизотропия *g*-фактора, МУ взаимодействие, взаимодействие Дзялошинского вносят определенный вклад в величину активаций. Однако ЭМ-спиновое взаимодействие дает вклад только в активацию квазиферромагнитной ветви. Анизотропия *g*-фактора ($\xi_1 \neq \xi_2$) без учета ЭМ-спинового взаимодействия вносит вклад в активацию от взаимодействия Дзялошинского. Также анизотропия способна либо увеличить, либо уменьшить (в зависимости от соотношения ξ_1 и ξ_2) вклад ЭМ-спинового взаимодействия в активацию. Отметим, что полученные выражения активаций наиболее полно учитывают взаимодействия между подсистемами в АФМ.

В приложении 7 приведен тензор магнитной восприимчивости АФМ. Видно что в данной фазе АФМ компонента тензора χ_{xx} будет иметь особенности на частотах, относящихся к квазиантиферромагнитной ветви, а все оставшиеся компоненты — на частотах квазиферромагнитной ветви. Особый интерес представляет вид компонент тензора восприимчивости в статическом пределе $\omega \to 0$, $k \to 0$. Недиагональные компоненты в этом случае обращаются в нуль, а диагональные имеют вид:

$$\chi_{xx}(\omega=0, \ k=0) = \frac{\omega_L}{4\pi} \cdot \frac{\omega_{BK}}{\omega_{BK}\omega_E - \omega_{D'}^2},\tag{13.5.1}$$

$$\chi_{yy}(\omega = 0, \, k = 0) = \chi_{\perp},\tag{13.5.2}$$

$$\chi_{zz}(\omega = 0, \ k = 0) = \chi_{||} + \chi_{\perp} \frac{(\eta \omega_H + \omega_d)^2}{\Omega_{31}^2}.$$
(13.5.3)

Компонента χ_{yy} соответствует статическому пределу. В нулевом поле и без учета взаимодействия Дзялошинского χ_{zz} также соответствует статическому пределу. Однако их учет вводит дополнительный член, который является малым, но при потере устойчивости системы (13.1.6) ($\Omega_{31}^2 = 0$) стремится в бесконечность. Аналогично ведет себя и компонента χ_{xx} , при потере устойчивости (13.1.8) обращается в нуль знаменатель выражения (13.5.1) и, соответственно, χ_{xx} стремится к бесконечности.

Приложения

Приложение 1

Выражения МУ и упругой энергии для случая ромбоэдрического антиферромагнетика имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} F_{my} &= \left(b_1 L_x^2 + b_2 L_y^2 + b_3 L_z^2 + b_5 L_y L_z\right) u_{xx} + \\ &+ \left(b_2 L_x^2 + b_1 L_y^2 + b_3 L_z^2 - b_5 L_y L_z\right) u_{yy} + \\ &+ \left[b_4 \left(L_x^2 + L_y^2\right) + b_7 L_z^2\right] u_{zz} + \left[b_6 \left(L_x^2 - L_y^2\right) + b_8 L_y L_z\right] u_{yz} + \\ &+ \left(2b_6 L_x L_y + b_8 L_z L_x\right) u_{zx} + \left[2 \left(b_1 - b_2\right) L_x L_y + 2b_5 L_z L_x\right] u_{xy}, \\ F_y &= \frac{c_1}{2} \left(u_{xx}^2 + u_{yy}^2\right) + c_2 u_{xx} u_{yy} + \frac{c_3}{2} u_{zz}^2 + \\ &+ c_4 \left(u_{xx} + u_{yy}\right) u_{zz} + (c_1 - c_2) u_{xy}^2 + \frac{c_5}{2} \left(u_{yz}^2 + u_{zx}^2\right) + \\ &+ c_6 \left(u_{xx} u_{yz} - u_{yy} u_{yz} + 2u_{xy} u_{zx}\right) - u_{\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta}. \end{aligned}$$

Равновесные значения параметров для АФЛП:

$$\begin{split} \mathbf{M} \| \mathbf{H}, \quad L \simeq L_{0}, \quad \mathbf{L} \perp \mathbf{H}, \\ M &= \frac{\kappa_{1}H + G_{1}L_{0} \left(E_{x} \cos 3\varphi - E_{y} \sin 3\varphi \right)}{A\kappa_{1} + G_{1}^{2}L_{0}^{2}}, \\ P_{x}^{(0)} &= \frac{\left(A\kappa_{1} - G_{1}^{2}L_{0}^{2} \sin^{2} 3\varphi \right) E_{x} - \frac{1}{2}G_{1}^{2}L_{0}^{2}E_{y} \sin 6\varphi + \kappa_{1}G_{1}L_{0}H \cos 3\varphi}{\kappa_{1} \left(A\kappa_{1} - G_{1}^{2}L_{0}^{2} \right)}, \\ P_{y}^{(0)} &= \frac{\left(A\kappa_{1} - G_{1}^{2}L_{0}^{2} \cos^{2} 3\varphi \right) E_{y} - \frac{1}{2}G_{1}^{2}L_{0}^{2}E_{x} \sin 6\varphi - \kappa_{1}G_{1}L_{0}H \sin 3\varphi}{\kappa_{1} \left(A\kappa_{1} - G_{1}^{2}L_{0}^{2} \right)}, \\ P_{y}^{(0)} &= E_{z}/\kappa_{2}; \\ u_{xx,yy}^{(0)} &= -\frac{L_{0}^{2}}{2} \left(\frac{(cb)_{+}}{(cc)_{+}} \mp \frac{(cb)_{-}}{(cc)_{-}} \right) \pm \frac{c_{5}}{2(cc)_{-}} \left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy} \right) + \\ &+ \frac{1}{2(cc)_{+}} \left[c_{3} \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} \right) - 2c_{4}\sigma_{zz} \right], \\ u_{zz}^{(0)} &= -L_{0}^{2} \frac{[cb]_{+}}{(cc)_{+}} + \frac{(c_{1} + c_{2})\sigma_{zz} - c_{4} \left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} \right)}{(cc)_{+}}, \\ u_{yz}^{(0)} &= \delta \cos 3\varphi, \quad u_{zx}^{(0)} = \delta \sin 3\varphi, \quad u_{xy}^{(0)} = 0, \\ \delta &= L_{0}^{2} \frac{[cb]_{-}}{(cc)_{-}} - \frac{c_{6}}{(cc)_{-}} \left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy} \right). \end{split}$$

Здесь введены обозначения:

$$(cn)_{+} = c_{3} (n_{1} + n_{2}) - 2c_{4}n_{4},$$

$$(cn)_{-} = c_{5} (n_{1} - n_{2}) - 2c_{6}n_{6},$$

$$[np]_{+} = (n_{1} + n_{2}) p_{4} - (p_{1} + p_{2}) n_{4},$$

$$[np]_{-} = (n_{1} - n_{2}) p_{6} - (p_{1} - p_{2}) n_{6},$$

$$n, p \equiv c, b.$$

$$(\Pi 1.5)$$

Новая система координат xyz повернута относительно старой на угол φ вокруг **z**, так что теперь **H**||**X**; в этой системе рассмотрены только диагональные компоненты σ . Значения эффективных МУ полей следующие:

$$H_{1} = 2L_{0} \left[(b_{1} - b_{2}) \left(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} + 2b_{6}\delta \right) \right],$$

$$H_{2} = 2L_{0} \left[b_{5} \left(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} \right) + b_{8}\delta \right],$$

$$H_{3} = 2L_{0} \left[(b_{3} - b_{2}) u_{xx}^{(0)} + (b_{3} - b_{1}) u_{yy}^{(0)} + (b_{7} - b_{4}) u_{zz}^{(0)} + b_{6}\delta \right],$$

$$H_{4} = 2L_{0} \left[bu_{xx}^{(0)} + b_{1}u_{yy}^{(0)} + b_{4}u_{zz}^{(0)} - b_{6}\delta \right].$$

(II1.6)

Приложение 2

Приведем для магнитной фазы $\mathbf{M} \| [001]$ дисперсионные уравнения связанных МУ волн, распространяющихся в плоскостях (010), (110) и (001).

При распространении МУ волн в плоскости (010) (θ_k — произвольное, $\varphi_k = 0$; θ_k , φ_k — полярный и азимутальный углы волнового вектора **k**) дисперсионное уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \left(\omega_{sk}^{2} - \omega\right)\left(\omega^{2} - \omega_{2}^{2}\right)\left[\left(\omega^{2} - \omega_{1}^{2}\right)\left(\omega^{2} - \omega_{3}^{2}\right) - \omega_{4}^{4}\right] + \\ &+ \omega_{MY2}\omega_{2t}^{2}\omega_{2t}^{2}A\cos^{2}2\theta_{k}\left(\omega^{2} - \omega_{2}^{2}\right)\left(\omega^{2} - \omega_{3}^{2}\right) + \\ &+ \omega_{MY2}\omega_{2t}^{2}\left(A + 4\pi gM_{0}\sin^{2}\theta_{k}\right)\cos^{2}\theta_{k}\left[\left(\omega^{2} - \omega_{1}^{2}\right)\left(\omega^{2} - \omega_{3}^{2}\right) - \omega_{4}^{4}\right] + \\ &+ \omega_{MY2}\omega_{2t}^{2}\sin^{2}2\theta_{k}A\left(\omega^{2} - \omega_{1}^{2}\right)\left(\omega^{2} - \omega_{2}^{2}\right) + \\ &+ \omega_{MY2}^{2}\omega_{2t}^{2}\left(A + 4\pi gM_{0}\sin^{2}\theta_{k}\right)\cos 2\theta_{k}\sin 2\theta_{k}\omega_{4}^{2}\left(\omega^{2} - \omega_{2}^{2}\right) + \\ &+ \omega_{MY2}^{2}\omega_{2t}^{4}\cos^{2}\theta_{k}\left[\cos^{2}2\theta_{k}\left(\omega^{2} - \omega_{3}^{2}\right) + \\ &+ \sin^{2}2\theta_{k}\left(\omega^{2} - \omega_{1}^{2}\right) + \sin 4\theta_{k}\omega_{4}^{2}\right] = 0. \quad (\Pi 2.1) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{split} \omega_1^2 &= \omega_{2t}^2 + \left[k^2 \left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) / 2\rho \right] \sin^2 2\theta_k, \\ \omega_2^2 &= \omega_{2t}^2, \\ \omega_3^2 &= \omega_{1l}^2 + \left[k^2 \left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) / 2\rho \right] \sin^2 2\theta_k, \\ \omega_4^2 &= \left[k^2 \left(2c_{44} + c_{12} - c_{11} \right) / 4\rho \right] \sin 4\theta_k; \end{split}$$

 ω_{sk} , A определяются формулами (2.2.34).

Для МУ волн, распространяющихся в плоскости (110) ($\varphi_k = \pi/4$, θ_k — произвольное), получаем

$$(\omega_{sk}^{2} - \omega^{2}) \left[(\omega^{2} - \omega_{1}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{3}^{2}) - \omega_{4}^{4} \right] (\omega^{2} - \omega_{2}^{2}) + + \omega_{MY2} \omega_{2t}^{2} A \cos^{2} 2\theta_{k} (\omega^{2} - \omega_{2}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{3}^{2}) + + \omega_{MY2} \omega_{2t}^{2} (A + 4\pi g M_{0} \sin^{2} \theta_{k}) \cos^{2} \theta_{k} \left[(\omega^{2} - \omega_{3}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{1}^{2}) - \omega_{4}^{4} \right] + + \omega_{MY2} \omega_{2t}^{2} A \sin^{2} 2\theta_{k} (\omega^{2} - \omega_{2}^{2}) + + \omega_{MY2} \omega_{2t}^{2} A \sin^{2} 2\theta_{k} (\omega^{2} - \omega_{2}^{2}) (\omega^{2} - \omega_{1}^{2}) + + \omega_{MY2}^{2} \omega_{2t}^{4} \cos^{2} \theta_{k} \left[\sin^{2} 2\theta_{k} (\omega^{2} - \omega_{1}^{2}) - - \omega_{4}^{2} \sin 4\theta_{k} + \cos^{2} 2\theta_{k} (\omega^{2} - \omega_{3}^{2}) \right] = 0, \quad (\Pi 2.2)$$

где

$$\begin{split} \omega_1^2 &= \omega_{2t}^2 + \left[3 \left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) k^2 / 8\rho \right] \sin^2 2\theta_k, \\ \omega_2^2 &= \omega_{2t}^2 + \left[\left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) k^2 / 8\rho \right] \sin^2 \theta_k, \\ \omega_3^2 &= \omega_{1l}^2 - \left[3 \left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) k^2 / 8\rho \right] \sin^2 2\theta_k - \\ &- \left[\left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) k^2 / 2\rho \right] \sin^2 \theta_k, \\ \omega_4^2 &= - \left[\left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) k^2 / 2\rho \right] \sin 2\theta_k \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta_k \right). \end{split}$$

Если же МУ волны распространяются в плоскости (001) $\theta_k = \pi/2$ (φ_k — произвольное), то дисперсионное уравнение выглядит следующим образом:

$$\begin{split} \left[\left(\omega_{sk}^2 - \omega^2 \right) \left(\omega^2 - \omega_{2t}^2 \right) + \omega_{\text{MY2}} A \omega_{2t}^2 \right] \times \\ & \times \left[\left(\omega^2 - \omega_{2t}^2 \right) \left(\omega^2 - \omega_{1t}^2 \right) + \sin^2 2\varphi_k \omega_1^2 \omega_2^2 \right] = 0, \quad (\Pi 2.3) \end{split}$$
где
$$\omega_1^2 = k^2 \left(c_{11} + c_{12} \right) / 2\rho, \ \omega_2^2 = k^2 \left(c_{11} - c_{12} - 2c_{44} \right) / 2\rho.$$

Приложение 3

Приведем тензор динамической магнитной проницаемости для кубического ферромагнетика, который получается из системы связанных уравнений (3.2.1)–(3.2.3) при учете магнитоупругого, электромагнитно-спинового и акусто-электромагнитного взаимодействий. Знание этого тензора необходимо при изучении динамических свойств ферромагнетиков, например, для исследования КО ЭМ волн от поверхности ферромагнетиков.

Тензор магнитной проницаемости имеет вид $\mu_{ij}(\omega, k) = \delta_{ij} + 4\pi \chi_{ij}(\omega, k)$, где $\chi_{xx} = \chi_{yy} = gM_0 \frac{A \cdot B + C \cdot D}{E \cdot F}$; $\chi_{yx} = -\chi_{xy} = -igM_0 \frac{A \cdot G + C \cdot K}{E \cdot F}$; $A = \omega \omega_M (\omega^2 - \omega_t^2)$; $B = \omega \omega_M \omega_{sk} (\omega^2 - \omega_t^2) + \omega_{me} \omega_t^2 (\omega_M (\omega - i4\pi\xi\sigma) + 4\pi\xi(\sigma'\omega + i\sigma(1 - 2\xi)\omega_{sk}))$;

$$\begin{split} C &= 4\pi\xi(1-\xi)\omega_{me}^2\omega_t^4;\\ D &= 4\pi\xi^2(\sigma'^2+\sigma^2)\omega_{sk} + (i\sigma\omega+4\pi\xi(\sigma'^2+\sigma^2))\omega_M;\\ E &= (\omega_{sk}-\omega)(\omega\omega_M(\omega^2-\omega_t^2)-4\pi\xi^2(\sigma'+i\sigma)\omega_{me}\omega_t^2)+\\ &+\omega_M\omega_{me}\omega_t^2(\omega-4\pi\xi(\sigma'+i\sigma));\\ F &= (\omega_{sk}+\omega)\left(\omega\omega_M(\omega^2-\omega_t^2)+4\pi\xi^2(\sigma'-i\sigma)\omega_{me}\omega_t^2\right)+\\ &+\omega_M\omega_{me}\omega_t^2(\omega+4\pi\xi(\sigma'-i\sigma));\\ G &= \omega^2\omega_M(\omega^2-\omega_t^2)+4\pi\xi\omega_{me}\omega_t^2\left(\sigma'(\omega_M+\omega_{sk})-i\xi\sigma\omega\right);\\ K &= 4\pi\xi^2(\sigma'^2+\sigma^2)+\sigma'\omega_M;\\ \sigma &= \sigma_{xx}-i\omega\varepsilon/4\pi, \quad \sigma' = \sigma_{xy}, \quad \xi = B_0M_0/B_2. \end{split}$$

Приложение 4

Выражение для плотности пьезомагнитной энергии ортоферрита со структуро
й $2^-_x 2^+_y \ [499]$ имеет вид

$$\begin{split} F_{\Pi M} &= \left(\lambda_{xzxx}m_xl_z + \lambda_{zxxx}m_zl_x\right)u_{xx} + \left(\lambda_{xzyy}m_xl_z + \lambda_{zxyy}m_zl_x\right)u_{yy} + \\ &+ \left(\lambda_{xzzz}m_xl_z + \lambda_{zxzz}m_zl_x\right)u_{zz} + \left(\lambda_{xyyz}m_xl_y + \lambda_{yxyz}m_yl_x\right)u_{yz} + \\ &+ \left(\lambda_{xxzx}m_xl_x + \lambda_{yyzx}m_yl_y + \lambda_{zzzx}m_zl_z\right)u_{zx} + \\ &+ \left(\lambda_{yzxy}m_yl_z + \lambda_{zyxy}m_zl_y\right)u_{xy}. \end{split}$$

Приложение 5

Равновесные значения тензора деформаций в случае неоднородности магнитной структуры только вдоль оси **z** имеют вид

$$\begin{split} u_{xx}^{0} &= U_{1} + U_{2}, \quad u_{yy}^{0} = -U_{1} + U_{2}, \\ u_{zz}^{0} &= -\frac{1}{c_{33}} \left[c_{13} \left(u_{xx}^{0} + u_{yy}^{0} \right) + \left(b_{33} - b_{11} \right) M_{z}^{2} + \frac{1}{2} b_{1} \mathbf{M}^{2} + \lambda_{5} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^{2} \right], \\ u_{xy}^{0} &= i \frac{b_{11} - b_{12}}{4 \left(c_{11} - c_{12} \right)} \left[\langle M_{+}^{2} \rangle - \langle M_{-}^{2} \rangle + \frac{z}{\langle z^{2} \rangle} \left(\langle zM_{+}^{2} \rangle - \langle zM_{-}^{2} \rangle \right) \right], \\ u_{xz}^{0} &= -\frac{b_{44}}{4 c_{44}} M_{z} \left(M_{+} + M_{-} \right), \quad u_{yz}^{0} &= -i \frac{b_{44}}{4 c_{44}} M_{z} \left(M_{-} + M_{+} \right), \\ U_{1} &= -\frac{b_{11} - b_{12}}{4 \left(c_{11} - c_{12} \right)} \left[\langle M_{+}^{2} \rangle + \langle M_{-}^{2} \rangle + \frac{z}{\langle z^{2} \rangle} \left(\langle zM_{+}^{2} \rangle - \langle zM_{-}^{2} \rangle \right) \right], \\ U_{2} &= -\frac{c_{33} \left(b_{11} - b_{12} \right)}{2\Delta} \left[\langle M_{+}M_{-} \rangle + \frac{z}{\langle z^{2} \rangle} \left(zM_{+}M_{-} \rangle \right) \right] - \\ - \frac{A_{1}}{\Delta} \left(\langle M_{z}^{2} \rangle + \frac{z}{\langle z^{2} \rangle} \left\langle zM_{z}^{2} \rangle \right) - \frac{A_{2}}{\Delta} \left[\left\langle \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^{2} \right\rangle + \frac{z}{\langle z^{2} \rangle} \left\langle z \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right)^{2} \right\rangle \right] - \\ - \frac{A_{3}}{\Delta} \left(\langle \mathbf{M}^{2} \rangle + \langle z\mathbf{M}^{2} \rangle \right), \end{split}$$

$$\begin{aligned} A_1 &= c_{33} \left(b_{13} - b_{12} \right) - c_{13} \left(b_{33} - b_{31} \right), \quad A_2 &= c_{33} \lambda_4 - c_{13} \lambda_5, \\ A_3 &= c_{33} b_0 - c_{13} b_1, \quad \Delta &= c_{33} \left(c_{11} + c_{12} \right) - 2 c_{13}^2, \\ \lambda_5 &= \lambda_{zzzz}, \quad \lambda_4 &= \lambda_{zzxx, zzyy}, \end{aligned}$$

 b_0, b_1 — постоянные обменной магнитострикции. Им соответствуют в энергии (10.1.1) слагаемые

$$\frac{1}{2}b_0\mathbf{M}^2\left(u_{xx}+u_{yy}\right)+\frac{1}{2}b_1\mathbf{M}^2u_{zz}.$$

Приложение 6

Равновесный тензор деформаций в фазе LSW имеет вид

$$u_{ik}^{0} = 0 \quad (i \neq k),$$

$$u_{zz}^{0} = -\frac{\gamma_{33} - \gamma_{31}}{c_{33}} M_{z}^{2} - \frac{2c_{13}}{c_{33}} u_{xx}^{0} - \frac{\gamma_{1}}{2c_{33}} M_{z}^{2},$$

$$u_{xx}^{0} = u_{yy}^{0} = -\frac{c_{33}}{\Delta} \left(\widetilde{\gamma}_{1} - \frac{c_{13}}{c_{33}} \widetilde{\gamma}_{3} \right) \sum_{n} M_{n}^{z} M_{-n}^{z},$$

(II6.1)

где $\widetilde{\gamma}_1 = \gamma_{13} - \gamma_{12} + \gamma_1/2$, $\widetilde{\gamma}_3 = \gamma_{33} - \gamma_{31} + \gamma_3/2$, $\Delta = c_{33}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^2$. Равновесный тензор деформаций в фазе *FS* в приближении $qd \gg 1$

выражается следующими формулами:

$$u_{xx}^{0} = u_{yy}^{0} = -\frac{c_{33}}{2\Delta} (\gamma_{11} - \gamma_{12}) M_{0}^{2} \sin^{2} \theta - \frac{1}{\Delta} [c_{33}(\gamma_{13} - \gamma_{12}) - c_{13}(\gamma_{33} - \gamma_{31})] M_{0}^{2} \cos^{2} \theta,$$

$$u_{zz}^{0} = -\frac{2c_{13}}{c_{33}} u_{xx}^{0} - \frac{1}{c_{33}} (\gamma_{33} - \gamma_{31}) M_{0}^{2} \cos^{2} \theta,$$

$$u_{xz}^{0} = -\frac{\gamma_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \cos qz, \quad u_{yz}^{0} = -\frac{\gamma_{44}}{4c_{44}} M_{0}^{2} \sin 2\theta \sin qz,$$

$$u_{xy}^{0} = 0.$$
(II6.2)

Приложение 7

Коэффициенты дисперсионного уравнения (13.2.2):

$$\begin{split} &d_{0} = -\omega_{E}\omega_{c}^{2}\omega_{t}^{2}\left[r_{1}^{2}r_{2} + r_{1}\xi_{2}^{2} + r_{2}\xi_{1}^{2}\frac{\omega_{H2}^{2}}{\omega_{E}^{2}}\right]\left(\mu_{||}\Omega_{31}^{2} + \frac{\omega_{L}}{\omega_{E}}\omega_{H1}^{2}\right),\\ &d_{1} = i\omega_{c}^{2}\omega_{t}^{2}\left[\xi_{2}^{2}(1-\eta)\Omega_{31}^{2} + \xi_{1}^{2}\left(\mu_{||}-1\right)\omega_{H2}^{2} + \left(\xi_{1}\omega_{H2}-\xi_{2}\omega_{H1}\right)^{2} + \\ &+ r_{1}^{2}\omega_{E}^{2}\mu_{||} + r_{1}r_{2}\left(\Omega_{31}^{2} + \mu_{\perp}\left(\Omega_{31}^{2}(1-\eta) + \omega_{H1}^{2}\right)\right)\right],\\ &d_{2} = \omega_{E}\left\{\omega_{c}^{2}\omega_{t}^{2}\left[r_{1}\left(\mu_{||} + \frac{\chi_{||}}{\chi_{\perp}}\right) + r_{2}\frac{1}{\omega_{E}^{2}}\left((1-\eta)\Omega_{31}^{2} + \omega_{H1}^{2}\right)\right] + \\ &+ \left[r_{1}^{2}r_{2} + r_{1}\xi_{2}^{2} + r_{2}\xi_{1}^{2}\frac{\omega_{H2}^{2}}{\omega_{E}^{2}}\right]\left[\omega_{c}^{2}\left(\mu_{||}\omega_{sk}^{2} + \frac{\omega_{L}}{\omega_{E}}\omega_{H1}^{2}\right) + \\ &+ \omega_{t}^{2}\mu_{\perp}\left(\mu_{||}\Omega_{31}^{2} + \frac{\omega_{L}}{\omega_{E}}\omega_{H1}^{2}\right)\right]\right\}, \end{split}$$

$$\begin{split} d_{3} &= -i\left\{(1-\eta)\omega_{c}^{2}\omega_{t}^{2} + \omega_{c}^{2}\left[\xi_{2}^{2}(1-\eta)\omega_{sk}^{2} + \xi_{1}^{2}\left(\mu_{||}-1\right)\omega_{H2}^{2} + \right. \\ &+ \left.\left(\xi_{1}\omega_{H2} - \xi_{2}\omega_{H1}\right)^{2} + r_{1}^{2}\omega_{E}^{2}\left(\mu_{||}-1\right) + \right. \\ &+ r_{1}r_{2}\left(\omega_{sk}^{2} + \mu_{\perp}\left((1-\eta)\omega_{sk}^{2} + \omega_{H1}^{2}\right)\right)\right] + \\ &+ \omega_{t}^{2}\left[\xi_{2}^{2}(1-\eta)\mu_{\perp}\Omega_{31}^{2} + \mu_{\perp}\left(\xi_{1}\omega_{H2} - \xi_{2}\omega_{H1}\right)^{2} + \right. \\ &+ \xi_{1}^{2}\left(\mu_{||}-1\right)\mu_{\perp}\omega_{H2}^{2} + r_{1}^{2}\omega_{L}\omega_{E}\left(1-\eta+\mu_{||}\right) + \\ &+ r_{1}r_{2}\left((2-\eta)\omega_{sk}^{2} + \omega_{H1}^{2} + 2\frac{\omega_{L}}{\omega_{E}}\left((1-\eta)\Omega_{31}^{2} + \omega_{H1}^{2}\right)\right)\right]\right\}, \\ d_{4} &= -\left[r_{1}\xi_{2}^{2} + r_{1}^{2}r_{2} + r_{2}\xi_{1}^{2}\frac{\omega_{H2}^{2}}{\omega_{E}^{2}}\right]\omega_{E}\mu_{\perp}\left(\mu_{||}\omega_{sk}^{2} + \frac{\omega_{L}}{\omega_{E}}\omega_{H1}^{2}\right) - \\ &- \omega_{c}^{2}\left[r_{1}\omega_{E}\left(1-\eta+\mu_{||}\right) + \frac{r_{2}}{\omega_{E}}\left((1-\eta)\omega_{sk}^{2} + \omega_{H1}^{2}\right)\right] - \\ &- \omega_{t}^{2}\left[r_{1}\omega_{E}\left(2\mu_{||}-\eta\right) + \frac{r_{2}}{\omega_{E}}\left[(1-\eta)\Omega_{31}^{2} + \omega_{H1}^{2}\right]\right], \\ d_{5} &= i\left\{(1-\eta)\left(\omega_{c}^{2} + \omega_{t}^{2} + \xi_{2}^{2}\mu_{\perp}\omega_{sk}^{2} + \xi_{1}^{2}\mu_{\perp}\frac{\omega_{L}}{\omega_{E}}\omega_{H2}^{2}\right) + \\ &+ \mu_{\perp}\left(\xi_{1}\omega_{H2} - \xi_{2}\omega_{H1}\right)^{2} + r_{1}^{2}\omega_{E}^{2}\mu_{\perp}\mu_{||} + \\ &+ r_{1}r_{2}\left(\omega_{sk}^{2} + \left(2\mu_{\perp}-1\right)\left((1-\eta)\omega_{sk}^{2} + \omega_{H1}^{2}\right)\right)\right\}, \\ d_{6} &= \omega_{E}\left\{r_{1}\left(1-\eta+\mu_{||}\right) + \frac{r_{2}}{\omega_{E}^{2}}\left((1-\eta)\omega_{sk}^{2} + \omega_{H1}^{2}\right)\right\}, \\ d_{7} &= -i(1-\eta). \end{split}$$

Коэффициенты дисперсионного уравнения (13.2.3):

$$\begin{split} f_{0} &= \omega_{c}^{2} \omega_{t}^{2} \omega_{l}^{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \left(\left(\omega_{BK} - \omega_{mel} \right) \omega_{E} - \omega_{D'}^{2} \right) \times \\ &\times \left(\xi_{3}^{2} r_{1} \delta^{2} + \xi_{2}^{2} r_{2} + r_{1} r_{2}^{2} \right), \\ f_{1} &= -i \omega_{c}^{2} \omega_{t}^{2} \omega_{l}^{2} \left\{ \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \left[\left(\omega_{BK} - \omega_{mle} \right) \left(r_{2}^{2} + \xi_{3}^{2} \delta^{2} \right) + \\ &+ \omega_{E} \left(\xi_{2}^{2} + r_{1} r_{2} \right) - \omega_{D'} 2 \xi_{2} \xi_{3} \delta \right] + r_{1} r_{2} \left(\left(\omega_{BK} - \omega_{mel} \right) \omega_{E} - \omega_{D'}^{2} \right) \right), \\ f_{2} &= -\omega_{c}^{2} \omega_{t}^{2} \omega_{l}^{2} \left(r_{1} \omega_{E} + r_{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) + r_{2} \left(\omega_{BK} - \omega_{mel} \right) \right) + \\ &+ \left(\xi_{3}^{2} r_{1} \delta^{2} + \xi_{2}^{2} r_{2} + r_{1} r_{2}^{2} \right) \left\{ \omega_{t}^{2} \omega_{l}^{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \times \\ &\times \left(\omega_{D'}^{2} - \left(\omega_{E} + \omega_{L} \right) \left(\omega_{BK} - \omega_{mel} \right) \right) + \\ &+ \omega_{t}^{2} \omega_{c}^{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \left(\omega_{D'}^{2} - \omega_{E} \omega_{BK} \right) + \\ &+ \omega_{t}^{2} \omega_{t}^{2} \left\{ \omega_{21} \left(\omega_{D'}^{2} - \omega_{E} \left(\omega_{BK} - \omega_{mel} \right) \right) \right\}, \\ f_{3} &= i \omega_{c}^{2} \omega_{t}^{2} \omega_{l}^{2} + i \omega_{c}^{2} \omega_{l}^{2} \left\{ \omega_{21} \left(\left(\omega_{BK} - \omega_{mel} \right) \left(r_{2}^{2} + \xi_{3}^{2} \delta^{2} \right) + \\ &+ \omega_{E} \left(\xi_{2}^{2} + r_{1} r_{2} \right) - 2 \xi_{3} \xi_{2} \delta \omega_{D'} \right) - r_{1} r_{2} \left(\omega_{D'}^{2} - \omega_{E} \omega_{BK} - \omega_{mel} \right) \right) \right\} + \\ &+ i \omega_{c}^{2} \omega_{t}^{2} \left\{ \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \left(\omega_{BK} \left(r_{2}^{2} + \xi_{3}^{2} \delta^{2} \right) + \\ &+ \omega_{E} \left(\xi_{2}^{2} + r_{1} r_{2} \right) - 2 \xi_{3} \xi_{2} \delta \omega_{D'} \right) - r_{1} r_{2} \left(\omega_{D'}^{2} - \omega_{E} \omega_{BK} \right) \right\} + \\ &+ i \omega_{t}^{2} \omega_{t}^{2} \left\{ \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \left(\left(\omega_{BK} - \omega_{mle} \right) \left(r_{2}^{2} + \xi_{3}^{2} \delta^{2} \right) + \\ &+ i \omega_{t}^{2} \omega_{t}^{2} \left\{ \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \left(\left(\omega_{BK} - \omega_{mle} \right) \left(r_{2}^{2} + \xi_{3}^{2} \delta^{2} \right) + \\ & - i \omega_{t}^{2} \omega_{t}^{2} \left\{ \left(\omega_{21} - \omega_{me} \right) \left(\left(\omega_{BK} - \omega_{mle} \right) \left(r_{2}^{2} + \xi_{3}^{2} \delta^{2} \right) + \\ \end{aligned} \right\} \right\}$$

$$\begin{split} &+ \left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \left(\xi_{2}^{2} + r_{1}r_{2}\right) - 2\xi_{3}\xi_{2}\delta\omega_{D'}\right) - \\ &- r_{1}r_{2} \left(\omega_{D'}^{2} - \left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \left(\omega_{BK} - \omega_{mel}\right)\right)\right),\\ f_{4} &= \left(\xi_{3}^{2}r_{1}\delta^{2} + \xi_{2}^{2}r_{2} + r_{1}r_{2}^{2}\right) \left\{\omega_{c}^{2}\omega_{21} \left(\omega_{E}\omega_{BK} - \omega_{D'}^{2}\right) + \\ &+ \omega_{l}^{2}\omega_{21} \left(\left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \left(\omega_{BK} - \omega_{mel}\right) - \omega_{D'}^{2}\right)\right) + \\ &+ \omega_{t}^{2}\omega_{t}^{2} \left(r_{1}\left(\omega_{L} + \omega_{E}\right) + r_{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} + \omega_{BK} - \omega_{mel}\right)\right) + \\ &+ \omega_{t}^{2}\omega_{c}^{2} \left(r_{1}\omega_{E} + r_{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} + \omega_{BK}\right)\right) + \\ &+ \omega_{t}^{2}\omega_{c}^{2} \left(r_{1}\omega_{E} + r_{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} + \omega_{BK}\right)\right) + \\ &+ \omega_{t}^{2}\omega_{c}^{2} \left(r_{1}\omega_{E} + r_{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} + \omega_{BK}\right)\right) + \\ &+ \omega_{t}^{2}\omega_{c}^{2} \left(r_{1}\omega_{E} + r_{2} \left(\omega_{21} - \omega_{me} + \omega_{BK}\right)\right) + \\ &+ \omega_{BK} \left(\xi_{3}^{2}\delta^{2} + r_{2}^{2}\right) - 2\xi_{2}\xi_{3}\delta\omega_{D'}\right] + r_{1}r_{2} \left(\omega_{E}\omega_{BK} - \omega_{D'}^{2}\right)\right) - \\ &- i\omega_{t}^{2} \left[\omega_{21} \left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \left(\xi_{2}^{2} + r_{1}r_{2}\right) + \\ &+ \left(\omega_{BK} - \omega_{mel}\right) \left(\xi_{3}^{2}\delta^{2} + r_{2}^{2}\right) - 2\xi_{2}\xi_{3}\delta\omega_{D'}\right] + \\ &+ r_{1}r_{2} \left(\left(\omega_{21} - \omega_{me}\right) \left[\left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \left(\xi_{2}^{2} + r_{1}r_{2}\right) + \\ &+ \omega_{BK} \left(\xi_{3}^{2}\delta^{2} + r_{2}^{2}\right) - 2\xi_{2}\xi_{3}\delta\omega_{D'}\right] + r_{1}r_{2} \left(\left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \omega_{BK} - \omega_{D'}^{2}\right)\right), \\ f_{6} &= \left(\xi_{3}^{2}\delta^{2}r_{1} + r_{1}r_{2} + \xi_{2}^{2}r_{2}\right) \omega_{21} \left(\omega_{D'}^{2} - \left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \omega_{BK} - \omega_{D'}^{2}\right)\right), \\ f_{7} &= i \left(\omega_{c}^{2} + \omega_{l}^{2} + \omega_{L}^{2}\right) + i\omega_{21} \left[\omega_{BK} \left(\xi_{3}^{2}\delta^{2} + r_{2}^{2}\right) - 2\xi_{2}\xi_{3}\delta\omega_{D'} + \\ &+ \left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \left(\xi_{2}^{2} + r_{1}r_{2}\right)\right] + r_{1}r_{2} \left(\left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) \omega_{BK} - \omega_{D'}^{2}\right), \\ f_{8} &= r_{1} \left(\omega_{E} + \omega_{L}\right) + r_{2} \left(\omega_{21} + \omega_{BK}\right), \\ f_{9} &= -i. \end{split}$$

Во всех формулах введены обозначения:

$$\begin{split} \omega_{E} &= gL_{0}\chi_{\perp}^{-1}, \quad \omega_{d} = -gdL_{0}, \quad \omega_{H} = gH, \quad \omega_{me} = \frac{gb^{2}L_{0}^{3}}{4\mu}, \\ \delta &= \frac{M_{0}}{L_{0}} = \frac{\omega_{H} + \omega_{d}}{\omega_{E}}, \quad \omega_{sk}^{2} = \omega_{E} \left(f_{31} + \omega_{me}\right), \quad \omega_{H1} = \eta\omega_{H} + \omega_{d}, \\ \omega_{H2} &= \omega_{H} + \omega_{d}, \quad \omega_{L} = 4\pi gL_{0}, \quad \omega_{mel} = \frac{gbL_{0}^{2}}{\rho S_{l}^{2}}, \\ f_{31} &= gL_{0} \left(\beta_{3} - \beta_{1} + \alpha k^{2}\right) + \frac{\omega_{H}}{\omega_{E}} \left(\eta\omega_{H} + \omega_{d}\right), \quad \Omega_{31}^{2} = \omega_{E}f_{31}, \\ \omega_{21} &= gL_{0} \left(\beta_{2} - \beta_{1}\right) + g\alpha L_{0}k^{2} + \omega_{me} + \delta\omega_{d}, \\ \omega_{BK} &= 2g\widetilde{B}L_{0}^{3} + g\alpha L_{0}k^{2} + \delta\omega_{d}, \\ \omega_{D'} &= 2gD'L_{0}^{3}\delta - \omega_{d}, \quad \mu_{\perp} = 1 + \omega_{L}/\omega_{E}, \quad \mu_{||} = 1 + 4\pi\chi_{||}, \\ \omega_{c} &= ck, \quad \omega_{t} = s_{t}k, \quad \omega_{l} = s_{l}k. \end{split}$$

Тензор динамической магнитной восприимчивости АФМ:

$$\widehat{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & 0 & 0\\ 0 & \chi_{yy} & \chi_{yz}\\ 0 & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix}, \quad \chi_{xx} = \frac{\Delta_{xx}}{\Delta_1}, \quad \chi_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\Delta_2}, \quad i, j = y, z,$$
$$\Delta_1 = \frac{1}{\omega^2} \sum_{i=2}^9 f_i \omega^i, \quad \Delta_2 = \frac{1}{\omega^2} \sum_{i=2}^7 d_i \omega^i,$$

в коэффициентах $f_i,\ d_i$ необходимо занулить скорость света (c=0или $\omega_c=0$);

$$\begin{split} \Delta_{xx} &= \frac{\omega_L}{4\pi} \left\{ \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) \left[(i\omega - r_2\omega_{BK}) \times \right. \\ &\times \left(r_1 \left(i\omega - r_2\omega_{21} \right) - \xi_2^2 \omega_{21} \right) + r_1 \xi_3^2 \delta^2 \omega_{BK} \omega_{21} \right] + \\ &+ \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) \omega_t^2 \omega_{me} \left(r_1 \xi_3^2 \delta^2 \omega_{BK} - \left(i\omega - r_2 \omega_{BK} \right) \left(r_1 r_2 + \xi_2^2 \right) \right) + \\ &+ \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) \omega_t^2 \omega_{mel} \left(\omega_{21} \left(r_2 \xi_2^2 + r_1 \xi_3^2 \delta^2 \right) - r_1 r_2 \left(i\omega - r_2 \omega_{21} \right) \right) + \\ &+ \omega_t^2 \omega_t^2 \omega_{me} \omega_{mel} \left(r_1 r_2^2 + r_1 \xi_3^2 \delta^2 + r_2 \xi_2^2 \right) \right\}, \end{split}$$

$$\Delta_{yy} = -\omega_L \omega_E^3 (1 - \eta)^2 \left\{ \left[\xi_1^2 r_2 \frac{\omega_{H^2}}{\omega_E^2} + r_1^2 r_2 + r_1 \xi_2^2 - \\ &- \frac{i\omega}{\omega_E} (1 - \eta) \left(\xi_2^2 + r_1 r_2 \right) \right] \left[\omega_{sk}^2 \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) + \omega_E \omega_{me} \omega_t^2 \right] - \\ &- \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) \left[\left(1 - \eta \right) r_1 \omega^2 + \frac{i\omega}{\omega_E} \left(\omega_{H^1}^2 r_1 r_2 + \\ &+ r_1^2 \omega_E^2 + \left(\xi_1 \omega_{H^2} - \xi_2 \omega_{H^1} \right)^2 \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\Delta_{zz} = -\omega_L \omega_E^3 (1 - \eta)^3 \left\{ \left[\xi_1^2 r_2 \frac{\omega_{H^2}^2}{\omega_E^2} + r_1^2 r_2 + r_1 \xi_2^2 - \frac{i\omega}{\omega_E} r_1 r_2 \right] \times \\ &\times \left[\left(\omega_{sk}^2 + \frac{\omega_{H^1}}{1 - \eta} \right) \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) + \omega_E \omega_{me} \omega_t^2 \right] - \\ &- \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) \left[r_1 \omega^2 + i\omega \omega_E \left(r_1^2 + \xi_1^2 \frac{\omega_{H^2}^2}{\omega_E^2} \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\Delta_{yz} = -\Delta_{zy} = i\omega \omega_L \omega_E (1 - \eta)^3 \times \\ &\times \left\{ \xi_1 r_2 \omega_{H^2} \left[\left(\omega_{sk}^2 + \frac{\omega_{H^1}^2}{1 - \eta} \right) \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) + \omega_E \omega_{me} \omega_t^2 \right] + \\ &+ \left(\omega^2 - \omega_t^2 \right) \omega_E^2 \left(\xi_2 r_1 \frac{\omega_{H^1}}{1 - \eta} - i\omega \xi_1 \frac{\omega_{H^2}}{\omega_E} \right) \right\}.$$

Литература

- 1. Вонсовский С.В. Магнетизм. М.: Наука, 1971. 1032 с.
- 2. Акулов Н.С. Ферромагнетизм. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1939. 188 с.
- 3. Бозорт Р. Ферромагнетизм. М.: Мир, 1956. 784 с.
- 4. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука, 1979. 318 с.
- Дикитейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Влияние давления на резонансные свойства одноосных ферро- и антиферромагнетиков // ФТТ. 1974. Т. 16, № 8. С. 2192–2197.
- Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Влияние давления на магнитоакустический резонанс в одноосных антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1974. Т. 67, № 2. С. 816–823.
- Туров Е.А., Шавров В.Г. Нарушенная симметрия и магнитоакустические колебания в ферро- и антиферромагнетиках. Препринт № 81/1. Свердловск: ИФМ УНЦ АН СССР, 1981. 60 с.
- 8. *Туров Е.А., Шавров В.Г.* Нарушенная симметрия и магнитоакустические эффекты в ферро- и антиферромагнетиках // УФН. 1983. Т. 140, № 3. С. 429–462.
- 9. Дикштейн И.Е., Туров Е.А., Шавров В.Г. Магнитоакустические явления и мягкие моды вблизи магнитных ориентационных переходов // Динамические и кинетические свойства магнетиков. Под ред. С.В. Вонсовского и Е.А. Турова. М.: Наука, 1986. С. 53–85.
- Барьяхтар В.Г., Витебский И.М., Пашкевич Ю.Г., Соболев В.Л., Тарасенко В.В. Стрикционные эффекты и динамика магнитной подсистемы при спин-переориентационных фазовых переходах. Симметрийные эффекты // ЖЭТФ. 1984. Т. 87, № 3. С. 1028–1037.
- 11. Веневцев Ю.Н., Гагулин В.В., Любимов В.Н. Сегнетомагнетики. М.: Наука, 1982. 225 с.
- 12. *Туров Е.А., Ирхин Ю.П*. О спектре колебаний ферромагнитной упругой среды // ФММ. 1956. Т. 3, № 1. С. 15–17.
- Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // ЖЭТФ. 1958. Т. 35, № 1. С. 228–239.
- Kittel O. Interaction of waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals // Phys. Rev. 1958. V. 110, № 4. P. 836-841.
- 15. Пелетминский С.В. Связанные магнитоупругие колебания в антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1959. Т. 37, № 2. С. 452–457.

- 16. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
- Ле-Кроу Р., Комсток Р. Магнитоупругие взаимодействия в ферромагнитных диэлектриках // Физическая акустика. М., 1968. Т. 3, ч. Б. С. 156–243.
- Штраусс В. Магнитоупругие свойства иттриевого феррита-граната // Физическая акустика. М., 1970. Т. 4, ч. Б. С. 248–316.
- 19. *Леманов В.В.* Магнитоупругие взаимодействия // Физика магнитных диэлектриков. Л., 1974. С. 284–355.
- 20. Кузьмин Е.В., Петраковский Г.А., Завадский Е.А. Физика магнитоупорядоченных веществ. Новосибирск: Наука, 1976. 288 с.
- Rudashevsky E.G., Shalnikova T.A. Antiferromagnetic resonance in hematite. In: Physics and Techniques of Low Temperatures. Proc. of 3rd Regional Conference. Prague. P. 84–86.
- 22. *Tasaki A., Iida S.* Magnetic properties of synthetic single crystal of *α*-Fe₂O₃ // J. Phys. Soc. Japan. 1963. V. 18, № 8. P. 1148–1154.
- 23. Боровик-Романов А.С., Рудашевский Е.Г. О влиянии спонтанной стрикции на спектр спиновых волн в антиферромагнетике со слабым ферромагнетизмом (гематит) // 11-е Всес. совещание по физике низких температур. Тезисы докладов. Минск, 1964. С. 39.
- 24. Боровик-Романов А.С., Рудашевский Е.Г. О влиянии спонтанной стрикции на антиферромагнитный резонанс в гематите // ЖЭТФ. 1964. Т. 47, № 6. С. 2095–2101.
- 25. Шавров В.Г. Влияние магнитострикции и пьезомагнетизма на резонансные частоты слабого ферромагнетика // 11-е Всес. совещание по физике низких температур. Тезисы докладов. Минск, 1964. С. 38.
- 26. Туров Е.А., Шавров В.Г. Об энергетической щели для спиновых волн в ферро- и антиферромагнетиках, связанной с магнитоупругой энергией // ФТТ. 1965. Т. 7, № I. С. 217–226.
- 27. Ишмухамедов Б.Х., Новожилов А.Л., Шавров В.Г. Влияние спонтанной магнитострикции на спектр магнитоупругих волн в одноосных ферромагнетиках с отрицательной константой анизотропии // Всес. совещание по физике ферро- и антиферромагнетизма. Тезисы докладов. Свердловск, 1965. С. 5.
- Шавров В. Г. Влияние магнитоэлектрического эффекта на антиферромагнитный резонанс // 12-е Всес. совещание по физике низких температур. Тезисы докладов. Казань, 1965. С. 10.
- 29. Шавров В.Г. О влиянии электрического поля на резонансную частоту антиферромагнетиков // ФТТ. 1965. Т. 7, № 1. С. 328-329.
- 30. Шавров В.Г. О магнитоэлектрическом эффекте // ЖЭТФ. 1965. Т. 48, № 5. С. 1419–1426.
- 31. *Iida S., Tasaki A.* Magnetoelastic coupling in parasitic ferromagnet α -Fe₂O₃ // Proc. of Intern. Conference on Magnetism. Nottingham, 1964. P. 583–586.

- Mizushima K., Iida S. Effective in-plane anisotropy field in Fe₂O₃ // J. Phys. Soc. Japan. 1966. V. 21, № 8. P. 1521.
- Коренблит И.Я. Особенности спектра магнитоупругих колебаний в ферромагнетиках с большой магнитострикцией // ФТТ. 1966. Т. 8, №9. С. 2579–2586.
- 34. Савченко М.А. Связанные магнитоупругие волны в антиферромагнетиках // ФТТ. 1964. Т. 6, № 3. С. 864–872.
- 35. Cooper B.R. Magnetoelastic effects and the magnetic properties of rare-earth metals // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 19, № 16. P. 900–903.
- 36. Cooper B.R. Spin waves and magnetic resonance in rare-earth metals: Thermal, applied-field, and magnetoelastic effects // Phys. Rev. 1968. V. 169, № 2. P. 281–294.
- Cooper B. R. Magnetic properties of rare-earth metals // Solid State Physics. N.-Y., 1968. V. 21. P. 393-490.
- 38. *Cooper B.R.* Phenomenological theory of magnetic ordering // Magnetic properties of rare-earth metals. N.-Y., 1972. P. 17–80.
- 39. Marsh H.S., Sievers A.J. Far-infrared ferromagnetic resonance in dysprosium and terbium metals // J. Appl. Phys. 1969. V. 40, № 3. P. 1563–1564.
- Wagner T.K., Stanford J.L. Observation of magneto-elastic effects in terbium metal by ferromagnetic resonance // Phys. Rev. 1969. V. 184, № 2. P. 505–509.
- 41. Brooks M.S. Theory of the temperature dependence of the spin-wave excitation energies in the rare-earth metals // Phys. Rev. B. 1970. V.1, № 5. P. 2257-2264.
- 42. Nielsen M., Miller H.B., Lindgard P.A., Mackintosh A.R. Magnetic anisotropy in rare-earth metals // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25, № 20. P. 1451–1554.
- Nielsen M., Miller H. B., Mackintosh A. R. Magnon interaction in terbium // J. Appl. Phys. 1970. V. 41, № 3. P. 1174–1175.
- 44. Sievers A.J. Magnetic resonance in metals in the far infrared // J. Appl. Phys. 1970. V. 41, № 3. P. 980–987.
- 45. Vigren D. T., Liu S. H. Long-wavelength magnons in heavy rare-earths: free or frozen lattice? // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27, № 10. P. 674–676.
- 46. Hart L. W., Stanford T.L. Free-lattice-model resonance in terbium at 24 GHz // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27, № 10. P. 676–679.
- 47. Goodings D. A., Southern B. W. Theory of spin waves in the heavy rare-earth metals // Can. J. Phys. 1971. V. 49, № 9. P. 1137–1161.
- 48. Jensen J. Magnetoelastic interactions in terbium // Intern. J. Magn. 1971. V. 1, № 3. P. 271–275.
- 49. Wagner T.K., Stanford T.L. Magnetic resonance in single-crystal dysprosium at 100 GHz // Phys. Rev. B. 1972. V. 5, № 5. P. 1876–1878.

- 50. Vigren D. T., Liu S.H. Static and dynamic effects of the magnetoelastic interaction in terbium and dysprosium metals // Phys. Rev. B. 1972. V. 5, № 7. P. 2719–2734.
- 51. Nayyar A. H., Sherrington D. Magnon-phonon interaction in rare-earth metals with helical spin structures // J. Phys. F. 1972. V. 2, № 5. P. 893–904.
- 52. Liu S.H. Bulk and surface magnetoelastic waves in terbium and dysprosium // Intern. J. Magn. 1972. V. 3, № 4. P. 327-335.
- 53. Southerm B. W., Goodings D.A. Rotationally invariant theory for the effect of magnetoelastic interactions on the elastic constants of the heavy-rare-earth metals // Phys. Rev. B. 1973. V. 7, № 1. P. 534–545.
- 54. Chow H., Keffer P. Phenomenological theory of magnetoelastic modes in hexagonal ferromagnets of easy-plane type // Phys. Rev. B. 1973. V. 7, № 5. P. 2028–2038.
- 55. Houmann J. G., Jensen T., Touborg P. Spin waves in terbium. Magnetic anisotropy at zero wave vector // Phys. Rev. B. 1975. V. 12, № 1. P. 332-344.
- 56. Jensen J., Palmer S.B. Field dependence of the elastic constant C₆₆ in the basal-plane ferromagnet terbium // J. Phys. C. 1979. V. 12, № 21. P. 4573-4584.
- 57. Mackintosh A. R. Magnetic excitation in rare-earth systems // J. Magn. and Magn. Mater. 1980. V. 15–18, № 1. P. 326–331.
- 58. Ozhogin V., Maksimenkov P. Easy plane antiferromagnet (AFEP) for applications: hematite // IEEE Trans. Magn. 1972. V. 8, № 3. P. 645.
- 59. *Щеглов В.И.* Зависимость скорости звука от магнитного поля в феррои антиферромагнетиках // ФТТ. 1972. Т. 14, № 7. С. 2180–2181.
- 60. Seavey M.H. Acoustic resonance in the easy-plane weak ferromagnets α -Fe₂O₃ and FeBO₃ // Solid State Commun. 1972. V. 10, No 2. P. 219–223.
- 61. Максименков П.П., Ожогин В.И. Исследование магнитоупругого взаимодействия в гематите с помощью антиферромагнитного резонанса // ЖЭТФ. 1973. Т. 65, № 2. С. 657–667.
- 62. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Магнитоупругие волны в одноосных антиферромагнетиках, находящихся под давлением // 18-е Всес. совещание по физике низких температур. Тезисы докладов. Киев, 1974. С. 453.
- 63. Великов Л.В., Прохоров А.С., Рудашевский Е.Г., Селезнев В.Н. Антиферромагнитный резонанс в α-Fe₂O₃ // ЖЭТФ. 1974. Т. 66, № 5. С. 1847–1861.
- 64. Ожогин В.И., Преображенский В.Л. Эффективный ангармонизм упругой подсистемы антиферромагнетиков // ЖЭТФ. 1977. Т. 73, №3. С. 988-100.
- 65. *Ожогин В.И.* Обменное усиление магнитоупругости в антиферромагнетиках // Изв. АН СССР, сер. физ. 1978. Т. 42, № 8. С. 1625–1637.

- 66. Jantz W., Wetting W. Spin wave dispersion of FeBO₃ at small wavevector // Appl. Phys. 1978. V. 15, № 4. P. 399–407.
- Petrakovsky G.A., Pankrats A.I. The magnetoelastic coupling in FeBO₃ // Physica B+C. 1977. V. 86–88. P. 1447–1448.
- 68. Березин А.Г., Соколов В.И., Шавров В.Г., Шевалеевский О.И. Влияние магнитоупругого взаимодействия на спектр АФМР в гранатах // 19-е Всес. совещание по физике низких температур. Тезисы докладов. Минск, 1976. С. 643.
- 69. Березин А. Г., Шавров В. Г. Антиферромагнитный резонанс в кубических кристаллах // ЖЭТФ. 1977. Т. 72, № 6. С. 2362–2366.
- Соколов В. И., Шевалеевский О. И. Антиферромагнитный резонанс в кубических кристаллах FeGeG и CrGeG // ЖЭТФ. 1977. Т. 72, №6. С. 2367-2374.
- Шавров В.Г., Бучельников В.Д. Магнитоупругие волны в кубических кристаллах // Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Донецк, 1977. С. 69.
- Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Спин-переориентационные фазовые переходы в кубических магнетиках при упругих напряжениях // ФТТ. 1981. Т. 23, № 5. С. 1296–1301.
- Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Магнитоакустические колебания в упругонапряженных кубических магнетиках // ФММ. 1983. Т. 55, № 5. С. 892–900.
- 74. Туров Е.А. Эффекты спонтанно-нарушенной симметрии в магнитоупругой динамике ферро- и антиферромагнетиков // Электронная структура и свойства твердых тел. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1977. С. 49–56.
- 75. Gorodetsky G., Luthy B. Sound-wave-soft-mode interaction near displacive phase transitions: spin reorientation in ErFeO₃ // Phys. Rev. B. 1970. V. 2, № 9. P. 3688–3698.
- 76. Гришмановский А.Н., Леманов В.В., Смоленский Г.А., Балбашов А.М., Червоненкис А.Я. Пьезомагнитный и магнитоупругий эффекты при распространении упругих волн в кристаллах редкоземельных ортоферритов // ФТТ. 1974. Т. 16, № 5. С. 1426–1431.
- 77. Gorodetsky G., Shaft S., Wanlclyn B. M. Magnetoelastic properties of TuFeO₃ at the spin reorientation region // Phys. Rev. B. 1976. V. 14, No 5. P. 2051-2056.
- 78. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Особенности спектра магнитоупругих волн при фазовых переходах // Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Баку, 1975. С. 72.
- 79. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Магнитоупругие волны в ортоферритах // ФТТ. 1977. Т. 19, № 4. С. 1107–1113.
- 80. Даньшин Н.К., Жерлицын С.В., Звада С.С., Крамарчук Г.Г., Сдвижков М.А., Филль В.Д. Динамические свойства YbFeO₃ при ориентационных фазовых переходах // ЖЭТФ. 1987. Т. 93, № 6. С. 2151–2160.

- 81. Даньшин Н.К., Жерлицин С.В., Звада С.С., Мухин А.А., Сдвижков М.А., Филль В.Д. Динамические свойства HoFeO₃ в области спиновой переориентации // ФТТ. 1989. Т. 31, № 5. С. 198–204.
- Валбашов А.М., Даньшин Н.К., Изотов А.И., Сдвижков М.А., Цымбал Л.Т. Аномальность акустических свойств ErFeO₃ // ФТТ. 1989. Т. 31, № 7. С. 279–280.
- 83. Витебский И.М., Даньшин Н.К., Изотов А.И., Сдвижков М.А., Цымбал Л. Т. Особенности динамики низкотемпературного фазового перехода в ErFeO₃ // XXVI-е Всес. совещание по физике низких температур. Тезисы докладов. Донецк, 1990. С. 139–140.
- 84. Витебский И.М., Даньшин Н.К., Изотов А.И., Сдвижков М.А., Цымбал Л.Т. Аномальная физическая динамика при низкотемпературном переходе в ортоферрите эрбия // ЖЭТФ. 1990. Т. 98, №1. С. 334–339.
- 85. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Магнитоакустические волны в ортоферритах // Всес. конф. «Акустоэлектроника и физическая акустика твердого тела». Тезисы докладов. Ленинград, 1991. С. 63.
- 86. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Магнитоакустика редкоземельных ортоферритов // 19-я Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Ташкент, 1991. С. 153.
- 87. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Об аномально большом изменении скорости звука в ортоферрите эрбия // Письма в ЖЭТФ. 1991. Т. 54, № 8. С. 467–469.
- 88. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Влияние некрамерсовских редкоземельных ионов на спектр магнитоупругих волн в ортоферритах // ФТТ. 1991. Т. 33, № 11. С. 3449–3450.
- Shapira Y. Absorption peak for ultrasonic waves near the spin-flop transition of uniaxial antiferromagnets // Phys. Lett. A. 1967. V. 24, № 7. P. 361–362.
- 90. Shapira Y., Zak Y. Ultrasonic attenuation near and above the spin-flop transition of MnF₂ // Phys. Rev. 1968. V. 170, № 2. P. 503–512.
- 91. Shapira Y. Ultrasonic behavior near the spin-flop transitions of Gr₂O₃ // Phys. Rev. 1969. V. 187, № 2. P. 734–736.
- 92. Белозоров Д. П., Ахиезер И. А. Магнитоупругие колебания в антиферромагнетиках при значениях внешнего магнитного поля, близких к критическому // ФТТ. 1969. Т. 11, № 4. С. 1010–1017.
- 93. Melcher R. L. Magnon-phonon interactions in MnF₂ // J. Appl. Phys. 1970. V. 41, № 3. P. 1412–1414.
- 94. Lieberman R.C., Banerjee S.K. Anomalies in the compressional and shear properties of hematite in the region of the Morin transition // J. Appl. Phys. 1970. V. 41, № 3. P. 1414–1416.
- 95. Чепурных Г.К. Особенности взаимодействия магнитоупругих волн в односных антиферромагнетиках // ФТТ. 1975. Т. 17, № 2. С. 430-432.
- 96. *Чепурных* Г.К. Влияние магнитострикции на опрокидывание подрешеток антиферромагнетика // ФТТ. 1975. Т. 17, № 7. С. 2141–2143.

- 97. Чепурных Г.К. Особенности обменного взаимодействия спиновых и звуковых волн в антиферромагнетиках // ФТТ. 1975. Т. 17, № 9. С. 2712-2715.
- 98. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Спин-спиновый резонанс в антиферромагнетиках, находящихся под давлением // ФММ. 1976. Т. 2, № 5. С. 903–907.
- 99. *Гуртовой К.Г.* Антиферромагнитный резонанс во фториде кобальта в перпендикулярном магнитном поле // ФТТ. 1977. Т. 19, №2. С. 647-649.
- 100. Гуртовой К.Г. Исследование спин-переориентационных фазовых переходов в некоторых антиферромагнетиках. Автореферат дисс. 1987. 18 с.
- 101. Барьяхтар В.Г., Гришин А.М., Дроботько В.Ф. Спектр элементарных возбуждений при спиновой переориентации ферромагнетиков // ФНТ. 1981. Т. 7, № 11. С. 1486–1491.
- 102. Барьяхтар В.Г., Дикштейн И.Е., Львов В.А., Тарасенко В.В., Яблонский Д.А. Магнитоакустический резонанс в ферритах в сильном магнитном поле // ФТТ. 1979. Т. 21, № 4. С. 1025–1032.
- 103. Lee E. W., Teale R. W. Ferromagnetic resonance in the frozen lattice model // J. Phys. C. 1979. V. 12, № 6. P. 1131-1137.
- 104. Бучельников В. Д., Тарасенко В. В., Шавров В. Г. Затухание звука в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Харьков, 1979. С. 431.
- 105. Бучельников В.Д., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Релаксационные процессы в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // ФТТ. 1983. Т. 25, № 10. С. 3019–3024.
- 106. Бучельников В. Д., Тарасенко В. В., Шавров В. Г. Затухание звука в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // ФММ. 1981. Т. 52, № 1. С. 214–216.
- 107. Струков Б.А., Леванюк А.П. Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах. М.: Наука, 1983. 240 с.
- 108. Евтихиев Н.Н., Мошкин В.В., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Акустооптическая модуляция в гематите // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 35, № 1. С. 31–34; Андрущак Е.А., Евтихиев Н.Н. Погожев С.А., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Акустические колебания в антиферромагнитных резонаторах // Акустич. журн. 1981. Т. 27, № 2. С. 170–178.
- 109. Евтихиев Н.Н., Погожев С.А., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Динамические параметры магнитострикционных антиферромагнитных резонаторов // Вопр. радиоэлектроники. Сер. ОТ. 1981. № 5. С. 87– 95; Бережнов В.В., Евтихиев Н.Н., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Магнитоакустический преобразователь спектра радиосигналов // РЭ. 1983. Т. 28, № 2. С. 376–379.
- 110. Лебедев А.Ю., Ожогин В.И., Якубовский А.К. Вынужденное комбинационное рассеяние звука в антиферромагнетиках // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34, № 1. С. 22–24.

- 111. Поверхностные акустические волны устройства и применение // ТИИЭР. Тематический выпуск. Перевод под ред. Ю. В. Гуляева, 1976.
- 112. Адамс К. Магнитостатические линии задержки сантиметрового диапазона на основе эпитаксиальных пленок железо-иттриевого граната // ТИИЭР. 1976. Т. 64, № 5. С. 277–285.
- 113. Гуляев Ю.В., Зильберман Л.Е. Взаимодействие СВЧ-спиновых волн и электронов проводимости в сложных структурах полупроводник-феррит (обзор) // РЭ. 1978. № 5. С. 897–917.
- 114. Перспективы использования устройств на магнитостатических волнах аналоговой обработки СВЧ-сигналов // Радиоэлектроника за рубежом, пнф. бюл. 1973. № 25. С. 9–23.
- 115. Беспятых Ю.И., Вашковский А.В., Зубков В.И., Кильдишев В.Н. Физические явления в структурах феррит-полупроводник и перспективы их использования в СВЧ-микроэлектронике (обзор) // Микроэлектроника. 1978. Т. 7, № 5. С. 430–443.
- 116. Никитов В.А., Никитов С.А. Исследование и разработка устройств на магнитостатических спиновых волнах // Зарубежная микроэлектроника. 1982. № 12. С. 41–52.
- 117. Попков А. Ф. Фазовые диаграммы ромбоэдрических ферромагнетиков, имеющих температуру магнитной компенсации // ФТТ. 1976. Т. 18, № 2. С. 357–366.
- 118. Бучельников Б.Д., Гуревич В.А., Моносов Я.А., Шавров В.Г. Влияние внешних напряжений на доменную структуру кубического магнетика // Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Донецк, 1977. С. 191.
- 119. Бучельников В.Д., Гуревич В.А., Моносов Я.А., Шавров В.Г. Влияние внешних напряжений на доменную структуру многоосного ферромагнетика // ФММ. 1978. Т. 45, № 6. С. 1295–1298.
- 120. Власко-Власов В.К., Дедух Л.М., Никитенко В.И. Доменная структура монокристаллов иттриевого феррограната // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 6. С. 2291–2304.
- 121. Basterfield J. Domain structure and the influence of growth defects in single crystals of yttrium iron garnet // J. rhys. 1968. V. 39, № 12. P. 5521–5526.
- 122. Labrune M., Miltat J., Kleman M. Neel lines in YIG single crystals // J. Appl. Phys. 1978. V. 49, № 3. P. 2013–2015.
- 123. Williams H.J., Goerts M. Domain structure of perminvar having a rectangular hysteresis loop // J. Appl. Phys. 1952. V. 23, № 3. P. 316–323.
- 124. DeBlois R. W., Graham C.D. Domain observations on iron whiskers // J. Appl. Phys. 1958. V. 29, № 6. P. 931–939.
- 125. *Хуберт А*. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М.: Мир, 1977. 306 с.
- 126. Shtrikman S., Treves D. Internal structure of Block walls // J. Appl. Phys. 1960. V. 31, № 5. P. 1478–1488.

- 127. *Janak J. P.* Structure and energy of the periodic Bloch wall // J. Appl. Phys. 1967. V. 38, № 4. P. 1789–1793.
- 128. *Лифшиц Е.М.* О магнитном строении железа // ЖЭТФ. 1945. Т. 15, № 9. С. 97–107.
- 129. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел. В кн. Л.Д.Ландау. Собр. трудов. Т. 1. М.: Наука, 1969. С. 128–145.
- 130. Buchelnikov V.D., Gurevich V.A., Shavrov V.G. The effect of stress on the domain structure of the thin platelets in cubic magnets // Proc. of 9th Intern. Colloquium on Magn. Films and Surfaces. Poznan, 1979. P. 200–202.
- 131. Бучельников В.Д., Гуревич В.А., Шавров В.Г. О широких доменных границах в многоосных магнетиках // 3-й Всес. семинар по физическим свойствам и применению ЦМД в приборостроении. Тезисы докладов. Симферополь, 1979. С. 34–35.
- 132. Бучельников В.Д., Гуревич В.А., Шавров В.Г. Об аномально широкой доменной границе в многоосном ферромагнетике // ФММ. 1981. Т. 52, № 2. С. 298–303.
- 133. Сегнетомагнитные вещества. М.: Наука, 1990. 181 с.
- 134. Изюмов Ю.А., Скрябин Ю.Н. Модель двойного обмена и уникальные свойства манганитов // УФН. 2001. Т. 171, № 2. С. 121–148.
- 135. Вонсовский С.В. Шир Я.С. Ферромагнетизм. М.-Л.: ОГИЗ, 1948. 816 с.
- 136. Туров Е.А., Колчанов А.В., Меньшенин В.В., Мирсаев И.Ф., Николаев В.В. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 560 с.
- 137. Константинов О.В., Перель В.И. О возможности прохождения электромагнитных волн через металл в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1960. Т. 38, № 1. С. 161–164.
- 138. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. 520 с.
- 139. *Гуревич А.Г.* Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Физматгиз, 1960. 408 с.
- 140. *Stern E.A., Callen E.R.* Helicons and magnons in magnetically ordered conductors // Phys. Rev. 1963. V. 131. P. 512–516.
- 141. Бланк А. Я. Электромагнитные волны в металле в условиях ферромагнитного резонанса // ЖЭТФ. 1965. Т. 47, № 1. С. 325–335.
- 142. Spector H.N., Casselman T.N. Interaction of Alfven waves and spin waves in a ferromagnetic metal // Phys. Rev. 1965. V. 139. P. A1594.
- 143. Барьяхтар В.Г., Савченко М.А., Степанов К.Н. О взаимодействии плазменных и спиновых волн в ферромагнитных полупроводниках и металлах // ЖЭТФ. 1966. Т. 50, № 3. С. 576-588.
- 144. Скобов В.Г., Канер Э.А. Теория связанных электромагнитных и звуковых волн в металлах в магнитном поле // ЖЭТФ. 1964. Т. 46, №1. С. 273-286.

- 145. Давыдов А.С. Теория твердого тела. М.: Наука, 1976. 640 с.
- 146. Бланк А.Я., Каганов М.И. Связанные волны в ферромагнитном проводнике. Тройной резонанс // ФТТ. 1966. Т. 8, № 8. С. 2340-2343.
- 147. Бланк А.Я., Каганов М.И. Ферромагнитный резонанс и плазменные эффекты в металлах // УФН. 1967. Т. 92, № 4. С. 583-619.
- 148. *Туров Е.А., Кайбичев И.А.* Устойчивость основного состояния и акустический эффект Фарадея в ферромагнетике. Вращательно инвариантная теория // ФТТ. 1989. Т. 31, № 9. С. 138–143.
- 149. Кайбичев И.А., Шавров В.Г. Вращательно инвариантная теория акустического двулучепреломления в ферромагнетике // Акустич. журнал. 1993. Т. 39, № 4. С. 671–675.
- 150. Кайбичев И.А. Устойчивость основного состояния, спектры поперечных магнитоупругих волн и акустический эффект Фарадея в тетрагональном антиферромагнетике. Вращательно инвариантная теория // ФТТ. 1993. Т. 35, № 1. С. 145–155.
- 151. Конверистый Ю.К., Лазорева И.Ю., Раваев А.А. Материалы, поглощающие СВЧ-излучение. М.: Наука, 1982. 190 с.
- 152. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред // Теоретическая физика. Т. 8. М.: Наука, 1982. 620 с.
- 153. Казанцев Ю. Н., Костин М. В., Крафтмахер Г. А., Шевченко В. В. Композиционные структуры с высокой СВЧ-магнитной проницаемостью, приближающейся к диэлектрической // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17, № 22. С. 19–24.
- 154. Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А. Гигантский СВЧ-электромагнетизм в киральных искусственных средах, не обладающих статическими магнитными свойствами // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, № 20. С. 74–80.
- 155. Казанцев Ю. Н., Крафтмахер Г. А. Структура киральная среда феррит: киральный – ферромагнитный резонанс // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21, № 17. С. 61–67.
- 156. *Мухин А.А., Прохоров А.С.* Магнитная спектроскопия антиферромагнитных диэлектриков. Редкоземельные ортоферриты // Труды ИОФ АН СССР. 1990. Т. 25. С. 162–222.
- 157. Бучельников В.Д., Романов В.С., Крафтмахер Г.А., Шавров В.Г. Отражение электромагнитных волн от поверхности магнитоупорядоченных кристаллов // Радиотехника. 2000. № 8. С. 15–21.
- 158. Sarychev A.K., McPhedran R.C., Shalaev V.M. Electrodynamics of metaldielectric composites and electromagnetic crystals // Phys. Rev. B. 2000. V. 62, № 12. P. 8531–8539.
- 159. *Grünberg P.* Layered magnetic structures: history, facts, figures // JMMM. 2001. V. 226-230. P. 1688-1693.
- 160. Visnovsky S., Postava K. Yamaguchi T. Magneto-optic polar Kerr and Faraday effects in magnetic superlattices // Czechoslovak Journal of Physics. 2001. V. 51, № 9. P. 917–948.

- 161. Richard N., Dereux A., David T., Bourillot E., Goudonnet J. P., Scheurer F., Beaurepaire E., Garreau G. Magneto-optical effects in multilayers illuminated by total internal reflection // Phys. Rev. B. 1999. V. 59, № 8. P. 5936–5944.
- 162. Bertrand P., Hermann C., Lampel G., Peretti J., Safarov V.I. General analytical treatment of optics in layered structures: Application to magneto-optics // Phys. Rev. B. 2001. V. 64. P. 1–12.
- 163. *Yibing Li, Shaoping Li, Huahui He.* The theory of electromagnetic wave propagation in a ferromagnetic film // Journal of Physics C: Solid State Physics. 1988. V. 21. P. 2369–2375.
- 164. Yibing Li, Zechuan Xu. The theory of electromagnetic wave propagation in magnetic multilayers // Journal of Physics: Condensed Matter. 1993. V. 5, № 36. P. 6587–6596.
- 165. Глущенко А.Г., Головкина М.В. Отражение электромагнитной волны от слоистой структуры сверхпроводник-диэлектрик // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24, № 1. С. 9–12.
- 166. Xue-Fei Zhou, Jing-Ju Wang, Xuan-Zhang Wang, Tilley D.R. Reflection and transmission by magnetic multilayers // JMMM. 2000. V. 212. P. 82.
- 167. Jing-Ju Wang, Xue-Fei Zhou, Wei-Long Wan, Xuan-Zhang Wang, Tilley D.R. Transmission by antiferromagnetic-nonmagnetic multilayers // J. Phys.: Condens. Matter. 1999. V. 11. P. 2697.
- 168. Даньшин Н.К., Жерлицын С.В., Звада С.С., Крамарчук Г.Г., Сдвижков М.А., Филль В.Д. Динамические свойства YbFeO₃ при ориентационных фазовых переходах // ЖЭТФ. 1987. Т. 93, № 6. С. 2151–2160.
- 169. Даньшин Н.К., Жерлицын С.В., Звада С.С., Мухин А.А., Сдвижков М.А., Филль В.Д. Динамические свойства HoFeO₃ в области спиновой переориентации // ФТТ. 1989. Т. 31, № 5. С. 198–204.
- 170. Балбашов А.М., Даньшин Н.К., Изотов А.И., Сдвижков М.А., Цымбал Л.Т. Аномальность акустических свойств ErFeO₃ // ФТТ. 1989. Т. 31, № 7. С. 279–280.
- 171. Le Craw R.C., Wolf R., Georgy E., Hagedorn F., Hensen J., Remeika J. Microwave absorption near the reorientation temperature in rare-earth ortoferrites // Phys. Rev. B. 1968. V. 39. P. 1019–1020.
- 172. Shapiro S.M., Axe J.D., Remeika J. Neutron-scattering studies of spin waves in rare-earth ortoferrites // Phys. Rev. B. 1974. V. 10. P. 2014–2021.
- 173. Aring K. B., Sievers A. J. Role of the ytterbium spins in the spin reorientation in YbFeO₃ // J. Appl. Phys. 1979. V. 41. P. 1197–1198.
- 174. Koshizuka N., Hayashi K. Temperature dependence of one-magnon light scattering in RFeO₃ // JMMM. 1983. V.31. P. 569–570.
- 175. White R.M., Nemanich R.J., Herring C. Light scattering from magnetic excitations in ortoferrites // Phys. Rev. B. 1982. V. 25, № 3. P. 1822-1836.
- 176. Ожогин В. И., Шапиро В. Г., Гуртовой Г. К., Гальстян Е. А., Червоненкис А. Я. К статике и линейной динамике ортоферритов. Фазовый переход «полуторного» рода // ЖЭТФ. 1972. Т. 62, No 6. С. 2221–2232.

- 177. Koshizuka N., Vshioda S. Inelastic-light-scattering study of magnon softening in ErFeO₃ // Phys. Rev. B. 1980. V. 22, № 11. P. 5394–5399.
- 178. Venugopalan S., Dutta M., Ramdas A.K., Remeika J. Raman scattering study of magnons at the spin-reorientation transitions of TbFeO₃ // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. P. 3115–3118.
- 179. Даньшин Н.К., Ковтун Н.М., Сдвижков М.А. Диэлектрический резонанс в ErFeO₃ в окрестности спиновой переориентации // ФТТ. 1984. Т. 26. С. 3635–3641.
- 180. Даньшин Н.К., Ковтун Н.М., Сдвижков М.А. Магнитный резонанс в промежуточном состоянии ErFeO₃ // ЖЭТФ. 1985. Т. 89, №1. С. 203–208.
- 181. Балбашов А.М., Волков А.А., Лебедев С.П., Мухин А.А., Прохоров А.С. Высокочастотные магнитные свойства ортоферрита диспрозия // ЖЭТФ. 1985. Т. 88, № 3. С. 974–987.
- 182. Балбашов А.М., Волков А.А., Козлов Г.В., Лебедев С.П., Мухин А.А., Пронин А.Ю, Прохоров А.С., Прохоров А.М. Наблюдения в TmFeO₃ прямых электронных переходов внутри основного мультиплета РЗ иона // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42, № 11. С. 456–458.
- 183. Балбашов А. М., Козлов Г. В., Лебедев С. П., Мухин А. А., Пронин А. Ю., Прохоров А. С., Прохоров А. М. Необычное поведение частот магнитного резонанса НоFeO₃ в области спиновой переориентации // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43, № 1. С. 33–35.
- 184. Даньшин Н.К., Крамарчук Г.Г., Сдвижков М.А. Обнаружение мягкой моды и энергетических щелей при спонтанной переориентации в YbFeO₃ // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44, № 2. С. 85–86.
- 185. Балбашов А.М., Березин А.Г., Гуфан Ю.М., Колядко Г.С., Марчуков П.Ю., Рудашевский Е.Г. Мягкая мода и энергетическая щель в спектре спиновых волн при ориентационных фазовых переходах второго рода. АФМР в YbFeO₃ // ЖЭТФ. 1987. Т. 93, № 1. С. 302–315.
- 186. Крамарчук Г.Г. Динамика ориентационных переходов в редкоземельных ортоферритах // Автореферат дисс. ... к.ф.-м.н. Донецк, 1990. 14 с.
- 187. Shuchert H., Hufer S., Faulhaber R. Optical investigation of HoFeO₃ // Z. Physik. 1969. V. 220, № 3. P. 280–292.
- 188. *Malozemoff A.P.*, *White R.L.* Optical spectra of even-electron rare-earth ions in orthoferrites // Solid State Commun., 1970. V. 8, № 9. P. 665–668.
- 189. Wallping J. C., White R.L. Study of magnetic interactions in HoFeO₃ // Phys. Rev. B. 1974. V. 10, № 11. P. 4748–4759.
- 190. Белов К.П., Звездин А.К., Кадомцева А.М., Левитин Р.З. Переходы спиновой переориентации в редкоземельных магнетиках // УФН. 1976. Т. 119, № 3. С. 447-486.
- 191. Балбашов А. М., Козлов Г. В., Лебедев С. П., Мухин А. А., Пронин А. Ю., Прохоров А. С. Аномалии магнитных свойств и новые ориентационные переходы в HoFeO₃ // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 3. С. 1092–1107.

- 192. Балбашов А.М., Козлов Г.В., Лебедев С.П., Мухин А.А., Пронин А.Ю., Прохоров А.С. Ориентационные переходы и динамика магнитных подрешеток в редкоземельных ортоферритах (HoFeO₃). Препринт ИОФ АН СССР. 1988. № 97. 71 с.
- 193. Kozlov G. V., Lebedev S. P., Mukhin A. A., Pronin A. V., Prokhorov A. S. Submillimeter dynamics and spin-reorientation transitions in the rare-earth orthoferrites // Acta Physica Polonica A. 1989. V. 76, № 1. P. 83.
- 194. Барьяхтар В.Г., Витебский И.М., Яблонский Д.А. Симметрия и частоты магнитного резонанса в магнитоупорядоченных кристаллах // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, №4. С. 1381–1391
- 195. Барьяхтар В.Г., Витебский И.М., Пашкевич Ю.Г., Соболев В.Л. О «релаксационном» механизме формирования щели в спектре мягкой моды при спин-переориентационном фазовом переходе // ФТТ. 1984. Т. 26. С. 1786.
- 196. Боровик-Романов А.С. Антиферромагнетизм. В кн. Итоги науки. Антиферромагнетизм и ферриты. М.: Изд. АН СССР, 1962.
- 197. Балбашов А.М., Гуфан Ю.М., Марчуков Н.Ю., Рудашевский Е.Г. Природа энергетической щели в спектре спиновых волн при спиновой переориентации в магнитном поле // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, № 4. С. 305–313.
- 198. Ландау Л.Д., Румер Ю.В. О поглощении звука в твердых телах. В кн. Л. Д. Ландау. Собр. трудов. Т. 1. М.: Наука, 1969. С. 227–233.
- 199. *Ахиезер А. И*. О поглощении звука в твердых телах // ЖЭТФ. 1938. Т. 8, № 12. С. 1313–1329.
- 200. Herring C. Role of low energy phonons in thermal conduction // Phys. Rev. 1954. V. 95, № 4. P. 954–965.
- 201. Кащеев В.Н., Кривоглаз М.А. Влияние ангармонизма на энергетическое распределение неупругорассеянных нейтронов // ФТТ. 1961. Т. 3, №5. С. 1528–1540.
- 202. Померанчук И.Я. О теплопроводности диэлектриков при температурах, меньших дебаевской // ЖЭТФ. 1942. Т. 12, № 7-8. С. 245-263.
- 203. Кащеев В. Ч., Кривоглаз М.А. Влияние спин-спинового и спин-фотонного взаимодействия в ферромагнетике на энергетическое распределение рассеянных нейтронов // ФТТ. 1961. Т. 3, № 5. С. 1541–1552.
- 204. Akhieser A.I. Theory of the relaxation processes in ferro-magnets at low temperatures // Journ. Phys. USSR. 1946. V. 10. P. 217–230.
- 205. Каганов М.И., Чиквашвили Я.М. К теории поглощения звука в одноосных ферромагнитных диэлектриках // ФТТ. 1961. Т. 3, № 1. С. 275–281.
- 206. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. К теории релаксационных процессов в ферродиэлектриках при низких температурах // ЖЭТФ. 1959. Т. 36, № I. С. 216–223.
- 207. Каганов М.И., Цукерник В.М. К феноменологической теории кинетических процессов в ферромагнитных диэлектриках. 1. Релаксация в газе спиновых волн // ЖЭТФ. 1958. Т. 34, № 6. С. 1610–1618.

- 208. Каганов М.И., Цукерник В.М. К феноменологической теории кинетических процессов в ферромагнитных диэлектриках. 2. Взаимодействие спиновых волн с фононами // ЖЭТФ. 1959. Т. 36, № 1. С. 224–232.
- 209. Краснов В. П., Соболев В. Л. Вклад процессов магнон-фононных взаимодействий и затухание фононов в ферромагнетике // ФТТ. 1974. Т. 16, № 6. С. 1822–1823.
- 210. Барьяхтар В.Г. Феноменологическое описание релаксационных процессов в магнетиках // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. № 4. С. 1501–1508.
- 211. Лутовинов В.С., Преображенский В.Л., Семин С.П. Затухание звука в антиферромагнетиках типа «легкая плоскость» с высокой температурой Нееля // ЖЭТФ. 1978. Т. 74, № 3. С. 1159–1169.
- 212. Haas C. W., Callen H.B. Ferromagnetic relaxation and resonance line width. Magnetism / Ed. L. T. Rado, H. Shul. N.-Y.: Acad. Press, 1963. V. 1. P. 123–154.
- 213. Sparks M. Ferromagnetic relaxation theory. N.-Y.: McGraw-Hill, 1963. 227 p.
- 214. *Уругиадзе Г.И.* Релаксация магнитного момента в антиферромагнитном диэлектрике // ЖЭТФ. 1960. Т. 39, № 3. С. 680–683.
- 215. Каганов М.И., Цукерник В.М., Чупис И.Е. К теории релаксационных процессов в антиферромагнетике // ФММ. 1960. Т. 10, № 5. С. 797–798.
- 216. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Каганов М.И. Спиновые волны в ферромагнетиках и антиферромагнетиках // УФН. 1960. Т. 71, № 4. С. 533–579; УФН. 1960. Т. 72, № 1. С. 3–32.
- 217. Ожогин В.И. Релаксация магнитного момента в антиферромагнетике с анизотропией типа «легкая плоскость» // ЖЭТФ. 1964. Т. 46, №2. С. 531–536.
- 218. Harris A. B., Kumar D., Halperin B. I., Hohenberg P. C. Spin-wave damping and hydrodynamics in the Heisenberg antiferromagnet // J. Appl. Phys. 1970. V. 41, № 3. P. 1361–1362.
- 219. Барьяхтар В.Г., Краснов В.П., Соболев В.Л. Затухание спиновых волн в ферромагнетике с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость» // ФТТ. 1973. Т. 15, № 10. С. 3039–3043.
- 220. Барьяхтар В.Г., Соболев В.Л., Квирикадзе А.Г. Затухание спиновых волн в антиферромагнетиках с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость» // ЖЭТФ. 1973. Т. 65, № 2. С. 790–805.
- 221. Барьяхтар В.Г., Соболев В.Л. Ширина линии АФМР в антиферромагнетиках с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость» // ФТТ. 1973. Т. 15, №9. С. 2651–2655.
- 222. Барьяхтар В.Г., Краснов В.П., Соболев В.Л. К теории релаксационных процессов в ферромагнетике // ФТТ. 1974. Т. 16, № 2. С. 414–418.
- 223. Барьяхтар В.Г., Данилевич А.Г. Феноменологическая теория релаксации намагниченности // ФНТ. 2013. Т. 39, № 12. С. 1279–1297.

- 224. *Бучельников В.Д.*, *Шавров В.Г.* Затухание магнонов в антиферромагнетиках вблизи ориентационного фазового перехода // ФТТ. 1984. Т. 26, № 4. С. 1254–1256.
- 225. Герус С. В., Тарасенко В. В. Волны Рэлея в магнитных кристаллах с анизотропией типа «легкая плоскость» и их усиление // ФТТ. 1975. Т. 17, № 8. С. 2247-2252.
- 226. Герус С.В., Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Харитонов В.О. Волны Рэлея в сегнетоэлектрических кристаллах с пьезоэффектом // ФТТ. 1977. Т. 19, № 11. С. 218–222.
- 227. Косевич Ю.А., Сыркин Е.С. Волны Рэлея и Лэмба в кристаллах вблизи фазовых переходов, связанных со смягчением акустических фононов // ФТТ. 1984. Т. 26, № 10. С. 2927–2932.
- 228. Гуляев Ю.В. Поверхностные электрозвуковые волны в твердых телах // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 9, № 1. С. 63-65.
- 229. Bleustein T.L. A new surface wave in piezoelectrical materials // Appl. Phys. Lett. 1968. V. 13, № 2. P. 412–413.
- 230. Parekh T. P. Magnetoelastic surface wave in ferrits // Electron. Lett. 1969. V. 5, № 14. P. 322–323.
- 231. Parekh T. P. Propagation characteristics of magnetoelastic surface wave // Electron. Lett. 1969. V. 5, № 21. P. 540–541.
- 232. Кузавко Ю.А., Шавров В.Г. Поверхностные акустические волны в магнитных кристаллах // 16-я Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Тула, 1983. Ч. 1. С. 207.
- 233. Kuzavko Y. A., Oleinik I. N., Shavrov V. G. Surface magnetoacoustic waves induced by the piezomagnetic effect // Digests of Intern. Magn. Confer., Hamburg, FRG, 1984. P. FP-21.
- 234. Гуляев Ю.В., Кузавко Ю.А., Олейник И.Н., Шавров В.Г. Новый тип поверхностных магнитоакустических волн, обусловленный пьезомагнетизмом // ЖЭТФ. 1984. Т. 87, №2 (8). С. 674–676.
- 235. Кузавко Ю.А., Олейник И.Н., Шавров В.Г. Поверхностные магнитоакустические волны, обусловленные пьезомагнитным эффектом // ФТТ. 1984. Т. 26, № 12. С. 3669–3671.
- 236. Gulyaev Yu. V., Kuzavko Yu. A., Oleinik I. N., Shavrov V. G. A new type of the sourface magneto-acoustic waves in the antiferromagnets // Acta Physica Polonica A. 1985. V. 58, № 2. P. 289–292.
- 237. Gulyaev Yu. V., Kuzavko Yu. A., Oleinik I. N., Shavrov V. G. Shear surface magnetoacoustic waves in the reorientation phase transition region. In book: Surface waves in plasmas and solids. Ed. by S. Vukovic. Ohrid, Yugoslavia, 1985. P. 563–566.
- 238. Гуляев Ю.В., Кузавко Ю.А., Олейник И.Н., Шавров В.Г. Сдвиговые поверхностные акустические волны в области спин-переориентационного фазового перехода // ФТТ. 1986. Т. 28, № 4. С. 1243–1246.

- 239. Gulyaev Yu. V., Kuzavko Yu. A., Shavrov V. G. Shear surface acoustic waves in magnetic materials // Proceed. of Intern. Symp. Surface waves in solids and layered structures. Novosibirsk, USSR, 1986. V. 2. P. 62–65.
- 240. Гуляев Ю.В., Кузавко Ю.А., Шавров В.Г. Поверхностные магнитоакустические волны в ферро- и антиферромагнетиках // Тезисы докл. 13-й Всес. конф. по акустоэлектронике к квантовой акустике. Черновцы, 1986. Ч. 2. С. 93–94.
- 241. *Ахиезер И.А., Боровик А.Е.* Простые и одиночные спиновые волны в ферромагнетиках // ФТТ. 1967. Т. 9, № 10. С. 2295–2301.
- 242. *Ахиезер И.А.*, *Боровик А.Е.* К теории спиновых волн конечной амплитуды // ЖЭТФ. 1967. Т. 52, № 12. С. 508–513.
- 243. Елеонский В.М., Кирова Н.Н., Кулагин Н.Е. О случайном вырождении самолокализованных решений уравнений Ландау–Лифшица // ЖЭТФ. 1978. Т. 75, № 6. С. 2210–2219.
- 244. Ахиезер И.А., Боровик А.Е. О нелинейных спиновых волнах в ферромагнетиках и антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1967. Т. 52, № 5. С. 1332–1344.
- 245. Волжан Е.В., Гиоргадзе Н.П., Патарая А.Д. О слабонелинейных волнах плотности намагниченности в магнитоупорядоченных средах // ФТТ. 1976. Т. 18, № 9. С. 2546–2555.
- 246. Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А. О нелинейных волнах намагниченности антиферромагнетика // ФНТ. 1979. Т. 5, № 7. С. 759–771.
- 247. *Елеонский В.М., Кирова Н.Н., Кулагин Н.Е.* О скорости движения доменных границ // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 6. С. 2349–2357.
- 248. Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейная локализованная волна намагниченности как связанное состояние большого числа магнонов // ФНТ. 1977. Т. 3, № 7. С. 906–921.
- 249. Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1983. 192 с.
- 250. Четкин М.В., Шалыгин А.Н., де ла Кампа А. Скорость доменных границ в слабых ферромагнетиках // ЖЭТФ. 1978. Т. 75, № 6. С. 2345–2350.
- 251. Tsang C.H., White R.L., White R.M. Domain wall mobilities in YFeO₃ // J. Appl. Phys. 1978. V. 49, № 3. P. 1838–1844.
- 252. Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А., Сукстанский А.Л. Фононное торможение доменной границы в редкоземельном ортоферрите // ЖЭТФ. 1978. Т. 75, № 6. С. 2183–2195.
- 253. Звездин А.К., Попков А.Ф. Движение доменной границы со скоростью, близкой к скорости звука // ФТТ. 1979. Т. 21, № 5. С. 1334–1343.
- 254. Ozhogin V.I., Lebedev A. Yu. On magnetoelastic soliton in antiferromagnet // J. Magnetism and Magnetic Materials. 1980. V. 15–18. P. 617–618.

- 255. Preobrazhensky V.L., Savchenko M.A. Magneto-acoustic solitons in easy plane type antiferromagnets // Digest XXth Congress AMPERE. Tallinn. 1978. P. 410.
- 256. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Уединенные магнитоупругие волны в ромбоэдрических антиферромагнетиках со слабым ферромагнетизмом // ФММ. 1984. Т. 58, № 5. С. 845–850.
- 257. Бучельников В. Д., Гуревич В. А., Шавров В. Г. Уединенные магнитоупругие волны в магнетиках // Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Харьков. 1979. С. 313–314.
- 258. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Уединенные магнитоупругие волны в легкоплоскостных магнетиках, распространяющиеся вдоль оси анизотропии // 15-я Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Пермь. 1981. Ч. 4. С. 31–32.
- 259. Buchelnikov V.D., Gurevich V.A., Monosov Y.A., Shavrov V.G. Magnetoelastic soliton // IEEE Trans. Magn. 1982. V. 18, № 3. P. 929-930.
- 260. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Уединенные магнитоупругие волны в легкоплоскостных магнетиках, распространяющиеся вдоль оси анизотропии // ФТТ. 1983. Т. 25, № 1. С. 90–94.
- 261. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. Нелинейные магнитоупругие волны в легкоплоскостных магнетиках // ЖЭТФ. 1989. Т. 95, № 2. С. 580–587.
- 262. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г., Шевченко А.Л. Ударные акустические волны в легкоплоскостных магнетиках // ФТТ. 1990. Т. 32, №7. С. 2010-2014.
- 263. Кабыченков А. Ф., Шавров В. Г., Шевченко А. Л. Ориентационные фазовые переходы в легкоплоскостных магнетиках в поле звуковой волны // ФТТ. 1990. Т. 32, № 4. С. 1182–1185.
- 264. Четкин М.В., Лыков В.В., Терещенко В.Д. Ориентационный фазовый переход, индуцированный движущейся доменной границей в борате железа // ФТТ. 1990. Т. 32, № 3. С. 939–941.
- 265. Четкин М.В., Лыков В.В. Нелинейные магнитоупругие волны в тонких пластинах бората железа // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52, №4. С. 863–867.
- 266. Бондаренко В. С., Кабыченков А. Ф., Мансфельд Г. Д., Мануйлов М. В., Рубцов А.А., Шавров В.Г. Запоминание акустических сигналов в магнитной керамике // ЖТФ. 1990. Т. 60, №7. С. 12–22.
- 267. Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.
- 268. Лямов В.Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах. М.: Изд-во МГУ, 1983. 223 с.
- 269. Полякова А.Л. Генерация гармоник поверхностных волн в твердых телах // Акуст. журнал. 1976. Т. 22, № 3. С. 427–433.
- 270. Павлов В.И., Солодов И.Ю. Нелинейные свойства упругих поверхностных волн в твердых телах // ФТТ. 1977. Т. 19, № 10. С. 2948–2954.

- 271. Ожогин В. И., Преображенский В. Л. Ангармонизм смешанных мод и гигантская акустическая нелинейность антиферромагнетиков // УФН. 1988. Т. 155. С. 593–621.
- 272. *Бучельников В.Д., Шавров В.Г.* Генерация третьей гармоники в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // ФТТ. 1986. Т. 28, № 10. С. 3235–3237.
- 273. Buchelnikov V.D., Kuzavko Yu.A., Shavrov V.G. Nonlinear effect for surface magnetoacoustic waves in the magnetic phase transition region // XI Inter. Sympos. on Nonlinear acoustics. Book of abstracts. Novosibirsk, 1987. P. 26.
- 274. Бучельников В.Д., Кузавко Ю.А., Шавров В.Г. Возбуждение гармоник поверхностных магнитоупругих волн в области спиновой переориентации // Всес. конф. «Акустоэлектронные устройства обработки информации на ПАВ». Тезисы докладов. Черкассы, 1990. С. 62–63.
- 275. Buchelnikov V.D., Kuzavko Yu.A., Shavrov V.G. Rayleigh wave second harmonic generation in the spin reorientation region // 1st International workshop on Nonlinear Magnetic films. Abstracts. Ulyanovsk, 1990. P. 18.
- 276. Бучельников В.Д., Кузавко Ю.А. Шавров В.Г. Генерация второй гармоники рэлеевской волны в легкоплоскостном антиферромагнетике в области спиновой переориентации // Акустич. журнал. 1991. Т. 37, № 5. С. 892–897.
- 277. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Фононная теплоемкость антиферромагнетиков вблизи ориентационного фазового перехода // 15-я Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Пермь, 1981. Ч. 4. С. 81-82.
- 278. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Фононная теплоемкость антиферромагнетиков в области спиновой переориентации // ФТТ. 1982. Т. 24, №3. С. 909-911.
- 279. Бучельников В.Д., Кузавко Ю.А., Шавров В.Г. Особенности термодинамики и кинетики магнетиков в области ориентационных переходов // Всес. семинар «Магнитные фазовые переходы и критические явления». Тезисы докладов. Махачкала, 1984. С. 34–35.
- 280. Бучельников В. Д., Кузавко Ю. А., Шавров В. Г. Особенности термодинамики магнетиков в области ориентационных фазовых переходов // ФНТ. 1985. Т. 11, № 12. С. 1276–1281.
- 281. Кузавко Ю.А., Шавров В.Г. Магнитокалорический эффект в магнетиках вблизи спин-переориентационного перехода // ФММ. 1984. Т. 57, № 4. С. 814-815.
- 282. Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Второй звук в антиферромагнетиках // Тезисы 2-й Всес. конф. по теории твердого тела. Москва, 1969. С. 191–192.
- 283. Тарасенко В.В., Шавров В.Г. Второй звук в антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1970. Т. 59, № 7. С. 268-275.

- 284. *Кузавко Ю.А., Шавров В.Г.* Второй звук в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов // Тезисы докл. 16-й Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тула, 1983. Ч. 1. С. 207–208.
- 285. Кузавко Ю.А., Шавров В.Г. Второй звук в магнетиках в области спиновой переориентации // ФТТ. 1984. Т. 26, №4. С. 1109–1112.
- 286. Бучельников В.Д., Кузавко Ю.А., Шавров В.Г. Теплопроводность магнетиков в окрестности фазового перехода // ФНТ. 1987. Т. 13, № 10. С. 1075-1078.
- 287. Изюмов Ю.А. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. М.: Энергоатомиздат, 1987. 200 с.
- 288. Villain J. La structure des substances magnetiques // J. Phys. Chem. Solids, 1959. V. 11, № 3-4, P. 303-309.
- 289. Kaplan T.A. Classical spin-configuration stability in the presence of competing exchange forces // Phys. Rev. 1959. V. 116, № 4. P. 888-889.
- 290. Yoshimory A.A. New type of antiferromagnetic structure in the rutile type crystal // J. Phys. Soc. Jpn., 1959. V. 14, № 6. P. 807-821.
- 291. Дзялошинский И.Е. Теория геликоидальных структур в антиферромагнетиках. 1. Неметаллы // ЖЭТФ. 1964. Т. 46, № 4. С. 1420–1437.
- 292. Дзялошинский И.Е. Теория геликоидальных структур в антиферромагнетиках. 2. Металлы // ЖЭТФ. 1964. Т. 47, № 1. С. 336–348.
- 293. Дзялошинский И.Е. Теория геликоидальных структур в антиферромагнетиках. 3 // ЖЭТФ. 1964. Т. 47, № 3. С. 992–1002.
- 294. Изюмов Ю.А. Модулированные, или длиннопериодические магнитные структуры кристаллов // УФН. 1984. Т. 114. С. 439–474.
- 295. Соболева Т.К., Стефановский Е.П. К теории неоднородных магнитных структур в двухосных кристаллах // ФТТ. 1981. Т. 23, № 9. С. 2866–2867.
- 296. Соболева Т.К., Стефановский Е.П Равновесные состояния и магнитные фазовые перехода типа порядок-порядок в ромбических кристаллах с неоднородным обменно-релятивистским взаимодействием // ФММ. 1982. Т. 54, № 1. С. 186–188.
- 297. Барьяхтар В.Г., Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Теория магнитной структуры и электрической поляризации системы Gr₂BeO₄ // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42, № 6. С. 258–260.
- 298. Барьяхтар В.Г., Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Феноменологическая теория двойных обменных длиннопериодических структур в ромбических антиферромагнетиках // ФТТ. 1986. Т. 28. С. 504.
- 299. Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Теория электрической поляризации многоподрешеточных ромбических антиферромагнетиков с двойной обменной сверхструктурой // ФНТ. 1986. Т. 12. С. 844.
- 300. Стефановский Е.П. Обменно-релятивистские модулированные магнитные структуры в многоподрешеточных ромбических антиферромагнетиках // ФТТ. 1986. Т. 28. С. 3452.

- 301. Стефановский Е.П., Яблонский Д.А. Теория сверхструктур в магнитных диэлектриках // Проблемы теоретической физики. Киев, 1986. С. 237.
- 302. Стефановский Е.П. Модулированные магнитные структуры в некоторых моноклинных системах (МпООН и изоморфные ему соединения) // ФНТ. 1987. Т. 13. С. 740.
- 303. Чупис И.Е. Новый тип магнитной обменно-релятивистской спирали // ФНТ. 1986. Т. 12. С. 330.
- 304. Чупис И.Е. Равновесные состояния и спектр прецессионных возбуждений несоизмеримой антиферромагнитной структуры // ФНТ. 1986. Т. 12. С. 1049.
- 305. *Чупис И.Е., Александрова Н.Я.* Продольный слабый ферромагнетизм несоизмеримой магнитной структуры // УФЖ. 1987. Т. 32. С. 111.
- 306. Соболева Т.К., Тарасенко В.В., Стефановский Е.П. Равновесное состояние и спектр элементарных возбуждений в магнетиках с неоднородным обменно-релятивистским взаимодействием во внешнем магнитном поле // ФТТ. 1980. Т. 22. С. 2353.
- 307. *Michelson A*. Phase diagram near the Lifshitz point. 1. Uniaxial magnetization // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. P. 577.
- 308. *Michelson A*. Phase diagram near the Lifshiftz point. II. Systems with cylindrical, hexagonal and rhombohedral symmetry having an easy plane of magnetization // Phys. Rev. B., 1977. V. 16, № 1. P. 585–592.
- 309. Michelson A. Phase diagram near the Lifshitz point. III. Tetragonal crystals an easy plane of magnetization // Phys. Rev. B. 1977. V. 16, № 11. P. 5112-5124.
- 310. Цвирко Ю. А. Свойства связанных магнитоупругих волн в магнетиках без центра инверсии // ФТТ. 1968. Т. 10. С. 3526.
- 311. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Магнитоупругие волны в геликоидальных магнетиках // ФТТ. 1988. Т. 30. С. 1167.
- 312. Nagyar A. H., Sherringtin D. Magnon-phonon interaction in rare-earth metals with helical spin structures // J. Phys. F: Metal Phys., 1972. V. 2. P. 893–904.
- 313. Власов К.Б., Барьяхтар В.Г., Стефановский Е.П. Распространение звуковых волн в магнитоупорядоченных кристаллах со спиральной магнитной структурой // ФТТ. 1973. Т. 15. С. 3656.
- 314. Власов К.Б., Смородинский Я.Г. Упругие волны в магнетиках с конической спиральной магнитной структурой // ФММ. 1978. Т. 45. С. 903–910.
- 315. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Магнитоупругие волны в кристаллах с геликоидальной магнитной структурой // ФТТ. 1989. Т. 31, № 5. С. 81–86.
- 316. Васильев А. Н., Бучельников В. Д., Гуревич С. Ю., Каганов М. И., Гайдуков Ю. П. Электромагнитное возбуждение звука в металлах. Челябинск-Москва: Изд. ЮУрГУ, 2001. 339 с.

- 317. Конторович В. М., Глуцюк А. М. Преобразование звуковых и электромагнитных волн на границе проводника в магнитном поле // ЖЭТФ. 1961. Т. 41, № 4. С. 1195–1204.
- 318. Конторович В. М., Тищенко Н. А. Преобразование звуковых и электромагнитных волн на границе упругого проводника в магнитном поле // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1963. Т. 6, № 1. С. 24–35.
- 319. Конторович В.М. Уравнения теории упругости и дисперсия звука в металлах // ЖЭТФ. 1963. Т. 45, № 5. С. 1638–1653.
- 320. Каганов М.И., Фикс В.Б. Возбуждение звука током в металлических пленках // ФММ. 1965. Т. 19, №4. С. 489–494.
- 321. Каганов М.И., Фикс В.Б., Шикина Н.И. Возбуждение звука электромагнитной волной на поверхности металла // ФММ. 1968. Т. 26, № 1. С. 11–17.
- 322. Каганов М.И., Фикс В.Б. О генерации длинноволновых фононов электромагнитными волнами // ЖЭТФ. 1972. Т. 62, № 4. С. 1461–1471.
- 323. Гантмахер В. Ф., Долгополов В. Т. Электромагнитное возбуждение звуковых волн в олове и висмуте // ЖЭТФ. 1969. Т. 57, № 1. С. 132–140.
- 324. Долгополов В. Т. Электромагнитное возбуждение звуковых волн в сурьме и висмуте // ЖЭТФ. 1971. Т. 61, № 4. С. 1545–1552.
- 325. Канер Э.А., Фалько В.Л., Сальникова Л.П. Теория нелокальной электромагнитной генерации ультразвука в щелочных металлах при низких температурах // ФНТ. 1986. Т. 12, № 8. С. 831–843.
- 326. Kaner E.A., Falko V.L. On the theory of electromagnetic generation of ultrasound in metals // Sol. St. Com. 1980. V. 35, № 3. P. 353-354.
- 327. Gaerthner M.R., Wallace W.D., Maxfield B. W. Experiments relating to the theory of magnetic direct generation of ultrasound in metals // Phys. Rev. 1969. V. 184, № 3. P. 702–704.
- 328. Chimenti D. E., Kukkonen C. A., Maxfield B. W. Nonlocal electromagnetic generation and detection of ultrasound in potassium // Phys. Rev. B. 1974. V. 10, № 8. P. 3228–3236.
- 329. Banik N.C., Overhauser A.W. Electromagnetic generation of ultrasound in metals // Phys. Rev. B. 1977. V. 16, № 8. P. 3379–3388.
- 330. Banik N. C., Overhauser A. W. Position-dependent amplitude of electromagnetically generated ultrasound in metals // Phys. Rev. B. 1978. V. 18, № 8. P. 3838–3846.
- 331. Lacueva G., Overhauser A. W. Determination of the Hall coefficient by direct generation of ultrasound // Phys. Rev. B. 1984. V. 30, № 10. P. 5525–5529.
- 332. Ram Mohan L. R., Kartheuser E., Rodriguez S. Direct generation of ultrasound by electromagnetic radiation in metals: effect of surface scattering // Phys. Rev. B. 1979. V. 20, № 8. P. 3233–3244.

- 333. Feyder G., Kartheuser E., Ram Mohan L. R., Rodriguez S. Direct generation of ultrasound by electromagnetic radiation in metals in a magnetic field // Phys. Rev. B. 1982. V. 25, № 12. P. 7141–7156.
- 334. Feyder G., Kartheuser E., Ram Mohan L.R., Rodriguez S. Effect of the Bragg and deformation-potential force on ultrasonic propagation in metals // Phys. Rev. B. 1983. V. 27, № 6. P. 3213–3220.
- 335. Feyder G., Kartheuser E., Ram Mohan L.R., Rodriguez S. Direct generation of ultrasound by electromagnetic radiation in metals in a magnetic field. An integral-equation approach // Phys. Rev. B. 1983. V. 27, № 12. P. 7107-7116.
- 336. Gopalan S., Feyder G., Rodriguez S. Effect of elastic anisotropy on the electromagnetic generation of ultrasound in potassium // Phys. Rev. B. 1983. V. 28, № 12. P. 7323–7326.
- 337. *Kartheuser E., Rodriguez S.* Deformation potentials and the electron-phonon interaction in metals // Phys. Rev. B. 1986. V. 33, № 2. P. 772–779.
- 338. Rodriguez S., Kartheuser E., Ram Mohan L.R. Theory of electromagnetic generation of acoustic waves in metals // Adv. Phys. 1986. V. 35, № 5. P. 423-505.
- 339. Гайдуков Ю.П., Перов А.П. Электромагнитное возбуждение звука в олове // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 8, № 6. С. 666–668.
- 340. Гайдуков Ю.П., Перов А.П. Особенности поведения поверхностного импеданса олова при установлении стоячей звуковой волны и квантовые осцилляции скорости звука // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 9, №3. С. 585–590.
- 341. Гайдуков Ю. П., Перов А. П. Поверхностная проводимость в олове в сильном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13, № 5. С. 307-311.
- 342. Кравченко В.Я. Электромагнитное возбуждение звука в металлической пластине // ЖЭТФ. 1968. Т. 54, № 5. С. 1491–1509.
- 343. Власов К.В., Кулеев В.Г., Розенфельд Е.В., Шур М.Л. Коэффициенты отражения, прохождения и преобразования связанных волн для плоскопараллельной пластины // ФММ. 1973. Т. 35, № 1. С. 5–19.
- 344. Власов К.В., Кулеев В.Г. Преобразование электромагнитных волн в упругие (и наоборот) на границах магнитополяризованных металлов // ФММ. 1968. Т. 25, № 1. С. 15–27.
- 345. Власов К.В., Кулеев В.Г. Частотный и размерный резонансы в явлениях возбуждения упругих волн // ФТТ. 1967. Т. 9, № 10. С. 3022–3626.
- 346. Quinn J.J. Electromagnetic generation of acoustic waves and surface impedance of metals // Phys. Lett. A. 1967. V. 25, № 7. P. 522-523.
- 347. Quinn J.J. Direct generation of sound in metals and acoustic, nuclear spin resonance // J. Phys. Chem. Sol. 1970. V. 31, № 8. P. 1701–1707.
- 348. Quinn J.J. Helicon-phonon interaction and direct generation of sound in semimetals // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 24, № 15. P. 817–820.

- 349. Alig R.C. Direct electromagnetic generation of transverse acoustic waves in metals // Phys. Rev. 1969. V. 178, № 3. P. 1050–1058.
- 350. Southgate P.D. An approximate theory of skin-effect acoustic generation in conductors // J. Appl. Phys. 1969. V. 40, № 1. P. 22-29.
- 351. Betjemann A.G., Bohm H.V., Meredith D.J., Dobbs E.R.R.F. Ultrasonic wave generation in metals // Phys. Lett. A. 1967. V. 25, № 10. P. 753-754.
- 352. Meredith D.J., Watts-Tobin R.J., Dobbs E.R. Electromagnetic generation of ultrasonic waves in metals // J. Acoust. Soc. Amer. 1960. V. 45, № 6. P. 1393-1401.
- 353. Dobbs E.R., Thomas R.L., Hsu D. Resonant effects in directly generated acoustic waves // Phys. Lett. A. 1969. V. 30, № 6. P. 338–339.
- 354. Dobbs E.R. Electromagnetic generation of ultrasonic waves in metals // J. Phys. Chem. Sol. 1970. V. 31, № 11. P. 1657-1667.
- 355. Wallase W.D. Electromagnetic generation of ultrasound in metals // Int. J. of NDT. 1971. V. 2. P. 309–334.
- 356. *Dobbs E.R.* Electromagnetic generation of ultrasonic waves // Physical Acoustics. Academic Press. 1973. V. 10. P. 127–191.
- 357. Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П. Электромагнитное возбуждение звука в металлах // УФН. 1983. Т. 141, № 3. С. 431-467.
- 358. Каганов М. И. Термоэлектрический механизм электромагнитно-акустического преобразования (ЭМАП) // ЖЭТФ. 1990. Т. 98, № 5. С. 1828–1833.
- 359. Гуревич В.Л., Ланг И.Г., Павлов С.Т. Об индукционном и деформационном поглощении звука в проводниках // ЖЭТФ. 1970. Т. 59, № 5. С. 1679-1693.
- 360. Конторович В.М. Динамические уравнения теории упругости в металлах // УФН. 1984. Т. 142, № 2. С. 265-307.
- 361. Васильев А.Н. Электромагнитное возбуждение ультразвука в металлах и полупроводниках // Автореферат дисс. ... д.ф.-м.н. М., 1987. 32 с.
- 362. Белов К.П. Магнитострикционные явления и их технические приложения. М.: Наука, 1987. 160 с.
- 363. Буденков Г.А., Гуревич С.Ю., Маскаев А.Ф. Электромагнитная генерация ультразвуковых колебаний в магнитострикционных средах // Физические методы испытания материалов. Челябинск. 1980. С. 11–30.
- 364. Буденков Г. А., Маскаев А. Ф. Возможность контроля стальных изделий электромагнитно-акустическим методом без удаления окалины // Дефектоскопия. 1972. № 5. С. 83–87.
- 365. Буденков Г.А., Маскаев А.Ф. Механизм возбуждения и регистрации ультразвуковых волн в железе и железоникелевом сплаве в районе температуры Кюри // Дефектоскопия. 1973. № 1. С. 109–115.
- 366. Гитис М.Б. Электромагнитное возбуждение звука в никеле // ФТТ. 1972. Т. 14, № 12. С. 3563–3567.

- 367. Дроботько В. Ф., Набережных В. П. Электромагнитное возбуждение звука в пластине ферромагнитного металла // ФНТ. 1976. Т. 2, № 7. С. 872-878.
- 368. Дроботько В. Ф., Набережных В. П. Возбуждение и дисперсия скорости звука в сильных магнитных полях // ФНТ. 1980. Т. 6, № 1. С. 72–79.
- 369. Ильясов Р.С., Комаров В.А. Влияние магнитомеханического затухания на резонансное электромагнитно-акустическое преобразование в ферромагнетиках // Дефектоскопия. 1982. № 12. С. 34–37.
- 370. Ильясов Р. С., Комаров В. А. Электромагнитно-акустическое преобразование объемных волн в ферромагнетиках накладными преобразователями // Дефектоскопия. 1983. № 11. С. 53–60.
- 371. Povey M.J. W., Dobbs E.R., Meredith D.J. Ferromagnetic acoustic resonance in metals // J. Phys. F.: Metal Phys. 1973. V. 3, № 11. P. 1234–1237.
- 372. Povey M.J. W., Meredith D.J., Dobbs E.R. Electromagnetic generation and attenuation of ultrasound in ferromagnetic metals: I // J. Phys. F.: Metal Phys. 1980. V. 10. P. 2041–2053.
- 373. Povey M.J. W., Dobbs E.R., Meredith D.J. Electromagnetic generation and attenuation of ultrasound in ferromagnetic metals: II // J. Phys. F.: Metal Phys. 1980. V. 10. P. 2555–2572.
- 374. Privorotskii I.A., Devine A.B., Alexandrakis G.C. Generation and attenuation of phonons at ferromagnetic resonance on thick Ni films // J. Appl. Phys. 1979. V. 50, № 11. P. 7732.
- 375. Alexandrakis G. C., Devine R.A.B. Resonant and non-resonant sound excitation and transmission in nickel crystals at 9,37 GHz // Sol. St. Com. 1982. V. 41, № 10. P. 781–785.
- 376. Gordon R.A. Electromagnetic-acoustic coupling in ferromagnetic metals at liquid helium temperatures // J. Appl. Phys. V. 52, № 7. P. 4729–4732.
- 377. Hanabusa M., Kushida T., Murphy J. C. Electromagnetic generation of ultrasonic waves in 3d-transition metals // J. Appl. Phys. 1973. V. 44, № 11. P. 5106–5110.
- 378. Gorodetsky G., Luthi B., Moran T.J., Mullen M.E. Magnetostrictive excitation of sound in magnetic materials // J. Appl. Phys. 1972. V. 43, № 3. P. 1234–1238.
- 379. Андрианов А.В., Васильев А.И., Гайдуков Ю.П., Ильясов Р.С. Электромагнитное возбуждение ультразвука в гадолинии // ФММ. 1987. Т. 64, № 5. С. 1036–1038.
- 380. Андрианов А.В., Васильев А.И., Гайдуков Ю.П., Ильясов Р.С. Электромагнитно-акустическое преобразование в диспрозии при магнитных фазовых переходах // ФММ. 1989. Т. 67, № 4. С. 708-711.
- 381. Андрианов А.В., Васильев А.И., Гайдуков Ю.П., Ильясов Р.С., Чистяков О.Д. Электромагнитное возбуждение ультразвука в кристаллах гадолиния // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45, № 12. С. 571–574.

- 382. Андрианов А.В., Васильев А.И., Гайдуков Ю.П., Фосетт Э. Исследование магнитной фазовой диаграммы диспрозия методом электромагнитного возбуждения звука // Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 49, № 11. С. 621–624.
- 383. Andrianov A. V., Gaidukov Yu. P., Vasil'ev A. N., Fawcett E. The magnetic phase diagrams of dysprosium // J. Magn. Magn. Mater. 1991. V. 97, № 1-3. P. 246-250.
- 384. Андрианов А.В., Бучельников В.Д., Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П., Ильясов Р.С., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение ультразвука в гадолинии // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, № II. С. 277–288.
- 385. Андрианов А.В., Бучельников В.Д., Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение ультразвука в монокристалле диспрозия // ЖЭТФ. 1990. Т. 97, № 5. С. 1674–1687.
- 386. Андрианов А.Н., Бучельников В.Д., Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П. Н-Т фазовая диаграмма диспрозия // XXVI Всес. совещания по физике низких температур. Тезисы докладов. Донецк, 1990. Ч. 2. С. 104–105.
- 387. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение звука в редкоземельных металлах // 18-я Всес. конф. по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Калинин, 1988. С. 796–797.
- 388. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение поперечного звука в редкоземельных магнитных металлах // ФТТ. 1991. Т. 33, № 11. С. 3284–3291.
- 389. Thompson R.B. Detection of strain by measurement of the efficiency of the magnetostrictive generation of ultrasonic surface waves // IEEE Ultrasonics Symp. Proc. 1976. P. 535–589.
- 390. Thompson R.B. A model for the electromagnetic generation of ultrasonic guided waves in ferromagnetic metal polycrystals // IEEE Trans. Son. Ultrason. 1978. V. 25, № 1. P. 7–15.
- 391. *Thompson R.B.* Noncontact transducers // IEEE Ultrasonics Symp. Proc. 1977. P. 74–83.
- 392. *Frost H.M.* Electromagnetic-ultrasound transducers: principles, practice, and application // Physical Acoustics Press. 1979. V. 14. P. 179–275.
- 393. Буденков Г.А., Гуревич С.Ю. Современное состояние бесконтактных методов и средств ультразвукового контроля // Дефектоскопия. 1981. № 5. С. 5-53.
- 394. Шкарлет Ю. М. Бесконтактные методы ультразвукового контроля. М.: Машиностроение, 1974. 55 с.
- 395. Комаров В.А. Квазистационарное электромагнитно-акустическое преобразование в металлах. Свердловск: Изд. УНЦ АН СССР, 1986. 235 с.
- 396. Васильев А.Н., Бучельников В.Д., Георгиус Р.Ш., Илюшин А.С., Савченко Ю.И. Стрикция антиферромагнитного перехода и магнитный параметр Грюнайзена α-Мп // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52, №7. С. 1009–1012.
- 397. Lin H., Collins M. F., Holden T. M., Wei W. Magnetic structure of erbium // Phys. Rev. B. 1992. V. 45, № 22. P. 12873.
- 398. Lim C. M., Dixon S., Edwards C., Palmer S.B. The detection of magnetic phase transition in single crystals of erbium and erbium-thulium by electromagnetic acoustic transducers // J. Phys. D. Appl. Phys. 1998. V. 31, № 11. P. 1362–1376.
- 399. Cowley R.A., Jensen J. Magnetic structures and interactions in erbium // J. Phys.: Cond. Matter. 1992. V. 4. P. 9673–9696.
- 400. McMorrow D.F., Jehan D.A., Cowley R.A., Eccleston R.S., McIntyre G.J. On the magnetic phase diagram of erbium in a c axis magnetic field // J. Phys.: Cond. Matter. 1992. V. 4, № 44. P. 8599-8608.
- 401. Gama S., Foglio M.E. Magnetization of erbium in the ordered and paramagnetic phases // Phys. Rev. B. 1988. V. 37, № 4. P. 2123-2132.
- 402. Lim C. M., Edwards C., Dixon S., Palmer S. B. Ultrasound studies of single crystal thulium in an applied magnetic field // JMMM. 2001. V. 234, № 3. P. 387-394.
- 403. Бучельников В. Д., Шавров В. Г. Электромагнитное возбуждение поперечного звука в редкоземельных магнитных металлах // ФТТ. 1991. Т. 33, № 11. С. 3284–3291.
- 404. *Бучельников В.Д.*, *Шавров В.Г.* Влияние продольной восприимчивости и релаксации на спектр спиновых и упругих волн в антиферромагнетиках при спиновой переориентации // ЖЭТФ. 1994. Т. 106, № 6 (12). С. 1756–1764.
- 405. Мухин А.А., Прохоров А.С. О влиянии продольной релаксации на динамическую восприимчивость антиферромагнетиков // ФТТ. 1992. Т. 34, № 11. С. 3323–3333.
- 406. Гуфан Ю. М., Прохоров А. С., Рудашевский Е. Г. Замкнутое описание намагниченности и резонансных частот антиферромагнетиков в магнитном поле NiF₂ // ЖЭТФ. 1979. Т. 77, в. 6 (12). С. 2396.
- 407. Белов К.П., Катаев Г.И., Левитин Р.З., Никитин С.А., Соколов В.И. Гигантская магнитострикция // УФН. 1983. Т. 140, № 2. С. 271–314.
- 408. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1963. 720 с.
- 409. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 592 с.
- 410. Киржниц Д.А. Сверхпроводимость и элементарные частицы // УФН. 1978. Т. 25, № 1. С. 169–194.
- 411. Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 242 с.
- 412. *Туров Е.А.* Материальные уравнения электродинамики. М.: Наука, 1983. 158 с.
- 413. Туров Е.А., Луговой А.А. Магнитоупругие колебания доменных границ в ферромагнетиках. І. Резонансные моды // ФММ. 1980. Т. 50, № 4. С. 717-729; ІІ. Генерация и рассеяние звука // ФММ. 1980. Т. 50, № 5. С. 903-913.

- 414. *Туров Е.А.* Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. М.: Изд. АН СССР, 1963. 224 с.
- 415. Keffer F., Kittel C. Theory of antiferromagnetic resonance // Phys. Rev. 1952. V. 85, № 2. P. 329-337.
- 416. Боровик-Романов А.С., Прозорова Л.А. Связь двух типов колебаний при антиферромагнитном резонансе // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 4, № 2. С. 57-60; Прозорова Л.А., Боровик-Романов А.С. Изучение антиферромагнитного резонанса в карбонате марганца в сильных магнитных полях // ЖЭТФ. 1968. Т. 55, № 5. С. 1727-1736.
- 417. Великов Л.В., Миронов С.В., Рудашевский Е.Г. Изучение взаимодействия двух типов колебаний спинов при антиферромагнитном резонансе в слабоферромагнитной фазе гематита // ЖЭТФ. 1969. Т. 57, №3. С. 781–790.
- 418. Боровик-Романов А.С. Проблемы магнетизма. М.: Наука, 1972. 250 с.
- 419. Дзялошинский И.Е. К вопросу о магнитоэлектрическом эффекте в антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1959. Т. 37, № 3. С. 881-882.
- 420. Астров Д.Н. Магнитоэлектрический эффект в окиси хрома // ЖЭТФ. 1961. Т. 40, № 4. С. 1035-1041.
- 421. Folen V.J., Rado G.T., Stalder E. W. Anisotropy of magneto-electric effect in Cr₂O₃ // Phys. Rev. Lett. 1961. V. 6, № 11. P. 607–608.
- 422. Rado G. T. Statistical theory of magnetoelectric effect in antiferromagnetics // Phys. Rev. 1962. V. 128, № 6. P. 2546-2554.
- 423. Альшиц В.И., Астров Д.Н. О магнитоэлектрическом эффекте в окиси титана Ti₂O₃ // ЖЭТФ. 1963. Т. 44, № 4. С. 1195–1198.
- 424. Rado G. T. Observation and possible mechanism of magneto-electric effect in ferromagnet // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13, № 10. P. 335–337.
- 425. Date M., Kanamori J., Tachiki M. Origin of magnetoelectric effect in Cr₂O₃ // J. Phys. Soc. Japan. 1961. V. 16, № 12. P. 2589–2594.
- 426. Royce E.B., Bloembergen N. Linear electric shifts in paramagnetic resonance of Al₂O₃-Cr and MgO-Cr // Phys. Rev. 1963. V. 131, № 5. P. 1912-1917.
- 427. Барьяхтар В.Г., Разсукованный Б.Н., Стефановский Е.П. К теории явления переориентации спинов в редкоземельных ортоферритах // ФММ. 1973. Т. 36, № 3. С. 455-461.
- 428. Белов К.П., Кадомцева А.М., Медведев С.Ж., Усков В.В., Червоненкис А.Я. Аномалии в температурной зависимости модуля упругости при спонтанной переориентации спинов в редкоземельных ортоферритах // ЖЭТФ. 1969. Т. 57, № 4. С. 1124–1127.
- 429. Белов К.П., Волков Р.А., Горанский Б.П., Кадомцева А.М., Усков В.В. Природа переходов при спонтанной переориентации спинов в редкоземельных ортоферритах // ФТТ. 1969. Т. 11, № 5. С. 1148–1151.
- 430. Белов К.П., Кадомцева А.М. Магнитоупругие свойства редкоземельных ортоферритов // УФН. 1971. Т. 103, № 4. С. 577-607.

- 431. Бородин В.А., Дорошев В.Д., Тарасенко Т.Н. Спин-переориентационный фазовый переход в одноосносжатом гадолиниевом феррите-гранате // ФТТ. 1986. Т. 28, № 4. С. 1185–1187.
- 432. Бородин В.А., Дорошев В.Д., Тарасенко Т.Н. Изучение методом ЯМР ориентационного фазового перехода в ИЖГ, индуцированного внешним напряжением // ФТТ. 1985. Т. 27, № 2. С. 583–585.
- 433. Минаков В.И., Федосов В.Н. Распределение неелевских участков в блоховской стенке конечных размеров // ФММ. 1978. Т. 45, № 3. С. 667–668.
- 434. Неель Л. Некоторые свойства границ ферромагнитных областей. В кн.: Физика ферромагнитных областей. Под. ред. С. В. Вонсовского. М.: ИЛ, 1951. С. 194–214.
- 435. *Spacek L*. Energie der Blochwande in Eisen und Nickel // Ann. der Phys. 1960. V. 460, № 3-4. P. 217-228.
- 436. Белов К.П., Белянчикова М.А., Левитин Р.З., Никитин С.А. Редкоземельные ферро- и антиферромагнетики. М.: Наука, 1965. 320 с.
- 437. Eastman D.E., Shafer M.W. Antiferromagnetic resonance in cubic TlMnF₃ // J. Appl. Phys. 1967. V. 38, № 3. P. 1274–1279.
- 438. *Eastman D.E.* Magnetoelastic coupling in RbMnF₃ // Phys. Rev. 1967. V. 156, № 2. P. 645–653.
- 439. Белов К. П., Миль Б. В., Соколов В. И., Шевалеевский О. И. Антиферромагнитный резонанс в гранате Са₃Fe₂Ge₃O₁₂ // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20, № 2. С. 98–101.
- 440. Teaney D. T., Freiser M.J., Stewenson R. W. H. Discovery of a simple cubic antiferromagnet: antiferromagnetic resonance in RbMnF₃ // Phys. Rev. Lett. 1962. V. 9, № 5. P. 212–214.
- 441. Даньшин Н.К., Ковтун Н.М., Сдвижков М.А. Магнитодинамический резонанс в окрестности низкотемпературного фазового перехода в ErFeO₃ // ФТТ. 1986. Т. 28. С. 1200.
- 442. Джелли Дж. Черенковское излучение и его применение. М.: ИЛ, 1960. 334 с.
- 443. Зрелов В. П. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968. 260 с.
- 444. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1987. 505 с.
- 445. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984. 360 с.
- 446. Ситенко А.Г., Каганов М.И. О потерях энергии заряженной частицей, движущейся в анизотропной среде // ДАН СССР. 1955. Т. 100, №4. С. 681.
- 447. Ситенко А.Г., Коломенский А.А. О движении заряженной частицы в оптически активной анизотропной среде // ЖЭТФ. 1956. Т. 30, № 3. С. 511-517.

- 448. Ситенко А.Г. О прохождении заряженной частицы через магнетик // ДАН СССР. 1954. Т. XCVIII, № 3. С. 377.
- 449. Барьяхтар В.Г., Каганов М.И. Черенковское излучение при прохождении заряженной частицы через ферродиэлектрик // ЖЭТФ. 1958. Т. 35, № 3. С. 766-770.
- 450. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Связанные магнитоупругие и электромагнитные волны в магнетиках вблизи точек ориентационных фазовых переходов // ФММ. 1988. Т. 66, № 2. С. 222–226.
- 451. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994. 464 с.
- 452. *Бучельников В.Д.*, *Шавров В.Г.* Затухание магнитоупругих волн в магнетиках в области ориентационных фазовых переходов // ФММ. 1989. Т. 68, № 3. С. 421-444.
- 453. Бучельников В.Д., Даньшин Н.К., Цымбал Л.Т., Шавров В.Г. Магнитоакустика редкоземельных ортоферритов // УФН. 1996. Т. 166, №6. С. 585-612.
- 454. Бучельников В.Д., Даньшин Н.К., Цымбал Л.Т., Шавров В.Г. Соотношение вкладов прецессионных и продольных колебаний в динамике магнетиков // УФН. 1999. Т. 169, № 10. С. 1049–1084.
- 455. Бучельников В. Д., Даньшин Н.К., Непочатых Ю.И., Шавров В.Г. Обнаружение вклада продольной восприимчивости в частоту мягкой магниторезонансной моды в SmFeO₃ // ЖЭТФ. 2001. Т. 119, № 4. С. 728–737.
- 456. Звездин А.К., Матвеев В.М., Мухин А.А., Попов А.И. Редкоземельные ионы в магнитоупорядоченных кристаллах. М.: Наука, 1985. 294 с.
- 457. Кадомцева А.М., Крынецкий И.В., Матвеев В.М. Природа спонтанных и индуцированных переходов в ортоферритах эрбия // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 1451.
- 458. Витебский И.М., Яблонский Д.А. Теория низкотемпературной спиновой переориентации в ErFeO₃ // ФТТ. 1978. Т. 20. С. 2300.
- 459. Боровик-Романов А.С., Рудашевский Е.Г., Туров Е.А., Шавров В.Г. Магнитоупругие эффекты спонтанно нарушенной симметрии и мягкие моды при магнитных фазовых переходах // УФН. 1984. Т. 143, №4. С. 674–676.
- 460. Ожогин В.И., Лебедев А.Ю., Якубовский А.Ю. Удвоение частоты звука и акустическое детектирование в гематите // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 27, № 6. С. 333-336.
- 461. Лебедев А.Ю., Ожогин В.И., Сафонов В.Л., Якубовский А.Ю. Нелинейная магнитоакустика ортоферрита вблизи спиновой переориентации // ЖЭТФ. 1983. Т. 85, № 3. С. 1059–1071.
- 462. Красильников В.А., Маматова Т.А., Прокошев В.Г. Генерация второй гармоники поверхностных магнитоупругих волн в гематите // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10, № 19. С. 1196–1199.
- 463. Барьяхтар В.Г., Туров Е.А. Магнитоупругие возбуждения. Препринт № 85-41Р. Киев: ИТФ АН УССР, 1985. 65 с.

- 464. Даньшин Н.К. Высокочастотные возбуждения в окрестности низкотемпературных переходов в антиферромагнетиках. Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. Донецк, 1987. 346 с.
- 465. Туров Е.А., Луговой А.А., Бучельников В.Д., Кузавко Ю.А., Шавров В.Г., Ян О.В. Мягкие магнитно-звуковые волны в кубическом ферромагнетике в окрестности ориентационного перехода. Препринт № 86/4. Свердловск: НФМ УНЦ АН СССР, 1986. 26 с.
- 466. *Бреус С.А., Соболев В.Л., Худик Б.И.* К теории магнон-фононных взаимодействий в антиферромагнетиках // ФНТ. 1978. Т. 4, №9. С. 1167–1179.
- 467. Соболев В. Л. Неравновесные состояния магнонов и релаксационные процессы в антиферромагнетиках. Дисс. докт. физ.-мат. наук. Донецк, 1983. 314 с.
- 468. Такер Д., Рэмптон В. Гиперзвук в физике твердого тела. М.: Мир, 1975. 454 с.
- 469. *Прозорова Л. А.* Спиновые волны в антиферромагнетиках // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1978. Т. 42, № 8. С. 1677–1683.
- 470. Андриенко А.В., Прозорова Л.А. Исследование параметрического возбуждения и релаксации электронных спиновых волн в антиферромагнитном CsMnCl₃ // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1980. Т. 44, № 7. С. 1381–1385.
- 471. Андриенко А.В. Экспериментальное исследование спектров и релаксации спиновых волн в слабоанизотропных антиферромагнитных диэлектриках. Дисс. канд. физ.-мат. наук. М., 1983. 145 с.
- 472. Котюжанский Б. Я., Прозорова Л. А. Параметрическое возбуждение спиновых волн в антиферромагнитном FeBO₃ // ЖЭТФ. 1981. Т. 31, № 5. С. 1913–1924.
- 473. Котюжанский Б.Я., Прозорова Л.А. Изучение параметрического возбуждения магнонов и фононов в ангиферромагнитном FeBO₃ // ЖЭТФ. 1982. Т. 83, № 4. С. 1567–1575.
- 474. Красильников В.А., Маматова Т.А., Прокошев В.Г. Параметрическое усиление при обращении волнового фронта магнитоупругой волны в гематите // ФТТ. 1986. Т. 28, № 2. С. 615-617.
- 475. Lebedev A. Yu., Ozhogin V.L., Yakubovsky A.Y. Effective anharmonicity of the elastic subsystem in TmFeO₃ near spin reorientation // IEEE Trans. Magn. 1981. V. 17, № 6. P. 2727–2729.
- 476. Бережнов В.В., Евтихиев Н.Н., Преображенский В.Л., Экономов Н.А. Эффективные модули упругости третьего порядка гематита // ФТТ. 1982. Т. 24, № 6. С. 1870–1872.
- 477. Катаев Г.И., Шубин В.В. Зависимость модуля упругости TbFe₂ от магнитного поля до 70 кЭ // Акустич. журн. 1980. Т. 26, № 1. С. 142–145.
- 478. Заикин А.М., Преображенский В.Л. Анизотропия G-эффекта в поликристалле TbFe₂ // Акустич. журн. 1988. Т. 34, № 5. С. 792–796.
- 479. Гуревич В. Л. Кинетика фононных систем. М.: Наука, 1980. 400 с.

- 480. Rayleigh J. W. Surface acoustic wave // Proc. London Math. Soc. 1885. V. 17. P. 4-11.
- 481. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. М.: Наука, 1982. 424 с.
- 482. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 287 с.
- 483. Балакирев М.К., Гилинский И.А. Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1982. 239 с.
- 484. Gulyaev Yu. V., Plessky V.P. Shear surface acoustic waves in dielectrics in the presence of an electric field // Phys. Lett. A. 1976. V. 56, № 6. P. 491-492.
- 485. Damon R. W., Eshbach J. P. Magnetostatic modes of ferromagnetic slab // J. Phys. Chem. Sol. 1961. V. 19, № 3/4. P. 308-320.
- 486. Филиппов Б.Н., Оноприенко Л.Г. Связанные магнитоупругие волны в ограниченной среде // ФММ. 1970. Т. 30, №6. С. 1121–1133.
- 487. Филиппов Б.Н. Поверхностные спиновые и магнитоупругие волны в антиферромагнетиках. Препринт № 80/1. Свердловск: ИФМ УНЦ АН СССР, 1980. 63 с.
- 488. Dewains R.E., Wolfroam T. Dipole-exchange spin waves in ferromagnetic films // J. Appl. Phys. 1970. V. 41, № 3. P. 987–993.
- 489. Бугаев А. С., Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е., Филимонов Ю. А. Быстрые магнитоупругие волны в нормально намагниченной пластине феррита // ФТТ. 1981. Т. 23, № 9. С. 2647–2652.
- 490. Булаевский Л. Н. Магнитостатические поверхностные волны в ферромагнетиках // ФТТ. 1970. Т. 12, № 3. С. 799–806.
- 491. Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Казаков Г.Т., Сысоев В.Г., Тихонов В.В., Филимонов Ю.А., Нам В.П., Хе А.С. Наблюдение быстрых магнигоупругих волн в тонких пластинах и эпитаксиальных пленках железо-иттриевого граната // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34, № 9. С. 500-504.
- 492. Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е., Казаков Г. Т., Тихонов В. В. Сверхвысокочастотный фильтр (его варианты) // Заявка № 3395007/09 от 5.02.1982; АС № 1091263, БИ № 17, 1984.
- 493. Прокошев В.Г. Экспериментальное исследование магнитоакустических эффектов в антиферромагнетике-гематите. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1986. 190 с.
- 494. Губкин М.К., Маматова Т.А., Прокошев В.Г. Взаимодействие встречных поверхностных магнитоупругих волн в гематите // Акустич. журнал. 1985. Т. 31, № 5. С. 678–680.
- 495. Маматова Т.А., Прокошев В.Г. Поляризационные эффекты при распространении магнитоупругих волн в гематите // Вестник МГУ. Сер. физ. Астр. 1985. Т. 26, № 5. С. 49–54.

- 496. Дзялошинский И.Е. К вопросу о пьезомагнетизме // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, № 3 (9). С. 807–808.
- 497. Боровик-Романов А. С. Пьезомагнетизм в антиферромагнитных фторидах кобальта и марганца // ЖЭТФ. 1959. Т. 36, № 6. С. 1954–1955; ЖЭТФ. 1960. Т. 38, № 4. С. 1088–1098.
- 498. Боровик-Романов А.С. Антиферромагнетизм и ферриты / В сб.: Итоги науки. Серия физ.-мат. науки, вып. 4. М.: Изд. АН СССР, 1962. 214 с.
- 499. *Мицек А.И., Шавров В.Г.* Пьезомагнетизм в антиферромагнетиках и ферромагнетиках // ФТТ. 1964. Т. 6, № 1. С. 210–218.
- 500. Moriya T.J. Piezomagnetic constants antiferromagnets // Phys. Chem. Sol. 1959. T. 11, № 1. P. 73–80.
- 501. Косевич Ю.А., Сыркин Е.С. Об обобщенных поверхностных сдвиговых волнах в пьезокристаллах // ФТТ. 1936. Т. 28, № 1. С. 248–256.
- 502. Косевич Ю.А., Сыркин Е.С. Критерий существования и свойства глубоко проникающих волн Рэлея в кристаллах // ЖЭТФ. 1985. Т. 89, № 6 (12). С. 248-256.
- 503. Косевич Ю.А. О существовании поверхностных магнито-электро-звуковых волн в кристаллах // ФТТ. 1985. Т. 27, № 1. С. 193–195.
- 504. Кабыченков А. Ф., Шавров В. Г. Неоднородное состояние одноосного ферромагнетика в окрестности ориентационного фазового перехода, обусловленное пространственной неоднородностью анизотропии // ФТТ. 1987. Т. 29, № 1. С. 202–203.
- 505. *Белов К. П.* Редкоземельные магнетики и их применение. М.: Наука, 1980. 239 с.
- 506. *Perkins R.S., Nagel H.* The magnetocrystalline anisotropy of Y₂(Co_{1-x}Fe_x)₁₇ // Physica B+C. 1975. V. 80, № 1-4, P. 143-152.
- 507. Franse J.J. M., Mihai V. The easy axis of magnetization in gadolinium as a function of pressure and temperature // Physica B+C. 1977. V. 86. P. 49–50.
- 508. Урбонас Д.-Т.А., Пожела И.И., Пранявичус Л.И. Поле анизотропии и температура Нееля имплантированных пленок ферритов-гранатов // ЖТФ. 1984. Т. 54, № 11. С. 2287–2288.
- 509. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. Индуцированная звуком доменная структура в легкоплоскостных магнетиках // ФТТ. 1986. Т. 23, №2. С. 433–435.
- 510. Козуб В.И., Таганцев А.К. Нелинейные акустические явления, обусловленные фазовым переходом в звуковой волне в сегнетоэлектрике // ЖЭТФ. 1985. Т. 89, № 1. С. 222–232.
- 511. Schlömann E. Structure of moving domain walls in magnetic materials // Appl. Phys. Lett. 1971. V. 19, № 4. P. 274-276.
- 512. *Гуревич В.А.* Динамика блоховской границы в ферромагнетике // ФТТ. Т. 19, № 10. С. 2893–2901.

- 513. Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А., Сукстанский А.Л. О предельной скорости движения доменной границы в магнетиках // ФТТ. 1978. Т. 20, № 7. С. 2177–2187.
- 514. *Елеонский В.М., Кирова Н.Н., Кулагин Н.Е.* О магнитных солитонах, распространяющихся вдоль оси анизотропии // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, № 10. С. 601–605.
- 515. Гуревич В.А., Шавров В.Г. Магнитоупругий солитон в одноосном ферро- и антиферромагнетике // Тезисы докл. 7-й Всес. школы-семинара «Новые магнитные материалы для микроэлектроники». Ашхабад, 1980. С. 145–146.
- 516. Бучельников В.Д., Шавров В.Г. Уединенные магнитоупругие волны в легкоплоскостных магнетиках, распространяющиеся вдоль оси анизотропии // Тезисы докл. 15-й Всес. конф. по физике магнитных явлений. Пермь, 1981. Ч. 4. С. 31–32.
- 517. Звездин А.К., Мухин А.А., Попков А.Ф. Магнитоупругие аномалии в динамике доменных границ в слабых ферромагнетиках. Препринт № 103. М.: ФИАН СССР, 1982. 65 с.
- 518. Волман Е.Б., Гиоргадзе Н.П., Потарая А.Д. О слабонелинейных магнитоупругих колебаниях в ферромагнетиках // ЖЭТФ. 1976. Т. 70, №4. С. 1330–1339.
- 519. Турицын С.К., Фалькович Г.Е. Устойчивость магнитоупругих солитонов и самофокусировка звука в антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1985. Т. 89, № 1. С. 258–270.
- 520. Солитоны в действии. Под ред. К. Лонгрена и Э. Скотта. М.: Мир, 1981. 312 с.
- 521. Klein H.P., Menth A., Perkins R.S. Magnetocrystalline anisotropy of light rare-earth cobalt compounds // Physica B+C. 1975. V. 80, № 1-4. P. 153-163.
- 522. *Melville D., Rayner D.L.* Field-dependence of the basal plane anisotropy constant of dysprosium // Physica B+C. 1977. V. 86. P. 38-40.
- 523. Birss R.R., Keeler G.J., Shepherd C.H. Measurements of the basal plane anisotropy energy of terbium at low temperatures // Physica B+C. 1977. V. 86. P. 47-48.
- 524. Барьяхтар В.Г., Клепиков В.Ф., Попов В.А., Стефановский Е.П. К теории промежуточного состояния в антиферромагнетиках // ФТТ. 1972. Т. 14, № 4. С. 1116–1121.
- 525. Котюжанский Б.Я., Прозорова Л.А. Изменение намагниченности при параметрическом возбуждении магнонов в антиферромагнитном FeBO₃ // ЖЭТФ. 1983. Т. 85, № 4. С. 1461–1464.
- 526. Ландау Л.Д. Собрание трудов. М.: Наука, 1969. Т. І. 512 с.
- 527. Пешков В. П. Условия возбуждения и распространения второго звука // ЖЭТФ. 1948. Т. 18, № 10. С. 857–866; Изучение свойств второго звука // ЖЭТФ. 1948. Т. 18, № 18. С. 867–872.

- 528. Ackerman C.C., Bertman B., Fairbank H.A., Guyer R.A. Second sound in solid helium // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 16, № 18. P. 789–791.
- 529. Ackerman C.C., Overton W.C. Second sound in solid helium-3 // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 22, № 15. P. 764–766.
- 530. McNelly T.F., Rogers S.T., Channin D.T., Rollefson R.T., Goubay W.M., Schmidt G.E., Krumhansl I.A., Pohl R.O. Heat pulses in NaF: onset of second sound // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 24, № 3. P. 100–102.
- 531. Pohl D. W., Irning V. Observation of second sound in NaF by means of light scattering // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 36, № 9. P. 480–483.
- 532. Narayanamurti V., Dynes R. C. Observation of second sound in bismuth // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 28, № 22. P. 1461–1465.
- 533. Гуляев Ю.В. О возможности «вторых» спиновых волн в ферромагнетиках // Письма в ЖЭТФ. 1965. Т. 2, № І. С. 3-6.
- 534. Гуржи Р. Н. О втором звуке в твердых телах // ФТТ. 1965. Т. 7, № 12. С. 3516-3521.
- 535. Олейник И. Н. Второй звук и гидродинамическая теплопроводность в антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1970. Т. 58, № 3. С. 1119–1127.
- 536. Зырянов И.С., Талуц Г.Г., Шавров В.Г. Влияние второго звука в ферромагнетиках на затухание упругих волн // ЖЭТФ. 1968. Т. 55, №6. С. 2230–2236.
- 537. Гуржи Р.Н. Гидродинамические эффекты в твердых телах при низких температурах // УФН. 1968. Т. 94, № 4. С. 689–718.
- 538. Есельсон Б.Н., Каганов М.П., Рудавский Э.Я., Сербин И.А. «Звук» в сверхтекучей жидкости // УФН. 1974. Т. 112, № 4. С. 591–656.
- 539. Алексин В.Ф., Соболев В.Л., Ходусов В.Д. Резонансное возбуждение вторичных волн в газе магнонов // ФТТ. 1982. Т. 24, № 8. С. 2513-2514.
- 540. *Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г.* К теории теплопроводности ферродиэлектриков при низких температурах // ФТТ. 1960. Т. 2, № 10. С. 2446–2449.
- 541. Барьяхтар В.Г., Урушадзе Г.И. Рассеяние спиновых волн и фононов на примесях в ферродиэлектриках // ЖЭТФ. 1960. Т. 39, № 4. С. 355–361.
- 542. Барьяхтар В.Г., Савченко И.А., Тарасенко В.В. Релаксация и теплопроводность в магнетиках с дислокациями // ЖЭТФ. 1966. Т. 51, №3. С. 936–948.
- 543. Barilo S.N., Ges A.P., Soshnikov L.E., Smirnova T.A. Thermal conductivity of rare-earth orthoferrites at reorientation phase transitions // Phys. Status Solidi B. 1984. V. 122, № 1. P. 47–52.
- 544. Барило С. Н., Гесь А. П., Сошников Л. Е. Особенности распространения упругих звуковых волн в ортоферритах при спиновой переориентации // 16-я Всес. конференция по физике магнитных явлений. Тезисы докладов. Тула, 1983. Ч. 3. С. 193–194.
- 545. Изюмов Ю.А., Лаптев В.М. Спектры возбуждений несоизмеримых магнитных структур и рассеяния нейтронов // ЖЭТФ. 1985. Т. 68, №1. С. 165–179.

- 546. Сиротин Ю.Н., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979. 639 с.
- 547. Стефановский Е.П. Равновесное состояние и спектр спиновых волн в кристаллах со спиральной магнитной структурой во внешнем магнитном поле // УФЖ. 1972. Т. 17, № 6. С. 984–989.
- 548. *Манжос И.В., Чупис И.Е.* Электромагнитно-спиновые волны в кристаллах с простой спиральной магнитной структурой // ФНТ. 1988. Т. 14, № 6. С. 600-611.
- 549. *Alpher R.A.*, *Rubin R.J.* Magnetic dispersion and attenuation of sound in conducting fluids and solids // J. Acoust. Soc. Amer. 1954. V. 26, № 3. P. 452–453.
- 550. Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П. Дисперсия скорости поперечного и продольного звука в олове в магнитном поле // ЖЭТФ. 1981. Т. 81, №6. С. 2234-2246.
- 551. Васильев А.Н., Гайдуков Ю.П., Каганов М.И., Попова Е.А., Фикс В.Б. Трансформация электромагнитной энергии в звуковую электронами проводимости в металлах в магнитном поле (нормальный скин-эффект) // ФНТ. 1989. Т. 15, № 1. С. 160–165.
- 552. *Herz R., Kronmüller H.* Field-induced magnetic phase transitions in dysprosium // JMMM. 1978. V. 9, № 1–3. P. 273–275.
- 553. Akhavan M., Blackstead H.A., Donoho P.L. Magnetoresistance and fieldsinduced phase transitions in the helical antiferromagnetic state of dysprosium // Phys. Rev. B. 1973. V. 8, № 9. P. 4258-4261.
- 554. *Isci C.*, *Palmer S.B.* An ultrasonic study of the magnetic phases of dysprosium // J. Phys. 1978. V. 8, № 2. P. 247–260.
- 555. Enz U. Spin configuration and magnetization process in dysprosium // Physics. 1960. V. 26, № 9. P. 698-699.
- 556. Martin D.J., Phyne J.J. Re-analysis of dysprosium magnetostriction // J. Phys. C. 1977. V. 10, № 20. P. 4123–4126.
- 557. Никитин С.А. Магнитные свойства редкоземельных металлов и их сплавов. М.: Изд. МГУ, 1989. 248 с.
- 558. Косевич Ю. А., Сыркин Е. С. Особенности преобразования электромагнитных волн в акустические в проводящих кристаллах в сильном магнитном поле // ФТТ. 1988. Т. 30, № 10. С. 2898–2904.
- 559. Барьяхтар В.Г. Симметрия кристалла и структура релаксационных членов в динамических уравнениях движения антиферромагнетиков // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, № 4. С. 196–206.
- 560. *Луговой А.А., Туров Е.А.* Магнитоупругое возбуждение неоднородных колебаний намагниченности в ферромагнетике однородным магнитным полем // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, № 10. С. 358–367.
- 561. Васильев А. Н., Кокорин В. В., Савченко Ю. И., Черненко В. А. Магнитоупругие свойства монокристалла Ni₂MnGa // ЖЭТФ. 1990. Т. 98, №4. С. 1437-1441.

- 562. Pacher E., Maxfield B. Electromagnetic-acoustic wave generation in single crystal nickel- and nickel-iron alloys // IEEE Ultrasonic Symp. Proc., Milwaukee, Wise. New York. P. 526–529.
- 563. Бучельников В.Д., Васильев А.Н. Электромагнитное возбуждение ультразвука в ферромагнетиках // УФН. 1992. Т. 162, № 3. С. 89–128.
- 564. Андрианов А.В., Васильев А.Н., Гайдуков Ю. П. и др. Электромагнитное возбуждение ультразвука в монокристалле тербия // ФММ. 1987. Т. 64, № 5. С. 1036–1038.
- 565. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Шавров В.Г. Электромагнитное возбуждение ультразвука в магнетиках со спиральной магнитной структурой // ЖЭТФ. 1994. Т. 105, № 3. С. 739–746.
- 566. Buchelnikov V.D., Bychkov I.V., Shavrov V.G. Coupled magnetoelastic and electromagnetic waves in uniaxial crystals heving spiral magnetic structure // JMMM. 1992. V. 117, № 9. P. 703–709.
- 567. Бучельников В.Д., Бычков И.В., Никишин Ю.А., Пальмер С.Б., Лим Ч.М., Эдвардс К. Электромагнитно-акустическое преобразование в монокристалле эрбия // ФТТ. 2002. Т. 44, № 11. С. 2022–2028.
- 568. Дзялошинский И.Е., Кухаренко Б.Г. К феноменологической теории магнитного резонанса и спиновых волн в антиферромагнетиках // ЖЭТФ. 1976. Т. 70, № 6(12). С. 2360–2373.

Научное издание

ШАВРОВ Владимир Григорьевич БУЧЕЛЬНИКОВ Василий Дмитриевич БЫЧКОВ Игорь Валерьевич

СВЯЗАННЫЕ ВОЛНЫ В МАГНЕТИКАХ

Редактор *Е.С. Артоболевская* Оригинал-макет: *Д.П. Вакуленко* Оформление переплета: *А.В. Андросов*

Подписано в печать 14.06.2019. Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 30. Уч.-изд. л. 33. Тираж 300 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература» МАИК «Наука/Интерпериодика» 117342, г. Москва, ул. Бутлерова, д. 17Б E-mail: porsova@fml.ru, sale@fml.ru Caйт: http://www.fml.ru Интернет-магазин: http://www.fmllib.ru

Отпечатано с электронных носителей издательства в АО «Первая Образцовая типография» Филиал «Чеховский Печатный Двор» 142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1 Сайт: www.chpd.ru. E-mail: sales@chpd.ru, тел.: 8 (499) 270-73-59